F 1812 F 1812 1-4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul IX (XIII)

FASC. 1 – 2

1964 JUL 6

1 9 6 3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul IX (XIII)

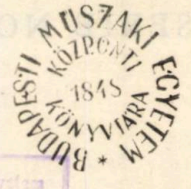
FASC. 1 – 2

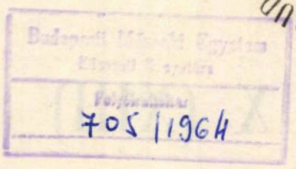
1963

7989

F

1812





COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. D. ATANASIU, prof. C. CALISTRU, conf. Gh. CHIRIȚĂ,
prof. TOMA FĂRCAȘ, prof. TIBERIU GOLGOȚIU,
prof. ILIE MATEI, membru corespondent al Academiei R.P.R.,
prof. D. MANGERON, conf. AUREL MARCHIȘ,
prof. D. RUSU, prof. GH. VASILIU

Redactor responsabil: acad. prof. CRISTOFOR SIMIONESCU,

Secretar: lector HUGO ROSMAN

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL IX (XIII), fasc. 1—2 1963

SUMAR

Pag.

REDACŢIONALE XV

MATEMATICI. MECANICĂ TEORETICĂ. FIZICĂ

AL. CLIMESCU, Măsuri numerice cu un număr finit de valori în algebrele Boole 1

D. MANGERON şi A. F. ŞESTOPAL, Asupra problemei de calcul simbolic multidimensional bazat pe transformata Laplace cu intervalul de integraţie finit (I) 5

M. RAMA MOHANA RAO, Unicitate locală şi aproximaţii succesive . 13

A. CORDUNEANU, Probleme de regularitate în legătură cu teoremele de existenţă de tip Massera-Schäffer 19

L. GODEAUX, Suprafeţe avînd directoarele lui Wilczynski cu focare confundate 25

F. MARCUS, Reţele Waelsh şi suprafeţe Ionas 31

ŞT. RUSCIOR, Despre o corespondenţă prin plane tangente semiparalele între două familii de suprafeţe din S_4 afin 35

B. d'ORGEVAL, Cu privire la o notă a lui Spampinato . . . 41

C. HUIU, N. IRIMICIUC, I. RUSU şi GR. TAŞCĂ, O nouă metodă grafică de rezolvare a problemelor metrice 45

I. D. CERKASOV, Asupra teoriei proceselor ramificate unidimensionale continue în timp 51

I. M. BELENKI, Aplicarea metodei analogiei hidrodinamice la probleme de mecanică clasică 59

U. A. SASTRY, Asupra torsiunii cilindrilor cu secţiuni poligonale curbilinii 73

L. S. AGAMIRZIAN, Trefilarea unei benzi plastice printr-o matriţă rigidă 77

A. BRAIER şi I. ENESCU, Asupra compunerii şi descompunerii rotaţiilor finite ale rigidului 85

M. Z. v. KRZYWOBLOCKI, Asupra siajelor compresibile în urma corpurilor în rotaţie (II) 93

N. CALINICENCO şi S. MELINTE, Studiul radioactivităţii şisturilor bituminoase din Carpaţii Orientali 101

Pag.

CHIMIE

K. BLAGA, Folosirea maşinii electronice de calcul „Ural" la rezolvarea problemelor interesînd industria chimică din Republica Socialistă Cehoslovacă 107

T. GOLGOŢIU, I. ANTONESCU, I. HÎNCU, A. LUCA, J. LINDE şi I. ROŞCA, Studii asupra echilibrului $CuCl_2 . 2H_2O$-H_2O . . 113

A. BORDEA, GH. MOROI şi M. ROZMARIN, Mercaptobenzimidazolul ca reactiv pentru dozarea gravimetrică a selenului . . . 117

G. V. ŢIŢIŞVILI şi T. G. ANDRONIKAŞVILI, Noi sorbenţi microporoşi valoroşi — zeoliţii sintetici 123

C. BOTEZ, P. JEANRENAUD, L. IONESI şi AL. NACU, Distribuţia geochimică a manganului, cobaltului şi nichelului în sedimentele paleogene din bazinul văii Tarcăului 141

C. CALISTRU, C. LEONTE, L. IFRIM şi I. GRIGORAŞ, Contribuţii la cercetarea macrocinetică a reacţiilor de caustificare . . . 155

R. Z. TUDOSE, Intensificarea procesului de absorbţie cu ajutorul pulsaţiilor (II) 163

L. GEITA şi G. VAGAN, Derivaţi ai ciclopropanului din diindandionilalcani geminali 171

I. MATEI, T. LIXANDRU, M. PĂSTRĂVANU şi M. DUMITRIU, Chimizarea acenaftenului (I) 177

CR. SIMIONESCU şi GH. N. ROZMARIN, Asupra configuraţiei moleculare a celulozei după H. Vasiliu şi critica concepţiei sale în lumina teoriilor moderne 183

GH. ALEXA, M. MARINESCU, E. MATEI şi E. LUCA, Intensificarea extracţiei taninului cu ajutorul vibraţiei ultrasonore . . . 197

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ

A. ŢUGULEA şi AL. FRANSUA, Expresia generală a rezistenţei active şi a reactanţei interioare a bobinelor de curent alternativ cu conductoare cilindrice 205

J. KUČERA, O nouă metodă de studiu a comutaţiei în maşinile electrice de curent continuu 211

E. LUCA, N. REUS şi GH. TACU, Efecte de polarizare în dielectrină iradiată cu raze X 223

H. ROSMAN şi A. BRAIER, Asupra coeficienţilor de transmisie a tensiunii şi a curentului prin cuadripoli 231

D. BĂRBULESCU, Măsurarea puterilor şi a unghiului de defazaj dintre tensiune şi curent cu wattmetrul electrodinamic folosind un circuit reprezentînd o impedanţă de modul constant şi argument variabil . 239

L. SEBASTIAN, Consideraţii teoretice privind alegerea raportului de transmisie al reductorului dintre motorul de execuţie şi elementul de măsură la un sistem de urmărire 249

Pag.

V. PRISĂCARU, Contribuţiuni la calculul iluminării cu lămpi fluorescente 257

N. POEATĂ, Defazor reglabil în limitele 0°...360° 265

MECANICĂ TEHNICĂ

V. V. TOPENCIAROV, Elemente cinematice de ordin oarecare în mişcarea relativă a unei figuri plane în planul său 271

J. KOŽEŠNÍK, Vibraţii flexionale ale arborilor în rotaţie prevăzuţi cu un disc liber 275

V. BAUŞIC, Asupra calculului lucrului mecanic elastic înmagazinat într-o bară curbă 285

J. ODERFELD, Asupra sarcinii dinamice în roţi dinţate cilindrice . . 287

C. LINDE, Consideraţiuni asupra problemei descărcării arborelui frînelor cu doi saboţi exteriori 293

D. MANGERON şi S. M. GAMREKELI, Problema dispozitivelor mecano-electrice interesînd teoria şi practica maşinilor şi mecanismelor (I) 303

G. d'ALBON, I. CURIEVICI, D. URSESCU, M. GUTMAN, E. JUGUREANU, V. MACRI şi N. APETREI, Un nou tip de radiator pentru încălziri centrale 313

T. FĂRCAŞ, T. GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ şi E. ANDREI, Cementarea oţelurilor carbon cu amestec pe bază de Na_2O_2 321

C. PICOŞ, GH. COMAN, C. BOHOSIEVICI şi A. CIRILLO, Asupra durificării superficiale a metalelor prin rularea cu bile . . . 327

V. BELOUS şi I. CONDREA, Determinarea constantelor şi exponenţilor din relaţiile momentului de torsiune şi a forţei axiale la burghierea oţelurilor romîneşti (III) 337

V. BAUŞIC şi V. BELOUS, Determinarea constantelor şi exponenţilor din relaţiile momentului de torsiune şi a forţei axiale la burghierea oţelurilor romîneşti (IV) 341

CONSTRUCŢII. HIDROTEHNICĂ

A. ŞESAN şi M. MANOLOVICI, Asupra problemei de minim şi maxim în echilibrul elastic, elastico-plastic şi plastic al structurilor . . 343

N. ORLOVSCHI, Determinarea liniilor de influenţă la cadre cu stîlpi înclinaţi, prin metoda momentelor active 349

Z. GOLEBIOWSKI, Este posibilă o micşorare a coeficientului de siguranţă în construcţiile de zidărie de cărămidă? 359

A. MIHUL, C. CAPATU, C. LEONTE, A. BOGHIAN şi M. PATRAŞ, Cercetări asupra grinzilor în două pante din beton precomprimat, cu armături dispuse după trasee poligonale, preîntinse prin procedeul electrotermic 365

V. FOCŞA, A. RADU, A. WEINER şi AL. VEREŞ, Proprietăţile elastice şi mecanice ale zidăriei de cărămidă obişnuită şi eficientă studiate în condiţii de laborator 379

Pag.

V. BOGHIAN, S. COVALI, L. TANASACHI, Cercetări experimentale privind capacitatea portantă a panourilor mari de zidărie vibrată la acțiunea sarcinilor orizontale 385

A. MIHUL, C. CAPATU, C. LEONTE, T. PATELLI, A. BOGHIAN și M. PATRAȘ, Cercetări asupra unor tipuri de pane cu moment de inerție variabil, precomprimate cu armături cu profil periodic . 395

D. ATANASIU, V. CIUBOTARU și L. VASILESCU, Folosirea varului la stabilizarea pămînturilor specifice regiunii Iași . . . 409

INDUSTRIE UȘOARĂ

M. GRINDEA și F. VĂLU, Intensificarea procesului de vopsire cu cîmpuri vibratoare 417

I. VLAD, O. MÎLCOMETE și L. SILBERMAN, Contribuții la studiul proprietăților fizico-mecanice ale fibrelor artificiale produse prin sinteză în Republica Populară Romînă 425

M. ZEIDMAN, Metodă simplificată pentru calculul neregularității liniare 431

V. N. ȚVETKOV, Relații între forțe la cusătura tălpii pe încălțăminte . 437

L. DUMA, V. COCIU și C. COȘER, Influența proprietăților bizonului neuns asupra procesului de formare 445

ȘTIINȚE ECONOMICE

D. RUSU, T. NEAGU, I. ADUMITRESEI, R. DAVIDEANU și E. BLĂNARU, Postcalculul în industria chimico-farmaceutică . . 455

E. POPA și V. RĂUȚU, O relație de calcul a ritmului de scădere a procentului de pierderi pe diferite intervale de timp în care se împarte perioada de plan în industria chimică 465

GH. DOBRE, Carol Mihailic de Hodocin despre economia Moldovei și perspectivele dezvoltării ei industriale 469

RECENZII 475

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ

Том IX (XIII), выпуск 1—2 1963 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ОТ РЕДАКЦИИ XV

МАТЕМАТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ФИЗИКА

АЛ. КЛИМЕСКУ, Числовые меры с конечным числом величин в булевых алгебрах 1

Д. МАНЖЕРОН и А. Ф. ШЕСТОПАЛ, К задаче многомерного символического исчисления основанного на преобразовании Лапласа с конечной областью интегрирования (I) 7

М. РАМА МОГАНА РАО, Локальная единственность и последовательные приближения 13

А. КОРДУНЯНУ, Задачи регулярности в теоремах существования типа Массера-Шеффера 19

Л. ГОДО, Поверхности, направляющие которых имеют совпадающие фокусы 25

Ф. МАРКУС, Сети Уелша и поверхности Ионаса 31

Ш. РУСЧОР, О соответствии двух семейств поверхностей в аффинном S_4, установленным касательными полупараллельными плоскостями . 35

Б. Д'ОРЖЕВАЛЬ, К одной заметке Н. Спампинато 41

К. ГУЮ, Н. ИРИМИЧУК, И. РУСУ и Г. ТАШКЭ, Новый графический метод решения метрических задач 45

И. Д. ЧЕРКАСОВ, К теории одномерных ветвящихся случайных процессов с непрерывным временем 51

И. М. БЕЛЕНЬКИЙ, Приложение метода гидромеханической аналогии к задачам классической механики 59

У. А. САСТРИ, Кручение цилиндров с многоугольными криволинейными сечениями 73

Л. С. АГАМИРЗЯН, Волочение пластической полосы сквозь жесткую матрицу 77

А. БРАЙЕР и И. ЕНЕСКУ, О сложении и разложении конечных вращений твердого тела 85

М. З. ф. КЖИВОБЛОЦКА, О сжимаемых кильватерах за телами вращения (II) 93

Стр.

Н. КАЛИНИЧЕНКО и С. МЕЛИНТЕ, Исследование радиоактивности битуминозных сланцев из Восточных Карпат 101

ХИМИЯ

К. БЛАГА, Использование электронной автоматической счетной машины „Урал“ при решении задач в химической промышленности ЧССР . 107

Т. ГОЛГОЦИУ, И. АНТОНЕСКУ, И. ХЫНКУ, А. ЛУКА, ДЖ. ЛИНДЕ и И. РОШКА, Исследование равновесия системы $CuCl_2 . 2H_2O$–H_2O 113

А. БОРДЯ, Г. МОРОЙ и М. РОЗМАРИН, Меркаптобензимидазоль – реагент для весового определения селена 117

Г. В. ЦИЦИШВИЛИ и Т. Г. АНДРОНИКАШВИЛИ, Новые перепективные тонкопористые сорбенты — синтетические цеолиты . . . 123

К. БОТЕЗ, П. ЖАНРЕНО, Л. ИОНЕСИ и АЛ. НАКУ, Геохимическое размещение марганца, кобальта и никеля в палеогеновых осадках бассейна реки Таркэу 141

К. КАЛИСТРУ, К. ЛЕОНТЕ, Л. ИФРИМ и И. ГРИГОРИУ, К вопросу изучения макрокинетики реакции каустизации 155

Р. З. ТУДОСЕ, Интенсификация процесса абсорбции пульсирующим методом (II) 163

Л. ГЕЙТА и Г. ВАНАГ, Производные циклопропана из геминальных дииндандионилалканов 171

И. МАТЕЙ, Т. ЛИКСАНДРУ, М. ПЭСТРЭВАНУ и М. ДУМИТРИУ, Химизация аценафтенола 177

КР. И. СИМИОНЕСКУ и Г. Н. РОЗМАРИН, О молекулярной конфигурации целлюлозы по Х. Василиу и критика его положений в свете современных представлений 183

Г. АЛЕКСА, М. МАРИНЕСКУ, Э. МАТЕЙ и Э. ЛУКА, Интенсификация экстракции танина сверхзвуковыми колебаниями . . . 197

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА

А. ЦУГУЛЯ и АЛ. ФРАНСУА, Общее выражение активного и внутреннего реактивного сопротивления обмоток переменного тока с круглыми проводниками 205

Я. КУЧЕРА, Новый метод исследования коммутации в электрических машинах постоянного тока 211

Э. ЛУКА, Н. РЕУС и Г. ТАКУ, Поляризационные эффекты в диэлектрине (смеси серы и парафина) облученной рентгеновскими лучами . . 223

Г. РОСМАН и А. БРАЙЕР, О коэффициентах передачи напряжения и тока через четырехполюсники 231

Д. БЭРБУЛЕСКУ, Измерение электродинамическим ваттметром мощности и угла разности фаз между напряжением и током, пользуя импеданс с постоянных модулем и переменным аргументом . . . 239

Стр.

Л. СЕБАСТИАН, Теоретические соображения в связи с выбором передаточного числа редуктора связывающего исполнительный двигатель с измерительным элементом в следящих системах . . . 249

В. ПРИСЭКАРУ, О расчете освещенности при применении люминисцентных ламп 257

Н. ПОЯТЭ, Получение переменного сдвига фаз до 360° . . . 265

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

В. В. ТОПЕНЧАРОВ, Кинематические элементы любого порядка в относительном движении плоской фигуры в своей же плоскости . . 271

Я. КОЖЕШНИК, Изгибные колебания вращающихся валов со свободно надетой шайбой 275

В. БАУШИК, О расчете упругой работы накопляющейся в кривой балке . 285

Я. ОДЕРФЕЛЬД, О динамической нагрузке цилиндрических зубчатых колес 287

К. ЛИНДЕ, К вопросу разгрузки вала тормоза с двумя наружными колодками 293

Д. МАНЖЕРОН и С. М. ГАМРЕКЕЛИ, К задаче механо-электронных устройств интересующих теорию и практику машин и механизмов (I) 303

Ж. д'АЛБОН, И. КУРЬЕВИЧ, Д. УРСЕСКУ, М. ГУТМАН, Е. ЖУГУРЯНУ, В. МАКРИ и Н. АПЕТРЕЙ, Новый тип радиатора . . 313

Т. ФЭРКАШ, Т. ГОЛГОЦИУ, Г. АИЛИНКЭЙ, К. ЧОКИНЭ и Э. АНДРЕЙ, Цементация углеродистых сталей со смесью на основе Na_2O_2 321

К. ПИКОШ, Г. КОМАН, К. БОГОСИЕВИЧ и А. ЧИРИЛЛО, Об увеличении поверхностной твердости металлов при шариковом обкатывании 327

В. БЕЛОУС и И. КОНДРЯ, Определение параметров сил резания и крутящих моментов в процессе сверления румынских сталей (III) . 337

В. БАУШИК и В. БЕЛОУС, Определение параметров сил резания и крутящих моментов в процессе сверления румынских сталей (IV) . 341

СТРОИТЕЛЬСТВО. ГИДРОТЕХНИКА

А. ШЕСАН и М. МАНОЛОВИЧ, По вопросу минимума и максимума в условиях упругого, упруго-пластического и пластического равновесия конструкций 343

Н. ОРЛОВСКИЙ, Определение методом активных моментов линий влияний для рам с наклонными стойками 349

З. ГОЛЕБЬЕВСКИЙ, Возможно ли уменьшить коэффициент безопасности касающийся строек кирпичных стен? 359

А. МИХУЛ, К. КАПАТУ, К. ЛЕОНТЕ, А. БОГЯН и М. ПАТРАШ, Исследования, электротермическим способом, балок в два ската с предварительно напряженной арматурой расположенной по полигональной трассе 365

В. ФОКША, А. РАДУ, А. ВЕЙНЕР и АЛ. ВЕРЕШ, Эластические и механические свойства кладки обыкновенного кирпича, изучаемые в лабораторных условиях 379

Стр.

В. БОГЯН, С. КОВАЛИ и Л. ТАНАСАКИ, Опытные исследования несущей способности виброкирпичных панелей при горизонтальных нагрузках 385

А. МИХУЛ, К. КАПАТУ, К. ЛЕОНТЕ, Т. ПАТЕЛЛИ, А. БОГЯН и М. ПАТРАШ, Исследования над предварительно напряженными прогонами с переменным моментом инерции, армированных стержнями преднапряженными электротермическим методом . . . 395

Д. АТАНАСИУ, В. ЧУБОТАРУ и Л. ВАСИЛЕСКУ, Исследование извести для укрепления грунтов Яеской области 409

ЛЕГКАЯ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

М. ГРИНДЯ и Ф. ВЭЛУ, Интенсификация процесса крашения применением вибрационных полей 417

И. ВЛАД, О. МЫЛКОМЕТЕ и Л. ЗИЛЬБЕРМАН, К исследованию физико-механических свойств искусственных волокон производимых синтезом в Румынской Народной Республике 425

М. ЗЕЙДМАН, Упрощенное вычисление коэффициента линейной неровности 431

В. Н. ЦВЕТКОВ, Силовое соотношение ниточного соединения подошвы в обуви 437

Л. ДУМА, В. КОЧУ и К. КОШЕР, Влияние свойств сандальной юфти на процесс формования 445

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Д. РУСУ, Т. НЯГУ, И. АДУМИТРЕСЕЙ, Р. ДАВИДЯНУ и Е. БЛЭНАРУ, Послерасчет в химико-фармацевтической промышленности . 455

Е. ПОПА и В. РЭУЦУ, Соотношение расчета ритма убывания процента потерь в разных интервалах времени на которые разделяется плановый период в химической промышленности 465

Г. ДОБРЕ, Карол Михайлик де Годочин об экономике Молдовы в перспективах ее индустриального развития 469

РЕЦЕНЗИИ 475

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. IX (XIII), Fasc. 1—2 1963

CONTENTS

Pag.

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS XV

MATHEMATICS. THEORETICAL MECHANICS. PHYSICS

AL. CLIMESCU, Mesures numériques à un nombre fini de valeurs dans les algèbres de Boole 1

D. MANGERON et A. F. CHESTOPAL, Sur le problème du calcul symbolique à plusieures dimensions fondé sur la transformation de Laplace à l'intervalle de définition limité (I) 5

M. RAMA MOHANA RAO, The local uniqueness and successive approximations 13

A. CORDUNEANU, Problèmes de régularité dans les théorèmes d'existence de type Massera-Schäffer 19

L. GODEAUX, Surfaces dont les directrices de Wilczynski ont des foyers confondus 25

F. MARCUS, Les réseaux Waelsh et les surfaces Ionas 31

ŞT. RUSCIOR, Sur la correspondance par plans tangents semi-parallèles entre deux familles de surfaces dans un S_4 affine 35

B. d'ORGEVAL, À propos d'une note de M. N. Spampinato . . . 41

C. HUIU, N. IRIMICIUC, I. RUSU et GR. TAŞCĂ, Une nouvelle méthode de résolution graphique des problèmes métriques 45

I. D. CZERKASSOV, To the theory of one-dimensional branching processes with continuous time 51

I. M. BELENKY, Application of hydrodinamic analogy-method for solution of the problems in classical mechanics 59

U. A. SASTRY, A note on the torsion of cylinders of curviliniar polygonal sections 73

L. S. AGAMIRZIAN, Tréfilage d'une plate-bande plastique à travers une matrice rigide 77

A. BRAIER et I. ENESCU, Sur la composition et la décomposition des rotations finies du rigide 85

Pag.

M. Z. v. KRZYWOBLOCKI, On compressible wakes behind bodies of rotation (II) 93

N. CALINICENCO et S. MELINTE, La radioactivité des schistes bitumineaux des Carpathes Orientaux 101

CHEMISTRY

K. BLAGA, Berechnungen der Aufgaben auf der Elektronenrechenmaschine „Ural" für die chemische Industrie in der Tschechoslowakischen Sozialistischen Republik (ČSSR) 107

T. GOLGOȚIU, I. ANTONESCU, I. HÎNCU, A. LUCA, J. LINDE et I. ROȘCA, Études sur l'équilibre du système $CuCl_2.2H_2O$-H_2O . 113

A. BORDEA, GH. MOROI et M. ROZMARIN, Le mercaptobenzimidazole—réactif pour le dosage gravimétrique du sélénium . . . 117

G. V. TZITZISHVILI and T. G. ANDRONIKASHVILI, New important melecular sieves—synthesized zeolites 123

C. BOTEZ, P. JEANRENAUD, L. IONESI et AL. NACU, Distribution géochimique du manganèse, du cobalt et du nickel dans les sédiments paléogènes du bassin de la vallée du Tarcău . . . 141

C. CALISTRU, C. LEONTE, L. IFRIM et I. GRIGORIU, Contributions à l'étude macrocinétique des réactions de caustification . . 155

R. Z. TUDOSE, Intensification du processus d'absorbtion à l'aide des pulsations (II) 163

L. GEITA et G. VAGAN, Dérivés cyclopropaniques des diindanedionyl-alcanes géminés 171

I. MATEI, T. LIXANDRU, M. PĂSTRĂVANU et M. DUMITRIU, Traitement chimique de l'acénaphtène 177

CR. I. SIMIONESCU et GH. N. ROZMARIN, Sur la configuration moléculaire de la cellulose d'après H. Vasiliu et la critique de sa conception dans la lumière des théories modernes . . . 183

GH. ALEXA, M. MARINESCU, E. MATEI et E. LUCA, Intensification de l'extraction des matières tannantes sous l'action des vibrations ultrasonores 197

ELECTRICAL ENGINEERING. ELECTRONICS

A. ȚUGULEA et AL. FRANSUA, Expression générale de la résistance active et de la réactance intérieure des bobines du courant alternatif à conducteurs cylindriques 205

J. KUČERA, Une nouvelle méthode d'étude de la commutation dans les machines électriques à courant continu 211

E. LUCA, N. REUS et GH. TACU, Effects de polarisation dans la diélectrine irradiée avec des rayons X 223

H. ROSMAN et A. BRAIER, Sur les coefficients de la transmission de la tension et du courant par des quadripôles 231

Pag.

D. BĂRBULESCU, La mesure des puissances et de l'angle de déphasage entre la tension et le courant avec le wattmètre électrodynamique en utilisant un circuit ayant une impédance à module constant et argument variable 239

L. SEBASTIAN, Considérations théoriques concernant le choix du rapport de transmission du réducteur placé entre le moteur et l'élément de mesure d'un servomécanisme 249

V. PRISĂCARU, Contribution concernant le calcul de l'éclairage à-lampes fluorescentes 257

N. POEATĂ, Déphaseur réglable entre les limites 0°...360° . . 265

MECHANICAL ENGINEERING

V. V. TOPENTCHAROV, Éléments cinématiques d'ordre arbitraire dans le mouvement relatif d'une figure plane dans son plan . . . 271

J. KOŽEŠNÍK, Flexural vibrations of a rotating shaft with a flywheel 275

V. BAUŞIC, Sur le calcul du travail élastique accumulé dans une bare courbe 285

J. ODERFELD, On the dynamic load in cylindrical gears . . . 287

C. LINDE, Betrachtungen über die Aufgabe der Entlastung der Welle der mit äusseren Doppelbacken Bremsen. 293

D. MANGERON et S. M. GAMRÉKÉLI, Le problème de l'élaboration des dispositifs mécano-électriques concernant la théorie des mécanismes et machines (I) 303

G. d'ALBON, I. CURIEVICI, D. URSESCU, M. GUTMAN, E. JUGUREANU, V. MACRI et N. APETREI, Un nouveau model de radiateur 313

T. FĂRCAŞ, T. GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ und E. ANDREI, Die Zementation der Kohlenstoffstöhle mittels einer Na_2O_2-Mischung 321

C. PICOŞ, GH. COMAN, C. BOHOSIEVICI und A. CIRILLO, Über die Oberflächige Härtung der Metallen durch Walzen mit Kugeln . 327

V. BELOUS et I. CONDREA, Détermination des paramètres des forces de coupe et des moments concernant les aciers roumains soumis au perçage (III) 337

V. BAUŞIC et V. BELOUS, Détermination des paramètres des forces de coupe et des moments concernant les aciers roumains soumis au perçage (IV) 341

CONSTRUCTION. HYDROTECHNICS

A. ŞESAN und M. MANOLOVICI, Über die Frage des Minimums und des Maximums im elastischen, elastisch-plastischen und plastischen Gleichgewichtszustand der Tragwerke 343

Pag.

N. ORLOVSCHI, Le calcul des lignes d'influence pour les structures à montants inclinés par la méthode des moments actifs . . 349

Z. GOLEBIOWSKI, Ist eine Herabsetzung des Sicherheitskoeffizienten bei Ziegelmauerkonstruktionen möglich ? 359

A. MIHUL, C. CAPATU, C. LEONTE, A. BOGHIAN et M. PATRAŞ, Recherches sur les poutres en beton à deux pantes, à l'armature precontrainte par le procédé électrotermique, disposées selon des tracés polygonaux 365

V. FOCŞA, A. RADU, A. WEINER et AL. VEREŞ, Les propriétés élastiques et mécaniques des maçonneries en briques pleines et creuses étudiées en laboratoire 379

V. BOGHIAN, S. COVALI et L. TANASACHI, Recherches expérimentales concernant la capacité portante des panneaux de maçonnerie vibrée, à l'action des charges horizontales 385

A. MIHUL, C. CAPATU, C. LEONTE, T. PATELLI, A. BOGHIAN und M. PATRAŞ, Forschungen über einigen vorgespannten Pfettentypen, mit veränderlichen Trägheitsmoment und die Spannglieder aus vorgespannten nach elektrothermische Verfahren Rippenstahlstäbe 395

D. ATANASIU, V. CIUBOTARU et L. VASILESCU, L'utilisation de la chaux pour la stabilisation des sols spécifiques de la region de Jassy 409

LIGHT INDUSTRY ENGINEERING

M. GRINDEA und F. VĂLU, Die Intensifizierung des Färbevorganges mit Schwingungsfeldern 417

I. VLAD, O. MÎLCOMETE et L. SILBERMAN, Contribution à l'étude des propriétés physico-mécaniques des fibres artificielles produites par synthèse dans la République Populaire Roumaine . . 425

M. ZEIDMAN, Simplified calculation of the index of linear irregularity 431

V. N. TZVETKOV, Force relation of the thread connection in the sole of footwear 437

L. DUMA, V. COCIU und C. COŞER, Über den Einfluss der Eigenschaften des gepresstes Rindoberlеders auf die Formgebung . . . 445

ECONOMICS

D. RUSU, T. NEAGU, I. ADUMITRESEI, R.-DAVIDEANU et E. BLĂNARU, Le postcalcul dans l'industrie chimico-pharmaceutique . 455

E. POPA et V. RĂUŢU, Une relation de calcul du rhytme de diminution du procent de pertes en diverses intervalles de temps de la période planifiée dans l'industrie chimique 465

GH. DOBRE, Les opinions de Carol Mikhaïlic de Hodocin sur l'économie de la Moldavie et les perspectives de son essor industriel . . 469

BOOK REVIEWS 475

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

REDACŢIONALE

ОТ РЕДАКЦИИ

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia revistei *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией журнала *Известия Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

МЕЛЬНИКОВА Н. С. и КОЧИНА Н. Н., (Институт механики АН СССР, Москва), *Исследование полей интегральных кривых для уравнений, описывающих автомодельные движения газа.*

КОЧИНА Н. Н., (Институт механики АН СССР, Москва), *О некоторых задачах движения газа в случае цилиндрической и сферической симметрии.*

РЫЖАНОВ С. Г., (Кишиневский Государственный университет, СССР), *Пересечение уровенных энергетических поверхностей в тяжелых ядрах и сильно затрудненные α-переходы (II).*

КАРПИЛОВСКАЯ Э. В., (Ленинградский государственный университет им. А. А. Жданова, СССР), *Исследование быстроты сходимости метода коллокации в задачах Манжерона-Кривошеина относящихся к некоторым новым классам интегро-дифференциальных уравнений.*

TCHECHANCOV B. I., BATCHAVAROV S. N. et TOPENTCHAROV V. V., (Institut de Mécanique appliquée et d'Électricité, Sofia, R. P. Bulgarie), *Sur certaines propriétés cinématiques et géométriques des mouvements cycloïdaux.*

HUET D., (Université de Nancy, France), *Sur une classe de problèmes à la frontière, elliptiques, non linéaires.*

HARRISBERGER L., (Oklahoma State University, Stillwater, USA), *Mobility Analysis of a Three-Dimensional Four-Link Mechanism.*

de BROGLIE L., (Académie des Sciences, Paris, France), *Nouvelle présentation de la thermodynamique de la particule isolée.*

SWAN R. J., (Technical Manager of Engis Ltd., Maidstone, England), *Polishing steel molds for the rubber and plastics industries.*

SUKUMAR L., (City College, Calcutta, India), *A note on the motion of a viscous liquid between two parallel planes and between two co-axial circular cylinders when one of the boundaries starts with a single pulse of velocity.*

ZLATEV M. P. et TZVETKOV D. N., (Institut de Mécanique appliquée et d'Électrotechnique, Sofia, R. P. Bulgarie), *Détermination du moment de force résistant des systèmes à induction et à aimant.*

NEUMAN FR., (Université, Brno, R. S. Tchécoslovaquie), *Sur les équations différentielles linéaires oscillatoires du deuxième ordre avec la dispersion fondamentale* $\varphi(t) = t + \pi$.

COURANT R., (Courant Mathematical Institute, Columbia University, New York, SUA), *Some Problems concerning Equations of Mathematical Physics.*

HARRISBERGER L., (Oklahoma State University, Stillwater, USA), *A general Scheme for Mechanism Identification.*

LEGRAS J., (Faculté des Sciences, Nancy, France), *Une extension de l'Algol; l'Algol linguistique.*

de BROGLIE L., (Académie des Sciences, Paris, France), *Quelques conséquences de la thermodynamique de la particule isolée.*

ROSSI F. S., (Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, Roma, Italia), *Sopra il metodo di Mangeron in certi problemi al contorno non lineari.*

LEGRAS J., (Faculté des Sciences, Nancy, France), *Une écriture mathématique adaptée à la programmation.*

MAZZELLA F. G., (Istituto tecnico superiore, Terracina, Italia), *Alcuni teoremi concernenti i problemi di Mangeron–Krivosein spettanti alle equazioni integro-differenziali.*

SARKAR S. K., (Jadavpur University, Calcutta, India), *Note on the longitudinal vibrations of a thin visco-elastic rod of variable cross section.*

WARZI Z. U. A., (Irrigation Research Institute, Roorke, India), *Periodic boundary layer on a sphere performing torsional oscillations in a non-newtonian fluid.*

КИРГИНЦЕВ А. Н., (Институт неорганической химии сибирского отделения Академии наук СССР, Новосибирск), *Решение задач математической теории хроматографии методом непрерывного движения зоны.*

ТОМАШЕВСКИЙ К., (Горно-металлургическая академия, Краков, Н. Р. Польша) *Возможность осуществления некоторых случаев вращательного и плоского движения вращательных тел.*

АРЕШИДЗЕ Х. И. и ЧИВАДЗЕ Г. О., (АН Груз. ССР, Тбилиси, СССР), *Получение олефиновых мономеров термическим разложением смеси алканов C_5—C_8, выделенных из бензина с помощью молекулярных сит.*

КИРГИНЦЕВ А. Н. и ВЛАСОВ П. Я., (Институт неорганической химии сибирского отделения Академии Наук СССР, Новосибирск), *Три задачи математической теории процессов зонной плавки и хроматографии.*

JASIULIONIS A., (Landwirtschaftliche Akademie, Kaunass, UdSSR) und MANGERON D., (Technische Hochschule, Jassy, Rumänische Volksrepublik), *Anwendung von Matrizen für arithmetische Operationen mit trigonometrischen Reihen.*

NIANG S., (Université de Dakar, Sénégal) et MANGERON D., (Institut polytechnique de Jassy, R.P.R.), *Nouvelles formes des équations de la mécanique analytique pour systèmes mécaniques fermés.*

SASTRI K. S., (Institute of Technology, Kharagpur, India), *On the heat transfer in the presence of heat sources of a fluid flow affected by suction.*

TERPLAN Z., (Universita degli Studi per l'Industria pesante, Miskolcz, R. P. Ungheria) e MANGERON D., (Istituto politecnico, Iaşi, R. P. Romania), *Applicazione del metodo tangenziale nello studio di alcuni classi di mecanismi.*

ŽIVOJINOV J. M. et CVETKOVIČ S. M., (Faculté des Sciences Techniques, Belgrade, R.S.F. Jougoslavie), *Détermination de la pression de vapeur saturée de l'argon d'après la mécanique statistique et quantique et de la thermodynamique classique.*

HOSSZU M., (Technical University, Miskolcz, Hungarian Popular Republic), *On the Fréchet's functional equation.*

ZUMPE G., (Technische Universität, Dresden, DDR), *Die Abminderungsfunctionen für die extremalen Biegemomente durchlaufender Strassenbrückenträger und ihre Anwendung.*

ШЕСТОПАЛ А. Ф., (Институт математики АН УССР, Киев) и МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, РНР), *К задаче колебания треугольных пластинок.*

ТРУБИНА Г. С. и ЧЕРНОПЯТОВ Н. И., (Челябинский институт механизации и электрификации сельского хозяйства, СССР), *Переключение синхронных генераторов на большую скорость вращения.*

GYÖZÖ L., (Technische Universität, Budapest, V. R. Ungarn), *Amplitudenstabilisation der Harmoniken einiger Elektronischengeräte.*

OKAMOTO SH., (Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Japan), *Dynamic behaviors of the arch dam.*

CONTI R., (Università di Firenze, Italia), *Controlli-t-minimanti.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Matematici, Mecanică teoretică, Fizică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 1 – 2, 1963

Математика, Теоретическая механика, Физика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Mathematics, Theoretical Mechanics, Physics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 519.53

MĂSURI NUMERICE CU UN NUMĂR FINIT DE VALORI ÎN ALGEBRELE BOOLE

DE

AL. CLIMESCU

1. După cum este bine cunoscut, o măsură numerică într-o algebră Boole satisface la următoarele proprietăţi, dintre care primele două sînt de definiţie:

$1°\ 0 \leqslant m(x) < \infty,$

$2°\ m(x \cup y) = m(x) + m(y)$, dacă $x \cap y = 0,$

$3°\ m(x') = m(1) - m(x),$

$4°\ m(0) = 0,$

$5°\ x \leqslant y \to m(x) \leqslant m(y),$

$6°\ m(x) = m(x \cap y) + m(x \cap y'),$

$7°\ m(x \cup y) + m(x \cap y) = m(x) + m(y),$

$8°\ m(x_1 \cup x_2 \cup \ldots \cup x_n) \leqslant m(x_1) + m(x_2) + \ldots + m(x_n),$

$9°\ m(x \cup y \cup z) = m(x) + m(y) + m(z) - m(x \cap y) - m(x \cap z) - m(y \cap z) + m(x \cap y \cap z)$ etc.

O măsură se va numi finită dacă are numai un număr finit de valori distincte. Măsurile bivalente se determină uşor [1, pp. 16 — 17], însă măsurile cu cel puţin trei valori sînt mai greu de construit şi ne propunem să dăm aici cîteva rezultate în această direcţie.

2. O algebră Boole de ordin finit 2^n poate deci admite o măsură cu cel mult 2^n valori distincte. Fie $p_1, p_2, \ldots, p_n$ atomii acestei algebre; punem $m(p_i) = 2^i$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, $m(p_i \cup p_j) = 2^i + 2^j$, $m(p_i \cup p_j \cup p_k) = 2^i + 2^j + 2^k, \ldots, m(0) = 0$, $m(1) = m(p_1 \cup p_2 \cup \ldots \cup p_n = 2 + 2^2 + \ldots + 2^n$. Se obţine evident o măsură cu 2^n valori distincte. Alte valori posibile se văd de asemenea uşor: de exemplu $m(p_i) = 0$ dă măsura banală identic nulă, iar $m(p_i) = a > 0$ dă măsura cu valorile $0, a, 2a, \ldots, na$, de unde:

Propoziţia I. *Oricare ar fi întregul $n > 0$ există algebre Boole de ordin finit care admit o măsură cu n valori. O algebră Boole de ordin 2^n (cu n atomi) admite de asemenea măsuri cu 2^n valori.*

3. Avînd în vedere dificultatea problemei pentru cazul general nu este lipsit de interes să determinăm măsurile tri- şi tetravalente.

Fie B o algebră Boole posedînd o măsură cu valorile $0 < a < b$. $m(0) = 0$, $m(1) = b$; dacă $m(x) = a$, atunci $m(x') = b - a$, de unde $b - a = a$, deci cele trei valori ale măsurii sînt 0, a, $2a$.

Fie $A_0 = \{x/m(x) = 0\}$. A_0 este un ideal: într-adevăr $x \in A_0$ şi $y \leqslant x \to m(y) = 0$ (prin 5°) deci $y \in A_0$; apoi $x \in A_0$, $y \in A_0 \to 0 \leqslant m(x \cup y) \leqslant m(x) + m(y)$ (prin 8°) deci $m(x \cup y) = 0$ şi $x \cup y \in A_0$.

Complementarele elementelor din A_0 formează filtrul A_2 definit direct prin $A_2 = \{x/m(x) = 2a\}$.

Fie $u \in B$, $m(u) = a$, deci $m(u') = a$. Definim: $I = \{x/m(x \cap u) = 0\}$, $\mathcal{J} = \{y/m(y \cap u') = 0\}$. Următoarele proprietăţi sînt verificate:

a) $I \neq \emptyset$, $\mathcal{J} \neq \emptyset$, (de exemplu $u' \in I$, $u \in \mathcal{J}$).

b) $A_0 = I \cap \mathcal{J}$.

$x \in I \cap \mathcal{J} \longleftrightarrow x \in I \wedge x \in \mathcal{J} \longleftrightarrow m(x \cap u) = 0$, $m(x \cap u') = 0$, de unde prin 6° $m(x) = m(x \cap u) + m(x \cap u') = 0$, deci $x \in A_0$, adică $I \cap \mathcal{J} \subset A_0$. Apoi $x \cap u \leqslant x$, $x \cap u' \leqslant x$ dă prin 5° $0 \leqslant m(x \cap u) \leqslant m(x)$, $0 \leqslant m(x \cap u') \leqslant m(x)$ deci dacă $x \in A_0$, rezultă $m(x \cap u) = m(x \cap u') = 0$, adică $x \in I \cap \mathcal{J}$ şi în sfîrşit $A_0 \subset I \cap \mathcal{J}$.

c) $I \cap A_2 = \emptyset$, $\mathcal{J} \cap A_2 = \emptyset$.

Dacă $I \cap A_2 \neq \emptyset$, fie $x \in I \cap A_2$, deci $m(x) = 2a$, $m(x \cap u) = 0$, de unde $a \leqslant m(x \cup u) \leqslant 2a$, adică $m(x \cup u) = 2a$ şi prin 7° $m(x \cup u) + m(x \cap u) = m(x) + m(u)$, deci $2a = 2a + m(u)$, adică $m(u) = 0$, în contradicţie cu ipoteza $m(u) = a$. Similar pentru $\mathcal{J} \cap A_2$.

d) I şi $\mathcal{J}$ sînt ideale maximale.

Fie $x \in I$, $y \in I$, deci $m(x \cap u) = 0$, $m(y \cap u) = 0$, de unde: $m[u \cap (x \cup y)] = m[(u \cap x) \cup (u \cap y)] = m(u \cap x) - m(u \cap y) - m(u \cap x \cap y)$, adică $0 \leqslant m[u \cap (x \cup y)] = -m(u \cap x \cap y) \leqslant 0$, deci $m[u \cap (x \cup y)] = 0$ şi $x \cup y \in I$. Apoi $x \in I$ şi $y \leqslant x \to y \cap u \leqslant x \cap u$, deci $0 \leqslant m(y \cap u) \leqslant m(x \cap u) = 0$, adică $m(y \cap u) = 0$ şi $y \in I$ şi prin urmare I este ideal.

Dacă $x \overline{\in} I$, atunci $m(x) = a$ sau $m(x) = 2a$ (deoarece prin proprietatea b) $A_0 \subset I$). Dacă $m(x) = a$, $m(x') = a$ şi $m(u) = m(u \cap x) + m(u \cap x') \to a = m(u \cap x) + m(u \cap x')$. Cum $m(u \cap x) \leqslant m(u) = a$ implică $m(u \cap x) = a$ (altfel $x \in I$), rezultă $m(u \cap x') = 0$, deci $x' \in I$. Deci pe baza unei proprietăţi cunoscute [1, p. 15] rezultă că I este maximal şi similar pentru $\mathcal{J}$.

În rezumat, dacă în B este definită măsura $m(x)$ cu valorile $0 < a < 2a$, atunci: a) $A_0 = \{x/m(x) = 0\}$ este un ideal; b) $A_2 = \{x/m(x) = 2a\}$ este un filtru; c) există două ideale maximale I, $\mathcal{J}$ cu proprietăţile: $I \cap \mathcal{J} = A_0$, $C(I \cup \mathcal{J}) = CI \cap C\mathcal{J} = A_2$ şi $m(x) = a$, dacă $x \in (I \cup \mathcal{J}) - (I \cap \mathcal{J})$. ($CI$ înseamnă mulţimea complementară a lui I etc.).

Reciproc, fie I, $\mathcal{J}$ ideale maximale; $I \cap \mathcal{J}$ va fi un ideal, iar $CI \cap C\mathcal{J}$ va fi un filtru. Într-adevăr $x \in CI \cap C\mathcal{J} \to x' \in I \wedge x' \in \mathcal{J}$ (prin maximalitate), deci $x' \in I \cap \mathcal{J}$ şi $x, y \in CI \cap C\mathcal{J} \to x', y' \in I \cap \mathcal{J} \to x' \cup y' \in I \cap \mathcal{J} \to (x' \cup y') = x \cap y \in CI \cap C\mathcal{J}$ şi similar $x \cup y \in CI \cap C\mathcal{J}$; apoi $x \in CI \cap C\mathcal{J}$

şi $u \geqslant x \to u' \leqslant x' \in I \cap \mathcal{J} \to u' \in I \cap \mathcal{J} \to u \in CI \cap C\mathcal{J}$. Definim acum $m(x)$ în modul următor:

$$m(x) = \begin{cases} 0 \text{ dacă } x \in I \cap \mathcal{J}, \\ a \text{ dacă } x \in CI \cap \mathcal{J}, \\ a \text{ dacă } x \in I \cap C\mathcal{J}, \\ 2a \text{ dacă } x \in CI \cap C\mathcal{J}. \end{cases}$$

$m(x)$ este evident definită pentru toate elementele şi satisface la proprietatea 1°; apoi avem următoarele cazuri posibile:

a) $x \in I \cap \mathcal{J}$, y oarecare; $x \cap y \in I \cap \mathcal{J}$, deci $m(x \cap y) = 0$ şi dă $m(x \cup y) = m(x) + m(y) = 0$, adică 7°.

b) $x, y \in CI \cap \mathcal{J}$; CI fiind filtru şi $\mathcal{J}$ ideal rezultă $x \cap y \in CI$, $x \cap y \in \mathcal{J}$, deci $x \cap y \in CI \cap \mathcal{J}$ şi deci $\neq 0$;

c) $x \in CI \cap \mathcal{J}$, $y \in I \cap C\mathcal{J}$; $x \cap y \leqslant x \to x \cap y \in \mathcal{J}$ şi similar $x \cap y \in I$, deci $m(x \cap y) = 0$, iar $x \cup y \in CI \cap C\mathcal{J}$ şi deci $2a = m(x \cup y) = m(x) + m(y)$;

d) $x \in I \cap C\mathcal{J}$, $y \in CI \cap C\mathcal{J}$; $x \cup y \geqslant x$, $y \to x \cup y \in CI \cap C\mathcal{J} \to m(x \cap y) = 2a$; $x \cap y = x \to x \cap y \in C\mathcal{J}$, $x \cap y \in I$ deci $x \cap y \in I \cap C\mathcal{J}$, $x \cap y \neq 0$ (de altfel $m(x \cup y) + m(x \cap y) = 2a + a = m(y) + m(x)$).

e) $x, y \in CI \cap C\mathcal{J} \to x \cap y$, $x \cup y \in CI \cap C\mathcal{J}$, deci $x \cap y \neq 0$ (de altfel $m(x \cap y) = m(x \cup y) = m(x) = m(y) = 2a$, deci $m(x \cap y) + m(x \cup y) = m(x) + m(y)$).

Celelalte cazuri sînt simetrice cu acestea şi raţionamente similare se pot face pentru cazul unei măsuri cu 4 valori, ajungîndu-se la

Propoziţia II. *Fie B o algebră Boole, I şi $\mathcal{J}$ două ideale maximale ale ei. O măsură $m(x)$ cu 3 valori $0 < a < 2a$, respectiv 4 valori $0 < a < b < a + b$ se obţine luînd*

$$m(x) = \begin{cases} 0 \text{ dacă } x \in I \cap \mathcal{J}, \\ a \text{ dacă } x \in CI \cap \mathcal{J}, \\ a \text{ dacă } x \in I \cap C\mathcal{J}, \\ 2a \text{ dacă } x \in CI \cap C\mathcal{J}, \end{cases} \quad \text{respectiv } m(x) = \begin{cases} 0 \text{ dacă } x \in I \cap \mathcal{J}, \\ a \text{ dacă } x \in CI \cap \mathcal{J}, \\ b \text{ dacă } x \in I \cap C\mathcal{J}, \\ a+b \text{ dacă } x \in CI \cap C\mathcal{J} \end{cases}$$

şi reciproc.

4. Fie B o algebră Boole oarecare şi $I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n$ ideale maximale ale ei. Introducem următoarele notaţii:

$$\mathcal{J}_0 = I_1 \cap I_2 \cap \ldots \cap I_n, \quad \mathcal{J}_1 = CI_1 \cap I_2 \cap \ldots \cap I_n, \ldots, \mathcal{J}_n = I_1 \cap I_2 \cap \ldots \cap$$

(1)

$$\cap I_{n-1} \cap CI_n, \quad \mathcal{J}_{12} = CI_1 \cap CI_2 \cap I_3 \cap \ldots \cap I_n, \ldots, \mathcal{J}_{12\ldots n} = CI_1 \cap CI_2 \cap \ldots \cap CI_n.$$

Următoarele proprietăţi sînt uşor de stabilit:

a) $\mathcal{J}_0$ este ideal şi $\mathcal{J}_{12\ldots n}$ filtru; $CI_1, \ldots, CI_n$ sînt filtre maximale.

b) Cele 2^n mulţimi $\mathcal{J}$ sînt disjuncte două cîte două şi reuniunea lor este B.

c) Fie $\alpha, \beta, \ldots$, simboale de numerotare a mulţimilor $\mathcal{J}$; dacă $x \in \mathcal{J}_\alpha$, $y \in \mathcal{J}_\beta$ şi $\mathcal{J}_\alpha$, $\mathcal{J}_\beta$ au un factor comun CI_m, atunci $x \cap y \subset CI_m$, deci $x \cap y \neq 0$; dacă prin numerotarea convenabilă a factorilor avem:

$$\mathcal{J}_\alpha = I_1 \cap \ldots \cap I_p \cap I_{p+1} \cap \ldots \cap I_q \cap CI_{q+1} \cap \ldots \cap CI_n,$$

$$\mathcal{J}_\beta = I_1 \cap \ldots \cap I_p \cap CI_{p+1} \cap \ldots \cap CI_q \cap I_{q+1} \cap \ldots \cap I_n$$ şi $x \in \mathcal{J}_\alpha$, $y \in \mathcal{J}_\beta$, atunci

$$x \cap y \in I_1 \cap I_2 \cap \ldots \cap I_n,\ x \cup y \in I_1 \cap \ldots \cap I_p \cap CI_{p+1} \cap \ldots \cap CI_q \cap CI_{q+1} \cap \cap \ldots \cap CI_n.$$

Fie $a_1, a_2, \ldots, a_n$, numere date $\geqslant 0$. Punem

$$(2) \qquad m(x) = \begin{cases} 0 & \text{dacă } x \in \mathcal{J}_0, \\ a_i & \text{dacă } x \in \mathcal{J}_i, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \\ a_i + a_j & \text{dacă } x \in \mathcal{J}_{ij}, \\ a_{i_1} + a_{i_2} + \cdots + a_{i_k} & \text{dacă } x \in \mathcal{J}_{i_1 i_2 \ldots i_k}, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \\ a_1 + a_2 + \cdots + a_n & \text{dacă } x \in \mathcal{J}_{12\ldots n}; \end{cases}$$

$m(x)$ este o măsură cu un număr finit de valori. Este suficient a verifica proprietatea 2° pentru $x \cap y \in y \mathcal{J}_0$. Atunci este necesar ca $x \in \mathcal{J}_{i_1 i_2 \ldots i_k}$, $y \in \mathcal{J}_{j_1 j_2 \ldots j_l}$ indicii i şi j fiind distincţi doi cîte doi, în care caz $x \cup y \in \mathcal{J}_{i_1 \ldots i_k j_1 \ldots j_l}$, de unde, după definiţia funcţiei $m(x)$, $m(x \cup y) = a_{i_1} + \ldots + a_{i_k} + a_{j_1} + \ldots + a_{j_l}$, $m(x) = a_{i_1} + \ldots + a_{i_k}$, $m(y) = a_{j_1} + \ldots + a_{j_l}$, adică $m(x \cup y) = m(x) + m(y)$, şi $m(x)$ este o măsură, de unde:

P r o p o z i ţ i a III. *Dacă B este o algebră Boole şi $I_1, I_2, \ldots, I_n$ ideale maximale ale ei, formulele* (2) *definesc o măsură (avînd cel mult 2^n valori distincte), mulţimile $\mathcal{J}$ fiind definite prin* (1).

Construcţia se poate extinde la un ansamblu oarecare I_k de ideale maximale. Formăm $\bigcap_k I_k$, $\bigcap_{k \neq l} I_k \cap CI_l, \ldots, \bigcap_k CI_k$ şi punem: 0, dacă $x \in \bigcap_k I_k$, $m(x) = u_{l_1} + u_{l_2} + \ldots$ dacă $x \in \bigcap_{k \neq l_1, l_{21}} I_k \cap CI_{l_1} \cap CI_{l_2} \cap \ldots$, unde $u_{l_1} + u_{l_2} + \ldots$ se înlocuieşte cu valoarea ei în cazul finit, cu suma seriei în cazul numărabil cu seria convergentă şi cu $+\infty$ în celelalte cazuri. Se obţine o măsură care ia şi valoarea $+\infty$.

5. *Observaţii.*

a) În algebra Boole de ordin 8 cu atomii p_1, p_2, p_3 există măsuri cu 1 pînă la 8 valori, definite după cum urmează:

I. $m(x) = 0$ pentru orice x (o valoare);

II. $m(p_1) = m(p_1 \cup p_2) = m(p_1 \cup p_2 \cup p_3) = k$, $m(x) = 0$ pentru alţi x (două valori);

III. $m(0) = 0$, $m(p_1) = m(p_2) = a$, $m(p_3) = 0$, (3 valori: $0, a, 2a$);

IV. $m(0) = 0$, $m(p_1) = a$, $m(p_2) = b$, ($a < b$, 4 valori: $0, a, b, a + b$);

V. $m(p_1) = m(p_2) = a$, $m(p_3) = 2a$, $m(0) = 0$, (5 valori: $0, a, 2a, 3a, 4a$);

VI. $m(0) = 0$, $m(p_1) = m(p_2) = a$, $m(p_3) = b$, ($a < b$, 6 valori: $0 < a < b < 2a < a + b < 2a + b$);

VII. $m(0) = 0$, $m(p_1) = a$, $m(p_2) = b$, $m(p_3) = a+b$, ($a<b$, 7 valori: $0 < a < b < a + b < 2a + b < a + 2b < 2a + 2b$);

VIII. $m(0) = 0$, $m(p_1) = a$, $m(p_2) = b$, $m(p_3) = c > a+b$, (8 valori: 0, a, b, c, $a + b$, $a + c$, $b + c$, $a + b + c$).

O verificare ceva mai lungă arată că într-o algebră Boole cu 16 elemente se pot realiza măsuri cu 1, 2,..., 16 valori. Pe baza acestui material faptic enunţăm următoarea conjectură:

(3) *În algebra Boole cu 2^n elemente se poate realiza orice măsură cu 1, 2,..., 2^n valori distincte.*

b) Reciproca propoziţiei III este plauzibilă, însă eventuala ei demonstraţie este dificilă din cauza complicaţiei structurii aritmetice a valorilor unei măsuri (observaţie valabilă şi pentru conjectura de mai sus). Cum orice algebră Boole de ordin infinit admite o infinitate de ideale maximale — consecinţă a teoremei de reprezentare a lui Stone — rezultă următoarele:

(4) *Dacă reciproca propoziţiei III este adevărată, atunci în oricare algebră Boole de ordin infinit se poate realiza orice măsură posibilă cu un număr finit de valori.*

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Sikorski R., *Boolean Algebras.* Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, Neue Folge, H. *25*, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1960, IX + 176 S.

ЧИСЛОВЫЕ МЕРЫ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ ВЕЛИЧИН В БУЛЕВЫХ АЛГЕБРАХ

(Резюме)

Доказываются следующие предположения:

I. *Каково бы не было целое число $n > 0$, существуют булевы алгебры конечного порядка допускающие меру с n значениями. Алгебра порядка 2^n также допускает меру с 2^n значениями.*

I. *Пусть B является булевой алгеброй, I и $\mathcal{J}$ ее два максимальные идеала. Получается мера с 3-мя значениями $0 < a < 2a$, соответственно, с 4-мя значениями $0 < a < b < a + b$ считая что:*

$$m(x) = \begin{cases} 0 & \text{если } x \in I \cap \mathcal{J}, \\ a & \text{если } x \in CI \cap \mathcal{J}, \\ a & \text{если } x \in I \cap C\mathcal{J}, \\ 2a & \text{если } x \in CI \cap C\mathcal{J}, \end{cases} \quad \text{соответственно } m(x) = \begin{cases} 0 & \text{если } x \in I \cap \mathcal{J}, \\ a & \text{если } x \in CI \cap C\mathcal{J}, \\ b & \text{если } x \in I \cap C\mathcal{J}, \\ a+b & \text{если } x \in CI \cap C\mathcal{J}; \end{cases}$$

CI означает дополнительное множество I и т. д.

Замечание. Если $m(x)$ имеет три различные значения, они обязательно будут $0, a, 2a$.

III. *Если B является булевой алгеброй и* $I_1, \ldots, I_n$ *максимальные этого B, то формулы* (2) *определяют меру (имея не больше чем* 2^n *различных значений), множество* $\mathfrak{J}$ *будучи определено через* (1).

Оглашаются наконец следующие гипотезы:

(3) *Можно определить в булевой алгебре с* $2n$ *элементами меру с* $1,2,\ldots$ *соответственно,* 2^n *значениями.*

(4) *Если обратная теорема III является верной, тогда в любой булевой алгебре бесконечного порядка можно реализовать любую возможную меру с конечным числом значений.*

Сложная арифметическая структура меры с n значениями затрудняет любую попытку доказать (3), или обратное предложение III, но формулы I ... VII из § 5 указывают, что (3) действительна для $n = 3$ и автор проверил также случай с $n = 4$.

MESURES NUMÉRIQUES À UN NOMBRE FINI DE VALEURS DANS LES ALGÈBRES DE BOOLE

(Résumé)

On démontre les propositions suivantes:

I. *Quel que soit l'entier* $n > 0$, *il existe des algèbres de Boole, d'ordre fini qui admettent une mesure à n valeurs. Une algèbre d'ordre* 2^n *admet aussi une mesure à* 2^n *valeurs.*

II. *Soit B une algèbre de Boole, I et* $\mathfrak{J}$ *deux idéaux maximaux de B. On obtient une mesure à* 3 *valeurs* $0 < a < 2a$ *respectivement à* 4 *valeurs* $0 < a < b < a+b$ *en posant:*

$$m(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \in I \cap \mathfrak{J}, \\ a \text{ si } x \in CI \cap \mathfrak{J}, \\ a \text{ si } x \in I \cap C\mathfrak{J}, \\ 2a \text{ si } x \in CI \cap C\mathfrak{J}, \end{cases} \quad \text{respectivement } m(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \in I \cap \mathfrak{J}, \\ a \text{ si } x \in CI \cap \mathfrak{J}, \\ b \text{ si } x \in I \cap C\mathfrak{J}, \\ a+b \text{ si } x \in CI \cap C\mathfrak{J}; \end{cases}$$

CI désigne l'ensemble complémentaire de I, etc.

Observation. Si $m(x)$ a 3 valeurs distinctes, elles sont nécessairement $0, a, 2a$.

III. *Si B est une algèbre de Boole et* $I_1, \ldots, I_n$ *des idéaux maximaux de B, les formules* (2) *définissent une mesure (ayant au plus* 2^n *valeurs distinctes), les ensembles* $\mathfrak{J}$ *étant définis par* (1).

On énonce enfin les conjectures suivantes:

(3) *On peut définir dans l'algèbre de Boole à* 2^n *éléments une mesure à* $1, 2, \ldots$, *respectivement à* 2^n *valeurs.*

(4) *Si la réciproque de la proposition III est vraie, alors dans toute algèbre de Boole d'ordre infini on peut réaliser toute mesure possible à un nombre fini de valeurs.*

La structure arithmétique compliquée d'une mesure à n valeurs rend tout essai de démonstration de (3) ou de la réciproque de III assez difficile, mais les formules I...VIII du § 5 montrent que (3) est vraie pour $n = 3$ et l'Auteur a aussi vérifié le cas $n = 4$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 517.946.7 ; 517.63

К ЗАДАЧЕ МНОГОМЕРНОГО СИМВОЛИЧЕСКОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ОСНОВАННОГО НА ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЛАПЛАСА С КОНЕЧНОЙ ОБЛАСТЬЮ ИНТЕГРИРОВАНИЯ (I)

Д. МАНЖЕРОН и А. Ф. ШЕСТОПАЛ

Академику А. Н. КОЛМОГОРОВУ
к 60-тилетию со дня рождения

1. В ряде работ первого из авторов [1], весьма положительно оцененных, напр., в хорошо известной монографии Л. Поли и П. Дельрю [2], посвященной двумерному символическому исчислению и его приложениям, была установлена, в частности, серия теорем основанных на плодотворном — введенном М. Пиконе [3] — понятии „многомерного преобразования Лапласа с конечной областью интегрирования", касающихся задач Коши для линейных негомогенных уравнений в частных производных четвертого порядка вида:

$$a_{40}(x)\left[\partial^4 u(x,t)/\partial x^4\right] + a_{31}(x)\left[\partial^4 u(x,t)/(\partial x^3\,\partial t)\right] + \\ + \cdots a_{00}(x)u(x,t) = f(x,t), \tag{1}$$

где $a_{rs}(x)$ — непрерывные в некотором открытом интервале I переменные коэффициенты.

Повсемерное углубление технических задач, указывающих на необходимость детального изучения их математических схематизаций, представляющих собою, во многих случаях, системы уравнений в частных производных высшего порядка[1]), привело авторов к рассмотрению, с точки зрения многомерного символического исчисления, осно-

[1]) Здесь можно цитировать, напр., недавно исследованную акад. Груз. ССР О. Д. Ониашвили методом акад. И. Н. Векуа [4] и вариационным методом, систему дифференциальных уравнений в частных производных высшего порядка вида:

$$\text{(a)} \qquad \nabla^4\varphi/(E\delta) - R\,(\partial^2 w/\partial\alpha^2) = 0, \qquad R\,(\partial^2\varphi/\partial\alpha^2) + D\nabla^4 w + (\gamma\delta/g)\,R^4\,(\partial^2 w/\partial t^2) = 0,$$

соответствующую некоторым динамическими задачам теории тонких оболочек и уже использованную первым из авторов в связи с разработанными им задачами динамического программирования [5], [6].

ванного на преобразовании Лапласа с конечной областью интегрирования, некоторых классов граничных задач интересующих современную инженерную и физическую практику.

2. В настоящей заметке приводится, на основании преобразования:

$$(2)\qquad \int_0^{T(x)} e^{\lambda[T(x)-t]}\, u(x,t)\,dt = u^*(x,\lambda),$$

где $T(x)$ — функция одной переменной x, постоянного знака в открытом интервале I, с граничными точками x_1 и x_2, конечного или бесконечного, предполагаемая положительной и регулярной по отношению к уравнениям любого порядка n, в частных производных, вида:

$$(3)\qquad \sum a_{rs}(x)\,\frac{\partial^{r+s}u(x,t)}{\partial x^r\,\partial t^s} = f(x,t), \quad (0 \leqslant r+s \leqslant n),$$

где: n — натуральное число, r, s — целые неотрицательные числа, $a_{rs}(x)$ — известные функции действительного переменного x, непрерывные в I, одна из установленных теорем единственности и одна из формул мажорируемости и указываются затем, в ряде замечаний, главные направления последующе рассматриваемых задач, частично уже исследованных, по установленному М. Пиконе направлению, в рамках многомерных эллиптических операторов, Л. Америо, А. Гиццетти, С. Фаедо [7]...[9] и другими авторами.

Из уравнения (3), имея в виду преобразование Лапласа с конечной областью интегрирования (2), получаем:

$$(4)\qquad \sum a_{rs}(x) \int_0^{T(x)} e^{\lambda[T(x)-t]}\,\frac{\partial^{r+s}u(x,t)}{\partial x^r\,\partial t^s}\,dt = \int_0^{T(x)} e^{\lambda[T(x)-t]}\,f(x,t)\,dt.$$

Откуда, рассматривая обобщенные граничные задачи Коши, характеризуемые условиями:

$$(5)\qquad \sum_{h=1}^{n-s}\sum_{i=0}^{n-h-s} a_{i,h+s}\left[\frac{\partial^{i+h-1}u(x,t)}{\partial x^i\,\partial t^{h-1}}\right]_{t=0} = \psi_s(x),$$

где $\psi_s(x)$ — известные функции единственной переменной x, причем $s=0,1,\ldots,\nu-1$; ν — максимальный порядок дифференцирования по отношению к действительной переменной t входящий в уравнение (3), получаем *преобразованное* данного уравнения *уравнение*:

$$(6)\qquad a_{n,0}\frac{d^n u^*}{dx^n} + \sum_{k=1}^{n}\left[a_{n-k,0} + \sum_{r=1}^{k}\lambda^r(a_{n-k,r} - B_{n-k,r})\right]\frac{d^{n-k}u^*}{dx^{n-k}} =$$

$$= \sum_{h=0}^{n-1}\sum_{t=0}^{n-h-1} X_h^{(t)} \sum_{k=h+1}^{n-t} B_{t,k}\,\lambda^{k-h-1} + e^{\lambda T}\sum_{s=0}^{\nu-1}\lambda^s\psi_s(x) + f^*(x,\lambda).$$

Введенные в (6) символы имеют следующие значения:

$$f^*(x,\lambda) = \int_0^{T(x)} e^{\lambda[T(x)-t]} f(x,t)\,dt, \tag{7}$$

$$X_h^{(s)} = d^s X_h / dx^s = \{d^s [(\partial^h u/\partial t^h)] / dx^s\}_{t=T(x)}, \tag{8}$$

$$(h = 0, 1, \ldots, \nu - 1;\ s = 0, 1, \ldots, n - h - 1),$$

$$B_{n-k,\,r} = \sum_{t=1}^{k} \binom{n-k+t}{t} \sum_{l=0}^{k-t} a_{n-k+t,\,l}\, C_{r-l-1,\,t-1}, \tag{9}$$

где $C_{l,i}$ — коэффициент $\lambda(l+1)$-ной степени входящий в выражение функции $P_i[\lambda T'(x)]$, определяемой рекуррентным соотношением:

$$P_i = (P_{i-1})' - \lambda T' P_{i-1}, \quad P_0 = \lambda T'(x), \quad (i = 1,2,\ldots), \tag{10}$$

интересным также и с точки зрения специальных свойств многочленов P_j, получаемых подстановкой $\lambda T' \equiv x$.

Пусть $A_i(x,\lambda)$ — коэффициент производной i-го порядка u^* в левой части (6). Вводя обозначения:

$$V(x,\lambda) = \sum_{h=0}^{n-1} \sum_{t=0}^{n-h-1} X_h^{(t)} \sum_{k=h+1}^{n-t} B_{t,k}\, \lambda^{k-h-1}, \tag{11}$$

$$\Phi(x,\lambda) = e^{\lambda T} \sum_{s=0}^{\nu-1} \lambda^s \psi_s(x), \tag{12}$$

получаем окончательно — на основании преобразования Лапласа-Пиконе — обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\sum_{i=0}^{n} A_i(x,\lambda) \frac{d^i u^*}{dx^i} = V(x,\lambda) + \Phi(x,\lambda) + f^*(x,\lambda), \tag{13}$$

с располагаемыми для некоторых дополнительных условий функциями $X_0, X_1, \ldots, X_{\nu-1}$.

Имеет место следующая

Теорема единственности. *Пусть $T(x)$ — определимая, регулярная и положительная в I функция, такая, что каждое решение $u_0(x,t)$ уравнения*:

$$\sum a_{rs}(x) \frac{\partial^{r+s} u(x,t)}{\partial x^r\, \partial t^s} = 0 \tag{14}$$

регулярно в области $\mathcal{T}(T)$ плоскости (x,t), для которой $x \in I$ и $0 \leqslant t \leqslant T(x)$ (т. е. $u_0 \in \Gamma_0$ [3] конечно и непрерывно со всеми своими частными производными фигурирующими в рассматриваемом уравнении, а также и со всеми возможными частными производными получаемыми дифференцированием первых) *и удовлетворяет гомогенным начальным условиям*:

$$\sum_{h=1}^{n-s}\left[\sum_{i=0}^{n-h-s} a_{i,\,h+s}\left[\frac{\partial^{i+h-1}u(x,t)}{\partial x^i\,\partial t^{h-1}}\right]_{t=0}\right]=0. \tag{15}$$

Следует, что преобразованная функция u_0^*, *удовлетворяющая уравнению*

$$\sum_{i=0}^{n} A_i(x,\lambda)\frac{\mathrm{d}^i u^*}{\mathrm{d}x^i}=V(x,\lambda), \tag{16}$$

ограничена в I, *для достаточно больших положительных чисел* λ, *мажорированием вида*:

$$|u_0^*(x,\lambda)|<K(x)\lambda^{p(x)}, \tag{17}$$

где $K(x)$ *и* $p(x)$ — *действительные и конечные функции* x *в области* $\mathfrak{F}(T)$, *а искомое регулярное решение и дифференциальной системы* (3), (5) *единственно и принадлежит множеству* Γ [3].

Мажорированию вида (17) соответствует, напр., следующая.

Теорема мажорируемости. *Для каждого регулярного решения системы уравнений* (16) *и*

$$\lim_{x\to x_1}(\mathrm{d}^i u^*/\mathrm{d}x^i)=\lim_{x\to x_2}(\mathrm{d}^i u^*/\mathrm{d}x^i)=0, \tag{18}$$
$$(i=0,1,\ldots,(n-r)/2,\ n\ -\ \text{четное}),$$

или же

$$\lim_{x\to x_1}(\mathrm{d}^i u^*/\mathrm{d}x^i)=\lim_{x\to x_2}(\mathrm{d}^i u^*/\mathrm{d}x^i)=0,$$
$$\lim_{x\to x_1}(\mathrm{d}^{(n-1)/2}u^*/\mathrm{d}x^{(n-1)/2})=\lim_{x\to x_2}(\mathrm{d}^{(n-1)/2}u^*/\mathrm{d}x^{(n-1)/2}), \tag{19}$$
$$(i=0,\ 1,\ldots,(n-3)/2,\ n\ -\ \text{нечетное}),$$

и для положительных и достаточно завышенных значений λ, *имеет место, в* I, *следующая формула мажорируемости:*

$$\max|u^*|<K\lambda^{\nu-1},\quad K=\text{const.}, \tag{20}$$

как только удовлетворяются неравенства:

$$a_{n,0}\geqslant 0,\quad (-1)^i(a_{2i,\,n-2i}-B_{2i,\,n-2i})>0, \tag{21}$$

($i=0,\ 1,\ldots,(n-2)/2$ *при четном* n; $i=0,\ 1,\ldots\ (n-1)/2$ *при нечетном* n).

Если $T(x)\equiv\tau$, *при* τ — *положительном постоянным, формула мажорируемости* (20) *имеет место при условиях:*

$$a_{n,0}\geqslant 0,\quad (-1)^n a_{2i,\,n-2i}>0, \tag{22}$$

причем индекс i *определяется* (21).

3. Исследуемые последующе задачи, основанные на одномерном или же многомерном преобразовании Лапласа-Пиконе, выписанного напр., в упрощенном, соответствующем $n=2$, виде:

$$(23) \qquad F^{\star}(z, \nu) = \int_{a}^{b}\int_{c}^{d} F(t, \tau)\, e^{-(zt+\nu\tau)} dt\, d\tau,$$

переписываемым в символическом исчислении:

$$(24) \qquad F(t, \tau) \supset F^{\star}(z, \nu),$$

характеризуются, как уже отмечалось в [2, стр. 49—50], следующими весьма важными чертами:

а) Связывая, некоторым приемом, сводящимся к формуле Грина, значения искомой функции u со значениями ее производных на границе оперируемой области и оставляя неопределенными некоторые из этих значений, получается без интегрирования, при удовлетворении весьма общих граничных условий (напр., вида (5)), преобразование искомой функции:

$$(25) \qquad u(x, y) \supset N(p, q)/D(y, q).$$

Используя факт того, что преобразованная функция голоморфна для любых положительных больших значений p и q выводятся необходимые (а зачастую и достаточные) условия для вычисления оставленных еще неопределенными величин, соответствующие условиям существования некоторых общих корней числителя и знаменателя (25).

б) Конечность интервала определимости приводит всегда к существованию преобразованной функции, причем эта функция целая по отношению к переменным p, q (при $n = 2$), (23). Этот факт приводит к новым условиям (зачастую даже в бесконечном числе), позволяющим определять фундаментальные функции с последующим разложением решения в ряды.

В последующих заметках, некоторые из этих разложений будут связаны с рядом задач первого и второго из авторов [10], [11] или же некоторыми обобщенными граничными задачами акад. И. Н. Векуа, решенными Л. Америо при помощи преобразования Пиконе в случае уравнения Пуассона [7], или же К. Толотти в случае уравнений упругости для прямоугольного параллелипипеда [12] и др.

Поступила 1 III 1963 г.

Ясский политехнический институт,
Кафедра математики II
и
Академия Наук УССР,
Киев, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Mangeron D., Rend. Accad. d'Italia, s. 7, 1939, **1**, *1*, pp. 1—9.
2. Poli L., Delerue P., *Le calcul symbolique à deux variables et ses applications.* Mémorial des Sciences math, vol. **CXXVII**, Gauthier-Villars, Paris, 1954
3. Picone M., Atti R. Accad. Sci. Torino, 1939—40, **75**, pp. 413—437.
4. Ониашвили О. Д., *Некоторые динамические задачи теории оболочек.* АН Груз. ССР и АН СССР, М., 1957.
5. Mangeron D., C. r. Ac. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 2894—2896.
6. — Comun. Acad. R. P. R., 1963, **XIII**, *8*, pp. 665—670.
7. Amerio L., Am. J. Math., 1947, **69**, pp. 447—489.

8. Ghizzetti A., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1948, **XVII**, pp. 39—74.
9. Faedo S., Rend. Accad. d'Italia, s. 7, 1941, **2**, *9*, pp. 722—727.
10. Манжерон Д., Кривошеин Л. Е., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **7 (11)**, *3—4*, pp. 27—42.
11. Шестопал А. Ф., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi, (в печати).
12. Tolotti C., Rend. Accad. d'Italia, s. 7, 1940, **1**, *10*, pp. 62—68.

SUR LE PROBLÈME DU CALCUL SYMBOLIQUE À PLUSIEURES DIMENSIONS FONDÉ SUR LA TRANSFORMATION DE LAPLACE À L'INTERVALLE DE DÉFINITION LIMITÉ (I)

(Résumé)

On expose le théorème d'unicité et celui de majoration concernant l'équation (3), tout en tenant compte de la transformation (2).

L'équation transformée (6) permet l'élaboration ultérieure des extensions des résultats établits dans [1] relatifs aux solutions des problèmes de Cauchy et d'autres encore concernant l'équation (1).

ASUPRA PROBLEMEI DE CALCUL SIMBOLIC MULTIDIMENSIONAL BAZAT PE TRANSFORMATA LAPLACE CU INTERVALUL DE INTEGRAŢIE FINIT (I)

(Rezumat)

Se expune teorema de unicitate şi teorema de majoraţie relative la ecuaţia (3) şi transformata Laplace cu intervalul de integraţie finit (2).

Ecuaţia transformată (6) permite elaborarea ulterioară a extensiunilor rezultatelor stabilite în [1] relative la soluţiile problemei lui Cauchy pentru ecuaţia (1).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

D.C. 517.92

THE LOCAL UNIQUENESS AND SUCCESSIVE APPROXIMATIONS

BY

M. RAMA MOHANA RAO

1. Osgood's criterion for the uniqueness of the initial value problem of ordinary differential equations has a dual in which the local problem of uniqueness becomes replaced by a non-local problem of existence. In the sequel, another dual of Osgood's theorem will be exhibited, one which replace's the local problem of uniqueness of the solutions by the local problem of the convergence of the process of successive approximations. B. Viswanatham [1] and Coddington-Levinson [2] proved the convergence of successive approximations with the additional assumption of monotonicity. The same problem was considered by F. Brauer and S. Sternberg [3] without assuming the monotonocity under set of conditions which are the generalisations of Coddington-Levinson (*op. cit.*). The statement by Brauer and Sternberg that monotonicity is not required is in error. In fact, this question is still open. In [4] for justifying their proof, they have added a further condition. Even so, the monotonicity condition seems to be indispensable.

The object of this paper is to establish the convergence of successive approximations which are generalisations again with an additional condition of monotonicity.

2. Consider the diferential system :

$$x'(t) = f(x,t), \quad x(0) = 0, \quad (' = \mathrm{d}/\mathrm{d}t), \tag{2.1}$$

where x and f are n dimensional vectors.

Let $\Phi(x,t)$ be a function, defined for vectors x and real t with non-negative real values, which is continuous in (x, t), has one sided partial derivatives with respect to t and the components of x such that $\Phi(x,t) = 0$ implies $x = 0$. Let Φ_t, Φ_x be the partial derivatives of Φ with respect to t and x respectively and also obeys:

$$\Phi\left(\int_{t-h}^{t} \alpha\, \mu_j^{q-1}(s)\,[f(x_{j+1}(s),s) - f(x_j(s),s)]\,\mathrm{d}s, t\right) \leqslant \tag{2.2 a}$$

$$\leqslant \int_{t-h}^{t} \Phi_t(\mu_j^q(s),s)\,\mathrm{d}s + \int_{t-h}^{t} \alpha\,\mu_j^{q-1}(s)\,\Phi_x(\mu_j^q(s),s)\,[f(x_{j+1}(s),s) - f(x_j(s),s)]\,\mathrm{d}s$$

and

$$\Phi(\max(t_1, t_2), x_{j+1} + x_j) \leqslant \Phi(x_{j+1}, t_1) + \Phi(x_j, t_2), \tag{2.2 b}$$

where $\alpha \geqslant 1$, for any continuous functions of f and $\mu_j = x_{j+1} - x_j$.

3. Theorem. *Let*

(i) $\omega(r, t)$ *be a continuous non-negative function defined* $r \geqslant 0$, $0 < t < b$ *and monotonic nondecreasing in* r *for each fixed* t;

(ii) $r(t) \equiv 0$ *be the only integral of the differential equation*:

$$r'(t) = \omega(r, t) \tag{3.1}$$

in the interval $0 \leqslant t \leqslant \beta$ *for any* β *in* $0 < \beta < b$ *which has the property*:

$$\lim_{t \to 0} r(t) = \lim_{t \to 0} [r(t)/t] = 0; \tag{3.2}$$

(iii) $f(x, t)$ *be continuous on a bounded region* $0 < t < b$, $\Phi(x, t) < 0$ *and*

$$\Phi_t(\mu_j^{\alpha}(t), t) + \alpha \mu_j^{\alpha - 1}(t) \Phi_x(\mu_j^{\alpha}(t), t) \, | f(x_{i+1}(t), t) - f(x_j(t), t) | \leqslant \leqslant \omega[\Phi(\mu_j^{\alpha}(t), t), t], \quad (j = 0, 1, \ldots), \tag{3.3}$$

then the successive approximations to the solution of the differential equation (2·1) *through* (0,0) *given by*:

$$x_{j+1}(t) = \int_0^t f(x_j(s), s)\, ds, \quad x_0(t) = 0, \tag{3.4}$$

converge to its unique solution.

Proof. It is easy to verify that since f is continuous and hence bounded, the sequence $x_j(t)$ of successive approximations is uniformly bounded and equicontinuous in the Euclidean norm on some interval. It follows that there is a sub-sequence $x_{jk}(t)$ which converges uniformly on this interval to the solution $x(t)$. Since:

$$x_{jk+1}(t) = \int_0^t f(x_{jk}(s), s)\, ds,$$

$x_{jk+1}(t)$ converges uniformly to a function $x^*(t)$. We shall prove:

$$\Phi(x_{j+1}(t) - x_j(t), t) \to 0 \tag{3.5}$$

on this interval which imply $x(t) = x^*(t)$, so that $x(t)$ is a solution of (2.1). Since the solution is unique, every convergent, sub-sequence converges to $x(t)$ and it follows that the original sequence converges to $x(t)$. Since this sequence is uniformly bounded and equi-continuous, the convergence is uniform in the Euclidean norm, which implies by the continuity of Φ, that $\Phi(x(t) - x_j(t), t)$ converges uniformly to zero on some interval.

To prove (3.5), since $\mu_j(t) = x_{j+1}(t) - x_j(t)$, therefore $\mu_j'(t) = x_{j+1}' - x_j'$ and let $m(t) = \limsup \Phi(\mu_j^\alpha(t), t)$ as $j \to \infty$, then $m(0) = 0$ and $m(t)$ is continuous, since it is upper limit of a uniformly bounded equicontinuous sequence of functions. We have:

$$\mu_j^\alpha(t) - \mu_j^\alpha(t-h) = \int_{t-h}^{t} \mathrm{d}(\mu_j^\alpha(s)) =$$

$$= \int_{t-h}^{t} \alpha \mu_j^{\alpha-1}(s) [f(x_{j+1}(s), s) - f(x_j(s), s)] \, \mathrm{d}s,$$

$$\Phi(\mu_j^\alpha(t) - \mu_j^\alpha(t-h), t) = \Phi\left(\int_{t-h}^{t} \alpha \mu_j^{\alpha-1}(s)[f(x_{j+1}(s), s) - f(x_j(s), s)] \mathrm{d}s, t \right) \leqslant$$

(3.6)

$$\leqslant \int_{t-h}^{t} \Phi_t \, \mu(\mu_j^\alpha(s), s) \, \mathrm{d}s + \int_{t-h}^{t} \alpha \mu_j^{\alpha-1}(s) \, \Phi_x(\mu_j^\alpha(s), s) \, | f(x_{j+1}(s), s) - f(x_j(s), s) | \, \mathrm{d}s \leqslant$$

$$\leqslant \int_{t-h}^{t} \omega [\Phi(\mu_j^\alpha(s), s), s] \, \mathrm{d}s$$

from (3.3) and (2.2 a).

Given any $\delta > 0$, there exists an integer $N(\delta)$ independent of s and j such that:

$$\Phi(\mu_j^\alpha(s), s) < m(s) + \delta, \quad j > N(\delta). \tag{3.7}$$

This follows from the fact that m is uniformly continuous and μ_j^α is equi-continuous. Since $\omega(r, t)$ is assumed monotone non-decreasing in r, therefore from (3.7):

$$\int_{t-h}^{t} \omega [\Phi(\mu_j^\alpha(s), s), s] \, \mathrm{d}s \leqslant \int_{t-h}^{t} \omega [m(s) + \delta, s] \, \mathrm{d}s;$$

using (3.7):

$$\Phi(\mu_j^\alpha(t) - \mu_j^\alpha(t-h), t) \leqslant \int_{t-h}^{t} \omega [m(s) + \delta, s] \, \mathrm{d}s, \quad j > N(\delta). \tag{3.8}$$

From the definition of $m(t)$ and (3.8), (2.2 b), it is easy to verify that:

$$m(t) - m(t-h) \leqslant \int_{t-h}^{t} \omega [m(s) + \delta, s] \, \mathrm{d}s. \tag{3.9}$$

Since $\omega(r, t)$ is continuous in r

$$\omega[m(s) + \delta, s] \to \omega[m(s), s,] \text{ as } \delta \to 0$$

and this together with (3.9):

$$m(t) - m(t-h) \leqslant \int_{t-h}^{t} \omega[m(s), s]\, ds. \tag{3.10}$$

This follows that:

$$m^*(t) = \lim \sup \{[m(t) - m(t-h)]/h\} \leqslant \omega[m(s), s]. \tag{3.11}$$

Let us now assume that there exists a $\varepsilon, 0 < \varepsilon < b$, such that $m(\varepsilon) > 0$. We can then find the minimum solution $k(t)$ of (3.1) through $(\varepsilon, m(\varepsilon))$ existing on some interval to the left of ε. We shall show that as far to the left of ε, that $k(t)$ exists, it must be such that:

$$0 < k(t) < m(t). \tag{3.12}$$

To prove this we observe that $k(t)$ must necessarily be positive, for otherwise if $k(t) = 0$ at a point, it could be continued to the interval $0 \leqslant t \leqslant \varepsilon$ as a solution of (3.1) and (3.2) and hence $k(t)$ must vanish identically.

Now consider the solution $k(t, e)$ of the equation:

$$r'(t) = \omega(r(t), t) + e, \quad k(\varepsilon) = m(\varepsilon), \tag{3.13}$$

which we know, exists for sufficiently small $e > 0$ as far to the left of ε as $k(t)$ exists. Moreover [5] $\lim_{e \to 0} k(t, e) = k(t)$.

Thus to prove (3.12), it suffies to prove that:

$$k(t, e) \leqslant m(t) \tag{3.14}$$

for all $e > 0$ and all solutions of (3.13). If this were false, there must be a least upper bound s of numbers $t < s$ for which (3.14) is not true. Since $m(\varepsilon) = k(\varepsilon) = k(\varepsilon, e)$ and the functions $m(t), k(t, e)$ are continuous, it follows:

$$m(\zeta) = k(\zeta, e), \quad m^*(\zeta) \geqslant k'(\zeta, e). \tag{3.15}$$

Thus inview of (3.11), (3.13) and (3.15):

$$\omega(m(\zeta), \zeta) + e = \omega(k(\zeta, e), \zeta) + \varepsilon \leqslant m^*(\zeta) \leqslant \omega[m(\zeta), \zeta]$$

and we arrive at a contradiction. This contradiction proves (3.14), which implies (3.13).

Now let $k(t)$ can be continuous to the whole interval as a solution of (3.1) subject to the inequality (3.12). Since $\lim_{t \to +0} m(t) = 0$, $\lim_{t \to +0} k(t) = 0$. We may define $k(0) = 0$. Again since $f(x, t)$ is continuous at the origin

$$|\mu_j(t)| = x_{j+1}(t) - x_j(t) | \leqslant \left| \int_0^t [f(x_j(s), s) - f(x_{j-1}(s), s)]\, ds \right| = \theta t,$$

when $0 < t < \delta$ for any $\theta > 0$ and δ is a small positive quantity.

Since Φ is continuous, this means that given any $e > 0$, we can find a $\delta > 0$ such that $\Phi(\mu_j^a(t), t) < et$ for $0 < t < \delta$. Thus $0 < m(t)/t < e$ for $0 < t < \delta$ and $\lim_{t \to 0} m(t)/t = 0$ which means $\lim_{t \to 0} k(t)/t = 0$. Thus $k(t)$ is a solutions of (3.1) satisfying (3.2) and hence is identically zero in $0 \leqslant t \leqslant \varepsilon$ contradicting the choice of $k(\varepsilon)$ for k is absolutely continuous function satisfying $k'(t) = \omega[k(t), t]$ and $\lim_{t \to 0} k(t) = \lim_{t \to 0} k(t)/t = 0$, although k is not identically zero on $0 \leqslant t \leqslant \varepsilon$. Therefore $m(\varepsilon) = 0$ for any ε, $0 < \varepsilon < b$ and this proves the theorem.

The results due to F. Brauer and S. Sternberg (*op. cit.*) referred to earlier is for a system of differential equations but with $\alpha = 1$.

Again putting $\Phi(x, t) = |x|$, (3.3) gives:

$$\alpha \mu_j^{a-1}(t) |f(x_{j+1}(t), t) - f(x_j(t), t)| \leqslant \omega[\mu_j^a(t), t]; \tag{3.16}$$

put $\alpha = 1$ in (3.16)

$$|f(x_{j+1}(t), t) - f(x_j(t), t)| \leqslant \omega[\mu_j(t), t]$$

we get the results of Coddington and Levinson (*op. cit.*).

Received the 10 VI 1962

Osmania University,
Hyderabad, India

REFERENCES

1. Viswanatham B., J. of Ind. Math. Soc., 1952, **16.**
2. Coddington E. A., Levinson N., J. of Ind. Math. Soc., 1952, **16.**
3. Brauer F., Sternberg S., Amer. J. of Math., 1958, **80.**
4. — Amer. J. of Math., 1959, **81.**
5. Kamke E. A., *Differential Gleichungen reeller Funktionen,* Springer - Verlag, Berlin, 1930.

ЛОКАЛЬНАЯ ЕДИНСТВЕННОСТЬ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ ПРИВЛИЖЕНИЯ

(Резюме)

Критерий единственности задачи начальных значений Осгуда, относящийся к обыкновенным дифференциальным уравнениям, допускает дуальную формулировку, в которую, вместо локальной задачи единственности, входит нелокальная задача существования.

Автор излагает другой дуальный критерий теоремы Осгуда, в котором локальная задача единственности решения заменяется локальной задачей сходимости процесса последовательных приближений.

В [1] доказывается сходимость последовательных приближений с добавочным допущением касающимся монотонности, а в [3], отказываясь от монотонности, водится ряд дополнительных условий обобщающих некоторые допущения [1].

Автор доказывает выше, в предположении монотонности, сходимость последовательных приближений задачи начальных значений для (2.1), где x и f — векторы n - измерений.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1845

UNICITATE LOCALĂ ŞI APROXIMAŢII SUCCESIVE

(Rezumat)

Criteriul lui Osgood de unicitate a problemei de valori iniţiale pentru ecuaţii diferenţiale ordinare admite o interpretare dual㠄 în care problema centrală de unicitate este înlocuită prin problema nelocală de existenţă.

Autorul expune un alt criteriu, dual al teoremei lui Osgood, în care problema locală de unicitate a soluţiilor este înlocuită prin problema locală de convergenţă a procesului de aproximaţii succesive.

B. Viswanatham [1] şi Coddington-Levinson [2] demonstrează convergenţa aproximaţiilor succesive făcînd o presupunere suplimentară relativă la monotonie. Aceeaşi problemă a fost considerată de F. Brauer şi S. Sternberg [3] fără a mai presupune monotonia, însă introducînd un şir de condiţii care constituie o extindere a acelora expuse de Coodington-Levinson (*op. cit.*) Afirmaţia lui Brauer şi Sternberg că monotonia nu este indispensabilă ese eronată. În realitate, această chestiune rămîne deschisă. În [4] aceşti autori, pentru a justifica demonstraţia lor, au mai introdus o condiţie suplimentară, care totuşi — după cît se pare — reclamă şi condiţia de monotonie.

În această Notă se demonstrează convergenţa aproximaţiilor succesive a problemei considerate relative la sistemul diferenţial (2.1), în care x şi f sînt vectori cu n dimensiuni, făcîndu-se ipoteza adiţională de monotonie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 517.921

PROBLEME DE REGULARITATE ÎN LEGĂTURĂ CU TEOREMELE DE EXISTENȚĂ DE TIP MASSERA-SCHÄFFER

DE

ADRIAN CORDUNEANU

Comunicare prezentată în sesiunea științifică jubiliară a Institutului politehnic din Iași, din 9–11 noiembrie 1962

Considerăm sistemul diferențial, scris vectorial:

$$\dot{x}(t) = A(t)\,x + f(t,\ x), \tag{1}$$

unde $A(t)$ este o matrice de tip $(n,\ n)$, continuă pentru $t \geqslant 0$ și astfel că $A(t) \in M$, adică:

$$\sup_{t \geqq 0} \int_{t}^{t+1} \| A(\tau) \|\, d\tau < +\infty.$$

Admitem următoarele ipoteze:

α) Sistemul:

$$\dot{x}(t) = A(t)\,x + f(t) \tag{2}$$

are cel puțin o soluție mărginită pe semiaxa $t \geqslant 0$, oricare ar fi $f(t) \in M$, continuă pe această semiaxă.

Această condiție asigură descompunerea spațiului X_n ca sumă directă a două subspații: $X_n = X_0 + X_1$, cu proprietatea că soluțiile sistemului:

$$\dot{x}(t) = A(t)\,x, \tag{3}$$

pentru care $x(0) \in X_0$ sînt mărginite, iar soluțiile pentru care $x(0) \in X_1$ sînt nemărginite pe semiaxa $t \geqslant 0$.

Fie $e_1,\ e_2,\ldots,\ e_m$ vectorii unitari ai lui X_0, iar P_0 și P_1 operatorii de proiecție pe X_0, respectiv X_1.

β) Funcţia-vector $f(t, x)$ este definită şi continuă în

$$(\mathfrak{D}) \qquad t \geqslant 0, \ \|x\| < a.$$

γ) $f_x(t, x) = \partial f_i / \partial x_j$ este continuă în raport cu toate variabilele în $\mathfrak{D}$, iar $|\partial f_i / \partial x_j| \leqslant \gamma(t)$, $(i, j = 1, 2, ..., n)$. Funcţia $\gamma(t) \in M$ şi $\|\gamma\|$ este suficient de mică.

δ) $$|(\partial f_i / \partial x_j)(t, y) - (\partial f_i / \partial x_j)(t, x)| \leqslant \gamma_1(t)\,\omega(\|y - x\|);$$
$$(i, j = 1, 2, ..., n).$$

Funcţia $\gamma_1(t) \in M$, iar funcţia $\omega(r)$ este continuă, strict crescătoare pentru $r > 0$ şi $\omega(0) = 0$.

În cele de mai sus, s-a folosit norma $\|x\| = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$.

În condiţiile α), β) şi γ), J. L. Massera şi J. J. Schäffer [1] au arătat că soluţia $x(t, \xi)$ a sistemului (1), cu condiţia iniţială:

$$(4) \qquad P_0 x(0, \xi) = \xi,$$

este continuă în raport cu toate variabilele.

În această Notă ne vom ocupa de problema regularităţii funcţiei-vector $x(t, \xi)$, stabilind următoarea

Teoremă. *Soluţia $x(t, \xi)$ a sistemului* (1), *cu condiţia iniţială* (4) *şi $\|\xi\|$ suficient de mică, există pe semiaxa $t \geqslant 0$ şi are derivate continue*:

$$\partial x(t, \xi)/\partial \xi_k \text{ şi } \partial^2 x(t, \xi)/(\partial t\, \partial \xi_k) = \partial^2 x(t, \xi)/(\partial \xi_k\, \partial t).$$

Derivatele de primul ordin satisfac sistemul:

$$(5) \qquad \partial(\partial x/\partial \xi_k)/\partial t = [A(t) + f_x(t, x(t, \xi))](\partial x/\partial \xi_k),$$

cu condiţia iniţială

$$(6) \qquad P_0[\partial x(0, \xi)/\partial \xi_k] = e_k, \quad (k = 1, 2, ..., m < n).$$

Demonstraţie. Condiţia α) asigură existenţa a patru constante pozitive N, ν, N' şi ν', cu proprietatea că orice soluţie a sistemului (3), pentru care $x(0) \in X_0$, satisface inegalitatea:

$$\|x(t)\| \leqslant N \|x(t_0)\| e^{-\nu(t - t_0)}, \quad t > t_0 \geqslant 0,$$

iar orice soluţie pentru care $x(0) \in X_1$ satisface:

$$\|x(t)\| \geqslant N' \|x(t_0)\| e^{\nu'(t - t_0)}, \quad t \geqslant t_0 \geqslant 0.$$

Fie $U(t)$ matricea fundamentală a sistemului (3), cu $U(0) = E$. Sînt valabile inegalităţile:

$$(7) \qquad \|U(t) P_0 U^{-1}(\tau) x\| \leqslant K \|x\| e^{-\nu(t - \tau)}, \ t \geqslant \tau,$$

iar

$$(8) \qquad \|U(t) P_1 U^{-1}(\tau) x\| \leqslant K \|x\| e^{-\nu'(\tau - t)}, \ \tau \geqslant t.$$

De asemenea, dacă $\gamma(t) \in M$, ceea ce înseamnă că

$$\sup_{t \geqq 0} \int_t^{t+1} \gamma(\tau)\, d\tau < +\infty,$$

se demonstrează că oricare ar fi $\alpha > 0$, avem:

$$e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha\tau} \gamma(\tau)\, d\tau \leqslant (1 - e^{-\alpha})^{-1} \| \gamma \| \text{ şi } e^{\alpha t} \int_t^{\infty} e^{-\alpha\tau} \gamma(\tau)\, d\tau \leqslant (1 - e^{-\alpha})^{-1} \| \gamma \|.$$

Este evident că:

$$e^{-\nu t} \int_0^t e^{\nu\tau} \gamma(\tau)\, d\tau + e^{\nu' t} \int_t^{\infty} e^{-\nu'\tau} \gamma(\tau)\, d\tau \leqslant K_1 \| \gamma \|, \tag{9}$$

oricare ar fi $t \geqslant 0$.

Vom considera acum ecuaţia integrală:

$$x(t, \xi) = U(t)\,\xi + \int_0^t U(t)\, P_0\, U^{-1}(\tau)\, f(\tau, x(\tau, \xi))\, d\tau -$$

$$- \int_t^{\infty} U(t)\, P_1\, U^{-1}(\tau)\, f(\tau, x(\tau, \xi))\, d\tau, \tag{10}$$

cu $\xi \in X_0$, deci $\xi = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \ldots + \xi_m e_m$, şi vom observa că orice soluţie continuă a ei verifică şi ecuaţia (1).

Existenţa soluţiei ecuaţiei (10) poate fi dedusă uşor fie prin aproximaţii succesive, fie prin metoda punctului fix. Pentru aceasta trebuie să avem constanta de contracţie $nK_1K \| \gamma \| < 1$, de unde rezultă:

$$\| \gamma \| < (nK_1K)^{-1}. \tag{11}$$

Soluţia satisface majorarea:

$$\| x(t, \xi) \| \leqslant N \| \xi \| (1 - nK_1K \| \gamma \|)^{-1}, \tag{12}$$

deci pentru a nu ieşi din $\mathfrak{D}$, se impune:

$$\| \xi \| < a(1 - nK_1K \| \gamma \|) N^{-1}. \tag{13}$$

Din convergenţa uniformă a aproximaţiilor succesive, care sînt funcţii continue de toate variabilele, se deduce continuitatea soluţiei $x(t, \xi)$. Acest lucru a fost demonstrat de Massera şi Schäffer (*op. cit.*) pe o cale puţin diferită.

Să arătăm acum existenţa şi continuitatea derivatelor funcţiei $x(t, \xi)$. Punem $p(t) = \| x(t, \xi + he_k) - x(t, \xi) \|$. Fie $\sup_{t \geqq 0} p(t) = P$. Rezultă:

$$p(t) \leqslant N|h| + \int_0^t \| U(t) P_0 U^{-1}(\tau) [f(\tau, x(\tau, \xi + he_k)) - f(\tau, x(\tau, \xi))] \| \, d\tau +$$

$$+ \int_t^\infty \| (U(t) P_1 U^{-1}(\tau) [f(\tau, x(\tau, \xi + he_k)) - f(\tau, x(\tau,\xi))] \| \, d\tau \leqslant$$

$$\leqslant N|h| + K \int_0^t e^{-\nu(t-\tau)} n\gamma(\tau) p(\tau) \, d\tau + K \int_t^\infty e^{-\nu'(\tau - t)} n\gamma(\tau) p(\tau) \, d\tau \leqslant$$

$$\leqslant N|h| + nK_1 K \| \gamma \| P.$$

Alegem $nK_1K\| \gamma \| < 1/2$ şi rezultă $P \leqslant 2N|h|$, pentru orice $t \geqslant 0$.

Fie

$$q(t, \xi, h) = [x(t, \xi + he_k) - x(t, \xi)]/h.$$

Rezultă imediat că $\| q(t, \xi, h) \| \leqslant 2N$.

Mai observăm că:

$$q(t, \xi, h) = U(t) e_k + \int_0^t U(t) P_0 U^{-1}(\tau) \frac{1}{h} [f(\tau, x(\tau, \xi + he_k)) -$$

(14)

$$- f(\tau, x(\tau, \xi))] \, d\tau - \int_t^\infty U(t) P_1 U^{-1}(\tau) \frac{1}{h} [f(\tau, x(\tau, \xi + he_k)) - f(\tau, x(\tau, \xi))] \, dt.$$

Considerăm ecuaţia integrală:

$$\psi(t, \xi) = U(t) e_k + \int_0^t U(t) P_0 U^{-1}(\tau) f_x(\tau, x(\tau, \xi)) \psi(\tau, \xi) \, d\tau -$$

(15)

$$- \int_t^\infty U(t) P_1 U^{-1}(\tau) f_x(\tau, x(\tau, \xi)) \psi(\tau, \xi) \, d\tau.$$

Această ecuaţie are soluţie continuă unică, deoarece aproximaţiile succesive converg uniform pe semiaxa $t \geqslant 0$. În adevăr, dacă punem $g(t, y) = f_x(t, x(t, \xi)) y$, rezultă $\| g(t, \bar{y}) - g(t, y) \| \leqslant n\gamma(t) \| \bar{y} - y \|$ şi funcţia $g(t, y)$ satisface aceeaşi inegalitate ca şi $f(t, y)$. Deci se pot aplica cele stabilite despre ecuaţia (10). Notăm

$$m(h) = \sup_{t \geqq 0} \| q(t, \xi, h) - \psi(t, \xi) \|.$$

Scădem relaţia (15) din relaţia (14) şi notăm:

$$\Delta = [f(\tau, x(\tau, \xi + he_k)) - f(\tau, x(\tau, \xi))]/h - f_x(\tau, x(\tau, \xi)) q(\tau, \xi, h).$$

Ţinînd seama de condiţia δ) şi de faptul că $\| q \| \leqslant 2N$, se deduce uşor că:

$$\| \Delta \| \leqslant 2N\omega(2N|h|)\gamma_1(\tau). \tag{16}$$

Vom avea deci:

$$m(h) \leqslant \int_0^t \| U(t) P_0 U^{-1}(\tau) [f_x(q-\psi)+\Delta] \| \, d\tau +$$

$$+ \int_t^\infty \| U(t) P_1 U^{-1}(\tau) [f_x(q-\psi)+\Delta] \| \, d\tau \leqslant$$

$$\leqslant \int_0^t \| U(t) P_0 U^{-1}(\tau) [f_x(q-\psi)] \| \, d\tau + \int_0^t \| U(t) P_0 U^{-1}(\tau) \Delta \| \, d\tau +$$

$$+ \int_t^\infty \| U(t) P_1 U^{-1}(\tau) [f_x(q-\psi)] \| \, d\tau + \int_t^\infty \| U(t) P_1 U^{-1}(\tau) \Delta \| \, d\tau.$$

Ţinînd seama de condiţiile (7), (8), (9) şi (16) se deduce:

$$m(h) \leqslant Knm(h) \int_0^t e^{-\nu(t-\tau)} \gamma(\tau) \, d\tau + Kn2N\omega(2N|h|) \int_0^t e^{-\nu(t-\tau)} \gamma_1(\tau) \, d\tau +$$

$$+ Knm(h) \int_t^\infty e^{-\nu'(\tau-t)} \gamma(\tau) \, d\tau + Kn2N\omega(2N|h|) \int_t^\infty e^{-\nu'(\tau-t)} \gamma_1(\tau) \, d\tau \leqslant$$

$$\leqslant Knm(h) K_1 \| \gamma \| + Kn2N\omega(2N|h|) K_1 \| \gamma_1 \| .$$

Deoarece $nK_1K \| \gamma \| < 1/2$, rezultă că avem:

$$m(h) \leqslant 4nNK_1K \| \gamma_1 \| \omega(2N|h|).$$

Ţinînd seama de condiţia δ), rezultă $\lim_{h \to 0} m(h) = 0$, sau cu alte cuvinte $\lim_{h \to 0} q(t, \xi, h) = \psi(t, \xi)$, uniform în raport cu t şi ξ, adică $\partial x(t, \xi)/\partial \xi_k = \psi(t, \xi)$. Mai mult chiar, $\partial x(t, \xi)/\partial \xi_k$ sînt funcţii continue. Derivînd ecuaţia (14), obţinem:

$$\partial \psi(t, \xi)/\partial t = [A(t) + f(t, x(t, \xi))] \psi(t, \xi),$$

cu $P_0 \psi(0, \xi) = e_k$, adică tocmai condiţiile din teoremă. Mai rezultă că $\partial^2 x(t, \xi)/(\partial t \, \partial \xi_k)$ sînt funcţii continue.

Ţinînd seama că $\partial x(t, \xi)/\partial t = A(t)\, x(t, \xi) + f(t, x(t, \xi))$, şi că membrul secund are derivate continue în raport cu ξ_k, rezultă că $\partial^2 x(t, \xi)/(\partial \xi_k \partial t)$ sînt continue, deci are loc egalitatea derivatelor mixte.

Observaţie. Probleme similare au mai fost considerate şi în lucrările [2] şi [3].

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Massera J. L., Schäffer J. J., Ann. of Math., 1958, **67**, pp. 517–573.
2. Coddington E. A., Levinson N., *Theory of ordinary differential equations*, 1955, pp. 329–335.
3. Szmydt Z., Ann. Pol. Math., 1955, **II**, pp. 294–313.

ЗАДАЧИ РЕГУЛЯРНОСТИ В ТЕОРЕМАХ СУЩЕСТВОВАНИЯ ТИПА МАССЕРА-ШЕФФЕРА

(Резюме)

Массера и Шеффер доказали [1], что при условиях α), β), γ), решение $x(t, \xi)$ системы (1), с начальным условием (4), непрерывно.

При дополнительном же условии δ) решение $x(t, \xi)$ имеет непрерывные частные производные первого порядка удовлетворяющие системе (5) с начальным условием (6), а также и непрерывные смешанные производные.

PROBLÈMES DE RÉGULARITÉ DANS LES THÉORÈMES D'EXISTANCE DE TYPE MASSERA-SCHÄFFER

(Résumé)

Dans les conditions α), β), γ), Massera et Schäffer ont demontré [1] que la solution $x(t, \xi)$ du système (1), avec la condition initiale (4), est continue.

Si nous admettons la condition δ), on montre que $x(t, \xi)$ a des dérivées partielles du premier ordre, continues, satisfaisant le système (5) avec la condition (6), ainsi que des dérivées mixtes continues.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. D. 513.621

SURFACES DONT LES DIRECTRICES DE WILCZYNSKI ONT DES FOYERS CONFONDUS

PAR

LUCIEN GODEAUX

1. À diverses reprises, nous nous sommes occupés des congruences formées par les directrices de Wilczynski d'une surface. Dans cette Note, nous nous proposons de rechercher s'il existe des surfaces dont les premières directrices de Wilczynski ont des foyers confondus. Nous parvenons au théorème suivant :

Si les premières directrices de Wilczynski d'une surface ont des foyers confondus, ces foyers coïncident en un point fixe et les quadriques de Lie de la surface n'ont que deux points caractéristiques. Les secondes directrices de Wilczynski varient dans un plan fixe, ou la surface est une quadrique.

Nous utilisons les résultats et les notations de notre exposé sur *La Théorie des surfaces et l'espace réglé* [1], (v. et [2]). En particulier, nous représentons la dérivée d'une fonction f de u, v prise i fois par rapport à u et k fois par rapport à v par f^{ik}; nous nous excusons de cette notation non conforme à l'usage, mais elle est ici plus commode au point de vue typographique.

2. Soit (x) une surface rapportée à ses asymptotiques u, v, lieu d'un poit x dont les coordonnées normales de Wilczynski satisfont au système d'équations aux dérivées partielles complètement intégrable :

$$x^{20} + 2bx^{01} + c_1 x = 0, \quad x^{02} + 2ax^{10} + c_2 x = 0.$$

Au point x nous attachons le tétraèdre mobile de Cartan dont les sommets sont le point x et les points :

$$m = x(\log a)^{10} - 2x^{10}, \quad n = x(\log b)^{01} - 2x^{01},$$

$$y = [8ab - (\log a)^{10}(\log b)^{01}]\, x + 2x^{10}(\log b)^{21} + 2x^{01}(\log a)^{10} - 4x^{11}.$$

Un point de l'espace est donné par $z_1 x + z_2 m + z_3 n + z_4 y$, et les quantités z_1, z_2, z_3, z_4 sont les coordonnées locales de ce point.

Les directrices de Wilczynski sont les droites $w_1 = xy$ et $w_2 = mn$.

Les foyers de la première directrice w_1 sont donnés par :

$$(1) \qquad z_2 = 0, \quad z_3 = 0, \quad z_1^2 - 2(h_1 + k_1) z_1 z_4 + (4h_1 k_1 - \alpha\beta) z_4^2 = 0,$$

et ses plans focaux par :

$$(2) \qquad \alpha z_2^2 + 2(h_1 - k_1) z_2 z_3 - \beta z_3^2 = 0.$$

Les foyers de la seconde directrice w_2 sont donnés par :

$$(3) \qquad z_1 = z_4 = 0, \quad \alpha z_2^2 - 2(h_1 - k_1) z_2 z_3 - \beta z_3^2 = 0$$

et ses plans focaux par :

$$(4) \qquad z_1^2 + 2(h_1 + k_1) z_1 z_4 + (4h_1 k_1 - \alpha\beta) z_4^2 = 0.$$

La condition pour que les foyers de la droite w_1 soient cofondus est :

$$(5) \qquad (h_1 - k_1)^2 + \alpha\beta = 0$$

et, dans ces conditions, les foyers de la droite w_2 sont egalement confondus.

Le foyer unique de la droite w_1 est $p = (h_1 + k_1) x + y$ et celui de la droite w_2, $q = (h_1 - k_1) m + \alpha n$.

La relation (5) donne lieu à quelques conséquences que nous établirons par une voie détournée.

3. Soient U, V les points de l'hyperquadrique Q de Klein de S_5 qui représentent les tangentes asymptotiques xx^{10}, xx^{01} de la surface (x) en un point x. On a :

$$U = |x \quad x^{10}|, \quad V = |x \quad x^{01}|, \quad U^{10} + 2bV = 0, \quad V^{01} + 2aU = 0.$$

Les points U, V sont donc consécutifs dans une suite de Laplace :

$$(L) \qquad \ldots, U_n, \ldots, U_1, U, V, V_1, \ldots, V_n, \ldots,$$

chaque point étant le transformé du précédent dans le sens des u.

Les points de Q qui représentent les directrices de Wilczynski w_1, w_2 sont respectivement : $W_1 = U_1 + V_1$, $W_2 = U_1 - V_1$.

Fixons l'attention sur le premier. Nous avons :

$$W_1^{10} = h_1 U + V_2 + V_1 (\log a k_1)^{10}.$$

D'autre part, nous avons :

$$2p^{10} = [2(h_1^{10} + k_1^{10}) + (h_1 + k_1)(\log a)^{10} - 4b\beta] x + (h_1 - k_1) m - \alpha n - y (\log a)^{10},$$

et le point $|p \quad p^{10}|$ de Q qui représente la droite pp^{10} doit appartenir à la droite $W_1 W_1^{10}$. On a :

$$-|p \quad p^{10}| = (h_1^2 - k_1^2 + \alpha\beta) U - 2\alpha h_1 V -$$
$$- [2(h_1^{10} + k_1^{10}) + 2(h_1 + k_1)(\log a)^{10} - 4b\beta + 2\alpha (\log bk_1)^{01}] U_1 -$$
$$- [2(h_1^{10} + k_1^{10}) + 2(h_1 + k_1)(\log a)^{10} - 4b\beta + 2(h_1 - k_1) (\log ak_1)^{10}] V_1 -$$
$$- 2\alpha U_2 + 2(h_1 - k_1) V_2.$$

Les termes en V et en U_2 doivent disparaître et on a $\alpha = 0$ et, d'après (5), $h_1 = k_1$. En considérant de même le point $|\, p\ p^{01}\,|$, on trouverait $\beta = 0$. Les conditions sont donc: $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $h_1 = k_1$ et on a $p = 2h_1 x + y = 2k_1 x + y$, tandis que le point q est indéterminé.

4. Nous supposerons en premier lieu que $h_1 = k_1$ n'est pas nul.

Nous avons actuellement $2p^{10} + p\,(\log a)^{10} = 4k_1\,(\log a\,k_1)^{10}$. Or, on a $\alpha^{01} = -\,2k_1\,(\log ak_1)^{10}$, $(\log ak_1)^{10} = 0$, donc $2p^{10} + p\,(\log a)^{10} = 0$ et de même $2p^{01} + p\,(\log b)^{01} = 0$.

Il en résulte que le point p reste fixe lorsque u, v varient.

Le plan focal de la droite w_1 est évidemment indéterminé, ce qui résulte d'ailleurs de l'équation (2). De même le foyer de w_2 est indéterminé comme cela résulte de l'équation (3), mais le plan focal de w_2 a pour équation:

$$z_1 + 2h_1 z_4 = 0. \tag{8}$$

Observons que l'on a:

$$2\,(z_1 + 2h_1 z_4)^{10} + (z_1 + 2h_1 z_4)\,(\log a)^{10} = 0,$$

$$2\,(z_1 + 2h_1 z_4)^{01} + (z_1 + 2h_1 z_4)\,(\log b)^{01} = 0.$$

Il en résulte que lorsque u, v varient, le plan (8) reste fixe.

5. La quadrique de Lie Φ de la surface (x) attachée au point x a pour équation:

$$z_1 z_4 + z_2 z_3 = 0.$$

Les points caractéristiques de cette quadrique sont donnés par $z_2^2 = 0$, $z_3^2 = 0$, c'est-à-dire sont les points où la droite w_1 rencontre la quadrique.

Nous avons d'ailleurs demontré que la condition nécessaire et suffisante pour que les surfaces (x), (y) aient même quadrique de Lie sont $\alpha = 0$, $\beta = 0$. Les asymptotiques de la surface (y) sont également les courbes u, v.

On a:

$$2y^{10} + y\,(\log a)^{10} = 2h_1 m, \quad 2y^{01} + y\,(\log b)^{01} = 2h_1 n,$$

$$2y^{20} + 4y^{10}\,(\log a)^{10} + 4by^{01} + y\left\{(\log a)^{20} + \frac{3}{2}[(\log a)^{10}]^2 + 2b^{01}\right\} = 0,$$

$$2y^{02} + 4y^{01}\,(\log b)^{01} + 4ay^{10} + y\left\{(\log b)^{02} + \frac{3}{2}[(\log b)^{01}]^2 + 2a^{10}\right\} = 0.$$

Lorsque $\alpha = 0$, $\beta = 0$, nous avons montré que la suite de Laplace (L) avait la période six, c'est-à-dire que U_3 coïncide avec V_2 et V_3 avec U_2. Actuellement on a:

$$h_2 = h_1\,k_2 = k_1, \quad U_2 = U_1^{01}, \quad U_3 = U_1^{02} + U_1^{01}\,(\log h_1)^{01}, \quad V_2 = V_1^{10},$$

$$V_3 = V_1^{20} + V_1^{10}\,(\log h_1)^{10},$$

et les relations que nous avons établies donnent:

$$U_3 + 4a\,V_1^{10} = 0, \quad V_3 + 4bU_1^{01} = 0.$$

Les points $U_1^{01}, U_3, V_1^{10}, V_3$ appartiennent à l'hyperquadrique Q.

Le plan tangent à la surface (y) au point y est $z_1 = 0$.

6. Nous supposeront maintenant $h_1 = k_1 = 0$. Alors le point p coïncide avec le point y qui est fixe et les formules (6) et (7) restent valables. Le plan (8) devient le plan $z_1 = 0$ qui est également fixe lorsque u, v, varient.

Actuellement le point U_1 ne dépend que de v et le point V_1 que de u. La suite de Laplace (L) s'arrête aux points U_1, V_1 en présentant chaque fois le cas de Laplace. Les points U_1, V_1 décrivent des courbes. De plus, les asymptotiques u, v de la surface (x) appartiennent à des complexes linéaires.

Les quadriques de Lie Φ de la surface (x) passent par le point fixe y et touchent en ce point le plan $z_1 = 0$.

Dans le cas actuel, les relations (9) deviennent :

$$U_1^{02} + 4aV_1^{10} = 0, \quad V_1^{20} + 4bV_1^{01} = 0.$$

En dérivant la première par rapport à u, on obtient $a^{10}V_1^{10} + aV_1^{20} = 0$ d'où, par la seconde, $a^{10}V_1^{10} = 4abU_1^{01}$.

Les points U_1^{01}, V_1^{01} coïncident donc. Lorsque v varie, le point V_1^{10} reste fixe, donc il en est de même du point U_1^{01} qui ne dépend pas de v et est fixe. De même, le point V_1^{10} ne dépend pas de u. Le point U_1^{02} n'existe pas et par conséquent $a = 0$. Il en est de même de b et par suite la surface (x) est une quadrique.

Cela étant, considerons la quadrique :

$$x_1/1 = x_2/u = x_3/v = x_4/(uv).$$

Posons $p_{ik} = y_i z_k - y_k z_i$. On trouve pour les coordonnées des points U, U_1, U_1^{01}, V, V_1, V_1^{10} :

	p	p	p	p	p	p
U	1	0	v	$-v$	0	v
U_1	0	0	1	-1	0	$2v$
U_1^{01}	0	0	0	0	0	2
V	0	1	u	u	u	0
V_1	0	0	1	1	$2u$	0
V_1^{10}	0	0	0	0	2	0

Les points U_1^{01} et V_1^{10} sont distincts, mais il faut observer que pour démontrer plus haut qu'ils coïncident, nous avons supposé que a et b n'etaient pas nuls.

Au point U_1+V_1 correspond la droite $x_1/1 = x_2/u = x_3/v$, passant par le point $(0,0,0,1)$.

Au point U_1-V_1 correspond la droite $x_1=0$, $vx_2+ux_3-x_4=0$, située dans le plan $x_1=0$.

Reçu le 22 XII 1962

Académie Royale, Liège, Belgique

BIBLIOGRAPHIE

1. Godeaux L., *La Théorie des surfaces et l'espace reglé*, Act. sci., **138**, Hermann, Paris, 1934.
2. — Bull. Acad. Roy. de Belgique, cl. Sci., 1954, **XXXIX** pp. 209-218.

ПОВЕРХНОСТИ, НАПРАВЛЯЮЩИЕ ВИЛЬЧИНСКОГО КОТОРЫХ ИМЕЮТ СОВПАДАЮЩИЕ ФОКУСЫ

(Резюме)

Автор, следуя направлению разработанному в некоторых своих предыдущих работах относящихся к конгруэнциям образованным направляющими Вильчинского некоторой поверхности, выкристаллизованных в моноргафических исследованиях посвященных теории поверхностей и линейчатому пространству [1], [2], изучает в настоящей заметке задачу о существовании поверхностей для которых первые направляющие Вильчинского имеют совпадающие фокусы.

Полученные результаты излагаются в виде следующей теоремы:

Теорема. *Если первые направляющие Вильчинского некоторой поверхности имеют совпадающие фокусы, эти фокусы совпадают в одной точке и квадрики Ли поверхности имеют лишь две характеристические точки. Вторые направляющие Вильчинского находятся в неподвижной плоскости или же поверхность — квадрика.*

Отмечается, что в тексте используется следующее обозначение: f^{ik} — производная $(i+k)$-порядка функции f переменных u, v, i-го порядка по отношению к u и k-го порядка по отношению к v.

SUPRAFEŢE AVÎND DIRECTOARELE LUI WILCZYNSKI CU FOCARE CONFUNDATE

(Rezumat)

Autorul, urmînd ordinea de idei a unui şir de lucrări anterioare proprii consacrate congruenţelor formate din directoarele lui Wilczynski ale unei suprafeţe şi expuse în studiile monografice relative la teoria suprafeţelor şi spaţiul riglat [1], [2], studiază

în această Notă problema de existenţă a suprafeţelor pentru care primele directoare ale lui Wilczynski au focare confundate.

Rezultatele obţinute conduc la următoarea:

Teoremă. *Dacă primele directoare ale lui Wilczynski ale unei suprafeţe au focare confundate, aceste focare coincid într-un punct fix şi cuadricele lui Lie ale suprafeţei nu au decît două puncte caracteristice. Directoarele secunde ale lui Wilczynski variază într-un plan fix, sau suprafaţa este o cuadrică.*

Se menţionează că, în ceea ce priveşte notaţiile folosite, autorul a preferat să reprezinte prin f^{ik} derivata unei funcţii f de u, v luată de i ori în raport cu u şi de k ori în raport cu v.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. D. 513.621

LES RÉSEAUX WAELSH ET LES SURFACES IONAS

PAR

FROIM MARCUS

Note présentée dans la session scientifique jubiliaire de l'Institut Polytechnique de Jassy, 9—11 novembre 1962

1. Dans une Note antérieure [1] j'ai nommé *réseau Waelsh*, un réseau u, v, isotherme-conjugué tel que les tangentes aux courbes de chaque famille du réseau, engendrent des congruences de Waelsh. Dans la même Note j'ai montré que les coordonnées d'une surface (x), rapportée à un réseau Waelsh, sont des solutions d'un systéme complètement intégrable, de la forme:

$$x_{uv} + ax_u + bx_v + abx = 0, \quad x_{uu} + x_{vv} + rx = 0, \tag{1.1}$$

avec

$$a_u = b_v . \tag{1.2}$$

En [2] j'ai caractérisé les surfaces de Ionas, c'est-à-dire les surfaces pour lesquelles on peut choisir les paramètres asymptotiques u, v, tellement que $\beta_v = \gamma_u$, (β, γ — les coefficients de la théorie des surfaces), comme les seules surfaces sur lesquelles il pourrait exister un réseau Waelsh. Dans ce cas, entre β, γ et les expressions bien connues L, M de la théorie des surfaces a lieu la relation:

$$2M - 2L + \gamma^2 - \beta^2 = 0, \quad (\beta\gamma \neq 0). \tag{1.3}$$

Le probléme de savoir s'il existe de telles surfaces de Ionas n'a pas fait l'objet des Notes citées ci-dessus. Dans la présente Note on résout ce probléme.

2. Soit (x) une surface de Ionas qui possède un réseau Waelsh. De (1.1) et (1.2) il en résulte:

$$h = k = a_u = b_v, \quad \bar{h} = \bar{k} = -a_u = -b_v , \tag{2.1}$$

ou : h, k $\bar{h}$, $\bar{k}$ — les invariants ponctuels et tangentiels du système (1.1). Il en résulte :

$$h + \bar{h} = k + \bar{k} = 0, \tag{2.2}$$

et l'on déduit de [3] le résultat suivant :

Les courbes d'un réseau de Waelsh sont des lignes projectives de B. Segre.

C'est précisement l'interprétation géométrique de la relation (1.3). Les conditions d'intégrabilité du système (1.1) sont :

$$\begin{cases} r_u = b_{vv} + b_{uu} + 2ab_v - 2bb_u, \quad r_v = a_{vv} + a_{uu} + 2ba_u - 2aa_v, \\ r_{uv} = (ab)_{vv} + (ab)_{uu} - 2ra_u - ar_u - br_v - 2abb_u - 2aba_v. \end{cases} \tag{2.3}$$

Si l'on écrit que $r_{uv} = r_{vu}$ et l'on tient compte de (1.2) il en résulte :

$$(aa_v)_u = (bb_u)_v. \tag{2.4}$$

Donc :

$$a^2 - b^2 = U - V, \tag{2.5}$$

ou : U, V — fonctions respectivement de u, v.

De (2.3_1), (2.3_2) et (2.5) on obtient :

$$r = a_v + b_u + U + V. \tag{2.6}$$

Enfin, en introduisant ces valeurs dans (2.3_3) on a alors :

$$a_{uuu} + b_{vvv} + 2a_u(U + V) + aU' + bV' + 2ab(b_u + a_v) = 0. \tag{2.7}$$

3. Pour la détermination de a et b, nous avons les trois conditions (1.2), (2.5) et (2.7). De (1.2) il résulte que l'on peut poser :

$$a = \Phi_v, \quad b = \Phi_u, \tag{3.1}$$

Φ en étant une nouvelle fonction de u, v. Si l'on remplace les valeurs de a et b tirées de (3.1) dans (2.5) on obtient l'équation non-linéaire mais avec les variables séparables :

$$\Phi_u^2 + U = \Phi_v^2 + V. \tag{3.2}$$

En intégrant, et compte tenu de (3.1) et (2.6), on trouve :

$$\begin{cases} a = \pm\sqrt{d - V}, \quad b = \pm\sqrt{d - U}, \\ r = \mp V'/(2\sqrt{d - V}) \mp U'/(2\sqrt{d - U}) + U + V, \quad (d = \text{const.}) ; \end{cases} \tag{3.3}$$

ces valeurs de a et b vérifient la condition (2.7).

Nous avons donc le résultat suivant :

Il existe des surfaces de Ionas qui possèdent un réseau Waelsh.

Mais de (3.3) et (2.1) il résulte :

$$h = \bar{h} = k = \bar{k} = 0. \tag{3.4}$$

Donc

Les courbes du réseau Waelsh sont planes et en même temps des courbes coniques, c'est-à-dire le réseau est de type Koenigs.

Nous avons supposé que U et V sont des fonctions effectives de u, respectivement v. Mais l'on peut supposer aussi les cas suivants:

$$(3.5)\qquad \begin{cases} U \equiv \bar{c}, & V = V(v), \\ U = U(u), & V \equiv \bar{c}_1, \\ U \equiv \bar{c}, & V \equiv \bar{c}_1, \quad (\bar{c} \neq \bar{c}_1). \end{cases}$$

Les surfaces de Ionas correspondantes existent et sont déterminées respectivement par:

$$(3.6)\qquad \begin{cases} a = \pm\sqrt{d_1 - V}, \quad b = \pm\sqrt{d}, \\ r = \mp V'/(2\sqrt{d_1 - V}) + \bar{c} + V, \quad (d_1 = d - \bar{c}), \end{cases}$$

$$(3.7)\qquad \begin{cases} a = \pm\sqrt{d}, \quad b = \pm\sqrt{\bar{c}_2 - U}, \\ r = \mp U'/\left(2\sqrt{\bar{c}_2 - U}\right) + \bar{c}_1 + U, \quad (\bar{c}_2 = d - \bar{c}_1), \end{cases}$$

$$(3.8)\qquad a = \bar{c}, \quad b = \bar{c}_1, \quad r = \bar{c}_3.$$

Mais dans tous ces cas les réseaux u, v sont aussi de type Koenigs.

4. Il nous reste encore à considérer le cas $U = V = 0$, c'est-à-dire:

$$(4.1)\qquad a^2 = b^2.$$

De (1.2) on déduit:

$$(4.2)\qquad a = b = \varphi(\tau), \quad (\tau = u + v),$$

$$(4.3)\qquad a = -b = \varphi(\tau_1), \quad (\tau_1 = u - v),$$

φ en étant une solution de l'équation différentielle:

$$(4.4)\qquad \varphi''' + 2\varphi^2\varphi' = 0.$$

Dans ces cas les réseaux (u, v) ne sont pas de type Koenigs car de (2.1) *il résulte $hk \neq 0$, c'est-à-dire que les courbes du réseau ne sont ni planes ni courbes coniques. Mais, comme on verra ci-dessous, les surfaces correspondantes sont des surface réglées.* En effet si l'on pose:

$$(4.5)\qquad 2\bar{u} = u + v, \quad 2\bar{v} = u - v,$$

c'est-à-dire si l'on passe aux paramètres asymptotiques, on obtient de (1.1) le système:

$$(4.6)\qquad \begin{cases} x_{\bar{u}\bar{u}} = -(a + b)\, x_{\bar{u}} + (b - a)\, x_{\bar{v}} - x\,(r + 2ab), \\ x_{\bar{v}\bar{v}} = (a + b)\, x_{\bar{u}} + (a - b)\, x_{\bar{v}} + x(2ab - r), \end{cases}$$

et de (4.2) ou (4.3) il résulte qu'au moins un des coefficients de $x_{\overline{u}}$ ou $x_{\overline{v}}$ est nul. Il en résulte que les surfaces sont réglées. Nous avons donc les théorèmes suivants:

Théorème 1. *Il existe des surfaces Ionas non-réglées qui possèdent un réseau Waelsh, mais le reséau est de type Koenigs. Ces surfaces dépendent de deux fonctions arbitraires d'un argument et d'une constante arbitraire.*

Théorème 2. *Il existe des surfaces Ionas réglées qui possèdent un réseau Waelsh, qui n'est pas de type Koenigs.*

Observation. En possédant un réseau Koenigs il résulte que les surfaces de Ionas (3.3), (3.6), (3.7) et (3.8) satisfont au problème de Čech, car de (2.1) il résulte que les courbes du réseau sont des pangéodésiques de Fubini planes [4].

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mathématiques I

BIBLIOGRAPHIE

1. Marcus F., Rend. Accad. Lincei, s. VIII, 1947, pp. 408—410.
2. — Bull. Acad. de Belgique, classe des Sciences, 1951, **XXXVI**, pp. 906—910.
3. — St. şi cerc. şt., Matem., Acad. R. P. R, filiala Iaşi, 1957, **VIII**, *1*, pp. 39—47.
4. — St. şi cerc. şt., Matem., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1958, **IX**, *1*, pp. 73—100.

СЕТИ УЕЛША И ПОВЕРХНОСТИ ИОНАСА

(Резюме)

Доказывается существование некоторых нелинейных поверхностей Ионаса имеющих хотя бы одну изотермически - сопряженную сеть, касательные к кривым сети образуя конгруэнцы Уелша, сети же — типа Кионигса.

Доказывается также, что только на линейных поверхностях Ионаса существуют сети Уелша, неявляющиеся типа Кионигса.

Таким образом пополняются результаты полученные в [2].

REŢELE WAELSH ŞI SUPRAFEŢE IONAS

(Rezumat)

Se demonstrează existenţa unor suprafeţe Ionas neriglate care posedă cel puţin o reţea izoterm-conjugată, tangentele la curbele reţelei formînd congruenţe Waelsh; reţelele sînt de tip Koenigs.

Se arată totodată că numai pe suprafeţe Ionas riglate există reţele Waelsh care nu sînt de tip Koenigs.

Se completează astfel rezultatele din [2].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 513.82

DESPRE O CORESPONDENŢĂ PRIN PLANE TANGENTE SEMIPARALELE ÎNTRE DOUĂ FAMILII DE SUPRAFEŢE DIN S_4 AFIN

DE

ŞTEFANIA RUSCIOR

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Fie o hipersuprafaţă riglată V din S_4 de ecuaţie:

$$\bar{r} = \varrho\,(u, v) + w\,\alpha\,(u, v), \tag{1}$$

de forma generală (tipul 1°). Dacă se consideră $w = \text{const.}$ se obţine pe hipersuprafaţa V o familie de suprafeţe, pe care le vom numi familia (R) prin analogie cu familia (R) de riglate din S_3 cercetate de acad. O. Mayer [3].

Această familie de suprafeţe posedă o proprietate caracteristică şi anume ea taie două generatoare de pe hipersuprafaţa V în puncte ce se corespund omografic. În adevăr dacă se consideră două generatoare g_1 şi g_2 determinate respectiv de valorile (u_1, v_1) şi (u_2, v_2), atunci un punct situat pe o suprafaţă $w = \text{const.}$ are pe ambele generatoare aceeaşi coordonată proiectivă w. În acest mod două generatoare g_1 şi g_2 se corespund prin egalitatea coordonatei proiective w. Rezultă că *dacă se consideră patru suprafeţe ale familiei precedente ele intersectează generatoarele hipersuprafeţei V în patru puncte ce au acelaşi biraport.*

Deci cunoscînd trei asemenea suprafeţe este cunoscută întreaga familie, deoarece orice altă suprafaţă a familiei este locul punctelor care împreună cu cele trei puncte determinate de cele trei suprafeţe, prin intersecţie cu o generatoare, formează un biraport constant.

Se observă că prin fiecare punct al generatoarei g trece cîte o suprafaţă a familiei (R). Astfel, coordonata proiectivă w care determină un punct al generatoarei g determină şi una din suprafeţele (R). Deoarece o suprafaţă R taie generatoarea g într-un singur punct, există o corespondenţă biunivocă între punctele generatoarei g şi suprafeţele familiei (R).

Se consideră o a doua hipersuprafaţă riglată V^* cu generatoarea generică g^*. Se presupune că între hipersuprafeţele V şi V^* există o

corespondenţă a generatoarelor g şi g^*. Hipersuprafaţa V^*, de tipul 1°, ca şi hipersuprafaţa V, are ecuaţia:

$$r^* = \varrho^*(u, v) + w^* \alpha^*(u, v). \tag{1*}$$

Şi pe această hipersuprafaţă se găseşte familia de suprafeţe (R^*), caracterizate de coordonata proiectivă w^*, astfel încît fiecărui punct de pe g^* îi corespunde una din suprafeţele familiei (R^*).

Ne propunem să găsim o corespondenţă între suprafeţele familiilor (R) şi (R^*), astfel încît în punctele de intersecţie cu generatoarele corespunzătoare, planele tangente duse respectiv la suprafeţele R şi R^* să fie semiparalele. Se stabileşte astfel o corespondenţă între punctele generatoarelor g şi g^*, ce urmează a fi cercetată.

Ecuaţiile planelor tangente duse la suprafeţele R şi R^* sînt:

$$R = \bar{r} + \lambda \bar{r}_u + \mu \bar{r}_v, \quad R^* = \bar{r}^* + \lambda_1 \bar{r}^*_u + \mu_1 \bar{r}^*_v. \tag{2}$$

Condiţia de semiparalelism al acestor plane se află impunînd condiţia ca planele date de (2) să aibă un punct comun la infinit şi se obţine anulînd determinantul $[\bar{r}_u, \bar{r}_v, \bar{r}^*_u, \bar{r}^*_v]$. Substituind în acest determinant valorile lui $\bar{r}_u, \bar{r}_v, \bar{r}^*_u, \bar{r}^*_v$ date de (1) şi (1*), se obţine:

$$[\bar{\varrho}_u + w\bar{\alpha}_u,\ \bar{\varrho}_v + w\bar{\alpha}_v,\ \bar{\varrho}^*_u + w^*\bar{\alpha}^*_u,\ \bar{\varrho}^*_v + w^*\bar{\alpha}^*_v] = 0.$$

Ordonînd după w şi w^*, se obţine corespondenţa:

$$\begin{aligned} &w^2 w^{*2}\,[\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v] + w^2 w^*([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\alpha}^*_v]) + \\ &+ w\, w^{*2}([\bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v] + [\bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v]) + w^2[\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + \\ &+ w^{*2}[\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v] + w\, w^*([\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + [\bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + \\ &+ [\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\alpha}^*_v] + [\bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\alpha}^*_v]) + w([\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + \\ &+ [\bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\varrho}^*_v]) + w^*([\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}^*_v,] + [\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\alpha}_v]) + \\ &+ [\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Relaţia (3) se poate simplifica dacă suprafeţele directoare Σ şi Σ^* se corespund prin plane tangente semiparalele. Am arătat în [4] că această situaţie este totdeauna posibilă în S_4. În acest caz, dacă se consideră ca linii parametrice pe Σ şi Σ^* curbe ce admit ca tangentă, direcţia comună planelor tangente corespunzătoare, deci $\bar{\varrho}^*_u = k\bar{\varrho}_u$, atunci o parte din coeficienţii relaţiei (3) se anulează şi se obţine o ecuaţie mai simplă de forma:

$$\begin{aligned} &w^2 w^{*2}\,[\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v] + w^2 w^{*2}([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + k[\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}^*_v]) + \\ &+ w^2 w^{*2}([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + k[\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}^*_v]) + w\, w^{*2}([\bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v] + \\ &+ [\bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v]) + w^2 k[\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}^*_v] + w^{*2}[\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\alpha}^*_v] + \\ &+ w\, w^*([\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + [\bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}^*_u, \bar{\varrho}^*_v] + [\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}^*_u, \bar{\alpha}^*_v]) + \\ &+ w\, k[\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}^*_v] + w^*[\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}^*_v] = 0. \end{aligned} \tag{3*}$$

Relația (3*) pune în evidență faptul că *corespondența prin plane semiparalele între familiile* (R) *și* (R^*) *de pe două hipersuprafețe de tipul 1°, cu generatoarele corespunzătoare* g *și* g^* *de direcții arbitrare, determină între punctele generatoarelor corespunzătoare o corespondență cremoniană nedegenerată de gradul 4 în raport cu ambele coordonate proiective* w *și* w^*, *dar de gradul al doilea în raport cu fiecare din aceste coordonate*; prin urmare unei suprafețe R de pe V îi corespund două suprafețe R^* de pe V^*, care se corespund prin plane tangente semiparalele.

Pentru a interpreta geometric rezultatul obținut se consideră figura geometrică obținută ca înfășurătoare a planelor tangente duse la familia (R) de-a lungul generatoarei g.

Ecuația planului tangent la o suprafață R este:

$$\bar{R} = \bar{\varrho}(u,v) + w\,\bar{\alpha}(u,v) + \lambda(\bar{\varrho}_u + w\,\bar{\alpha}_u) + \mu(\bar{\varrho}_v + w\,\bar{\alpha}_v). \tag{4}$$

Vom proiecta pe axe și vom elimina parametrii λ și μ. Deoarece $\bar{\alpha}, \bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u$ sînt vectori independenți, considerăm un reper local în care versorii fundamentali sînt: $\bar{\varrho}_u(1,0,0,0)$, $\bar{\alpha}_u(0,1,0,0)$, $\bar{\alpha}_v(0,0,1,0)$ și $\bar{\alpha}(0,0,0,1)$. În acest reper am notat proiecțiile vectorului $\bar{R}$ prin x, y, z, t iar cele ale vectorului $\bar{\varrho}_v$ prin q_1, q_2, q_3, q_4. Ecuațiile planului tangent se obțin eliminînd pe λ și μ din ecuațiile scalare obținute prin proiecție e axe:

$$x = \lambda + \mu q_1,\quad y = \lambda w + \mu q_2,\quad z = \mu(q_3 + w),\quad t = w + \mu q_4.$$

Se obține:

$$(y - xw)/(q_2 - q_1 w) = z/(q_3 + w) = (t - w)/q_4. \tag{5}$$

Eliminînd pe w din (5) și din derivatele lor se constată că înfășurătoarea planelor considerate de-a lungul generatoarei se află în hiperplanul $xq_4 = q_1 q_3 + q_2$ și anume este intersecția acestui hiperplan cu hiperconul generat de hiperplanele tangente duse de-a lungul generatoarei g. Această înfășurătoare este un con (c) dat de ecuațiile:

$$(q_3 x - q_1 z - y)^2 - 4x(q_2 y - q_3 y) = 0,\quad x q_4 - q_1 q_3 - q_2 = 0. \tag{6}$$

Conul (c) intersectează hiperplanul impropriu după o conică (C) care este figura improprie corespunzătoare înfășurătoarei planelor tangente duse la familia (R) de-a lungul generatoarei g. Figura improprie corespunzătoare înfășurătoarei planelor tangente duse la familia (R^*) de-a lungul generatoarei g^* este o conică (C^*). Aceste două conice vor servi atît la interpretarea geometrică a rezultatului obținut, cît și la precizarea corespondenței.

Fie în hiperplanul impropriu conicele (C) și (C^*) situate în două plane distincte (P) și (P^*) care au dreapta comună δ.

Se consideră cazul cel mai general cînd conicele sînt nedegenerate. Fie o tangentă dusă într-un punct T_1 al conicei (C). Această tangentă este figura improprie a planului tangent dus la una din suprafețele R; fie R_1 această suprafață. Tangenta din punctul T_1 are comun cu dreapta δ un punct I situat în planul conicei (C^*). Din I se pot duce în general două tangente la conica (C^*), tangente ce reprezintă figura improprie a

două plane tangente duse la două suprafeţe R^*, semiparalele cu planul tangent al suprafeţei R_1. Fie IT_1^* şi IT_2^* aceste două tangente; ele determină două suprafeţe ale familiei (R^*), anume R_1^* şi R_2^*, ce se corespund prin plane tangente semiparalele cu suprafaţa R_1 considerată. Planele tangente sînt semiparalele deoarece au comun punctul I din hiperplanul impropriu.

Se observă că prin punctul I trece încă o tangentă a conicei (C), ce este tangentă conicei în T_2. Prin urmare există încă o suprafaţă a familiei (R), suprafaţa R_2, ce admite ca suprafeţe corespunzătoare pe R_1^* şi R_2^*. Corespondenţa cercetată este astfel realizată încît unei suprafeţe R_1 îi corespund, prin semiparalelismul planelor tangente, două suprafeţe R_1^* şi R_2^* din familia (R^*), şi există două suprafeţe R_1 şi R_2 din familia (R) ce admit ca suprafeţe corespunzătoare prin semiparalelism suprafeţele R_1^* şi R_2^* din familia (R^*).

Astfel se explică geometric faptul că fixînd în relaţia (3) pe w corespund două valori determinate ale lui w^*.

Vom considera cîteva cazuri particulare.

a) Generatoarele corespunzătoare sînt paralele, deci $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}^*$. Relaţia (3) se simplifică şi mai mult, devenind de gradul al doilea în w şi w^*. Ordonînd după w^*, se obţine:

$$w^{*2}[\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v] + w^*([k\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v] - [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*]\, w - \\ - [\bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*]) - kw([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*]\, w + [\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*]) = 0. \tag{7}$$

Rezolvînd avem:

$$w^* = \frac{-k\,[\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v]\, w + ([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*]\, w + [\bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*] \pm \Delta}{2\,[\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v]},$$

în care:

$$\Delta = -k\,[\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v]\, w + [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v]\, w + [\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*].$$

Rezultă:

$$w^* = ([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*] / [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v])\, w \tag{8}$$

şi

$$w^* = ([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*]\, kw + [\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_v^*]) / [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v]. \tag{8*}$$

Aşadar *corespondenţa prin plane tangente semiparalele între două familii de suprafeţe R şi R^* de pe două hipersuprafeţe riglate de tipul 1°, cu generatoarele corespunzătoare paralele, este un produs de două omotetii date de* (8) *şi* (8*). Fixînd un punct de pe generatoarea g (fixînd o suprafaţă R) corespund pe g^* două puncte date de omotetiile (8) şi (8*) în care suprafeţele R^* sînt semiparalele cu suprafaţa R fixată.

b) Generatoarele corespunzătoare sînt paralele şi tangenta la o curbă parametrică de pe Σ^* este paralelă hiperplanului particular $(\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u)$ şi anume $\bar{\varrho}_v^*$ paralelă cu hiperplanul determinat de direcţiile $\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u$. În acest caz cele două omotetii se confundă şi avem o omotetie dublă; (8) şi (8*) devin:

$$w^* = ([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v^*] / [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v])\, w.$$

3. Considerăm cazul cînd cele două hipersuprafețe V și V^* sînt de tipul 2°. Generatoarele corespunzătoare au cîte un plan de bază determinat de vectorii $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ pentru generatoarea g și $\bar{\alpha}^*$, $\bar{\beta}^*$ pentru g^*. Fiind de tipul 2° sînt îndeplinite condiții analitice de forma [5]:

$$\bar{\alpha}_v = \lambda\bar{\alpha} + \mu\bar{\beta} + n\bar{\alpha}_u, \quad \bar{\varrho}_v = l\bar{\alpha} + m\bar{\beta} + n\bar{\varrho}_u ; \tag{9}$$

$$\bar{\alpha}_v^* = \lambda_1\bar{\alpha}^* + \mu_1\bar{\beta}^* + n_1\bar{\alpha}_u^*, \quad \bar{\varrho}_v^* = l_1\bar{\alpha}^* + m_1\bar{\beta}^* + n_1\bar{\varrho}_u^*. \tag{9*}$$

Ținînd seama de aceste condiții și presupunînd că cele două hipersuprafețe au planele de bază corespunzătoare paralele, ecuația corespondenței se simplifică devenind:

$$\begin{aligned} &w^2 w^{*2} [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v] + w^2 w^* ([\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v^*] + [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u^*, \bar{\beta}_v]) + \\ &+ w^{*2} w ([\bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v] + [\bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v]) + w^2 [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u^*, \bar{\varrho}_v^*] + \\ &+ w^{*2} [\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v] + ww^* [\bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\beta}_u, \bar{\varrho}_v^*] + w [\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\varrho}_u^*, \bar{\varrho}_v^*] + \\ &+ w^* [\bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v^*] = 0. \end{aligned} \tag{10}$$

S-a presupus că planele de bază sînt determinate de generatoarele corespunzătoare $\bar{\alpha}$ și $\bar{\beta} = \bar{\alpha}^*$ și că suprafețele directoare se corespund prin semiparalelism, adică $\bar{\varrho}_u^* = k\bar{\varrho}_u$; din (9*) se obține:

$$\bar{\varrho}_v^* = l_1\bar{\alpha} + m_1\bar{\beta} + n_1 k\bar{\varrho}_u. \tag{11}$$

Rezultă că $\bar{\varrho}_v^*$ și $\bar{\varrho}_v$ sînt în același hiperplan $(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\varrho}_u)$ determinat de planul de bază al generatoarelor corespondente și de direcția comună a planelor tangente duse la suprafețele directoare. Înlocuind valoarea lui $\bar{\varrho}_v^*$ dată de (10) în ultimii doi coeficienți ai corespondenței (10) rezultă că ei se anulează dacă

$$[\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}, \bar{\varrho}_u, \bar{\beta}]\,(lm_1 - l_1 m) = 0.$$

Primul factor nu se poate anula deoarece $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_u$ sînt presupuși liniar independenți. Al doilea factor se anulează dacă

$$l/l_1 = m/m_1.$$

Relația astfel obținută se interpretează în modul următor. Dacă $\bar{\varrho}_v$ și $\bar{\varrho}_v^*$ sînt cuprinși în același hiperplan $(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\varrho}_u)$ și în plane paralele, atunci corespondența este o omografie. Ea se reduce la forma:

$$ww^* [aww^* + bw + cw^* + d] = 0, \tag{12}$$

în care

$$a = [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v], \quad b = [\bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\beta}_u, \bar{\varrho}_v^*] + [\bar{\alpha}_v, \bar{\alpha}_v, \bar{\varrho}_u^*, \bar{\beta}_v],$$

$$c = [\bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v] + [\bar{\beta}_u, \bar{\beta}_v, \bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v], \quad d = [\bar{\varrho}_u, \bar{\alpha}_v, \bar{\beta}_u, \bar{\varrho}_v^*].$$

Pentru a interpreta geometric rezultatul obţinut se consideră figurile corespunzătoare înfăşurătorii planelor tangente duse la familia (R); rezultă un fascicul de drepte în planul P iar pentru familia (R^*) un fascicul de drepte în planul P^*. Aceste două plane au în comun dreapta δ. Considerînd o rază a fasciculului din P aceasta intersectează dreapta δ într-un punct I. Raza corespunzătoare din fasciculul planului P^* trece tot prin I şi determină planul tangent semiparalel cu planul considerat şi totodată suprafaţa R^*. Deci *unei suprafeţe R îi corespunde o suprafaţă R^* care admite un plan tangent semiparalel su planul tangent al suprafeţei R. Corespondenţa este omografică, fiind dată de* (11).

4. Hipersuprafeţele V şi V^* sînt de tipul 3°; $\bar{\alpha}, \bar{\varrho}_u, \bar{\varrho}_v, \bar{\alpha}_u, \bar{\alpha}_v$ sînt situaţi în acelaşi hiperplan. Dacă hipersuprafeţele se corespund prin hiperplane tangente paralele, adică şi $\bar{\alpha}^*, \bar{\varrho}_u^*, \bar{\varrho}_v^*, \bar{\alpha}_u^*, \bar{\alpha}_v^*$ sînt situaţi în hiperplanul precedent, corespondenţa (3) este identic verificată. Orice suprafaţă R se corespunde prin semiparalelism cu orice suprafaţă R^*.

Din punct de vedere geometric rezultatul obţinut se interpretează astfel: planele tangente ale suprafeţei R sînt conţinute în hiperplanul tangent dus de-a lungul generatoarei g iar planele tangente ale suprafeţei R^* sînt conţinute într-un hiperplan paralel. Figura improprie este un plan. Planele tangente la suprafeţele R şi R^* au ca figură improprie, drepte situate în acelaşi plan. Aceste drepte au un punct comun, deci oricare din planele tangente duse suprafeţelor R este semiparalel cu toate planele tangente duse suprafeţelor R^*.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1 Creangă I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1947, **II**, *2*, pp. 91—96.
2. Creangă I., Ruscior Şt., St. şi cerc, şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1952, **III**, *1—4*, pp. 15—42.
3. Mayer O., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza", Iaşi, 1940, **XXVI**, *1*, pp. 299—308; Ibid., 1940, **XXVI**, *2*, pp. 626—632; Ibid., 1941, **XXVII**, *1*, pp. 3—11.
4. Ruscior Şt., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **II** (**VI**), *1—2*, pp. 17—25.
5. — An. şt. Univ. „Al. I. Cuza", Iaşi, 1962, **VIII**, *2*, pp. 369—395.

О СООТВЕТСТВИИ ДВУХ СЕМЕЙСТВ ПОВЕРХНОСТЕЙ В АФФИННОМ S_4, УСТАНОВЛЕННЫМ КАСАТЕЛЬНЫМИ ПОЛУПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ

(Резюме)

В статье приводится ряд результатов, установленных в рамках продолжения исследований работы [4] и имеющих в основе классические работа акад. О. Майера [3], относящийся к исследованию соответствия двух семейств поверхностей в аффинном S_4, получаемого на основании полупараллельности касательных плоскостей.

SUR LA CORRESPONDANCE PAR PLANS TANGENTS SEMI-PARALÈLES ENTRE DEUX FAMILLES DE SURFACES DANS UN S_4 AFFINE

(Résumé)

On étudie, tout en suivant l'ordre d'idées exposé dans [4], la correspondance par plans tangents semi-parallèles entre deux familles de surfaces dans un S_4 affine.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. D. 513.82

À PROPOS D'UNE NOTE DE M. N. SPAMPINATO

PAR

B. d'ORGEVAL

1. M. N. Spampinato, a étudié récemment [1] le système des réglées cubiques de Cayley qui se lie à la représentation complexe des S_3 quadricomplexes de Corrado Segre. Cette étude est susceptible d'une généralisation simple et pratiquement immédiate, qui introduit aux lieux des réglées cubiques, des variétés à $n-2$ dimensions d'ordre $n-1$ possédant un S_{n-3} multiple d'ordre $n-2$, dans l'espace S_{4n-1}; les sections hyperplanes convenables de ces variétés donnent des variétés de même type avec n diminué de 1.

2. Considérons dans l'espace S_{4n-1} les coordonnées projectives: x_j^1, x_j^2,..., x_j^n, $(j = 1, 2, 3, 4)$. Soit alors l'hypersurface V_{4n-2}^m déterminée par une forme $f(x_j^1,..., x_j^n)$ de degré $m \geqslant n-2$ et ses dérivées, avec l'équation:

$$\sum_j \frac{\partial f}{\partial x_j^1} x_j^n + \sum_{j,l} \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^1 \partial x_l^1} x_j^2 x_l^{n-1} + \sum_{j,l,o} \frac{\partial^3 f}{\partial x_j^1 \partial x_l^1 \partial x_o^1} + x_j^2 x_l^2 x_o^{n-2} + \cdots +$$

$$+ \sum_{j,\ldots,p} \frac{\partial^{n-1} f}{\partial x_j^1 \cdots \partial n_p^1} x_j^2 x_l^2 \cdots x_p^2 = 0.$$

Dans l'espace S_{4n-1} considérons les n espaces S_3:

a) $S^1(x_j^1)$ d'équations $x_j^2 = x_j^3 = \cdots = x_j^n = 0$; b) $S^2(x_j^2)$ d'équations: $x_j^3 = x_j^4 = \cdots = x_j^n = x_j^1 = 0$; ... n) $S^n(x_j^n)$ d'équations $x_j^1 = x_j^2 = x_j^3 = \cdots = x_j^{n-1} = 0$ et le n-ple de points A_1, A_2,..., A_{n-1}, A_n fixés dans ces S^i par les coordonnées non nulles (a_j^1), (a_j^2),..., (a_j^n). L'espace S_n à $n-1$ dimensions qui les joint est défini par les équations paramétriques: $x_j^1 = r_1 a_j^1$, $x_j^2 = r_2 a_j^2$,..., $x_j^n = r_n a_j^n$, obtenues par combinaisons linéaires des coordonnées homogènes dans l'espace des A avec les n coordonnées homogènes r_i. Cet espace S_{n-1} rencontre la V_{4n-2} selon une variété à $n-2$ dimensions dont l'équation dans le S_{n-1} est:

$$\sum \left(\frac{\partial f}{\partial a_j^1} a_j^n \right) r_1^{m-1} r_n + \sum \left(\frac{\partial^2 f}{\partial a_j^1 \partial a_l^1} a_j^{n-1} a_l^2 \right) r_1^{m-2} r_2 r_{n-1} + \cdots +$$

$$+ \sum \left(\frac{\partial^n f}{\partial a_j^1 \cdots \partial a_p^1} a_j^2 a_l^2 \cdots a_p^2 \right) r_1^{m-n+1} r_2^{n-1} = 0.$$

Si l'on pose :

$$q_1 = \sum_j \frac{\partial f}{\partial a_j^1} a_j^n, \quad q_2 = \sum_{j,l} \frac{\partial^2 f}{\partial a_j^1 \partial a_l^1} a_j^{n-1} a_l^1, \ldots, q_{n-1} = \sum_{j,l,\ldots,p} \frac{\partial^n f}{\partial a_j^1 \partial a_l^1 \cdots \partial a_p^1} a_j^2 a_l^2 \cdots a_p^2,$$

on obtient :

$$r_1 = 0, \; g(r_1, r_2, \ldots, r_n) = q_1 r_1^{n-2} r_n + q_2 r_1^{n-3} r_2 r_{n-1} + \cdots + q_{n-1} r_2^{n-1} = 0.$$

L'intersection contient donc $m - n + 1$ fois l'espace $r_1 = 0$ et une V_{n-2}^{n-1}, variété irréductible appartenant à un système linéaire ∞^{n-2} formé de $n-1$ variétés d'ordre $n-1$ décomposées : $r_1^{n-2} r_n = 0$, $r_1^{n-3} r_2 r_{n-1} = 0, \ldots, r_2^{n-1} = 0$.

La position de cette variété par rapport aux points A_i ne dépend donc pas de la forme f de départ, forme n'intervenant que dans la valeur des coefficients q. Donc :

Étant donnée une forme $f(x_j^i)$, $(i = 1, 2, \ldots, n ; \; j = 1, 2, 3, 4)$ de degré $m \geqslant n-2$, est déterminée dans le S_{4n-1} des x_j une variété V_{m-2}^m coupée par un $S_{n-1} = A_1 A_2 \ldots A_n$ joignant n points des espaces $S^1(x_j^1)$, $S^2(x_j^2), \ldots, S^n(x_j^n)$, à trois dimensions, en dehors de l'espace $A_2 A_3 \ldots A_n$ compté $m - n + 1$ fois selon une V_{n-2}^{n-1} appartenant à un système linéaire ∞^{n-2}, déterminée par les valeurs des dérivées de f, le systéme linéaire étant indépendant de la forme f.

3. Considérons les dérivées en r de la fonction g :

$$\partial g/\partial r_1 = (n-2) q_1 r_1^{n-3} r_n + \cdots + q_{n-2} r_3 r_2^{n-3},$$

$$\partial g/\partial r_2 = q_2 r_1^{n-3} r_{n-1} + 2 q_3 r_1^{n-4} r_2 r_{n-2} + \cdots + (n-1) q_{n-1} r_2^{n-2},$$

. . . . . .

$$\partial g/\partial r_{n-1} = q_2 r_1^{n-3} r_2,$$

$$\partial g/\partial r_n = q_1 r_1^{n-2}.$$

Si $r_1 = r_2 = 0$ ces dérivées sont toutes nulles. Donc la V_{n-2}^{n-1} générique admet le S_{n-3}, $(r_1 = r_2 = 0)$, comme espace double (espace $A_3 A_4 \ldots A_n$). En un point quelconque $(0, 0, m_3, \ldots, m_n)$ de cet espace double, les dérivées secondes :

$$\partial^2 g/\partial r_1 = (n-2)(n-3) q_1 r_1^{n-4} r_n + \cdots + q_{n-3} r_4 r_2^{n-4},$$

$$\partial^2 g/(\partial r_1 \partial r_2) = (n-3) q_2 r_1^{n-4} r_{n-1} + \cdots + (n-2) q_{n-2} r_2^{n-3},$$

. . . . . .

$$\partial^2 g/(\partial r_1 \partial r_i) = (n-i+2) q_{n-i} r_1,$$

. . . . . .

sont toutes nulles. Les premières dérivées non nulles sont :

$$\partial^{n-2} g/\partial r_1^{n-2} = (n-2)! \, q_1 r_n, \qquad \partial^{n-2} g/(\partial r_1^{n-3} \partial r_2) = (n-3)! \, q_2 r_{n-1}.$$

L'on a donc à faire à un espace qui est $(n-2)$-ple pour la variété et donc le cône tangent en un point de cet espace est : $(n-2)! \, m_n r_1^{n-2} + (n-3)! \, m_{n-1} r_1^{n-3} r_2 = 0$ formé de $A_2 A_3 \ldots A_n$ compté $n-3$ fois et d'un hyperplan variable : $(n-2) m_n r_1 + m_{n-1} r_2 = 0$.

Notons que l'hyperplan $r_1 = 0$, coupe la variété selon l'espace $A_3 A_4 \ldots A_n$ compté $n-1$ fois. On a donc à faire à une variété à $n-2$ dimensions d'ordre $n-1$

possédant un espace S_{n-3} $(n-2)$-ple, ayant avec $A_2\,A_3 \ldots A_n$ un contact d'ordre $n-1$ le long de $A_3\,A_4 \ldots A_n$. Cette variété possède un faisceau de S_{n-3}, puisque tout S_{n-2} passant par le S_{n-3} multiple coupe en outre la variété selon un S_{n-3} — propriété généralisante de celle de la cubique à droite double. Si l'on coupe par un autre hyperplan, on tombe sur une variété de même type, mais où n est remplacé par $n-1$.

Le point A_1 $(1, 0, 0, \ldots, 0)$ est simple et en ce point l'hyperplan tangent est $r_n = 0$ coupant la variété selon $r_2 = 0$ et $q_2\, r_1^{n-3}\, r_{n-1} + \cdots + q_{n-1}\, r_2^{n-2} = 0$, c'est-à-dire selon l'espace $A_1\,A_3 \ldots A_{n-1}$ et une V_{n-3}^{n-2} analogue à la précédente correspondant à la même question pour $n-1$, et une fonction $f_1 = \partial f / \partial x^1$.

En considérant un point $P(1, \alpha, \beta, \ldots, \tau, \sigma, 0)$ et la droite $A_n P$, d'équation: $r_1 = 1$, $r_2 = \alpha, \ldots, r_{n-1} = \sigma, r_n = \lambda$, on obtient les équations paramétriques de la nappe passant en A: $r_1 = 1$, $r_2 = \alpha$, $r_3 = \beta, \ldots, r_{n-1} = \sigma$, $r_n = -(q_2\,\alpha\sigma + q_3\,\alpha^2\tau + \cdots + q_{n-1}\alpha^{n-1})$.

4. Faisons maintenant varier les points A_i dans les espaces $S^i(x_j^i)$; l'espace S_{n-1} qu'ils définissent décrit une congruence $(S_3)_{3n}$ de S_{4n-1} d'ordre 1 puisque par le point $T(a_j^1, a_j^2, \ldots, a_j^n)$ passe un seul des espaces de la congruence, celui défini par $A_1(a_j^1), \ldots, A_n(a_j^n)$. Si l'on considère les $n-1$ projectivités définies par $x_j^1 = x_j^k$, $(k = 2, 3, \ldots, n)$, les points $A_2, A_3, \ldots, A_n$ sont les homologues par ces projectivités de $n-1$ points $\overline{A}_2, \ldots, \overline{A}_n$ de S^1 y ayant les coordonnées a_j^i. On peut en déduire une généralisation de la représentation de Segre pour $n = 4$.

Dans chacun des ∞^{3n} S_{n-1} définis par les A il y a un système linéaire de variétés V_{n-2}^{n-1}, ∞^{n-2}, formant le système $(V_{n-2}^{n-1})_{4n-2}$, tel qu'en un point $B(a_j^1, a_j^2, \ldots, a_j^n)$, passe un système ∞^{n-3} de V_{n-2}^{n-1} du système $(V_{n-2}^{n-1})_{n-2}$ contenu dans le S_{n-1} de la congruence pasant par B. Si l'on revient au système de coordonnées r_i dans $A_1\,A_2 \ldots A_n$ le point B sera $(1, 1, \ldots, 1)$; le système linéaire sera alors donné par: $g(r_1, r_2, \ldots, r_m) = 0$, $q_1 + q_2 + \ldots + q_{n-1} = 0$, c'est-à-dire:

$$q_1\,(r_n\, r_1^{n-2} - r_2^{n-1}) + q_2\, r_2\,(r_{n-1}\, r_1^{n-3} - r_2^{n-2}) + \ldots + q_{n-2}\, r_2^{n-3}\,(r_1\, r_3 - r_2^2) = 0.$$

Ce système ∞^{n-3} est donc déterminé par une suite de variétés simples: a) un cône d'ordre $n-1$, b) un cône d'ordre $n-2$ et un hyperplan, c) un cône d ordre $n-3$ et un hyperplan deux fois, ..., n) un cône quadrique et un hyperplan $n-3$ fois; tous cônes en position particulière par rapport aux A.

5. Si l'on se fixe une V_{n-2}^{n-1} du système, et que l'on considère les réduites successives, on obtient: a) réduite de degré 1: $r_1 = 1$, $r_2 = \alpha, \ldots, r_{n-1} = \sigma$, $r_N = 0$, b) réduite de degré 2: $r_1 = 1, \ldots, r_{n-1} = \sigma$, $r_n = h_1\alpha\sigma$.

Toutes les variétés du système ont même hyperplan tangent; toutes celles qui ont le même h_1 sont osculatrices selon la quadrique section de $A_1 \ldots A_{n-1}$ par $r_1\, r_n - h_1 r_2 r_{n-2} = 0$.

Pour la troisième réduite on obtient $r_n = h_1\alpha\sigma + h_2\,\alpha^2\tau$ et toutes les variétés qui ont mêmes valeurs de h_1 et h_2 ont même surosculation le long de la cubique $r_n r_1^2 - h_1\, r_1\, r_2\, r_{n-1} - h_2\, r_2^2\, r_{n-2} = 0$ et ainsi de suite; chaque réduite fixe un nouveau h et les variétés possédant tous ces h ont une hyperosculation bien définie. À la fin il restera un seul faisceau de variété q possédant une osculation d'ordre $n-3$, le long de la variété d'ordre $n-2$:

$$r_n\, r_1^{n-3} - h_1\, r_1^{n-4}\, r_{n-1} - h_2\, r_1^{n-5}\, r_2^2\, r_{n-2} - \cdots - h_{n-2}\, r_2^{n-3}\, r_3 = 0.$$

Ces systèmes de variétés décrivent alors dans S_{4n-1} des systèmes se liant au système initial par leurs propriétés de contact et d'osculation.

Reçu le 16 VI 1961

Université de Dijon, France

BIBLIOGRAPHIE

1. Spampinato N., Ric. di Matem., 1960, **VIII**, pp. 163–171.

К ОДНОЙ ЗАМЕТКЕ Н. СПАМПИНАТО

(Резюме)

Н. Спампинато исследовал в [1] систему кубических линейчатых поверхностей Кэли, имеющих связь с комплексными представлениями квадрикомплексных S_3 Коррадо Сегре.

Результаты Н. Спампинато обобщаются заменением кубических линейчатых поверхностей многообразиями порядка $n-1$, $n-2$ измерений имеющими кратный S_{n-3}, $n-2$ порядка в пространстве S_{4n-1}.

Подходящие сечения гиперплоскостями дают многообразия того же типа, причем n уменьшается на единицу.

CU PRIVIRE LA O NOTĂ A LUI N. SPAMPINATO

(Rezumat)

N. Spampinato a studiat recent [1] sistemul de riglate cubice al lui Cayley în legătură cu reprezentarea complexă a S_3 cuadricomplexe introduse de Corrado Segre.

Rezultatele obţinute de N. Spampinato se generalizează, introducîndu-se în locul riglatelor cubice varietăţi de ordin $n-1$ cu $n-2$ dimensiuni posedînd un S_{n-3} multiplu de ordin $n-2$ într-un spaţiu S_{4n-1}.

Secţiunile hiperplane convenabile ale acestor varietăţi conduc la varietăţi de acelaşi tip, n fiind micşorat cu o unitate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII) Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 515.19

O NOUĂ METODĂ GRAFICĂ DE REZOLVARE A PROBLEMELOR METRICE

DE

C. HUIU, N. IRIMICIUC, I. RUSU și Gr. TAȘCĂ

Comunicare prezentată în sesiunea științifică jubiliară a Institutului politehnic din Iași, din 9–11 noiembrie 1962

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1], o parte din autori au elaborat bazele unei geometrii reprezentative plan-axiale folosind, pentru reprezentarea corpurilor, proiecția cilindrică ortogonală pe planul reprezentării și proiecția ortogonală pe axa reprezentării, rabătută în planul reprezentării.

În lucrarea citată autorii au stabilit, între alte noi obiective de cercetare științifică, și aplicarea metodei elaborate la rezolvarea problemelor metrice. Nota de față expune rezultatele acestor cercetări.

2. Distanțe

a) *Distanța de la un punct la o dreaptă*

Fie D dreapta dată prin punctele $A\ (a, \overline{a})$ și $B\ (b, \overline{b})$, iar $M\ (m, \overline{m})$ punctul dat (fig. 1). Pentru a găsi distanța de la punctul dat M la dreapta dată D, se rabate planul determinat de elementele geometrice date, pe un plan de nivel P de aceeași cotă cu punctul dat. În acest scop, întîi se rabate dreapta D pe planul π. Se duce apoi o paralelă la d la o distanță egală cu cota punctului M obținînd astfel I_0 — poziția rabătută a punctului $I\ (i, \overline{i})$ de intersecție dintre dreapta D și planul de nivel P. Orizontala $MI\ (m, \overline{m}; i, \overline{i})$ este axa de rabatere. Se rabate dreapta D în D_1 pe planul de nivel P. Segmentul $\overline{mN_1}$ perpendicular pe D_1 în N_1 măsoară adevărata mărime a distanței căutate.

Prin ridicarea planului determinat de elementele geometrice date, se obțin proiecțiile $\overline{mn}$ și $\overline{\overline{m}\ \overline{n}}$ ale segmentului $\overline{MN}$.

b) *Distanța dintre două drepte paralele*

Fie $D(d, D_0)$ și $D_1(d_1, D_{1_0})$ dreptele date (fig. 2). Pentru a găsi distanța dintre aceste două drepte se caută adevărata mărime a segmentului de dreaptă mărginit de punctele de intersecție dintre dreptele date și un plan perpendicular pe acestea.

Pentru simplificare planul P, perpendicular pe D și D_1, s-a dus prin urma $U\ (u, 0)$ a dreptei D. Urma P_0 a acestuia este perpendiculară în u pe d și concurentă cu d_1 în t. Planul P intersectează dreapta D_1 în punctul C. Se formează astfel triunghiul drept-

unghic utC_2 a cărui proiecţie pe planul π este triunghiul dreptunghic utc. Ipotenuza uC reprezintă distanţa căutată. Adevărata ei mărime se găseşte rabătînd triunghiul utC pe planul π în jurul catetei ut. În acest scop din t se duce perpediculara pe D_{1_0} obţi-

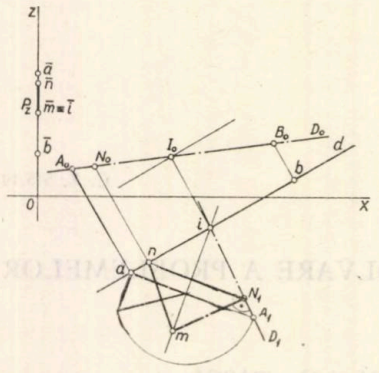


Fig. 1

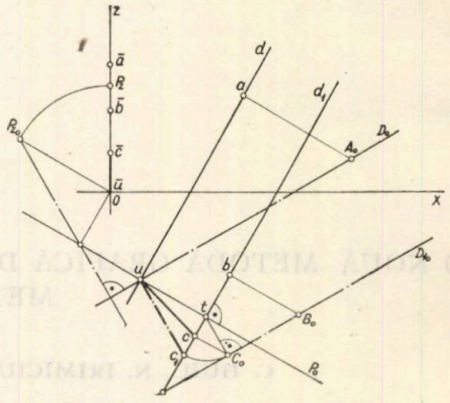


Fig. 2

nînd segmentul $\overline{tC_0}$, adevărata mărime a catetei tC. Măsurînd pe d_1 segmentul $\overline{tc_1}=\overline{tC_0}$ se obţine segmentul $\overline{uc_1}$, adevărata mărime a ipotenuzei şi deci a distanţei dintre dreptele paralele date.

Observaţii. Această cale poate fi urmată şi la găsirea distanţei de la un punct la o dreaptă. În acest caz prin punctul dat se duce o paralelă la dreapta dată.

c) *Distanţa de la un punct la un plan*

Fie A (a, a) punctul dat şi P (P_0, P_z) planul dat (fig. 3). Prin punctul A se consideră planul Q perpendicular pe planele P şi π. Planul Q intersectează planul P după linia de cea mai mare pantă Δ_1 a planului P faţă de planul π.

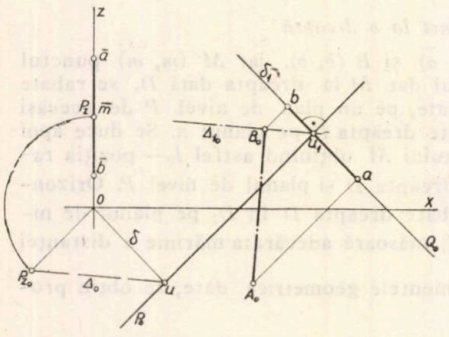


Fig. 3

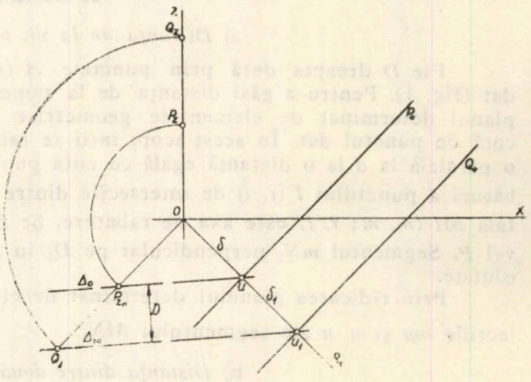


Fig. 4

Distanţa căutată este perpediculara dusă din punctul A pe linia de cea mai mare pantă Δ_1. Un punct al dreptei Δ_1 este urma $U_1(u_1, 0)$. Rabătînd planul Q pe planul π se obţine poziţia rabătută Δ_{1_0} a dreptei Δ_1 — paralelă cu Δ_0 — şi poziţia rabătută A_0 a punctului A.

Segmentul $\overline{A_0B_0}$, perpendicular în B_0 pe Δ_{1_0}, măsoară adevărata mărime a distanței căutate Ridicînd planul Q se obțin proiecțiile acestei distanțe $\overline{AB}$ $(\overline{a, b}; \overline{\overline{a, b}})$.

d) *Distanța dintre două plane paralele*

Fie P (P_0, P_z) și Q (Q_0, Q_z) cele două plane paralele date (fig. 4). Prin axa OZ se consideră planul R perpendicular pe planele date. Planul R intersectează respectiv planele P și Q după liniile de cea mai mare pantă Δ și Δ_1 față de planul π. Distanța dintre pozițiile rabătute Δ_0 și Δ_{1_0} ale liniilor de cea mai mare pantă, măsoară adevărata mărime a distanței dintre planele paralele date P și Q.

e) *Distanța minimă dintre două drepte oarecare*

Fie D_1 (d_1, D_{1_0}) și D_2 (d_2, D_{2_0}) dreptele date (fig. 5). Prin punctul A $(a, \bar{a})$ situat pe D_1 se duce paralela D_3 (d_3, D_{3_0}) la dreapta D_2. Dreptele D_1 și D_3 determină planul P (P_0, P_z) paralel cu dreapta D_2. Urma P_0 este determinată de urmele U_1 și U_3 ale dreptelor D_1 și D_3, iar urma axială P_z a planului P se găsește ducînd prin punctul A linia de cea mare pantă a planului P față de π.

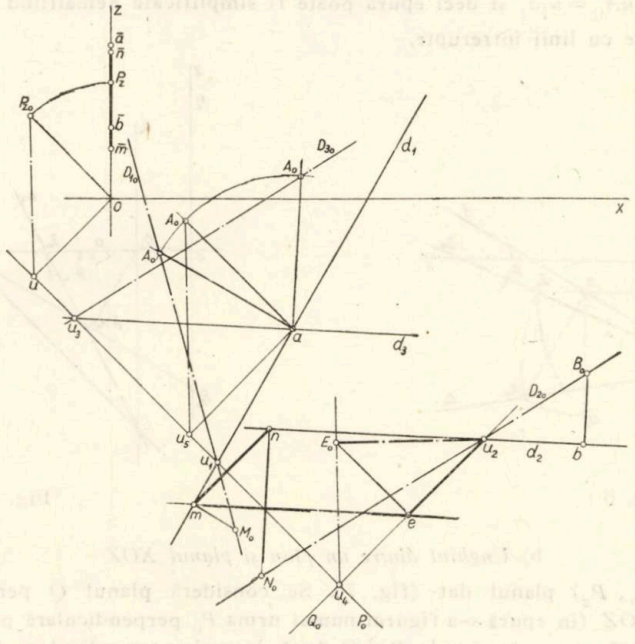


Fig. 5

Distanța minimă dintre cele două drepte date este distanța de la un punct al dreptei D_2 la planul P. Pentru simplificare s-a considerat pe dreapta D_2 urma sa U_2. Distanța de la punctul U_2 la planul P este situată în planul Q, perpedicular pe planele π și P, dusă prin U_2. Adevărata mărime a distanței căutate se obține rabătînd planul Q pe planul π. Această distanță este segmentul $\overline{u_2E_0}$ perpendicular pe poziția rabătută a liniei de cea mai mare pantă a planului P față de planul π, dusă prin punctul U_2 (linia de cea mai mare pantă rezultă din intersecția planelor Q și P). Proiecția pe planul π a segmentului u_2E_0 este segmentul $\overline{u_2e}$. Pentru a găsi poziția perpendicularei comune a

celor două drepte date se efectuează o translaţie a segmentului $\overline{u_2 e}$, care corespunde translaţiei în spaţiu a segmentului $\overline{U_2 E}$. Prin translaţie punctul u_2 ajunge în n pe d_2, iar punctul e în m pe d_1. Se obţine astfel segmentul $\overline{MN}$ ($\overline{mn}$; $\overline{m}\,\overline{n}$), perpediculara comună a celor două drepte date D_1 şi D_2.

3. Unghiuri

a) *Unghiul dintre o dreaptă şi planul XOZ*

Fie D (d, D_0) dreapta dată (fig. 6). Prin dreapta D se duce planul P perpendicular pe planul XOZ; (în epură s-a figurat numai urma P_0 care trece prin u şi este perpendiculară pe OX). Printr-un punct A (a, $\bar{a}$) situat pe dreapta D se duce linia de cea mai mare pantă a planului P faţă de planul π. Unghiul dintre dreapta dată şi linia de cea mai mare pantă reprezintă unghiul căutat. Rabătînd planul P pe planul π se obţine poziţia rabătută $\bar{A}_0$ a punctului A, deci şi poziţia rabătută $\bar{D}_0$ a dreptei D. Unghiul β dintre $\bar{D}_0$ şi axa OX, egal cu unghiul dintre $\bar{D}_0$ şi proiecţia pe planul π a liniei de cea mai mare pantă, măsoară adevărata mărime a unghiului căutat. Din fig. 6 se observă că $u\bar{A}_0 = uA_0 = u_1 a_1$ şi deci epura poate fi simplificată nemaifiind necesare construcţiile trasate cu linii întrerupte.

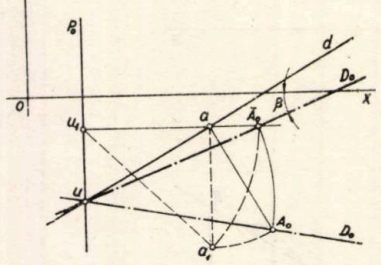


Fig. 6

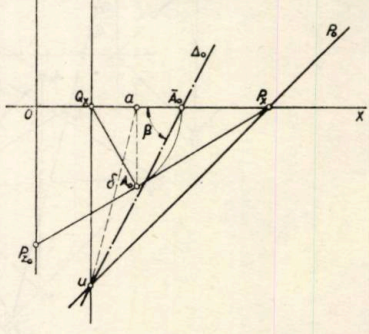


Fig. 7

b) *Unghiul dintre un plan şi planul XOZ*

Fie $P(P_0, P_z)$ planul dat (fig. 7). Se consideră planul Q perpendicular pe planele P şi XOZ (în epură s-a figurat numai urma P_0 perpendiculară pe OX). Planul XOZ intersectează respectiv planele P şi Q după dreptele perpendiculare $P_x P_{z_0}$ şi $Q_x A_0$ rabătute în planul π în jurul axei OX, ($Q_x A_0$ este perpendiculară pe $P_x P_{z0}$ deoarece planele P şi Q sînt perpendiculare). Planul Q intersectează respectiv planele P şi XOZ după dreptele $U\bar{A}_0$ şi $Q_x \bar{A}_0$ rabătute în planul π în jurul urmei P_0. Unghiul β dintre Δ_0 şi OX măsoară adevărata mărime a unghiului diedru dintre planul dat P şi planul XOZ.

c) *Unghiul dintre două drepte concurente*

Fie D_1 şi D_2 dreptele date, concurente în punctul I (i, $\bar{i}$), determinate de punctul I şi respectiv de punctele A (a, $\bar{a}$) şi B (b, $\bar{b}$). Cu centrul în punctul I se consideră o

sferă de rază R arbitrar aleasă. Dreptele D_1 şi D_2 intersectează sfera în punctele C şi respectiv E care au fost găsite rabătînd planele proiectante ale celor două drepte faţă de planul π pe un plan de nivel P ce trece prin centrul sferei. S-au obţinut astfel punc-

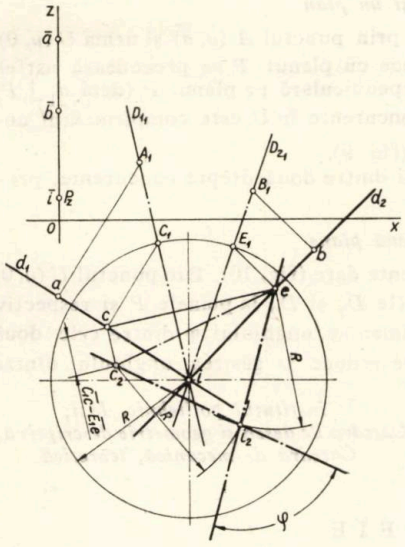


Fig. 8

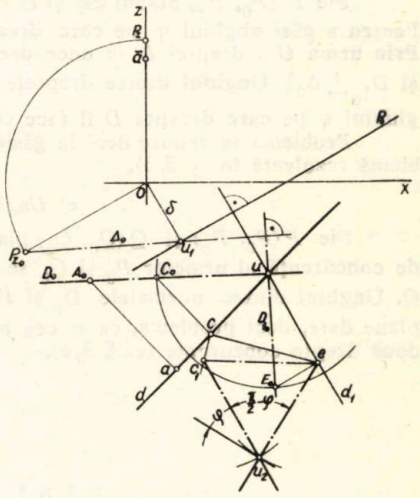


Fig. 9

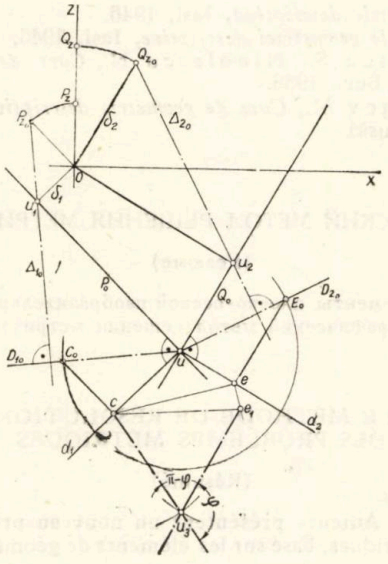


Fig. 10

tele C_1 şi E_1 respectiv c şi e (fig. 8). Coarda CE determină împreună cu segmentele $\overline{IC}$ şi $\overline{IE}$, egale cu raza sferei, un triunghi isoscel cu unghiul din I egal cu unghiul φ dintre cele două drepte date. Adevărata mărime a acestui unghi se găseşte trasînd tri-

unghiul $c_2 i_2 e$ în care latura $c_2 e$ este adevărata mărime a corzii CE găsită prin rabaterea planului proiectant al acesteia faţă de planul π, pe un plan de nivel ce trece prin punctul E.

d) *Unghiul dintre o dreaptă şi un plan*

Fie $P\ (P_0, P_z)$ planul dat şi D dreapta dată prin punctul $A\ (a, \bar{a})$ şi urma $U\ (u, 0)$. Pentru a găsi unghiul φ pe care dreapta D îl face cu planul P se procedează astfel. Prin urma U a dreptei D se duce dreapta D_1 perpendiculară pe planul P (deci $d_1 \perp P_0$ şi $D_{1_0} \perp \Delta_0$). Unghiul dintre dreptele D şi D_1, concurente în U, este complementul unghiului φ pe care dreapta D îl face cu planul P (fig. 9).

Problema se reduce deci la găsirea unghiului dintre două drepte concurente, problemă rezolvată în (§ 3, c).

e) *Unghiul dintre două plane*

Fie $P(P_0, P_z)$ şi $Q(Q_0, Q_z)$ planele concurente date (fig. 10). Din punctul $U\ (u, 0)$ de concurenţă al urmelor P_0 şi Q_0 se duc normalele D_1 şi D_2 la planele P şi respectiv Q. Unghiul dintre normalele D_1 şi D_2 este suplimentul unghiului φ dintre cele două plane date, deci problema, ca şi cea precedentă, se reduce la găsirea unghiului dintre două drepte concurente (v. § 3, c).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de desen şi geometrie descriptivă,
Catedra de mecanică, teoretică

BIBLIOGRAFIE

1. Irimiciuc N., Rusu I., Huiu C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3-4* pp. 65—74.
2. Botez Şt. M., *Geometrie descriptivă*, Iaşi, 1946.
3. — *Aplicaţiile geometriei descriptive*, Iaşi, 1946.
4. Dragomir V., Ionescu S., Nicolescu N., *Curs de geometrie descriptivă*, vol. I, II, Lit. Înv., Buc., 1958.
5. Gordon V., Semenţov M., *Curs de geometrie descriptivă*, Ed. tehn., Buc., 1958, (trad. din l. rusă).

НОВЫЙ ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ МЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

(Резюме)

Авторы, пользуя элементы плоско-осевой изобразительной геометрии, изложенные в [1], предлагают новый графический метод решения метрических задач.

UNE NOUVELLE MÉTHODE DE RÉSOLUTION GRAPHIQUE DES PROBLÈMES MÉTRIQUES

(Résumé)

Dans cette Note les Auteurs présentent un nouveau procédé de résolution graphique des problèmes métriques, basé sur les éléments de géometrie réprésentative plane-axiale exposé dans [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

Д. К. 519.2

К ТЕОРИИ ОДНОМЕРНЫХ ВЕТВЯЩИХСЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

И. Д. ЧЕРКАСОВ

1. *Определения, обозначения и леммы*

Пусть $\mu_s(t)$ обозначает случайную величину, показывающую число частиц некоторой системы в момент времени t, если в момент s была одна частица. Предполагаем, что размножение частиц происходит согласно распределения вероятностей $\{P_n(s,t)\}$, причем:

$$P_n(s,t) = P\{\mu_s(t) = n / \mu_s(s) = 1\}. \tag{1}$$

Введем в рассмотрение так называемые факториальные моменты $M_n(s,t)$ и производящую функцию $F(s,t,x)$:

$$M_n(s,t) = M\{\mu_s(t)[\mu_s(t)-1]\dots[\mu_s(t)-(n-1)]\}, \tag{2}$$

$$F(s,t,x) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(s,t)x^k, \quad |x| \leqslant 1. \tag{3}$$

Первые три факториальных момента будем обозначать следующим образом:

$$M_1(s,t) = A(s,t), \quad M_2(s,t) = B(s,t), \quad M(s,t) = C(s,t). \tag{4}$$

Ясно, что рассматриваемый случайный процесс является частным случаем стохастически определенного процесса [1] и, в частности, предполагаются выполненными соотношения:

$$P_n(s,t) \geqslant 0, \quad \sum_{n=0}^{\infty} P_n(s,t) = 1.$$

С помощью производящей функции $f(t,x)$ [2, § 3] мы определяем малые факториальные моменты $m_k(t)$ равенствами:

$$m_k(t) = \partial^k f(t,x)/\partial x^k|_{x=1}, \quad (k = 1, 2, \dots), \tag{5}$$

полагая для краткости:

(6) $$m_1(t)=a(t),\quad m_2(t)=b(t),\quad m_3(t)=c(t).$$

Из равенства $f(t,1)=0$ вытекает, что все факториальные моменты $m_k(t)$ неотрицательны при $k\neq 1$. Во всем дальнейшем изложении предполагаем, что $f(t,x)$ непрерывна по совокупности переменных t и x при $t\geqslant 0$, $|x|\leqslant 1$, и что при любом t_0:

$$f(t_0,x)\not\equiv 0,\quad (0\leqslant t_0\leqslant\infty).$$

Вероятность того, что процесс, начавшись с одной частицы в момент времени s, рано или поздно выродится, равна:

(7) $$P(s)=\lim_{t\to\infty}P_0(s,t)=\lim_{t\to\infty}F(s,t,0).$$

Назовем $P(s)$ вероятностью вырождения, а процесс, для которого $P(s)\equiv 1$, будем называть вырождающимся.

Далее, в работе будут применяться следующие обозначения:

(8) $q(s,t)=1-P_0(s,t)$, (9) $L(s,x)=[f(s,x)+(1-x)a(s)]/[(1-x)f(s,x)]$,

(10) $$P_n^*(s,t)=P\{\mu_s(t)=n/\mu_s(s)=1,\ \mu_s(t)>0\},$$

(11) $$M_s^*(t)=\frac{1}{q(s,t)}\exp\left[\int_s^t a(u)\,du\right],\quad a(u)\geqslant 0,$$

(12) $$S_s(t,y)=P\{\mu_s(t)/M_s^*(t)<y/\mu_s(t)>0\},$$

(13) $$\Delta(s,x,z)=\begin{vmatrix} f(s,x) & f'_s(s,x)\\ f'_z(s,z) & f''_{zs}(s,z)\end{vmatrix},\quad (14)\quad \Delta_1(s,x)=\begin{vmatrix} A(s) & \overline{B}(s,x)\\ A'(s) & \overline{B}'_s(s,x)\end{vmatrix},$$

где:

$$A(s)=[1-P(s)]a(s)+f(s,P(s)),$$

$$\overline{B}(s,x)=(x-1)f(s,P(s))+f(s,P(s)+[1-P(s)]x).$$

Заметим, что в данной работе момент $a(s)$ считается равномерно ограниченным по абсолютной величине некоторой постоянной M:

$$|a(s)|\leqslant M.$$

Нам потребуется еще следующее определение. Случайный ветвящийся процесс $X(t)$ называется асимптотически однородным по времени, если его распределение вероятностей $\{P_m(s,t)\}$ (или $S_s(t,y)$) при $t\to\infty$ стремится к некоторому стационарному распределению $\{P_n\}$ ($S(y)$), не зависящему от начального момента времени s.

В настоящей статье излагаются без доказательства результаты, полученные автором при исследовании неоднородных ветвящихся процессов.

При этом все теоремы главы **2** статьи [2], относящиеся к однородным по времени процессам, обобщены на неоднородные процессы. Кроме того, многие формулы, выведенные в работах [3] и [4], также вытекают из результатов настоящей статьи, если предположить, что

процесс однороден по времени. Затем исследуются некоторые признаки, характеризующие асимптотически однородные процессы.

При доказательствах важную роль играют следующие леммы.

Лемма 1. *Если функции $z = f(y)$ и $y = \varphi(x)$ в соответствующих областях определения имеют непрерывные производные до n-го порядка включительно, то n-я производная сложной функции $f(\varphi(x))$ равна* $(n \geqslant 1)$:

$$z_{x^n}^{(n)} = \sum_{r=0}^{n-1} \left\{ \sum_{k_1=r}^{n-1} C_{n-1}^{k_1} \varphi^{(n-k_1)} \sum_{k_2=r-1}^{k_1-1} C_{k_1-1}^{k_2} \varphi^{(k_1-k_2)} \dots \right. \tag{15}$$
$$\left. \dots \sum_{k_r-1}^{k_{r-1}-1} C_{k_{r-1}-1}^{k_r} \varphi^{(k_{r-1}-k_r)} \varphi^{(k_r)} f^{(r+1)} \right\}.$$

Лемма 2. *Пусть даны любые комплексные числа x и x_1, причем* $|x_1| \leqslant 1$, $|x| \leqslant 1$, *а* $s \geqslant 0$, *тогда*:

$$f(s, x_1) - f(s, x) = a(s, x, x_1)(x_1 - x), \tag{16}$$

$$F(s, t, x_1) - F(s, t, x) = A(s, t, x, x_1)(x_1 - x), \tag{17}$$

причем

$$|a(s, x, x_1)| \leqslant |a(s)| + 2|f'_x(s, 0)|, \tag{18}$$

$$|A(s, t, x, x_1)| \leqslant M_1(s, t) = \exp\left[\int_s^t a(u)\,du\right]. \tag{19}$$

Следствие 1. Положим в (16) $x = 1$, а x_1 будем обозначать просто x, тогда из (16) находим:

$$f(s, x) = (x - 1)\left[a(s) + \frac{1}{2}(x - 1)\bar{b}(s, x)\right], \tag{20}$$

где введено обозначение:

$$\bar{b}(s, x) = 2\sum_{n=2}^{\infty} p_n(s) \frac{x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x - (n-1)}{x - 1}. \tag{21}$$

При этом, как легко видеть, $|\bar{b}(s, x)| \leqslant b(s)$.

2. *формулировка основных результатов*

Теорема 1. *Если при всех $t \geqslant 0$ момент $m_n(t)$ существует и непрерывен, то существует и непрерывен момент $M_n(s, t)$.*

Пусть все $M_k(s, t)$ для $k < n$ уже найдены. Тогда для вычисления $M_n(s, t)$ достаточно n раз продифференцировать по x уравнение:

$$\partial F(s, t, x)/\partial s = -f(s, F(s, t, x)), \tag{22}$$

положить $x = 1$ и решить полученное дифференциальное уравнение относительно $M_n(s, t)$ при начальном условии:

$$M_n(t, t) = \delta_n^1. \tag{23}$$

Для краткости введем обозначение:

$$\psi(s, t) = \sum_{r=1}^{n-r} \left\{ \sum_{k_1=1}^{n-1} C_{n-1}^{k_1} M_{n-k_1}(s, t) \sum_{k_2=r-1}^{k_1-1} C_{k_1-1}^{k_2} M_{k_1-k_2}(s, t) \ldots \right.$$

$$\left. \ldots \sum_{k_r=1}^{k_{r-1}-1} C_{k_{r-1}-1}^{k_r} M_{k_{r-1}-k_r}(s, t) M_{k_r}(s, t) m_{r+1}(s) \right\}.$$

Из теоремы 1, на основании леммы 1 мы заключаем, что:

$$M_n(s, t) = \exp\left[-\int_t^s m_1(u)\, \mathrm{d}u \right] \times$$

$$\times \left\{ \delta_1^n \operatorname{sign}(n-1) \int_t^s [-\psi(u, t)] \exp\left[\int_t^u m_1(\nu)\, \mathrm{d}\nu \right] \mathrm{d}u \right\}. \tag{24}$$

Эта рекуррентная формула позволяет получать все моменты последовательно, начиная с $M_1(s, t)$. Например, выпишем на основании формулы (24) следующие моменты:

$$A(s, t) = \exp\left[\int_s^t a(u)\, \mathrm{d}u \right], \tag{25}$$

$$B(s, t) = \exp\left[\int_s^t a(u)\, \mathrm{d}u \right] \int_s^t b(u) \exp\left[\int_u^t a(\nu)\, \mathrm{d}\nu \right] \mathrm{d}u, \tag{26}$$

$$C(s, t) = \exp\left[\int_s^t \alpha(u)\, \mathrm{d}u \right] \int_s^t \exp\left[\int_u^t \alpha(\nu)\, \mathrm{d}\nu \right] \times$$

$$\times \left\{ 3b(u) \int_u^t b(z) \exp\left[\int_z^t a(x)\, \mathrm{d}x \right] \mathrm{d}z + c(u) \exp\left[\int_u^t a(\nu)\, \mathrm{d}\nu \right] \right\} \mathrm{d}u. \tag{27}$$

Теорема 2. *Вероятность вырождения $P(s)$ существует при любом s и является непрерывной функцией от s.*

Функция $P(s)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$\mathrm{d}P/\mathrm{d}s = -f(s, P). \tag{28}$$

Пусть равномерно относительно x, $f(s, x) \to f(x)$, $s \to \infty$. Для того, чтобы при всех значениях s_0, $(0 \leqslant s_0 \leqslant \infty)$, вероятность вырождения

была равна ближайшему к нулю неотрицательному корню λ_{s_0} уравнения:

$$f(s_0, x) = 0, \tag{29}$$

необходимо и достаточно, чтобы $\lambda_s \equiv \text{const}$.

Теорема 3. *Пусть* $\lambda_s = const$. *Для того, чтобы имели* $P(s) \equiv \lambda$, *необходимо и достаточно, чтобы* $f(s, x) = (x - \lambda)\varphi(s, x)$, *где* $\varphi(s, \lambda) \leqslant 0$, $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$.

Следствие 2. Для того, чтобы при $\lambda_s = \text{const}$. процесс был вырождающимся ($P(s) \equiv 1$), необходимо и достаточно, чтобы $a(s) \leqslant 0$ при всех $s \geqslant 0$.

Итак, при $a(s) \leqslant 0$ вероятность $Q(s) = 1 - P(s)$ того, что ветвящийся процесс, начавшийся с одной частицы в момент времени s, никогда не выродится, равна нулю. Нижеследующая теорема 4 показывает скорость приближения к нулю вероятности $q(s, t)$ продолжения процесса в момент t при $t \to \infty$.

Теорема 4. *Пусть* $a(s) \leqslant \alpha < 0$, *а функция* $L(s, x)$ *равномерно ограничена в области* $s \geqslant 0$, $0 \leqslant x \leqslant 1$ *и интегрируема по* x *на сегменте* $[0, 1]$ *при любом* s. *Если* $x \in [0, 1]$ *существует предел*:

$$\lim_{s \to \infty} L(s, x) = K(x), \tag{30}$$

а функция $K(x)$ *интегрируема на сегменте* $[0, 1]$, *то при фиксированном* s *и* $t \to \infty$:

$$q(s, t) \sim K \exp\left[\int_s^t a(u)\,du\right], \quad \textit{причем} \quad K = \exp\left[-\int_0^1 K(x)\,dx\right]. \tag{31}$$

При некоторых дополнительных условиях (которые выполняются, например, при $\Delta(s, x, 1) \equiv 0$), формула (31) уточняется, принимая вид:

$$q(s, t) \sim K \exp\left[\int_s^t a(u)\,du\right] - \frac{1}{2} K^2 \frac{b(s)}{a(s)} \exp\left[2\int_s^t a(u)\,du\right]. \tag{32}$$

Теорема 5. *Если* $a(s) \equiv 0$, а моменты $b(s) \geqslant \alpha > 0$ и $c(s)$ *ограничены некоторой постоянной* N, *то при фиксированном* s *и* $t \to \infty$:

$$q(s, t) \sim 2 \Big/ \int_s^t b(u)\,du. \tag{33}$$

Предположим в дополнение к условиям теоремы 5, что $c(u) = Bb(u)$, $B > 0$, и что равномерно относительно $x \in [0, 1]$:

$$\lim_{s \to \infty} \{[6b(s) f(s, 1-x) - 3b^2(s) x^2 + 2xc(s) f(s, 1-x)] / [6x^2 f(s, 1-x) b(s)]\} = K(x).$$

Тогда имеет место следующая асимптотическая оценка для вероятности $q(s, t)$:

$$q(s,t)\sim\left(\{1+c(u)/[3b(u)]\}\left\{\ln\left[\int_s^t b(u)\,du\right]\Big/\left[\frac{1}{2}\int_s^t b(u)\,du\right]\right\}-\right.$$

(34)

$$\left.-K\Big/\left[\frac{1}{2}\int_s^t b(u)\,du\right]\right)\Big/\left[\frac{1}{2}\int_s^t b(u)\,du\right],$$

причем постоянная K равна:

$$K=1+\int_0^1 A(x)\,dx+\{c(s)/[3b(s)]\}\ln 2. \tag{35}$$

Теорема 6. *Если* $a(s)\equiv 0$, $b(s)\geqslant\alpha>0$, $b(s)$ *и* $c(s)$ *ограничены постоянной* $N>0$, *то распределение вероятностей* $S_s(t,y)$ *для любой производящей функции* $f(t,x)$ *при* $t\to\infty$ *стремится к показательному закону распределения*:

$$S(y)=(1+\operatorname{sign} y)[1-\exp(-y)]/2. \tag{36}$$

При доказательстве этой теоремы используется формула:

$$f(s,x)=(x-1)a(s)+b(s)(x-1)^2/2+c(s,x)(x-1)^3/6, \tag{37}$$

доказанная при условии $|x|\leqslant 1$. При этом $|c(s,x)|\leqslant c(s)$, т.е. $|c(s,x)|\leqslant N$.

Теорема 7. *Пусть* $0<\alpha\leqslant a(s)\leqslant N<\infty$, $b(s)\leqslant N$, *тогда функция распределения* $S_s(t,y)$ *при* $t\to\infty$ *стремится к закону распределения вероятностей* $S_s(y)$, *зависящему от вида производящей функции* $f(t,x)$. *Характеристическая функция* $\varphi_s(z)$ *этого предельного распределения имеет вид*:

$$\varphi_s(z)=\{U_s[(1-P(s))z]-P(s)\}/[1-P(s)], \tag{38}$$

где: $P(s)$ — *вероятность вырождения, а* $U_s(\tau)$ — *характеристическая функция некоторой случайной величины* ξ_s.

Замечание. Условие $b(s)\leqslant N$ в формулировке теоремы 7 можно заменить более слабым условием сходимости интеграла

$$\int_s^\infty b(u)\exp\left[-\int_s^u a(v)\,dv\right]du.$$

Для функции $U_s(\tau)$ можно вывести интегральное уравнение, доказать ее непрерывность по совокупности переменных s, τ, а также дифференциальное уравнение в частных производных:

$$\tau a(s)\,[\partial U_s(\tau)/\partial\tau-\partial U_s(\tau)/\partial s]=f(s,U_s(\tau)). \tag{39}$$

В некоторых случаях дифференциальным уравнением (39) с начальным условием $U_s(0)=1$ функция $U_s(\tau)$ определяется однозначно.

Теперь рассмотрим вопрос об асимптотической однородности ветвящихся случайных процессов. Существование таких процессов можно

показать на многочисленных примерах. Так, процесс с производящей функцией $f(s, x)$ при $a(s) \leqslant 0$ асимптотически однороден по времени. Равенство $\Delta(s, x, 1) \equiv 0$ является необходимым и достаточным условием независимости функции $U_s(\tau)$ от s.

Существование ветвящихся процессов, не являющихся асимптотически однородными, можно показать с помощью теоремы 8.

Теорема 8. *Если* $\Delta_1(s, x) \not\equiv 0$, *то условный ветвящийся процесс, фигурирующий в теореме* 7 (т. е. процесс, определяемый распределением вероятностей $S_s(t, y)$), *не является асимптотически однородным.*

И, наконец, сформулируем последнюю теорему данной статьи.

Теорема 9. *Пусть* $a(s) \leqslant \alpha < 0$, *а момент* $b(s)$ *только ограничен (равномерно). Если сходимость в равенстве* (30) *равномерна в круге* $|x| \leqslant 1$, *а функции* $L(s, x)$ *непрерывна по* $s \geqslant 0$ *и аналитична по* x *при* $|x| \leqslant 1$, *то распределение вероятностей* $\{P_m^*(s, t)\}$ *при* $t \to \infty$ *и фиксированном* s *стремится к некоторому предельному распределению* $\{P_m^*(s)\}$. *Пусть, кроме того, существует равномерный относительно* x *при* $|x| \leqslant 1$, $|x - 1| \geqslant 1/k$ *предел*:

$$\varphi(x) = \lim_{u \to \infty} [a(u)/f(u, x)]. \tag{40}$$

Тогда производящая функция предельного распределения $\{P_m^*(s)\}$, *т. е. функция*:

$$F^*(s, x) = \sum_{m=1}^{\infty} x^m P_m^*(s), \tag{41}$$

имеет следующий вид:

$$F^*(x) = 1 - \exp\left[\int_0^x \varphi(z)\,dz\right]. \tag{42}$$

Разложив правую часть (42) в ряд по степеням x, обозначив коэффициенты ряда через c_n, мы получим, что при любом фиксированном $s \geqslant 0$ и $t \to \infty$:

$$P_n(s, t) \sim c_n K \exp\left[\int_s^t a(u)\,du\right], \quad n \geqslant 1. \tag{43}$$

Эта формула может быть значительно уточнена, что сделано в [4] (см. § **4**, леммы 2, 3 и следствия) для однородных процессов.

3. *Примеры*

1. Рассмотрим ветвящийся процесс с производящей функцией $f(t, x) = (1 - x)[p(t) - xq(t)]$. Этот пример рассмотрен в [5] (а также в [2]).

Здесь же мы отметим, что, во-первых, вероятность вырождения $P(s)$ этого процесса удовлетворяет уравнению (28). На самом деле, обозначим:

$$\varrho(s, t) = \int_s^t [p(u) - q(u)]\,du, \quad y(s, t) = \int_s^t p(\tau)\, e^{\varrho(s, \tau)}\,d\tau;$$

тогда, если $\varphi(s) = \lim\limits_{t \to \infty} y(s, t) = \infty$, то $P(s) \equiv 1$, если же $\varphi(s) < \infty$, то:

(*) $$P(s) = \varphi(s)/[1 + \varphi(s)].$$

Легко видеть, что $P(s)$, определенная последним равенством, является решением (28).

Во-вторых, пусть существует предел $\lim_{t\to\infty}[p(t)/q(t)] = \alpha$, $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$; тогда на основании (*) заключаем, что $\lim_{s\to\infty} P(s) = \alpha$. Наконец, пусть для рассматриваемой функции $f(t, x)$ выполнены условия теоремы 7. Вычислив $A(s)$ и $B(s, x)$, получим, что $\Delta_1(s, x) \equiv 0$. После этого легко показать, что распределение вероятностей $S_s(t, y)$ асимптотически однородное по времени, а именно, стремится к распределению (36).

2. Теперь рассмотрим пример на вычисление характеристической функции $U_s(\tau)$. Пусть $f(s, x) = (1 - x)(1/s - x)$, $s \geqslant 2$. Имеем $a(s) = 1 - 1/s \geqslant 1/2$, $b(s) = 2$, т. е. выполняются условия теоремы 7. Следовательно, $U_s(\tau)$ существует и удовлетворяет уравнению (39).

Решив уравнение (39) при начальном условии $U_s(\varepsilon_1) = 1 + \varepsilon_2$ и устремив в решении ε_1 и ε_2 к нулю, мы находим $U_s(\tau) = (s - i\tau)/[s - i(s + 1)\tau]$.

3. Наконец, рассмотрим пример на применение формулы (34). Пусть при $s \geqslant 1$: $f(s, x) = (x - 1)^2[(5x/4 + 1)(4 - 1/s) + (x - 1)^2]$, тогда $a(s) \equiv 0$, $b(s) = 9(4 - 1/s)/2$, $c(s) = 15(4 - 1/s)/2$.

Отсюда заключаем, что постоянная K в (34) равна:

$$K = \int_0^1 \frac{-16 + 5x}{9(9 - 5x + x^2)}\,dx + 1 + \frac{5}{9}\ln 2 \approx 1{,}2.$$

Поступила 27 IV 1962 г.

Мурманский педагогический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А. Н., УМН, 1938, *5*, стр. 5—41.
2. Севастьянов Б. А., УМН, 1951, **6**, *6*, стр. 47—99.
3. Чистяков В. П., Теория вероятностей и ее применения, 1957, **2**, *3*, стр. 360—374.
4. Золотарев В. М., Теория вероятностей и ее применения, 1957, **2**, *2*.
5. Kendall D. G., JAMS, 1948, **19**, *1*, pp. 1—15.

TO THE THEORY OF ONE-DIMENSIONAL BRANCHING PROCESSES WITH CONTINUOUS TIME

(Summary)

In this Paper the Author considers inhomogeneous in time one-dimensional branching process with continuous time. Some asymptotic formulas are deduced for probabilities $\{P_n(s, t)\}$ and $S_s(t, y)$ when $t \to \infty$. These results represents a generalization of the corresponding theorems of [2]. Three examples follow.

ASUPRA TEORIEI PROCESELOR RAMIFICATE UNIDIMENSIONALE CONTINUE ÎN TIMP

(Rezumat)

Autorul stabileşte formulele asimptotice pentru probabilităţile $\{P_n(s, t)\}$ şi $S_s(t, y)$ pentru $t \to \infty$, generalizînd rezultatele din [2].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 532

ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ К ЗАДАЧАМ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

И. М. БЕЛЕНЬКИЙ

1. *Введение*

Рассматривается применение метода гидромеханической аналогии [1] для решения плоских задач о траекториях классической механики.

Показано, как с помощью указанной аналогии, отправляясь от заданного комплексного потенциала $W(z)$, течения идеальной и несжимаемой жидкости, можно определять траектории материальных точек, при их движении в консервативных полях.

Рассмотрены, в частности, простейшие гидродинамические модели (источники и стоки) и их аналоги в классической механике.

Обратная задача, т. е. нахождение комплексного потенциала течения жидкости, по заданному виду траекторий в соответствующей задаче классической механики, будет рассмотрена особо.

2. *Основные зависимости*

Согласно гидромеханической аналогии, комплексный потенциал течения идеальной и несжимаемой жидкости:

$$W(z) = \varphi(x, y) + \mathrm{i}\chi(x, y), \quad (z = x + \mathrm{i}y), \tag{2.1}$$

при переходе к задаче классической механики, следует рассматривать (с точностью до аддитивной постоянной), как натуральный логарифм, от комплексной скорости $\zeta(z) = v\exp(-\mathrm{i}\psi)$ движущейся материальной точки, т. е.:

$$W(z) = \ln v \exp(-\mathrm{i}\psi) + \text{const.}, \tag{2.2}$$

где: $v(x, y)$ — величина скорости, а $\psi(x, y)$ — угол, образованный вектором скорости с положительным направлением оси x-ов.

Из формул (2.1) и (2.2) следует, что при рассматриваемом преобразовании, семейство линий равного потенциала скоростей $\varphi(x, y) = \text{const.}$ перейдут в линии равной скорости $v(x, y) = \text{const.}$ (а следовательно, и линии равного потенциала $U(x, y) = \text{const.}$), а линии тока $\chi(x, y) = \text{const.}$ перейдут в изоклины $\psi(x, y) = \text{const.}$ траекторий.

Комплексная скорость материальной точки, равная:

$$\zeta(z) = C\exp[W(z)], \quad (C = v_0\exp(-\mathrm{i}\psi_0)), \tag{2.3}$$

будет аналитической функцией комплексного переменного z и, следовательно, должны выполняться условия Коши-Римана:

$$\partial(v\cos\psi)/\partial x + \partial(v\sin\psi)/\partial y = 0, \quad \partial(v\cos\psi)/\partial y - \partial(v\sin\psi)/\partial x = 0;$$

эти соотношения аналогичны условиям неразрывности и отсутствия вихрей в гидродинамике.

3. *Силовое поле*

Для определения потенциала $U(x, y)$ силового поля, в котором происходит движение материальных точек, при заданном виде функции $W(z)$ воспользуемся соотношениями (2.1) и (2.3). Определяя скорость $v(x, y)$ точки:

$$v(x, y) = |\zeta(z)| = v_0\exp[\varphi(x, y)]$$

и пользуясь законом сохранения энергии получим (масса точки здесь и в дальнейшем принята равной единице):

$$U(x, y) = E - (v_0^2/2)\exp[2\varphi(x, y)], \tag{3.1}$$

где: E — постоянная энергии, а v_0 — начальная скорость точки.

Составляя выражение для комплексной силы $X - \mathrm{i}Y$, где: $X = -\partial U/\partial x$ и $Y = -\partial U/\partial y$, на основании (3.1), (2.1) и (2.2) получим:

$$X - \mathrm{i}Y = |\zeta(z)|^2(\mathrm{d}W/\mathrm{d}z). \tag{3.2}$$

Переходя в этом выражении к сопряженным величинам и замечая, что комплексная скорость $\zeta^*(z)$ течения равна:

$$\zeta^*(z) = \mathrm{d}W/\mathrm{d}z = \partial\varphi/\partial x - \mathrm{i}(\partial\varphi/\partial y), \tag{3.3}$$

преобразуем формулу (3.2) к виду:

$$\operatorname{grad} U = -|\zeta(z)|^2 \operatorname{grad}\varphi. \tag{3.4}$$

Формула (3.4) позволяет установить соответствие между полем скоростей течения жидкости и силовым полем.

Обращаясь к формуле (2.2) можно заметить, что:

$$\Phi(x, y) = \ln v = \ln\sqrt{2[E - U(x, y)]} \tag{3.5}$$

является гармонической функцией. Написав, следовательно, $\Delta\varphi = 0$, получим необходимое условие, которому должна удовлетворять функция U:

$$(U - E)\Delta U = (\partial U/\partial x)^2 + (\partial U/\partial y)^2. \tag{3.6}$$

Покажем, что условие (3.6) является не только необходимым, но и достаточным для того, чтобы к силовому полю с потенциалом $U(x, y)$ можно было применить метод гидромеханической аналогии. Действи-

тельно, если $U(x, y)$ удовлетворяет условию (3.6), то взяв функцию $U(x, y)$, согласно (3.1) придем к соотношению:

$$2C_1^2 \exp(4\varphi)\,\Delta\varphi = 0, \quad (C_1 = v_0^2/2),$$

откуда $\Delta\varphi = 0$ и, следовательно, $\varphi(x, y)$ — есть функция гармоническая. Заметим, что условию (3.6) в частности будут тождественно удовлетворять все поля, образованные притягивающими или отталкивающими центрами с потенциалом $U = -Br^m$ (для произвольного m) и $B > 0$ при значении постоянной энергии $E = 0$.

4. *Дифференциальное уравнение траекторий*

Т. к. семейство линий тока $\chi(x, y) = \text{const.}$ соответствует изоклинам $\psi(x, y) = \text{const.}$ траекторий, то на основании (2.1), (2.2) и (2.3) получаем:

$$\psi(x, y) = \psi_0 - \chi(x, y). \tag{4.1}$$

Постоянная ψ_0 определена из начальных условий ($t = 0$, $z = z_0$ и $\zeta(z_0) = v_0 \exp(-i\psi_0)$), а комплексный потенциал $W(z)$, нормирован таким образом, чтобы $W(z_0) = 0$.

На основании (4.1) дифференциальное уравнение траекторий, можно представить в виде дифференциального уравнения первого порядка:

$$dy/dx = \operatorname{tg}[\psi_0 - \chi(x, y)]. \tag{4.2}$$

В некоторых случаях удобнее пользоваться дифференциальным уравнением траекторий, которое получим путем дифференцирования (4.2). Это дает:

$$d^2y/dx^2 = -[1 + (dy/dx)^2](d\chi/dx). \tag{4.3}$$

Решение дифференциального уравнения (4.2) можно представить [2], как мнимую часть от интеграла вида:

$$\mathcal{I}m\left\{\int \exp[-i\psi_0 + W(z)]\,dz\right\} = \text{const.} \tag{4.4}$$

Семейство траектории $P(x, y, \psi_0) = \text{const.}$, полученных в результате интегрирования (4.2), будет принадлежать к классу гармонических функций $\Delta P(x, y) = 0$, поскольку $W(z)$, а следовательно и интеграл от функции $\exp[-i\psi_0 + W(z)]$ будет аналитической функцией [3].

5. *Кривизна траекторий*

Для нахождения кривизны:

$$K = y''/(1 + y'^2)^{3/2}, \quad (' = d/dx),$$

траекторий, воспользуемся (4.2) и (4.3). Имеем:

$$K(x, y) = -[(\partial\chi/\partial x)\cos(\psi_0 - \chi) + (\partial\chi/\partial y)\sin(\psi_0 - \chi)].$$

Далее, используя условия Коши-Римана: $\partial\varphi/\partial x = \partial\chi/\partial y$ и $\partial\varphi/\partial y = -\partial\chi/\partial x$ и замечая, что $\psi_0 - \chi = \psi$, будем иметь:

$$K(x, y) = (\partial\varphi/\partial y)\cos\psi - (\partial\varphi/\partial x)\sin\psi. \tag{5.1}$$

Полученное выражение можно представить в комплексной форме, если воспользоваться значением $\zeta^*(z)$ (3.3). Имеем:

$$K(x, y) = \mathcal{I}m\,[-(\mathrm{d}W/\mathrm{d}z)\exp(-\mathrm{i}\psi)], \tag{5.2}$$

откуда следует, что кривизна K траекторий будет обращаться в нуль ($K = 0$), в тех точках плоскости z, которые соответствуют на плоскости течения критическим точкам потока ($\mathrm{d}W/\mathrm{d}z = 0$).

6. *Определение времени*

Для нахождения временной зависимости напишем уравнения движения точки в комплексной форме:

$$\mathrm{d}[\zeta(z)]/\mathrm{d}t = X - \mathrm{i}Y, \quad (\zeta(z) = v\exp(-\mathrm{i}\psi)),$$

а воспользуемся выражением для комплексной силы $X - \mathrm{i}Y$ (3.2), которое с помощью (2.3) преобразуем к виду:

$$X - \mathrm{i}Y = |\zeta(z)|^2\,\mathrm{d}[\ln\zeta(z)]/\mathrm{d}z.$$

В результате получим:

$$t = \int \frac{\zeta(z)}{|\zeta(z)|^2}\,\mathrm{d}z + \mathrm{const}. \tag{6.1}$$

В том случае, когда точка совершает периодическое движение по некоторой замкнутой кривой (C), период τ будет равен:

$$\tau = \oint_C \frac{\zeta(z)\,\mathrm{d}z}{|\zeta(z)|^2}.$$

Вынося скорость $v = |\zeta(z)|$ точки, средним значением v_* за знак интеграла получим:

$$\tau = \frac{1}{v_*^2}\oint_C \zeta(z)\,\mathrm{d}z; \tag{6.2}$$

из этой формулы вытекает известная теорема [4] о том, что внутри замкнутой траектории существует, по крайней мере, одна особая точка.

Действительно, если бы внутри контура (C) не было ни одной особой точки для функции $\zeta(z)$, то на основании теоремы Коши о вычетах, правая часть (6.2) обращалась бы в нуль, в то время как левая часть, равная периоду τ, отлична от нуля.

Пусть внутри контура (C) находится особая точка $z = z_1$. Разложение функции $\zeta(z)$ в ряд Лорана в окрестности этой особой точки будет иметь вид:

$$\zeta(z) = \ldots + \frac{A_{-2}}{(z-z_1)^2} + \frac{A_{-1}}{z-z_1} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n (z-z_1)^n,$$

где вычет A_1 должен быть отличен от нуля. Период τ будет при этом равен:

(6.3) $$\tau = 2\pi i A_{-1}/v_*^2.$$

Рассмотрим приложение метода гидромеханической аналогии к решению некоторых задач.

7. *Случай источника (стока)*

Определим семейство траекторий при движении точки в потенциальном силовом поле U, гидромеханическим аналогом для которого служит течение жидкости, образованное источником (стоком), мощности Q, помещенным в начале координат ($z = 0$).

Написав комплексный потенциал $W(z)$ указанного течения:

(7.1) $$W(z) = [Q/(2\pi)] \ln z, \quad (z = r\exp(i\alpha)),$$

на основании (2.1) и (2.3), находим для соответствующей задачи классической механики, что:

(7.2) $$v = v_0 (r/r_0)^A \quad \text{и} \quad \psi = \psi_0 - A\alpha, \quad (A = Q/(2\pi)),$$

и, следовательно, движение точки будет происходить в центральном поле, с потенциальной энергией U равной:

(7.3) $$U(r) = -Br^m, \quad (B > 0, \quad m = Q/\pi),$$

Таким образом для источника ($Q > 0$) или стока ($Q < 0$), аналогами в классической механике будут служить соответственно отталкивающий ($U = -Br^m$, $m > 0$) или притягивающий ($U = -Br^m, m < 0$) центры (при значении постоянной энергии $E = 0$). Семейство траекторий определим с помощью дифференциального уравнения (4.2), где $\chi(x, y) = \mathrm{Im}\, W(z)$ согласно (7.1) следует принять равным $A \operatorname{arctg}(y/x)$. Следовательно:

(7.4) $$dy/dx = \operatorname{tg}[\psi_0 - A \operatorname{arctg}(y/x)].$$

Изучим поведение интегральных кривых в окрестности особой точки ($x = 0$, $y = 0$), для чего перейдем к полярным координатам (r, α). Уравнение (7.4) при этом преобразовании примет вид:

(7.5) $$dr/r = \operatorname{ctg}(\psi_0 + n\alpha)\, d\alpha, \quad (n = -(A+1)).$$

Для нахождения исключительных направлений $\alpha = \alpha^*$ векторного поля направлений дифференциального уравнения (7.5), воспользуемся формулой [5]:

$$\lim_{r \to 0} [r(d\alpha/dr)] = 0.$$

Это на основании (7.5) приводит к условию $\operatorname{tg}(\psi_0 + n\alpha^*) = 0$ и, следовательно, $\alpha^* = (k\pi - \psi_0)/n$, $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$; из этой формулы

следует, что при $n=0$, $(A=-1)$, а это соответствует стоку мощности $Q=-2\pi$ исключительных направлений не существует.

Интегрируя (7.5) при начальных данных $\alpha=0$ и $r=r_0$ в зависимости от значений параметров $n=-(A+1)$ и $\beta=\operatorname{tg}\psi_0$ будем получать различные семейства кривых:

1. При $-\infty<n<-1$ и $\beta\neq 0$

$$r^{n_1}=r_0^{n_1}\sin\psi_0/[\sin(\psi_0-n_1\alpha)], \quad (n_1=-n>0).$$

Кривые имеют бесконечные ветви, асимптотически приближающиеся к прямой $\alpha=\alpha^*$. Особая точка $(z=0)$ будет типа *седло*.

2. При $0<n<\infty$ и $\beta\neq 0$ получаем семейство кривых:

$$r^n=r_0^n\sin(\psi_0+n\alpha)/\sin\psi_0,$$

входящих в особую точку $(z=0)$ под углом $\alpha_1=\alpha^*+\pi$. Особая точка будет типа *неправельный узел* [6].

3. При $n=0$ и $\beta\neq\infty$ получаем семейство логарифмических спиралей:

$$r=r_0\exp(\alpha/\beta).$$

В зависимости от значения β особая точка $(z=0)$ будет устойчивым фокусом при $\beta<0$ и неустойчивым фокусом при $\beta>0$.

4. При $n=0$ и $\beta=\infty$ получим семейство окружностей $r=r_0$ и, следовательно, особая точка $(z=0)$ будет типа *центр*.

5. Когда $n=0$ и $\beta=0$ следует воспользоваться уравнением (7.4). Интегрируя, получим семейство прямых $y=cx$, проходящих через начало и особая точка $(z=0)$ будет типа *правильный* (дикритический) *узел* [6].

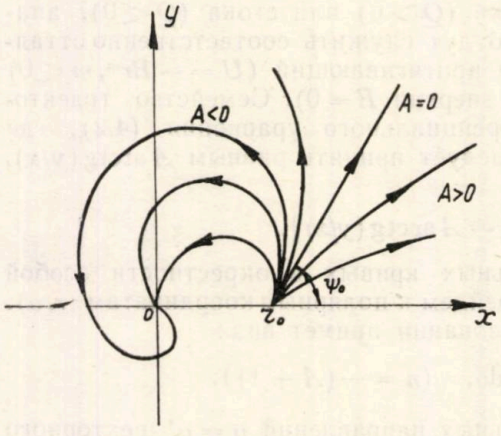


Рис. 1

6. Когда $n=-1$, что соответствует $A=0$ и $Q=0$, траекториями будут параллельные прямые $y=\beta x+\text{const.}$, $(-\infty<\beta<\infty)$, и точка $z=0$ перестает быть *особой*.

Характер изменения кривых при разных значениях параметров указан на рис. 1 и 2.

Следует различать, в зависимости от значения параметра n *слабые* $(-1<n\leqslant 0)$ и *сильные* $(0<n<\infty)$ стоки.

В случае *слабого* стока траектории будут иметь бесконечные ветви или могут быть замкнутыми кривыми, а в случае *сильного* стока все траектории будут входить в особую точку, имея определенное направление касательной (особая точка типа *неправильный* узел).

Так как стоку мощности Q, в задаче классической механики соответствует притягивающий центр с потенциалом $U=-Br^m$, $(m=2A=$

$=-2(n+1)$), то *слабому* стоку будет соответствовать *слабый* притягивающий центр ($-2 \leqslant m < 0$), а *сильному* стоку — *сильный* притягивающий центр ($-\infty < m < -2$). Так, например, ньютонианское поле притяжения ($U = -B/r$) гидромеханическим аналогом которого явля-

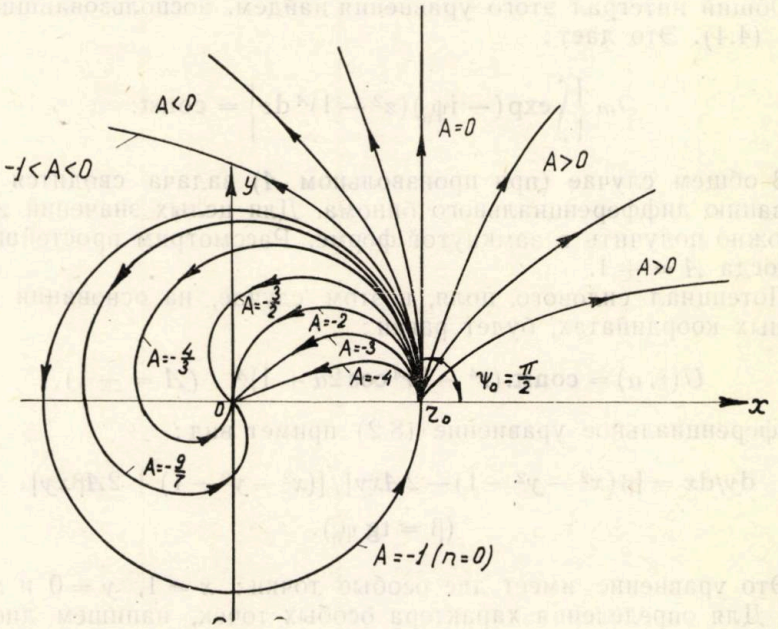


Рис. 2

ется сток мощности $Q = -\pi$ будет относится к классу *слабых* притягивающих центров ($m = -1$).

8. *Случай двух источников (стоков)*

Рассмотрим задачу нахождения траекторий материальных точек в консервативном силовом поле $U(x, y)$, гидромеханическим аналогом для которого служит потенциальное течение идеальной и несжимаемой жидкости, образованное двумя источниками (стоками) одинаковой мощности Q, помещенных соответственно в точках $z = \pm 1$.

Написав комплексный потенциал этого течения [7]:

$$W(z) = A \ln (z^2 - 1), \quad (A = Q/(2\pi)),$$

и отделив действительную и мнимую части, на основании (2.1), (2.2) и (3.1) находим потенциал силового поля:

$$U(x, y) = \text{const.} [(x^2 - y^2 - 1)^2 + 4x^2y^2]^A \tag{8.1}$$

и изоклины траекторий:

$$\chi(x, y) = A \operatorname{arctg} [2xy/(x^2 - y^2 - 1)].$$

Следовательно, на основании (4.2) дифференциальное уравнение траекторий будет иметь вид:

$$\mathrm{d}y/\mathrm{d}x = \operatorname{tg}\{\psi_0 - A \operatorname{arctg}[2xy/(x^2 - y^2 - 1)]\}. \tag{8.2}$$

Общий интеграл этого уравнения найдем, воспользовавшись формулой (4.4). Это дает:

$$\mathcal{I}m\left\{\int \exp(-\mathrm{i}\psi_0)(z^2-1)^A\,\mathrm{d}z\right\} = \text{const}. \tag{8.3}$$

В общем случае (при произвольном A) задача сводится к интегрированию дифференциального бинома. Для целых значений A решение можно получить в замкнутой форме. Рассмотрим простейший случай, когда $A = \pm 1$.

Потенциал силового поля, в этом случае, на основании (8.1), в полярных координатах, будет равен:

$$U(r, \alpha) = \text{const}.(r^4 - 2r^4\cos 2\alpha + 1)^A, \quad (A = \pm 1),$$

а дифференциальное уравнение (8.2) примет вид:

$$\mathrm{d}y/\mathrm{d}x = [\beta(x^2 - y^2 - 1) - 2Axy]/[(x^2 - y^2 - 1) + 2A\beta xy], \quad (\beta = \operatorname{tg}\psi_0). \tag{8.4}$$

Это уравнение имеет две особые точки: $x = 1$, $y = 0$ и $x = -1$, $y = 0$. Для определения характера особых точек, напишем дифференциальное уравнение в окрестности особой точки, скажем точки ($x = 1$, $y = 0$), ограничиваясь при этом в числителе и знаменателе правой части — линейными членами [4].

Полагая, следовательно, $x = \xi + 1$ и $y = \eta$ получим, в зависимости от значения параметра β:

1° $$\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\xi = (\beta\xi - A\eta)/(\xi + A\beta\eta), \quad (-\infty < \beta < \infty),$$

и

2° $$\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\xi = \xi/(A\eta), \quad (\beta = \infty).$$

Рассматривая вначале случай $\beta \neq \infty$ составим характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & \beta \\ A\beta & -A-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

и определим его корни.

Когда $A = 1$ (что соответствует источнику мощности $Q = 2\pi$), $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{1+\beta^2} = \pm 1/\cos\psi_0$ и, следовательно, особая точка ($x = 1$, $y = 0$) типа *седло*. Когда $A = -1$ (что соответствует стоку мощности $Q = -2\pi$), $\lambda_{1,2} = \pm(1 + \mathrm{i}\beta)$ и особая точка типа *фокус*.

Переходя к случаю ($\beta = \infty$) путем непосредственного интегрирования получим:

1° при $A = 1$, $\xi^2 - \eta^2 = \text{const}$. — особая точка типа *седло*;

2° при $A = -1$, $\xi^2 + \eta^2 = \text{const}$. — особая точка типа *центр*.

Аналогичные выкладки могут быть проведены и для особой точки ($x = -1$, $y = 0$).

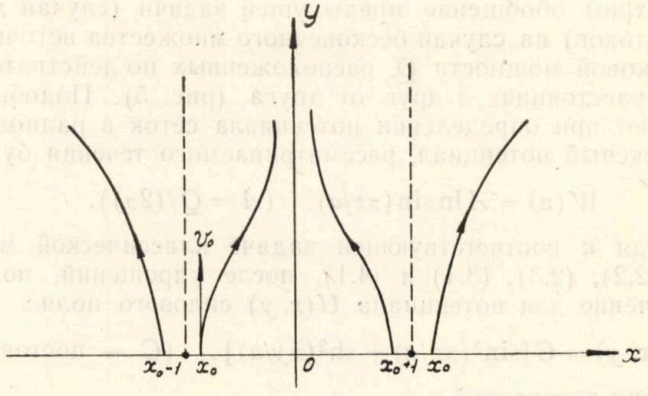


Рис. 3

Заметим, что путем интегрирования уравнения (8.4) выражения для интегральных кривых, могут быть получены и в замкнутой форме. Воспользовавшись формулой (8.3) и определяя постоянную интегрирования из условия, что при $x = x_0$ и $y = 0$ получим в зависимости от значений параметров A и β:

1° $A = +1$, $-\infty < \beta < \infty$, $\beta x(x^2/3 - y^2 - 1) + y(y^2/3 - x^2 + 1) = \beta(-x_0 + x_0^3/3)$;

2° $A = -1$, $-\infty < \beta < \infty$, $(\beta/2)\ln\{[(x-1)^2 + y^2]/[(x+1)^2 + y^2]\} - \operatorname{arctg}[2y/(x^2 - y^2 - 1)] = (\beta/2)\ln[(x_0 - 1)^2/(x_0 + 1)^2]$.

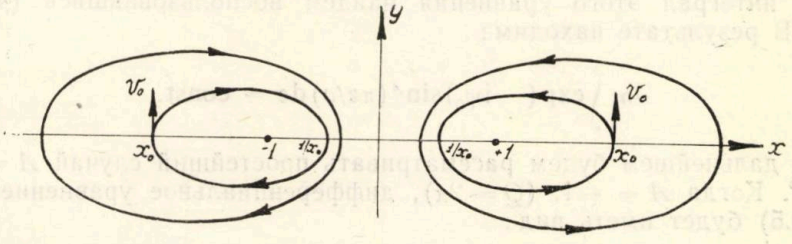


Рис. 4

Когда параметр $\beta = \infty$ (что соответствует $\psi_0 = \pi/2$) траекториями будут:

а) при $A = +1$ и $|x_0| < 1$ — семейство кривых, асимптотически приближающихся к оси y-ов (рис. 3):

$$y^2 = (C + x^3/3 - x)/x, \quad (C = x_0 - x_0^3/3);$$

б) при $A = -1$ — семейство замкнутых кривых (рис. 4):

$$y^2 = Cx - (1 + x^2), \quad (C = x_0 + 1/x_0).$$

9. *Одномерная система источников (стоков)*

Рассмотрим обобщение предыдущей задачи (случай двух источников или стоков) на случай бесконечного множества источников (стоков), одинаковой мощности Q, расположенных по действительной оси, на равных расстояниях a друг от друга (рис. 5). Подобные задачи рассматривают при определении потенциала сеток в радиолампах [8].

Комплексный потенциал, рассматриваемого течения будет [8]:

$$W(z) = A \ln \sin(\pi z/a), \quad (A = Q/(2\pi)). \tag{9.1}$$

Переходя к соответствующей задаче классической механики на основании (2.2), (2.3), (3.1) и (4.1), после упрощений, получим следующее значение для потенциала $U(x, y)$ силового поля:

$$U(x, y) = C[\sin^2(\pi x/a) + \operatorname{sh}^2(\pi y/a)], \quad (C \text{ — постоянная}), \tag{9.2}$$

и для изоклин траекторий:

$$\psi(x, y) = \psi_0 - A \operatorname{arctg}[\operatorname{ctg}(\pi x/a) \operatorname{th}(\pi y/a)]; \tag{9.3}$$

следовательно, дифференциальное уравнение траекторий будет иметь вид:

$$dy/dx = \operatorname{tg}\{\psi_0 - A \operatorname{arctg}[\operatorname{ctg}(\pi x/a) \operatorname{th}(\pi y/a)]\} \tag{9.4}$$

или в такой форме:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\left[A \operatorname{arctg} \frac{\beta_1 - \operatorname{ctg}(\pi x/a) \operatorname{th}(\pi y/a)}{1 + \beta_1 \operatorname{ctg}(\pi x/a) \operatorname{th}(\pi y/a)}\right], \quad (\beta_1 = \operatorname{tg}(\psi_0/A)); \tag{9.5}$$

общий интеграл этого уравнения найдем воспользовавшись (4.4) и (9.1). В результате находим:

$$\mathcal{I}m \int \exp(-i\psi_0) \sin^A(\pi z/a)\, dz = \text{const}. \tag{9.6}$$

В дальнейшем будем рассматривать простейший случай $A = \pm 1$.

1°. Когда $A = +1$, $(Q = 2\pi)$, дифференциальное уравнение (9.4) или (9.5) будет иметь вид:

$$dy/dx = [\beta - \operatorname{ctg}(\pi x/a) \operatorname{th}(\pi y/a)]/[1 + \beta \operatorname{ctg}(\pi x/a) \operatorname{th}(\pi y/a)], \quad (\beta = \operatorname{tg}\psi_0),$$

а его общий интеграл на основании (9.6) будет равен:

$$\cos\psi_0 \sin(\pi x/a) \operatorname{sh}(\pi y/a) + \sin\psi_0 \cos(\pi x/a) \operatorname{ch}(\pi y/a) = \text{const}. \tag{9.7}$$

Если точка в начальный момент находится на действительной оси ($x = x_0$ и $y = 0$), а ее начальная скорость, направлена перпенди-

кулярно к этой оси ($\psi_0 = \pi/2$ и $\beta = \infty$) то уравнение траекторий будет иметь следующий вид:

$$\cos(\pi x/a)\,\mathrm{ch}(\pi y/a) = \cos(\pi x_0/a). \tag{9.8}$$

Анализ полученного уравнения (9.8) показывает, что при $x_0 = a/2$ траекторией будет служить прямая линия $x = a/2$, а в случае когда $0 < x_0 < a/2$ или же $a/2 < x_0 < a$, траекториями будут кривые (9.8), асимптотически приближающиеся к прямой $x = a/2$.

Аналогичная картина расположения траекторий будет и в других полосах, заключенных между прямыми $x = na$ и $x = (n+1)a$, ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$), (рис. 5).

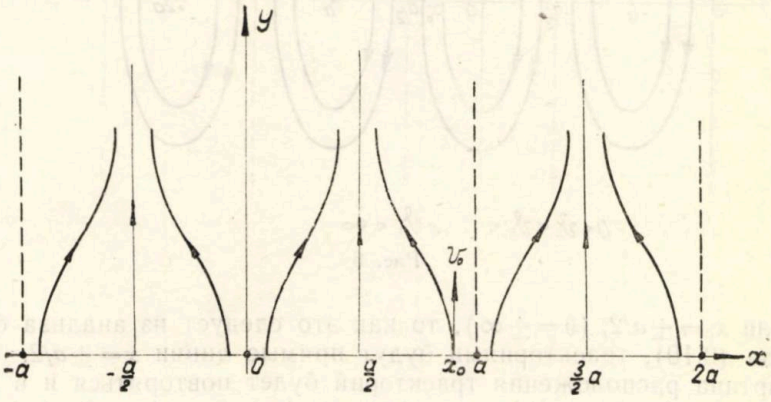


Рис. 5

2°. Для случая $A = -1$ (это слабый сток мощности $Q = -2\pi$(можно поступить аналогичным образом. Дифференциальное уравнение траекторий получим воспользовавшись (9.5), а интегрируя (9.6) при значении $A = -1$, получим уравнение траекторий:

$$\mathrm{Im}\{\exp(-i\psi_0)\ln \mathrm{tg}[\pi z/(2a)]\} = \mathrm{const.};$$

ограничиваясь простейшим случаем $\psi_0 = \pi/2$ (что соответствует $\beta = \infty$) выпишем окончательный результат:

$$\{\mathrm{tg}^2[\pi x/(2a)] + \mathrm{th}^2[\pi y/(2a)]\}/\{1 + \mathrm{tg}^2[\pi x(2a)]\,\mathrm{th}^2[\pi y/(2a)]\} = C^2. \tag{9.9}$$

Вводя вспомогательный параметр ϑ с помощью соотношения $C = \mathrm{th}\,\vartheta$ и пользуясь формулами сложения для гиперболических функций, выражение (9.9) можно упростить и привести к виду:

$$\mathrm{tg}^2[\pi x/(2a)] = \mathrm{th}[\vartheta - \pi y/(2a)]\,\mathrm{th}[\vartheta + \pi y/(2a)]. \tag{9.10}$$

Откуда видно, что траектории будут замкнутые кривые, симметричные относительно осей координат и заключенные в полосе $x = +a/2$ и $x = -a/2$ (рис. 6).

Полагая, что в начальный момент $x = x_0$ и $y = 0$ получим для параметра ϑ следующее значение: $\vartheta = \operatorname{Arth}\{\operatorname{tg}[\pi x_0/(2a)]\}$. Заметим, что при изменении x_0 в пределах $0 < x_0 < a/2$ параметр ϑ будет изменяться в пределах $0 < \vartheta < \infty$.

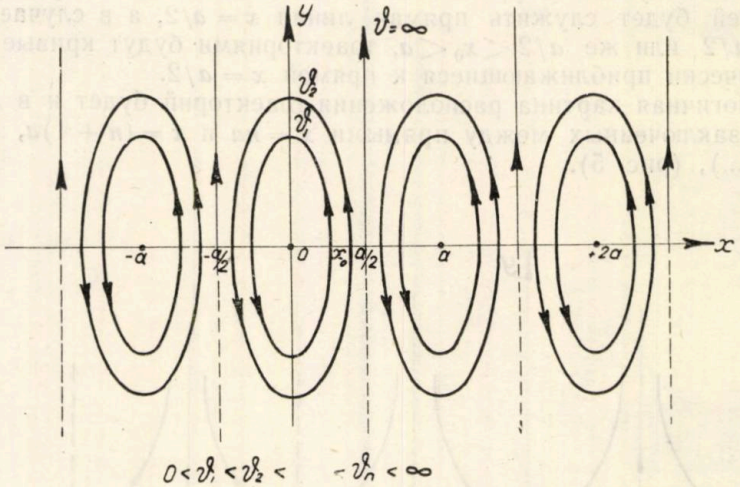


Рис. 6

Если $x_0 = \pm a/2$, $(\vartheta = \pm\infty)$, то как это следует из анализа формул (9.9) или (9.10), траекториями будут прямые линии $x = \pm a/2$.

Картина расположения траекторий будет повторяться и в других полосах, при переходе от x_0 к $x_0 + na$, $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$, (рис. 6).

Для нахождения периода τ при движении точки по замкнутой траектории (9.10) воспользуемся формулой (6.2).

Комплексная скорость на основании (2.3) и (9.1) равна:

$$\zeta(z) = -iv_0 \sin(\pi\xi/2)/\sin(\pi z/a), \quad (0 < \xi = 2x_0/a < 1),$$

а вычет A_{-1} этой функции в особой точке $z = 0$ будет равен:

$$A_{-1} = -iv_0(a/\pi)\sin(\pi\xi/2).$$

Пользуясь далее (6.3) получим величину периода:

$$\tau = (2av_0/v_*^2)\sin(\pi\xi/2).$$

Аналогично тому как были рассмотрены источники (стоки) могут быть рассмотрены и другие гидродинамические модели, такие как вихри, вихреисточники, диполи и их аналоги в классической механике.

В заключение укажем, что при решении задач классической механики, мы здесь исходили из заданного вида аналитической функции $W(z)$. Однако метод гидромеханической аналогии можно применять и в том случае, если отправляться от заданного вида потенциала U силового поля, лишь бы эта функция $U(x, y)$ удовлетворяла условию

(3.6). Если функция $U(x, y)$ удовлетворяет условию (3.6) то определяя с помощью (3.1) функцию $\varphi(x, y)$, которая по доказанному выше будет гармонической, можно найти и аналитическую функцию $W(z)$ поскольку $\varphi(x, y) = \mathcal{R}e\, W(z)$.

Поступила 26 V 1962 г.

Всесоюзный заочный институт текстильной и легкой промышленности, Москва, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Беленький И. М., ДАН СССР, 1961, **140**, *6*.
2. — Уч. зап. Моск. гос. заочн. пед. инст., серия матем., 1962, *8*.
3. Привалов И. И., *Введение в теорию функций комплексного переменного*. Гостехиздат, М., 1945.
4. Пуанкаре А., *О кривых определяемых дифференциальными уравнениями*. ГТТУ, М., 1947, (перев. с франц.).
5. Немыцкий В. В., Степанов В. В., *Качественная теория дифференциальных уравнений*. ГТТИ, М.-Л., 1947.
6. Коддингтон Э. А., Левинсон Н., *Теория обыкновенных дифференциальных уравнений*. ИЛ, М., 1958, (перев. с англ.).
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В., *Теоретическая гидромеханика*. Ч. I, ГТТИ, М.-Л., 1941.
9. Морс Ф. М., Фешбах Г., *Методы теоретической физики*. Т. II, ИЛ, М., 1960, (перев. с англ.).

APPLICATION OF HYDRODINAMIC ANALOGY-METHOD FOR SOLUTION THE PROBLEMS IN CLASSICAL MECHANICS

(Summary)

The Author described the application of hydrodynamic analogy-method for solution of plane trajectory problems in classical mechanics.

By means of this method it is possible to solve trajectory problems in two casses: a) when a form of complex flow potential $W(z)$ is given, b) when a forme of force field $U(x, y)$ is given.

In last case it is necessary to satisfy condition:

$$(*) \qquad (U - E)\,\Delta U = (\partial U/\partial x)^2 + (\partial U/\partial y)^2.$$

There are given here some simple hydrodynamic patterns (sources and sinks) and their analogy in classical mechanics.

APLICAREA METODEI ANALOGIEI HIDRODINAMICE LA PROBLEME DE MECANICĂ CLASICĂ

(Rezumat)

Autorul expune aplicarea metodei analogiei hidrodinamice la rezolvarea problemelor plane relative la determinarea traiectoriilor în mecanica clasică.

Metoda elaborată permite să se rezolve probleme relative la traiectorii, fie a) pornind de la forma dată a potenţialului complex de scurgere $W(z)$, fie b) luînd ca punct de plecare forma dată a cîmpului de forţe $U(x, y)$.

În acest din urmă caz este necesară îndeplinirea-condiției:

$$(*) \qquad (U - E)\,\Delta U = (\partial U/\partial x)^2 + (\partial U/\partial y)^2.$$

Într-adevăr, dacă funcția $U(x, y)$ satisface condiția (*), determinîndu-se cu ajutorul relației (3.1) funcția $\varphi(x, y)$, care — după cum s-a demonstrat — este armonică, se poate găsi apoi și o funcție analitică $W(z)$, deoarece $\varphi(x, y) = \mathcal{R}e\, W(z)$.

S-au studiat ca aplicație cele mai simple modele hidrodinamice ca: izvoare, scurgeri ș. a. și analogele lor din mecanica clasică.

Prin analogie cu studiul izvoarelor sau surselor, se pot studia și alte modele hidrodinamice, ca: turbioane, dipoli ș. a., precum și analogele lor din mecanica clasică.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

D. C. 539.414

A NOTE ON THE TORSION OF CYLINDERS OF CURVILINEAR POLYGONAL SECTIONS

BY

U. A. SASTRY

1. Introduction

Complex variable methods developed by N. I. Muskhelishvili have been employed by a number of investigators to solve the torsion problem of beams of various cross-sections which can be mapped conformally on to the unit circle r in the ζ-plane. Recently W. A. Bassali [4] has obtained the solution of the torsion problem of elastic cylinders with regular curvilinear cross sections by utilising complex variable techniques.

The object of this Note is to deduce the expression for the complex torsion function and the torsional rigidity obtained by W. A. Bassali (*op. cit.*) by a different method.

Let

$$z = w(\zeta) \tag{1}$$

be the mapping function which maps the cross section of the beam on to the unit circle $|\zeta| \leqslant 1$. The complex torsion function can be determined from the formula:

$$f(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{w(\sigma)\,\overline{w(\sigma)}\,d\sigma}{\sigma - \zeta} + \text{const.}, \tag{2}$$

where $\sigma = \exp(i\theta)$; ζ is a point inside the unit circle.

The expression for the torsional rigidity is given by the formula:

$$D^* = \mu(I + D), \tag{3}$$

where

$$I = -\frac{1}{4} i \int_r [\overline{w(\sigma)}]^2 w(\sigma)\, dw(\sigma) \tag{4}$$

and

$$D = -\frac{1}{4}\int_{\Gamma} [f(\sigma) + \overline{f(\sigma)}]\, d[w(\sigma)\,\overline{w(\sigma)}]. \tag{5}$$

The shear components at any point on the cylinder are given by:

$$X_z - iY_z = \mu\tau\,[f'(\zeta)/w'(\zeta) - i\overline{w(\zeta)}]. \tag{6}$$

If T_ϱ and T_θ are the projections of the vector T of the shear stress on the axes ϱ, θ of the curvilinear coordinates at the point (ϱ, θ) then we have:

$$T_\varrho - iT_\theta = \mu\tau\zeta\,[f'(\zeta) - i\,\overline{w(\zeta)}\,w'(\zeta)]/[\varrho\,|\,w'(\zeta)\,|\,]. \tag{7}$$

Now writing:

$$w(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \zeta^n, \tag{8}$$

we easily obtain:

$$f(\zeta) = \varphi + i\psi = i\sum_{n=0}^{\infty} b_n \zeta^n, \tag{9}$$

$$I = \frac{\pi}{2}\left[b_0 c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (b_n c_{-n} + \bar{b}_n c_n)\right], \tag{10}$$

$$D = -\pi \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \bar{b}_n, \tag{11}$$

where:

$$b_n = \sum_{r=0}^{\infty} a_{n+r}\bar{a}_r, \quad c_n = \sum_{r=0}^{\infty} (n+r)\, a_{n+r}\bar{a}_r, \quad c_{-n} = \sum_{r=0}^{\infty} r\bar{a}_{n+r} a_r. \tag{12}$$

Equations (9)...(12) are given in [2, pp. 154–156].

2. Conformal Transformation

The function

$$z = w(\zeta) = c\zeta/(1+m\zeta^n),\ \zeta = \varrho \exp(i\theta),\ c > 0,\ -1 \leqslant m(n-1) \leqslant 1,\ n \geqslant 2, \tag{13}$$

transforms conformally the cross section of the cylinder under consideration on to the unit circle in the ζ-plane. From (1) and (13) we have:

$$a_0 = 0,\ a_1 = c,\ a_{n+1} = -cm,\ a_{2n+1} = cm^2,\ a_{3n+1} = -cm^3,\ a_{4n+1} = cm^4, \tag{14}$$

$$b_0 = kc^2,\ b_n = -kc^2m,\ b_{2n} = kc^2m^2,\ b_{3n} = -kc^2m^3,\ b_{4n} = kc^2m^4, \text{ etc.}, \tag{14.1}$$

where $k = 1/(1-m^2)$.

Substituting (14.1) in (9) we obtain after simplification the expression for the complex torsion function in the form:

$$f(\zeta) = ikc^2/(1 + m\zeta^n) + \text{const.} \tag{15}$$

It is easy to deduce the following results:

$$
(16)\quad \begin{cases} c_0 = kc^2(1+nkm^2), \quad c_n + c_{-n} = -kmc^2[2+nk(1+m^2)], \\ c_{2n} + c_{-2n} = km^2c^2[2+n+nk(1+m^2)], \\ c_{3n} + c_{-3n} = -km^3c^2[2+2n+nk(1+m^2)], \\ c_{4n} + c_{-4n} = km^4c^2[2+3n+nk(1+m^2)], \text{ etc.}, \end{cases}
$$

$$
(16.1)\qquad c_0 b_0 = k^3 c^4 (1 - m^2 + nm^2)
$$

and

$$
(17)\qquad D = -\pi m^2 n c^4 k^4,
$$

$$
(18)\qquad \sum_{n=1}^{\infty} (b_n c_{-n} + \bar{b}_n c_n) = m^2 k^4 c^4 [n(1+2m^2) + 2(1-m^2)].
$$

Using (17), (18), (16.1) in (3) we obtain after little simplifications the expression for the torsional rigidity in the form:

$$
(20)\qquad D^* = \mu\pi c^4 k^4 [1 + m^4 (n-1)]/2.
$$

Equations (15) and (20), agree with the results obtained by W. A. Bassali (*op. cit.*). Writing $n = 2$ in (20) we find:

$$
(21)\qquad D^* = \mu\pi c^4 k^4 (1 + m^4)/2,
$$

which agrees with the result obtained by N. I. Muskhelishvili [1] and T. J. Higgins [3]. Equation (21) represents the expression for the torsional rigidity of a solid cylinder whose cross section is the inverse of an ellipse. Stress components can be calculated from (7) and (13).

Received the 22 IX 1961

Regional Engineering College,
Warangal, Andhra Pradesh,
India

REFERENCES

1. Мусхелишвили Н. И., *Некоторые основные задачи математической теории упругости.* Изд. IV. Изд. АН СССР,-М., 1952.
2. Sokolnikoff I. S., *Mathematical Theory of Elasticity.* 2nd ed., 1956.
3. Higgins T. J., J. of Appl. Phys., 1942, **13**, pp. 457—4 9.
4. Bassali W. A., J of Math. a. Phys., 1960, **XXXVIII**, *4.*

КРУЧЕНИЕ ЦИЛИНДРОВ С МНОГОУГОЛЬНЫМИ КРИВОЛИНЕЙНЫМИ СЕЧЕНИЯМ

(Резюме)

Метод комплексного переменного, обоснованный Н. И. Мусхелишвили [1], был применен многими авторами к исследованию кручения балок с различными сечениями отражаемыми конформно на единичную окружность r плоскости ζ.

В. А. Бассали исследовал недавно [4], используя теорию функций комплексного переменного, задачу о кручении упруги цилиндров с регулярным криволинейным сеченнем.

Автор приводит, следуя иному чем Бассали пути, выражения функции кручения, а также и жесткоти кручения.

ASUPRA TORSIUNII CILINDRILOR CU SECȚIUNI POLIGONALE CURBILINII

(Rezumat)

Metoda variabilei complexe, dezvoltată de N. I. Mushelişvili [1], a fost folosită de numeroşi cercetători în studiul torsionării grinzilor cu secţiuni diferite, reprezentabile conform pe cercul unitate r dintr-un plan ζ.

W. A. Bassali a studiat recent [4], folosind teoria funcţiilor de variabilă complexă, soluţia problemei torsiunii cilindrilor elastici cu secţiune curbilinie regulată.

Autorul deduce expresia funcţiei de torsiune complexă precum şi a rigidităţii torsionale pe o altă cale decît aceea folosită de Bassali.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 539.214 ; 669—12

ВОЛОЧЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ПОЛОСЫ СКВОЗЬ ЖЕСТКУЮ МАТРИЦУ

Л. С. АГАМИРЗЯН

1. **Задача волочения пластической полосы сквозь жесткую матрицу изучалась В. В. Соколовским [1] и Р. Хиллом [2]. Поле линий скольжения и поле напряжений определялись численными методами интегрирования уравнений пластичности. Р. Хиллом высказаны соображения о совместности поля скоростей и поля напряжений в пластической области [2], [3].**

Ниже приводится точное решение задачи, основанное на разложении функции координат и функции скоростей в ряды метацилиндрических функций [4], [5].

2. На рис. 1 изображена жесткая матрица CD, сквозь которую протаскивается жестко-пластическая полоса. Прямые стенки матрицы образуют между собой угол 2α и предполагаются гладкими. Рассматривается установившееся течение полосы под действием усилия P, направленного вдоль оси симметрии. Толщина полосы, первоначально равная H, после протаскивания листа через матрицу, становится равной h. Часть полосы между стенками матрицы переходит в пластическое состояние. Жесткие части полосы движутся равномерно в направлении усилия P. Если обозначить через V скорость волочения полосы, то, исходя из несжимаемости материала можно заключить, что скорость входа полосы в матрицу будет $(h/H)V$.

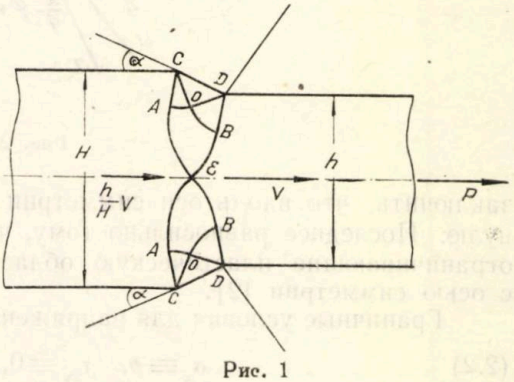


Рис. 1

Следуя В. В. Соколовскому [1] и Р. Хиллу [2], будем предполагать, что реакция матрицы на пластическую полосу передается в виде равномерно-распределенного давления p. Проектируя внешние усилия, приложенные к полосе, на ее ось симметрии, легко получить следующее соотношение :

(2.1) $$P = p(H - h).$$

В пластической части полосы различаются области *1*, *2*, *3* и *4* (рис. 2). Так как пластическое состояние должно проникать через полосу от верхней половины к нижней, естественно допустить, что точка *E* смыкания пластических областей лежит на оси симметрии полосы. Предполагая отсутствие разрывов напряжений в полосе, можно

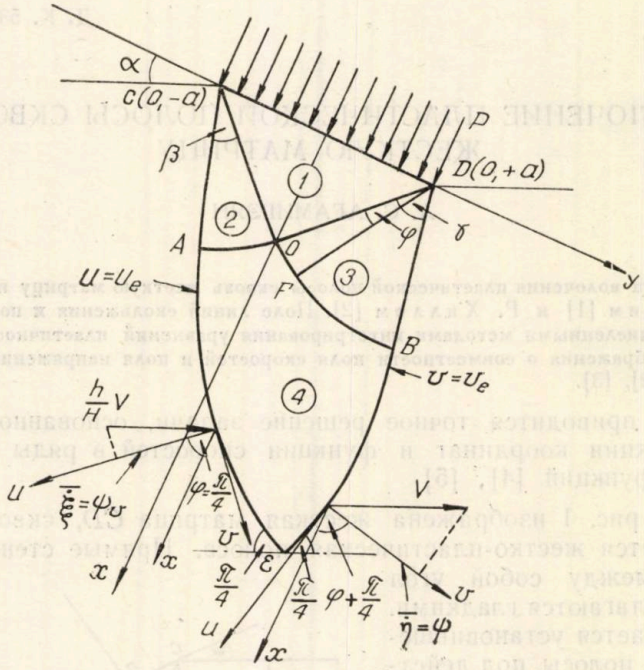


Рис. 2

заключить, что вдоль оси симметрии касательные напряжения равны нулю. Последнее равносильно тому, что линии скольжения *AE* и *BE*, ограничивающие пластическую область, образуют в точке *E* углы $\pi/4$ с осью симметрии [2].

Граничные условия для напряжений на участке *CD* оси *y* таковы:

(2.2) $$\sigma_x \equiv p, \quad \tau_{xy} \equiv 0, \quad \sigma_x > \sigma_y.$$

Эти граничные условия тождественны с граничными условиями для напряжений в задаче вдавливания гладкого жесткого плоского штампа в пластическую среду [4]. Отсюда ясно, что в данном случае, допуская существование особых точек *C* и *D*, получим точное решение для поля линий скольжения и для поля напряжений в областях *1*, *2*, *3* и *4*, тождественное с соответствующим решением для поля линий скольжения и поля напряжений, полученным в задаче вдавливания

гладкого жесткого плоского штампа в пластическую среду [4]. При этом половина ширины штампа выражается следущим образом:

$$a = (H - h)/(4\sin\alpha).$$

Решение в областях *1*, *2* и *3* определяется интегралами пластичности [1]...[3].

В области *4* решение дается функцией координат [4] в виде:

$$f(u, v) = (a/\sqrt{2})(-f_0 + F_1 - F_2), \tag{2.3}$$

где F_1 и F_2 выражены через ряды метацилиндрических функций [4], [5], с исходной точкой O:

$$F_1(u - u_0,\ v - v_0) = \tag{2.4}$$
$$= -\sum_{h=0}^{\infty}(-1)^n [f_{2n}(u - u_0,\ v - v_0) - f_{-2n}(u - u_0,\ v - v_0)],$$

$$F_2(u - u_0,\ v - v_0) = \tag{2.5}$$
$$= \sum_{h=0}^{\infty}(-1)^n [f_{2n+1}(u - u_0,\ v - v_0) + f_{-(2n+1)}(u - u_0,\ v - v_0)].$$

Эти ряды сходятся при любых значениях аргументов u и v.

Используем выражение координат точки через функцию координат [4]: $x = -f_v \sin\theta - f\cos\theta$, $y = f_v\cos\theta - f\sin\theta$, где $\theta = \varphi - \pi/4$.

Подставляя в эти формулы выражение (2.3) функции координат, получим значения координат точки криволинейной области *4* в виде:

$$\begin{cases} x = a[-F_1\sin\varphi + (f_0 - F_2)\cos\varphi], \\ y = a[F_1\cos\varphi + (f_0 - F_2)\sin\varphi]. \end{cases} \tag{2.6}$$

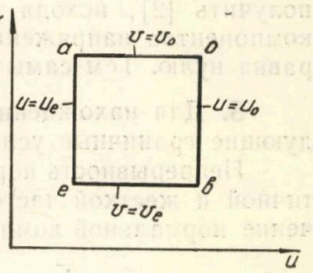


Рис. 3

Координаты исходной точки O (рис. 3) имеют значения:

$$u_0 = v_0 = (p - k)/(4k). \tag{2.7}$$

Пользуясь этим решением и рис. 2, легко получить:

$$\begin{cases} \varphi_0 = u_0 - v_0 = 0, \quad \varphi_A = u_e - v_0 = -\beta, \quad \varphi_B = u_0 - v_e = \gamma, \\ \varphi_E = u_e - v_e = \gamma - \beta, \quad u_e = v_0 - \beta, \quad v_e = u_0 - \gamma, \end{cases} \tag{2.8}$$

где через β и γ обозначены углы раскрытия криволинейных областей *2* и *3*.

Так как в точке E линии скольжения AE и BE должны образовывать с осью симметрии углы $\pi/4$, а ось симметрии образует угол α с осью y, то в точке E должны иметь $\varphi = \alpha$. Это позволяет установить следующее соотношение между углами раскрытия криволинейных секторов *2* и *3*:

(2.9) $$\gamma - \beta = \alpha.$$

Наконец, точка E должна лежать на оси симметрии, то есть координаты этой точки должны удовлетворять равенству:

(2.10) $$x_E \cos\alpha + y_E \sin\alpha = (H + h)/4.$$

Координаты точки E, входящие в это равенство, можно вычислить по формулам (2.4). Для этого следует положить в этих формулах: $u = u_e$, $v = v_e$, $u_e - u_0 = -\beta$, $v_e - v_0 = -\gamma$, $\varphi = \alpha$. В результате получим:

$$F_1 = F_1(-\beta, -\gamma), \quad F_2 = F_2(-\beta, -\gamma), \quad f_0 = f_0(-\beta, -\gamma).$$

Пользуясь свойствами метацилиндрических функций: $f_n(-\beta, -\gamma) = (-1)^n f_n(\beta, \gamma)$ и соотношениями (2.5), (2.6) находим:

$$F_1 = F_1(\beta, \gamma), \quad F_2 = -F_2(\beta, \gamma), \quad f_0 = f_0(\beta, \gamma).$$

Подставляя эти значения в (2.4), а затем (2.4) в (2.10) придем к соотношению, которому должны удовлетворять углы β и γ:

(2.11) $$f_0(\beta, \gamma) + F_2(\beta, \gamma) = [(1 + h/H)/(1 - h/H)] \sin\alpha.$$

Это равенство совместно с (2.9) позволяет определить углы β и γ в зависимости от угла α и отношения h/H.

Искомое давление p матрицы на полосу, а следовательно и усилие P, необходимое для протаскивания полосы через матрицу, легко получить [2], исходя из того, что сумма горизонтальных проекций компонентов напряжения, приложенных к контуру CAE, должна быть равна нулю. Тем самым устанавливается зависимость p/k от α и h/H.

3. Для нахождения скоростей в пластической области имеем следующие граничные условия.

Непрерывность нормальной компоненты скорости на границе пластичной и жесткой частей полосы согласно рис. 2 дает следующее значение нормальной компоненты скорости вдоль линии скольжения EAC:

(3.1) $$\dot{\bar{\xi}} = -(h/H)\, V \cos(u_e - v + \pi/4 - \alpha).$$

Аналогично вдоль линии скольжения EBD имеем следующую нормальную компоненту скорости:

(3.2) $$\dot{\bar{\eta}} = V \sin(u - v_e + \pi/4 - \alpha).$$

Наконец, в силу невозможности течения материала через стенки матрицы, на участке CD оси y нормальная компонента скорости должна быть равна нулю:

(3.3) $$\dot{\xi} = 0.$$

Отыскание функции скорости [4] в криволинейной области 4 сводится к решению задачи Гурса с данными на характеристиках eb и ea (рис. 3):

$$\begin{cases} \psi(u, v_e) = \bar{\dot{\eta}} = V \sin(u - v_e + \pi/4 - \alpha), \\ \psi_v(u_e, v) = \bar{\dot{\xi}} = -(h/H)\, V \cos(u_e - v + \pi/4 - \alpha). \end{cases} \tag{3.4}$$

Функция скоростей ищется в виде ряда метацилиндрических функций с исходной точкой e:

$$\psi(u, v) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_m f_m(u - u_e, v - v_e), \tag{3.5}$$

где коэффициенты: $b_0 = \psi(u_e, v_e)$, $b_n = \psi_{u^n}(u_e, v_e)$, $b_{-n} = \psi_{v^n}(u_e, v_e)$.

Используя первое соотношение (3.4), легко получить следующие значения коэффициентов с неотрицательными индексами:

$$b_0 = V/\sqrt{2}, \quad b_{2n+1} = -b_{2n+2} = (-1)^n V/\sqrt{2}.$$

Второе соотношение (3.4) дает возможность определить коэффициенты с отрицательными индексами:

$$b_{-(2n+1)} = b_{-(2n+2)} = (-1)^n (h/H)(V/\sqrt{2}).$$

Подставляя найденные значения коэффициентов в (3.5), приходим к следующему выражению функции скоростей в криволинейной области *4*:

$$\psi(u, v) = (V/\sqrt{2})(f_0 - \psi_1 + \psi_2). \tag{3.6}$$

Здесь обозначены через ψ_1 и ψ_2 ряды:

$$\psi_1(u - u_e, v - v_e) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[f_{2n+2}(u - u_e, v - v_e) + \frac{h}{H} f_{-(2n+2)}(u - u_e, v - v_e) \right], \tag{3.7}$$

$$\psi_2(u - u_e, v - v_e) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[f_{2n+1}(u - u_e, v - v_e) - \frac{h}{H} f_{-(2n+1)}(u - u_e, v - v_e) \right]. \tag{3.4}$$

Эти ряды сходятся при любых значениях u и v.

Используем выражение компонентов скоростей через функцию скоростей [4]:

$$\dot{\xi} = \psi_v \cos\theta - \psi \sin\theta, \quad \dot{\eta} = \psi_v \sin\theta + \psi \cos\theta, \tag{3.9}$$

где $\theta = \varphi - \pi/4$.

Подставляя в эти формулы выражение функции скоростей, получим искомые значения компонентов скоростей в криволинейной области *4*:

$$
(3.10)\quad \begin{cases} \dot{\xi} = V\left\{\frac{1}{2} f_0[-(1+h/H)\sin\varphi + (1-h/H)\cos\varphi] + \right. \\ \qquad \left. + \psi_1 \sin\varphi + \psi_2 \cos\varphi\right\}, \\ \dot{\eta} = V\left\{\frac{1}{2} f_0[(1+h/H)\cos\varphi + (1-h/H)\sin\varphi] - \right. \\ \qquad \left. - \psi_1 \cos\varphi + \psi_2 \sin\varphi\right\}, \end{cases}
$$

Поле скоростей в области *3* можно определить, используя второй интеграл пластичности [1], и удовлетворяя граничным условиям на линиях скольжения *DB* и *BO*. Однако, это можно сделать проще, пользуясь тем, что в данном случае вдоль прямолинейных линий скольжения компоненты скорости должны быть постоянными. Действительно, согласно известным свойствам поля скоростей на прямолинейных линиях скольжения компонента скорости $\dot{\xi} = \psi_v$ вдоль этой линии должна быть постоянной. С другой стороны, по условию (3.2) на прямолинейной линии скольжения *BD* будет постоянной нормальная к этой линии компонента скорости $\dot{\eta} = \psi$. Однако, согласно свойствам поля скоростей приращение нормальной компоненты должно быть постоянным при переходе от одной прямой линии скольжения к другой. Отсюда следует, что в данном случае нормальная компонента скорости постоянна на всех прямых линиях скольжения, проходящих через точку *D*. Так как в данным случае на прямых линиях скольжения $\dot{\xi} = \psi_v$ и $\dot{\eta} = \psi$ постоянны, то согласно формулам (3.9) вдоль этих линий скольжения будут постоянными и компоненты скорости $\dot{\xi}$ и $\dot{\eta}$ в декартовых координатах *xy*. Например, полагая в равенствах (3.10) $u = u_0$ и $v = v_0 - \varphi$, получим компоненты скорости в декартовых координатах *xy* вдоль линии скольжения *BO* в зависимости от угла φ, образованного с *OD* прямой линией скольжения *FD* (рис. 2). Иными словами это будут компоненты скорости точки *F*, а следовательно, и всех точек прямой линии скольжения *FD*. В частности, компоненты скорости вдоль линии скольжения *OD* можно получить, полагая в равенствах (3.10) $\varphi = 0$, то есть $u - u_e = u_0 - u_e = \beta$ и $v - v_e = v_0 - v_e = \gamma$:

$$
(3.11)\quad \begin{cases} \dot{\xi} = V\left[\frac{1}{2}(1-h/H) f_0(\beta,\gamma) + \psi_2(\beta,\gamma)\right], \\ \dot{\eta} = V\left[\frac{1}{2}(1+h/H) f_0(\beta,\gamma) - \psi_1(\beta,\gamma)\right]. \end{cases}
$$

Аналогичным образом определяется поле скоростей в области *2*. Компоненты скорости вдоль линии скольжения *OC*, очевидно, имеют значения (3.11).

В области *1* поле скоростей определяется третьим интегралом пластичности. Вновь пользуясь тем, что в данном случае вдоль пря-

мых линий скольжения компоненты скорости должны быть постоянными, можно заключить, что поле скоростей в области *1* определяется значениями (3.11).

Докажем, что компонента скорости $\dot{\xi}$, определяемая первым соотношением (3.11), равна нулю. Действительно, пользуясь выражением (2.5):

$$F_2(\beta, \gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n [f_{2n+1}(\beta, \gamma) + f_{-(2n+1)}(\beta, \gamma)],$$

и разложением в ряд метацилиндрических функций [4], [5]:

$$\sin\alpha = -\sin(\beta - \gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n [f_{2n+1}(\beta, \gamma) - f_{-(2n+1)}(\beta, \gamma)]$$

легко доказать согласно (3.8) справедливость следующего соотношения :

$$\psi_2(\beta, \gamma) = \frac{1}{2}(1 - h/H) F_2(\beta, \gamma) - \frac{1}{2}(1 + h/H)\sin\alpha.$$

Тогда первое равенство (3.11) примет вид :

$$\dot{\xi} = (V/2)\{(1 - h/H)[f_0(\beta, \gamma) + F_2(\beta, \gamma)] - (1 + h/H)\sin\alpha\}. \tag{3.12}$$

Согласно (2.11) правая часть (3.12) равна нулю. Таким образом в области *1* имеем $\dot{\xi} = 0$. Тем самым удовлетворено последнее граничное условие (3.2) для скоростей.

Скорость течения пластической среды вблизи стенки матрицы определяется вторым соотношением (3.11).

Поступила 10 XII 1961 г.

Грузинский политехнический институт им. В. И. Ленина, Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколовский В. В., *Теория пластичности.* Гостехиздат, М., 1950.
2. Хилл Р., *Математическая теория пластичности.* Гостехиздат, М., 1956, (пер. с англ.).
3. Качанов Л. М., *Основы теории пластичности.* Гостехиздат, М., 1956.
4. Агамирзян Л. С., Тр. Груз. полит. ин-та им. В. И. Ленина, 1961, *6 (77).*
5. Mangeron D., Bul. Inst. polit., Iaşi, 1958, **4 (8)**, *3–4*, pp. 73–74.

TRÉFILAGE D'UNE PLATE-BANDE PLASTIQUE À TRAVERS UNE MATRICE RIGIDE

(Résumé)

L'Auteur, tout en utilisant les fonction métacylindriques qu'il a étudié dans [4], résout le problème de R. Hill [2], dont s'en est occupé aussi V. V. Sokolovski [1], à savoir la compatibilité du champ de vitesses et de celui des tensions dans le domaine plastique.

TREFILAREA UNEI BENZI PLASTICE PRINTR-O MATRIȚĂ RIGIDĂ

(Rezumat)

V. V. Sokolovski [1] și R. Hill [2] au studiat problema relativă la trefilarea unei benzi plastice printr-o matriță rigidă. Cîmpurile liniilor de glisare și de tensiune s-au determinat cu acest prilej prin metode numerice de integrare a ecuațiilor plasticității. R. Hill a emis părerea că atît cîmpurile de viteze cît și cele de tensiuni sînt compatibile în domeniul plastic.

Autorul rezolvă această problemă bazîndu-se pe dezvoltarea funcției de coordonate și a funcției de viteze în serii de funcții metaciclice, introduse în [4], [5].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C Z. 531.15 ; 512.94

ASUPRA COMPUNERII ŞI DESCOMPUNERII ROTAŢIILOR FINITE ALE RIGIDULUI

DE

ALFRED BRAIER şi I. ENESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

§ 1. Introducere

1. În [1] şi [2] s-a arătat că utilizarea cuaternionilor în cinematica deplasărilor finite ale rigidului permite studierea pe o cale directă a unor noi aspecte ale problemei compunerii unor astfel de deplasări. Lucrarea de faţă se ocupă, în aceeaşi ordine de idei, cu problema compunerii şi descompunerii a două rotaţii finite ale rigidului. În prima parte se utilizează operatorul cuaternionic introdus în [1], pentru a se demonstra cu uşurinţă o teoremă recentă a lui A. I. Lurie, relativă la compunerea a două rotaţii finite succesive. În partea a doua a lucrării se cercetează amănunţit problema descompunerii unei rotaţii finite date, în două rotaţii componente, cînd se impun mărimile sau direcţiile acestora.

2. Cu notaţiile şi definiţiile expuse în [1], un cuaternion complet $\underset{\sim}{p}$ se poate scrie sub una din formele :

$$(1) \qquad \underset{\sim}{p} = a + b\hat{\mathrm{i}} + c\hat{\mathrm{j}} + d\hat{\mathrm{k}} = \mathcal{R}e\,(\underset{\sim}{p}) + \mathcal{Q}u\,(\underset{\sim}{p}) = |\underset{\sim}{p}|\,(\cos\theta + \sin\theta.\hat{p^0}) = |\underset{\sim}{p}|\,e^{\theta\hat{p^0}},$$

în care : $\mathcal{R}e\,(\underset{\sim}{p}) = a$ este partea sa reală, $\mathcal{Q}u\,(\underset{\sim}{p}) = b\hat{\mathrm{i}} + c\hat{\mathrm{j}} + d\hat{\mathrm{k}}$ este partea sa cuaternionică, $|\underset{\sim}{p}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$, $\theta = \arccos(a/|\underset{\sim}{p}|)$, iar $\underset{\sim}{p^0} = (b\hat{\mathrm{i}} + c\hat{\mathrm{j}} + d\hat{\mathrm{k}})/\sqrt{b^2+c^2+d^2}$, numerele cuaternionice $\hat{\mathrm{i}}$, $\hat{\mathrm{j}}$, $\hat{\mathrm{k}}$ satisfăcînd relaţiile : $\hat{\mathrm{i}}^2 = \hat{\mathrm{j}}^2 = \hat{\mathrm{k}}^2 = -1$, $\hat{\mathrm{i}}\hat{\mathrm{j}} = -\hat{\mathrm{j}}\hat{\mathrm{i}} = \hat{\mathrm{k}}$, $\hat{\mathrm{j}}\hat{\mathrm{k}} = -\hat{\mathrm{k}}\hat{\mathrm{j}} = \hat{\mathrm{i}}$ şi $\hat{\mathrm{k}}\hat{\mathrm{i}} = -\hat{\mathrm{i}}\hat{\mathrm{k}} = \hat{\mathrm{j}}$.

Dacă $\hat{u}^0$ şi $\hat{n}^0$ sînt numere pur cuaternionice ce reprezintă versori din spaţiul fizic tridimensional, atunci produsul $e^{(\Phi/2)\hat{u}^0}\,\hat{n}^0\,e^{-(\Phi/2)\hat{u}^0}$ reprezintă în limbaj cuaternionic faptul că $\hat{n}^0$ s-a rotit de un unghi Φ în jurul lui $\hat{u}^0$, în sens trigonometric pozitiv; cuaternionul $e^{(\Phi/2)\hat{u}^0}$ joacă deci rol de operator de rotaţie. Atunci cînd $\hat{u}^0 \perp \hat{n}^0$ are loc relaţia:

$$e^{(\psi/2)\hat{u}^0}\,\hat{n}^0\,e^{(\psi/2)\hat{u}^0} = \hat{n}^0, \tag{2}$$

oricare ar fi Ψ.

§ 2. Compunerea a două rotaţii finite

3. Fie un rigid care efectuează o rotaţie finită de unghi θ în jurul unei axe de versor reprezentat prin numărul pur cuaternionic $\hat{u}^0$; dacă $\hat{r}$ şi $\hat{r}'$ sînt reprezentările prin numere pur cuaternionice ale vectorului de poziţie al unui punct al rigidului înaintea rotaţiei şi după efectuarea sa, atunci:

$$\hat{r}' = e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,\hat{r}\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0}. \tag{3}$$

Pentru calculul deplasării finite $\Delta\hat{r} = \hat{r}' - \hat{r}$ a unui punct al rigidului ce execută rotaţia, s-a introdus în [1] un operator cuaternionic, care s-a dovedit deosebit de util în cinematica deplasărilor finite ale rigidului. Se poate obţine operatorul şi pe o cale mai simplă decît cea propusă în [1] şi anume, folosind relaţia (3) precum şi faptul că $e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0} = 1$, se scrie că $\Delta\hat{r} = e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,\hat{r}\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0} - \hat{r} = e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,\hat{r}\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0} - e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0}\,\hat{r} = e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,[\hat{r}\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0} - e^{-(\theta/2)\hat{u}^0}\,\hat{r}]$. Dar avînd în vedere că $e^{-(\theta/2)\hat{u}^0} = \cos(\theta/2) - \sin(\theta/2).\,\hat{u}^0$ rezultă că $\hat{r}\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0} - e^{-(\theta/2)\hat{u}^0}\,\hat{r} = 2\sin(\theta/2) Qu\,(\hat{u}^0\,\hat{r})$, în care s-a ţinut seama că $\hat{u}^0\,\hat{r} - \hat{r}\,\hat{u}^0 = 2\,Qu\,(\hat{u}^0\,\hat{r})$. Deci:

$$\Delta\hat{r} = 2\sin(\theta/2)\,e^{-(\theta/2)\hat{u}^0}\,Qu\,(\hat{u}^0\,\hat{r}) = \hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}\}, \tag{4}$$

operatorul $\hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}\}$ fiind, evident, liniar.

4. În cazul compunerii a două rotaţii finite succesive în jurul a două axe concurente, se constată că ele sînt echivalente cu o rotaţie unică, de un unghi independent de ordinea rotaţiilor componente, în jurul unei axe avînd direcţia dependentă de ordinea lor de succesiune. Dacă $\hat{u}_1^0$ şi $\hat{u}_2^0$ sînt reprezentările cuaternionice ale versorilor celor două axe şi θ_1, θ_2 unghiurile ce măsoară rotaţiile finite respective, atunci:

$$\underset{\sim}{q}_{12} = e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}\,e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0} \text{ şi } \underset{\sim}{q}_{21} = e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}\,e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} \tag{5}$$

reprezintă operatorii de rotaţie unică echivalentă, indicii lor corespunzînd ordinii de succesiune a rotaţiilor componente. În cazul cînd $\hat{u}_1^0 \neq \hat{u}_2^0$, atunci şi $\underset{\sim}{q}_{12} \neq \underset{\sim}{q}_{21}$, ceea ce reflectă necomutativitatea rotaţiilor

finite ale rigidului. Efectuînd înmulţirile cuaternionice respective se ajunge cu uşurinţă la:

$$q_{12} = q_{21} + 2\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2).\, Qu\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0). \tag{6}$$

5. Într-o lucrare recentă [3] asupra rotaţiilor finite, A. I. Lurie a demonstrat următoarea teoremă: succesiunea a două rotaţii finite ale rigidului în jurul axelor D_1 şi D_2 este echivalentă cu rotaţia în jurul lui D_2, urmată de rotaţia în jurul poziţiei în care ajunge axa D_1 după rotaţia sa în jurul lui D_2. În acest scop el a utilizat reprezentarea vectorială a rotaţiilor [4], [5].

Utilizarea aparatului cuaternionic permite să se stabilească această teoremă cu multă uşurinţă. Într-adevăr, q_{12} dat de (5) reprezintă operatorul de rotaţie unică care înlocuieşte rotaţiile succesive în ordinea 1, 2; fie acum

$$q_{21'} = e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1'^0}\, e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}, \tag{7}$$

în care $\hat{u}_1'^0$ constituie reprezentarea cuaternionică a versorului axei D_1, după rotaţia sa de unghi θ_2 în jurul lui $\hat{u}_2^0$. Ţinînd seama de (4), se poate scrie:

$$\hat{u}_1'^0 = \hat{u}_1^0 + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{u}_1^0\} = \hat{u}_1^0 + 2\sin(\theta_2/2).\, e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}\; Qu\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0). \tag{8}$$

Atunci:

$$e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1'^0} = \cos(\theta_1/2) + \sin(\theta_1/2).\hat{u}_1'^0 = e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0} + 2\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2).\, e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} Qu(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0),$$

în care s-a ţinut seama că $\cos(\theta_1/2) + \sin(\theta_1/2).\hat{u}_1^0 = e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}$. Deci:

$$q_{21'} = e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}\, e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} + 2\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2).\, e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}\, Qu\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0)\, e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}. \tag{7'}$$

Dar în baza lui (2), $e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}\; Qu\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0)\, e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} = Qu\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0)$, deoarece vectorul reprezentat prin $Qu\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0)$ este perpendicular pe versorul reprezentat prin u_2^0. Avînd în vedere acum a doua relaţie (5), precum şi (6), rezultă că $q_{21'} = q_{12}$, deci teorema lui Lurie este demonstrată.

§ 3. Descompunerea unei rotaţii finite date

A. Mărimile rotaţiilor componente impuse

6. Fie dată o rotaţie de unghi θ în jurul unei axe de versor $\hat{u}^0$ şi unghiurile θ_1, θ_2 ale rotaţiilor succesive componente, echivalente cu rotaţia dată. Urmează de determinat condiţiile în care este posibilă descompunerea, precum şi direcţiile axelor rotaţiilor componente. Atunci:

$$e^{(\theta/2)\hat{u}^0} = e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0} \text{ şi } e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0} = e^{-(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} e^{(\theta/2)\hat{u}^0},\; e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} = e^{(\theta/2)\hat{u}^0} e^{-(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}, \tag{9}$$

ultimele două relaţii rezultînd din prima prin înmulţire cuaternionică la stînga cu $e^{-(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}$ şi respectiv la dreapta cu $e^{-(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}$. Efectuînd înmulţirile şi separînd părţile reală şi cuaternionică se obţine, de pildă plecînd de la prima relaţie (9):

$$\cos(\theta/2) = \cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2) + \sin\theta_1/2)\sin(\theta_2/2).\mathcal{R}e(\hat{u}_2^0\hat{u}_1^0),$$

$$\sin\theta/2).\hat{u}^0 = \sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2).\hat{u}_1^0 + \cos(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2).\hat{u}_2^0 +$$
$$+ \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2).Qu(\hat{u}_2^0\hat{u}_1^0).$$

Relaţii analoge dau şi celelalte două egalităţi (9). Se obţine atunci:

$$(10)\quad \begin{cases} \mathcal{R}e(\hat{u}_2^0\hat{u}_1^0) = [\cos(\theta/2) - \cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)]/[\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)], \\ \mathcal{R}e(\hat{u}_2^0\hat{u}^0) = [\cos(\theta_2/2)\cos(\theta/2) - \cos(\theta_1/2)]/[\sin(\theta/2)\sin(\theta_2/2)], \\ \mathcal{R}e(\hat{u}^0\hat{u}_1^0) = [\cos(\theta/2)\cos(\theta_1/2) - \cos(\theta_2/2)]/[\sin(\theta/2)\sin(\theta_1/2)]. \end{cases}$$

Ţinînd seama că $\mathcal{R}e(\hat{u}_1^0\hat{u}_2^0) = -\cos(\hat{u}_1^0, \hat{u}_2^0)$ etc., expresiile (10) trebuie să fie în valoare absolută mai mici sau egale cu unitatea, de unde inegalităţile:

$$(11)\quad \begin{cases} \cos[(\theta_1+\theta_2)/2] \leqslant \cos(\theta/2) \leqslant \cos[(\theta_1-\theta_2)/2], \\ \cos[(\theta+\theta_2)/2] \leqslant \cos(\theta_1/2) \leqslant \cos[(\theta-\theta_2)/2], \\ \cos[(\theta+\theta_1)/2] \leqslant \cos(\theta_2/2) \leqslant \cos[(\theta-\theta_1)/2]. \end{cases}$$

Se poate constata că cele şase inegalităţi nu sînt toate independente; transformînd diferenţele de cosinusuri în produse de sinusuri se observă că în (11) intervin numai patru mărimi distincte. Discuţia cazurilor posibile indică faptul că pentru verificarea tuturor inegalităţilor (11) este necesar şi suficient să fie îndeplinită oricare din cele trei inegalităţi complete, plus una, oricare, din celelalte scrise. De exemplu:

$$(12)\quad \cos[(\theta_1+\theta_2)/2] \leqslant \cos(\theta/2) \leqslant \cos[(\theta_1-\theta_2)/2],\ \cos(\theta_1/2) \leqslant \cos[(\theta-\theta_2)/2],$$

asigură posibilitatea descompunerii rotaţiei de unghi θ în rotaţii componente de mărime θ_1 şi θ_2.

7. Pentru fixarea poziţiei relative a axelor $\hat{u}^0$ dată şi $\hat{u}_1^0$, $\hat{u}_2^0$ ce urmează a fi determinate, se poate porni, de pildă, de la partea cuaternionică a celei de-a treia egalităţi (9):

$$(9')\quad \sin(\theta_2/2)\hat{u}_2^0 = \sin(\theta/2)\cos(\theta_1/2).\hat{u}^0 - \cos(\theta/2)\sin(\theta_1/2).\hat{u}_1^0 -$$
$$- \sin(\theta/2)\sin(\theta_1/2).Qu(\hat{u}^0\hat{u}_1^0),$$

care se înmulţeşte la stînga cu $\hat{u}_2^0$. Scriind egalitatea părţilor reale ale

relaţiei ce rezultă şi avînd în vedere (10) precum şi faptul că (v. [1]) $\mathcal{R}e\,[\hat{u}_2^0\,Qu\,(\hat{u}^0\,\hat{u}_1^0)] = \mathcal{R}e\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}^0\,\hat{u}_1^0)$, se poate ajunge la:

$$\mathcal{R}e\,(\hat{u}^0\,\hat{u}_1^0\,\hat{u}_2^0) = [2\cos(\theta_2/2)\cos(\theta_1/2)\cos(\theta/2) + 1 - \cos^2(\theta_2/2) - \\ - \cos^2(\theta_1/2) - \cos^2(\theta/2)]/[\sin(\theta_2/2)\sin(\theta_1/2)\sin(\theta/2)],$$

sau după transformarea numărătorului:

$$\mathcal{R}e\,(\hat{u}^0\,\hat{u}_1^0\,\hat{u}_2^0) = \{\cos[(\theta_1 - \theta_2)/2] - \cos(\theta/2)\}\{\cos(\theta/2) - \\ - \cos[(\theta_1 + \theta_2)/2)]\}/[\sin(\theta/2)\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)]. \tag{9}$$

Ţinînd seama de (12) se constată că numărătorul lui (13) este totdeauna nenegativ.

Din expresia (13) rezultă că cele trei axe, ale rotaţiei date şi ale rotaţiilor componente în care aceasta se descompune, sînt coplanare cînd:

$$\cos(\theta/2) = \cos[(\theta_1 - \theta_2)/2] \text{ sau } \cos(\theta/2) = \cos[(\theta_1 + \theta_2)/2]. \tag{14}$$

După cum va rezulta din cele ce urmează, a doua egalitate (14) asigură în particular coliniaritatea celor trei axe.

8. Pentru determinarea poziţiei axelor $\hat{u}_1^0$ şi $\hat{u}_2^0$ se poate observa că este necesar de cunoscut unghiul format de direcţia dată $\hat{u}^0$ cu planul determinat de cele două axe, precum şi unghiurile formate de aceste direcţii cu proiecţia lui $\hat{u}^0$ pe respectivul plan. Aceasta revine la descompunerea lui $\hat{u}^0$ într-o componentă în planul axelor $\hat{u}_1^0$, $\hat{u}_2^0$ şi o componentă coliniară cu $Qu\,(\hat{u}_1^0\,\hat{u}_2^0)$. Folosind prima relaţie (9), se poate scrie după separarea părţilor sale cuaternionice:

$$\hat{u}^0 = \hat{q} + \{[\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)]/\sin(\theta/2)\}\,Qu\,(\hat{u}_2^0\,\hat{u}_1^0) \tag{15}$$

cu $\hat{q} = \{[\sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)]/\sin(\theta/2)\}\,\hat{u}_1^0 + \{[\cos(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)]/\sin(\theta/2)\}\,\hat{u}_2^0$.

După înmulţirea pe rînd a cuaternionului $\hat{q}$ la dreapta cu $\hat{u}_1^0$ şi $\hat{u}_2^0$ şi separarea părţilor reale ale rezultatelor, se stabileşte că:

$$\mathcal{R}e\,(\hat{q}\hat{u}_1^0) = \mathcal{R}e\,(\hat{u}^0\,\hat{u}_1^0) \quad \text{şi} \quad \mathcal{R}e\,(\hat{q}\hat{u}_2^0) = \mathcal{R}e\,(\hat{u}^0\,\hat{u}_2^0), \tag{16}$$

în care s-a ţinut seama şi de (10).

De asemenea se mai obţine:

$$|\hat{q}| = \sqrt{\cos^2(\theta_1/2) + \sin^2(\theta_1/2).\,[\mathcal{R}e\,(\hat{u}^0\,\hat{u}_1^0)]^2} = \\ = \sqrt{\cos^2(\theta_2/2) + \sin^2(\theta_2/2).\,[\mathcal{R}e\,(\hat{u}^0\,\hat{u}_2^0)]^2}, \tag{17}$$

precum şi

$$\mathcal{R}e\,(\hat{q}\hat{u}^0) = -|\hat{q}|^2. \tag{18}$$

Notînd cu $\hat{q}^0$ versorul vectorului $\hat{q}$, adică $\hat{q}^0 = \hat{q}/|\hat{q}|$, relaţia precedentă devine:

$$\mathcal{R}e\,(\hat{q}^0\,\hat{u}^0) = -|\hat{q}|. \tag{18'}$$

Utilizînd pentru diferitele unghiuri care se formează, notaţiile din fig. 1, se observă, ţinînd seama de (10), că:

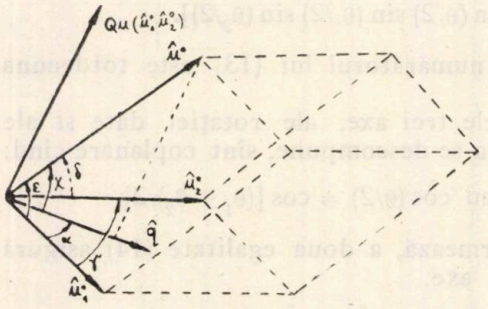


Fig. 1

$$\begin{aligned}
&\cos\gamma = [\cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2) - \\
&\quad - \cos\theta/2)]/[\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)], \\
&\cos\delta = [\cos(\theta_1/2) - \cos(\theta/2)\times \\
&\quad \times\cos(\theta_2/2)]/[\sin(\theta/2)\sin(\theta_2/2)], \\
&\cos\varepsilon = [\cos(\theta_2/2) - \cos(\theta/2)\times \\
&\quad \times\cos(\theta_1/2)]/[\sin(\theta/2)\sin(\theta_1/2)].
\end{aligned} \tag{19}$$

Relaţia (18') arată că $\cos\chi = |\hat{q}| > 0$ şi, ţinînd seama de (17) şi (19), rezultă:

$$\cos\chi = \sqrt{1 - \sin^2(\theta_1/2)\sin^2\varepsilon} = \sqrt{1 - \sin^2(\theta_2/2)\sin^2\delta}\,. \tag{20}$$

În sfîrşit, pentru unghiurile formate de direcţiile axelor cu proiecţia lui $\hat{u}^0$ pe planul lor, se obţine:

$$\cos\alpha = \cos\varepsilon/\cos\chi \quad \text{şi} \quad \cos(\gamma - \alpha) = \cos\delta/\cos\chi. \tag{21}$$

9. Se pot trece în revistă unele cazuri particulare. De exemplu, axele rotaţiilor componente se dispun simetric în raport cu axa rotaţiei care se descompune, **atunci** cînd:

$$\sin[(\theta_1 - \theta_2)/2] = 0 \text{ sau } \cos(\theta/2) = \cos[(\theta_1 + \theta_2)/2], \tag{22}$$

relaţii ce rezultă din egalitatea $\cos\delta = \cos\varepsilon$ (v. (15)).

În primul caz, notînd:

$$\theta_1 = \theta_2 = \Theta, \tag{23}$$

condiţiile (12) devin:

$$\cos\Theta \leqslant \cos(\theta/2) \quad \text{şi} \quad \sin(\theta/2)\sin(\Theta - \theta/2) \geqslant 0. \tag{24}$$

Pentru fixarea poziţiei axelor rezultă:

$$\begin{cases} \cos\chi = \cos(\Theta/2)/\cos(\theta/4), \text{c os } \alpha = \cos(\gamma/2) = \sin(\theta/4)/\sin(\Theta/2), \\ \cos\delta = \cos\varepsilon = \operatorname{tg}(\theta/4)/\operatorname{tg}(\Theta/2). \end{cases} \tag{25}$$

Atunci cînd:

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta, \tag{23'}$$

deci cînd rotaţia dată se descompune în două rotaţii componente, de aceeaşi mărime fiecare cu cea dată, condiţia ce trebuie satisfăcută are forma:

(24') $\cos\theta \leqslant \cos(\theta/2)$ adică $-4\pi/3 \leqslant \theta \leqslant 4\pi/3$.

10. Considerarea celei de-a doua relaţii (22) revine la cercetarea cazurilor $\theta = \theta_1 + \theta_2$ şi $\theta = -(\theta_1 + \theta_2)$. În primul caz $\cos\gamma = \cos\delta = \cos\varepsilon = 1$, iar în cel de-al doilea $\cos\gamma = -\cos\delta = -\cos\varepsilon = 1$. Rezultă că axele rotaţiilor componente sînt coliniare cu axa rotaţiei unice care se descompune, în primul caz avînd acelaşi sens cu aceasta, iar în al doilea, sens contrar.

B. Direcţiile rotaţiilor componente impuse

11. Fie dată o rotaţie finită de unghi θ în jurul unei axe de versor $\hat{u}^0$ şi direcţiile rotaţiilor componente, prin versorii lor, reprezentaţi prin numerele pur cuaternionice $\hat{u}_1^0$ şi $\hat{u}_2^0$ Aceasta revine la a da pe θ şi toate unghiurile din fig. 1, între care au loc, de pildă, relaţiile (21).

Utilizînd formulele (20) se obţine:

(26) $$\sin^2(\theta_1/2) = \sin^2\chi/\sin^2\varepsilon \quad \text{şi} \quad \sin^2(\theta_2/2) = \sin^2\chi/\sin^2\delta,$$

iar ţinînd seama şi de (21):

(27) $$\begin{cases} \cos\theta_1 = (\cos^2\chi\,\sin^2\alpha - \sin^2\chi)/\sin^2\varepsilon, \\ \cos\theta_2 = [\cos^2\chi\,\sin^2(\gamma - \alpha) - \sin^2\chi]/\sin^2\delta. \end{cases}$$

Revenind acum la expresia (15) a versorului $\hat{u}^0$ al direcţiei rotaţiei care se descompune şi avînd în vedere fig. 1 se poate obţine prin calcularea proiecţiilor pe axele unui triedru cartezian format de exemplu, din $\hat{u}_1^0$, perpendiculara pe aceasta în planul axelor rotaţiilor componente şi direcţia lui $Qu\,(u_1^0 u_2^0)$:

(28) $$\begin{cases} \sin(\theta/2)\cos\chi\cos\alpha = \sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2) + \cos(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\cos\gamma, \\ \sin(\theta/2)\cos\chi\sin\alpha = \cos(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\sin\gamma, \\ \sin(\theta/2)\sin\chi = -\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\sin\gamma. \end{cases}$$

După ridicarea la pătrat a ultimei relaţii (28) şi înlocuirea expresiilor (26) se obţine condiţia de rezolvare a problemei de descompunere a unei rotaţii date în două rotaţii componente, de direcţie impusă, sub forma:

(29) $$\sin^2(\theta/2) = (\sin^2\gamma\,\sin^2\chi)/(\sin^2\varepsilon\,\sin^2\delta).$$

Este evident că sistemul (27) se poate aduce la forma:

(28') $$\begin{cases} \sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2) = [\cos\chi\sin(\gamma - \alpha)/\sin\gamma]\sin(\theta/2), \\ \cos(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2) = [\cos\chi\sin\alpha/\sin\gamma]\sin(\theta/2), \\ \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2) = -(\sin\chi/\sin\gamma)\sin(\theta/2). \end{cases}$$

Înmulţind pe rînd primele ecuaţii (28') cu cea de-a treia şi ţinînd seama de (26) şi (29) se obţine:

(30) $\sin\theta_1 = -\sin 2\chi \sin\alpha/\sin^2\varepsilon$ şi $\sin\theta_2 = -\sin 2\chi \sin(\gamma-\alpha)/\sin^2\delta$.

Rezultatele (27) şi (30), împreună cu condiţia (29), rezolvă problema descompunerii rotaţiei, în cazul considerat.

12. În particular, cînd axele rotaţiilor componente sînt dispuse simetric în raport cu u^0, adică $\varepsilon = \delta$ şi respectiv $\gamma = 2\alpha$, condiţia (29) devine:

(29′) $$\sin^2(\theta/2) = \sin^2 2\alpha \sin^2\chi/\sin^4\varepsilon,$$

iar mărimile rotaţiilor componente, devenite egale, sînt date de:

(30′) $\sin\theta_1 = \sin\theta_2 = -\sin 2\chi \sin\alpha/\sin^2\varepsilon$, $\cos\theta_1 = \cos\theta_2 = (\cos^2\chi \sin^2\alpha - \sin^2\chi)/\sin^2\varepsilon$.

13. Se poate observa că sistemul format de cele trei axe de rotaţie poate fi ortogonal ($\gamma = \delta = \varepsilon = \chi = \pi/2$). Atunci condiţia (29) conduce la $\sin\theta/2 = \pm 1$, adică singurele rotaţii care se pot descompune în acest mod sînt cele de mărime $\theta = \pm\pi$, iar unghiurile rotaţiilor componente sînt (v.(30′)) de asemenea egale cu $\pm\pi$.

Această denotă că două rotaţii ale rigidului, de mărime π, în jurul a două axe perpendiculare, sînt echivalente cu o rotaţie unică, de asemenea de mărime π, în jurul unei axe perpendiculare pe axele rotaţiilor componente, fapt care decurge şi din relaţiile (25).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică teoretică
Catedra de matematici II

BIBLIOGRAFIE

1. Braier A., Enescu I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 61—84.
2. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *1—2*, pp. 51—58.
3. Лурье А. И., ПММ, 1957, **21**, *4*, стр. 371—373.
4. Whittaker E. T., *Analytical Dynamics*. Univ. Press, Cambridge, Fourth ed., 1937, Ch. **1**.
5. Лурье А. И., *Аналитическая механика*. Физматгиз, М., 1957, гл. **3**.

О СЛОЖЕНИИ И РАЗЛОЖЕНИИ КОНЕЧНЫХ ВРАЩЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА

(Резюме)

Пользуя кватернионный оператор, введенный в работе [1], легко доказывается недавно установленная А. И. Лурье теорема [3], относящаяся к сложению конечных вращений твердого тела. Также анализируется подробно задача разложения данного конечного вращения на два последовательных вращения в случае, когда задаются величины, или направления, конечных слагаемых вращений.

SUR LA COMPOSITION ET LA DÉCOMPOSITION DES ROTATIONS FINIES DU RIGIDE

(Résumé)

En utilisant l'opérateur quaternionique introduit dans [1] les Auteurs demontrent par une voie très simple un théorème récent dû à A. I. Lourié [3], relatif à la composition des rotation finies du rigide. On analyse d'une manière détaillée le problème de la décomposition d'une rotation finie donnée en deux rotations succésives lorsqu'on s'impose les grandeurs où bien les directions des rotations finies composantes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

D. C. 533.6.011

ON COMPRESSIBLE WAKES BEHIND BODIES OF ROTATION

II. VELOCITY AND TEMPERATURE DISTRIBUTION IN THE TURBULENT COMPRESSIBLE WAKE BEHIND AN AXIALLY SYMMETRIC BODY IN A NON-UNIFORM INCOMING STREAM

BY

M. Z. v. KRZYWOBLOCKI

1. Introduction

In the first part of the present work [1] the Author derives the equations of the conservation of momentum, mass and energy in the case of the flow of a compressible viscous, heat-conducting fluid in the wake behind a body of rotation. By using the well-known postulates on the superposition of mean (average) and turbulent quantities, the equations in question are remodelled to describe the turbulent motion in the wake in question. Using the turbulent exchange coefficients, the terms containing the turbulent quantities are expressed by means of the mean quantities. The equations, so remodelled, are reduced to forms identical to the equations valid in the case of the laminar flow of a compressible fluid in the wake in question. The methods of solving these equations are discussed in [1]. This closes the work.

2. Fundamental Equations

2.1. Equations of a Laminar Flow

In the case of an axially symmetric, steady flow, the equation of continuity, governing the motion of a compressible fluid, expressed in the cylindrical polar coordinates are:

$$R^{-1}(R\varrho U)_{,R} + (\varrho W)_{,Z} = 0. \tag{2.1.1}$$

The equation of the conservation of the momentum component in the longitudinal direction of the flow with the equation of continuity multiplied by W and added to the left-hand side of this equation:

$$(\varrho W^2)_{,Z} + R^{-1}(R\varrho UW)_{,R} = -p_{,Z} + \left(\mu\left\{2W_{,Z} - \frac{2}{3}[W_{,Z} + R^{-1}(RU)_{,R}]\right\}\right)_{,Z} + \tag{2.1.2}$$
$$+ R^{-1}[R\mu(W_{,R} + U_{,Z})]_{,R};$$

another way of writing equation (2.1.2) is:

$$(\varrho W^2)_{,Z} + R^{-1}(R\varrho UW)_{,R} = -p_{,Z} + \mu\left(2W_{,Z} - \frac{2}{3}\operatorname{div}\vec{q}\right) +$$

$$+ R^{-1}(R\tau_{RZ})_{,R}, \qquad \vec{q} = \vec{U} + \vec{W}, \tag{2.1.3}$$

where

$$\tau_{RZ} = \mu(W_{,R} + U_{,Z}). \tag{2.1.4}$$

Following the well-known Prandtl dimensional analysis, it is sufficient in a two-dimensional motion of a compressible fluid in the boundary layer to consider only one equation of the conservation of the momentum component, namely that in the longitudinal direction; the second equation of the conservation of the momentum component does not need to be considered. This philosophy is followed in the present work. The equation of the conservation of energy has the form:

$$\varrho\vec{q}\,.\,\operatorname{grad}(c_v T) + p\operatorname{div}\vec{q} = \Phi + \operatorname{div}(k\operatorname{grad} T), \tag{2.1.5}$$

where the symbol k denotes the coefficient of heat conductivity. But:

$$c_v T + p\varrho^{-1} = c_p T = I, \tag{2.1.6}$$

$$p\operatorname{div}\vec{q} + \vec{q}\,.\,\operatorname{grad} p = \operatorname{div}[(p/\varrho)(\varrho\vec{q})] = \varrho\vec{q}\,.\,\operatorname{grad}(p/\varrho), \tag{2.1.7}$$

with the continuity equation taken into account. Combining equations (2.1.5) and (2.1.7) furnishes:

$$\varrho\vec{q}\,.\,\operatorname{grad} I - \vec{q}\,.\,\operatorname{grad} p = \Phi + \operatorname{div}(k\operatorname{grad} T). \tag{2.1.8}$$

The dissipation function, Φ, has the form:

$$\Phi = \mu\left\{2\nabla[(\vec{q}\,.\,\nabla)\vec{q}] + \omega^2 - 2\vec{q}\,.\,\operatorname{grad}(\operatorname{div} q) - \frac{2}{3}(\operatorname{div}\vec{q})^2\right\}. \tag{2.1.9}$$

In an axially symmetric, steady flow, the function Φ has the form:

$$\Phi = \mu\left\{\frac{4}{3}[(U_{,R})^2 - U_{,R}W_{,Z} + (W_{,Z})^2 + \right.$$

$$\left. + (U/R)(U/R - U_{,Z} - W_{,Z})] + (U_{,Z} + W_{,R})^2\right\}. \tag{2.1.10}$$

The left-hand side of equation (2.1.2) can be written in the form:

$$\varrho(WW_{,Z} + UW_{,R})... \tag{2.1.11}$$

Assume a configuration similar one to those discussed in [1] on the wakes behind bodies. When the incoming flow is a supersonic one, there exists a shock configuration around the body. It consists usually of two shocks: the front bow-shock ant the rear recompression shock. The front bow-shock extends in an „asymptotic way" very far backward; obviously, its shape is a cylindrical one, like that of the wake itself. Due to the variation of the entropy from streamline to streamline behind a curved bow-shock, the velocity distribution between the extended bow-shock and the wake itself is nonuniform, i. e., the velocity

varies from streamline to streamline. Hence one may say that the wake is surrounded by a nonuniform flow. The flow outside the extended bow-shock is a uniform and its velocity is equal to the velocity of incoming, uniform flow, U_∞. The velocity components between the extended bow-chock and the wake, are functions of the position, i. e.:

$$W_0 = W_0(R, z), \quad U_0 = U_0(R, z). \tag{2.1.12}$$

We possibly can extend the diagram of the velocity W_0 down to the axis of rotation of the body in question, and we can construct the differences (with $U(R, z)$, $W(R, z)$ denoting the velocity components in the wake itself):

$$U_\infty - W_0(R, z) = W_2(R, z), \quad W_0(R, z) - W(R, z) = W_1(R, z). \tag{2.1.13}$$

With the assumption that U_∞, W_0 are laminar, and W turbulent, the velocity component W_2 is laminar and W_1 is turbulent. Obviously, the longitudinal velocity component in the wake itself is equal to:

$$U_\infty - W_2(R, z) - W_1(R, z) = W(R, z). \tag{2.1.14}$$

It seems reasonable to assume that the velocity components W_1 and W_2 are small in comparison with the velocity U_∞.

We put down additionally both equations of the conservation of the momentum components for future use:

$$\varrho(W W_{,Z} + U W_{,R}) = -p_{,Z} + \left(\mu\left\{2W_{,Z} - \frac{2}{3}[W_{,Z} + R^{-1}(RU)_{,R}]\right\}\right)_{,Z} + \tag{2.1.15}$$
$$+ R^{-1}[R\mu(W_{,R} + U_{,Z})]_{,R},$$

$$\varrho(UU_{,R} + WU_{,Z}) = -p_{,R} + R^{-1}\left(R\mu\left\{2R^{-1}(RU)_{,R} - \right.\right. \tag{2.1.16}$$
$$\left.\left. - \frac{2}{3}[W_{,Z} + R^{-1}(RU)_{,R}]\right\}\right)_{,R} + [\mu(W_{,R} + U_{,Z})]_{,Z}.$$

Let us follow the technique proposed by Van Driest [2]. Multiply equation (2.1.15) by W, and equation (2.1.16) by U; moreover multiply the continuity equation once by $W^2/2$ and next $U^2/2$, and add the so obtained equations to the energy equation (2.1.8). Then the following terms appear additionally on the right-hand side of equation (2.1.8):

$$(\varrho W^3/2)_{,Z} + R^{-1}(R\varrho U^3/2)_{,R} + (\varrho W U^2/2)_{,Z} + R^{-1}(R\varrho U W^2/2)_{,R}, \tag{2.1.17}$$

and on the right-hand side of equation (2.1.8) there appears the additional terms due to the multiplication of the right-hand sides of equations (2.1.15) and (2.1.16) by W and U, respectively.

2.2. Turbulent Flow

Introducing the usual decomposition of the dependent variables into the mean and turbulent values, i. e., $\bar{\varrho}$, $\bar{U}$, $\overline{W}$, $\bar{T}$, $\overline{W_1}$, $\overline{\varrho U}$, etc. –

mean values (components), $\overline{\varrho}$, u, w, t, w_1, $\overline{\varrho u}$, etc. — fluctuating values (components),

$$U = \overline{U} + u, \quad W = \overline{W} + w, \quad \varrho = \overline{\varrho} + \tilde{\varrho}, \text{ etc.}, \tag{2.2.1}$$

$$\varrho U = \overline{\varrho}\,\overline{U} + \overline{\varrho u}, \quad \varrho W = \overline{\varrho}\,\overline{W} + \overline{\varrho w}, \text{ etc.}, \tag{2.2.2}$$

$$\overline{\tilde{\varrho}} = 0, \quad \overline{\varrho u} = 0, \quad \overline{w} = 0, \text{ etc.}, \tag{2.2.3}$$

leads to the following form of equation (2.1.14):

$$U_\infty - W_2 - \overline{W}_1 - w_1 = \overline{W} + w, \tag{2.2.4}$$

which implies, since only w_1 and w are turbulent velocity components, whereas the other magnitudes in equation (2.2.4) are laminar:

$$U_\infty - W_2(R, z) - \overline{W}_1 = \overline{W}(R, z), \quad -w_1(R, z, = w(R, z). \tag{2.2.5}$$

Obviously, the first form of the equation of continuity after the averaging process is performed, is:

$$R^{-1}(R\overline{\varrho}\,\overline{U})_{,R} + (\overline{\varrho}\,\overline{W})_{,Z} = 0, \tag{2.2.6}$$

or

$$R^{-1}(R\overline{\varrho}\,\overline{U})_{,R} + (\overline{\varrho}\,\overline{W})_{,Z} + R^{-1}(R\overline{\varrho u})_{,R} + (\overline{\varrho w})_{,Z} = 0, \tag{2.2.7}$$

with the usual conditions:

$$\overline{\tilde{\varrho}} = 0, \quad \overline{w} = 0, \quad \overline{\tilde{\varrho}\,\overline{W}} = \overline{\tilde{\varrho}}\,\overline{W} = 0, \text{ etc.} \tag{2.2.8}$$

The left-hand side of equation (2.1.2) can be written in the form (after the averaging process is performed):

$$(\overline{\varrho}\,\overline{W})_{,Z}\overline{W} + \overline{\varrho}\,\overline{W}\,\overline{W}_{,Z} + \overline{[(\overline{\varrho w})\,w]}_{,Z} + R^{-1}(R\overline{\varrho}\,\overline{U})_{,R}\overline{W} + \overline{\varrho}\,\overline{U}\,\overline{W}_{,R} + R^{-1}\overline{(R(\overline{\varrho u})\,w)}_{,R} = \cdots, \tag{2.2.9}$$

where the sum of the first and fourth terms is equal to zero (see equation (2.2.6)). The right-hand side of equation (2.1.2) contains terms, which evaluated according to Prandtl's dimensional analysis, as referred to the boundary layer, are of the order:

$$W_{,Z} \cong 0(1), \quad U_{,R} \cong 0(1), \quad U_{,Z} \cong 0(\delta), \quad W_{,R} \cong 0(1/\delta), \tag{2.2.10}$$

if the symbol δ denotes the thickness of the boundary layer. This implies that one can retain only the last term in (2.2.10). With all these simplifications equation (2.1.2) takes the form:

$$\overline{\varrho}\,\overline{W}\,\overline{W}_{,Z} + \overline{\varrho}\,\overline{U}\,\overline{W}_{,R} = -\overline{p}_{,Z} + R^{-1}(R\overline{\mu}\,\overline{W}_{,R})_{,R} + R^{-1}\overline{[-R(\overline{\varrho u})\,w]}_{,R}, \tag{2.2.11}$$

with:

$$\overline{\mu}\,\overline{w}_{,R} \ll \overline{\mu}\,\overline{W}_{,R}, \quad \overline{[(\overline{\varrho w})\,w]}_{,Z} \ll R^{-1}\overline{[R(\overline{\varrho u})\,w]}_{,R}. \tag{2.2.12}$$

Concerning the energy equation, let us multiply the continuity equation (2.1.1) by $c_p T$ and add the so obtained result to the left-hand side of equation (2.1.8) written in a developed form for a two-dimensional steady flow, thus getting:

$$R^{-1}(R\varrho U c_p T)_{,R} + (\varrho W c_p T)_{,Z} = \dots \tag{2.2.13}$$

Application of the averaging procedure to the left-hand side, equation (2.2.13), gives:

$$R^{-1}(R\overline{\varrho U c_p T})_{,R} + R^{-1}[Rc_p\widetilde{(\varrho u)\,t}]_{,R} + \overline{(\varrho W c_p T)}_{,Z} + [c_p\widetilde{(\varrho w)\,t}]_{,Z} = \dots \tag{2.2.14}$$

Opening the parentheses and using equation (2.2.6) reduced equation (2.2.14) to the form:

$$\overline{\varrho U} c_p \overline{T}_{,R} + \overline{\varrho W} c_p T_{,Z} + R^{-1}[Rc_p\widetilde{(\varrho u)\,t}]_{,R} + [c_p\widetilde{(\varrho w)\,t}]_{,Z} = \dots \tag{2.2.15}$$

As in the inequalities (2.2.12) one can assume:

$$[\widetilde{(\varrho w)\,t}]_{,Z} \ll [\widetilde{(\varrho u)\,t}]_{,R}\,. \tag{2.2.16}$$

We may follow again the well-known Prandtl dimensional analysis, valid for a flow in the boundary layer and consequently for a flow in a wake, as well. The terms in the expression (2.1.17) after the averaging process is applied, can be reduced by use of the continuity equation in the form (2.2.6). The remaining terms can be reduced by the means of the Prandtl dimensional analysis; the only remaining term is the largest one, i. e.:

$$R^{-1} R\,\widetilde{(\varrho u)}\,w\,\overline{W}_{,R}\,. \tag{2.2.17}$$

On the right-hand side of the energy equation there remains the term $R^{-1}(Rk\overline{T}_{,R})_{,R}$, which after the averaging process furnishes the result:

$$(Rk\overline{T}_{,R})_{,R} = (R\bar{k}\,\overline{T}_{,R})_{,R} + (R\widetilde{k\,t}_{,R})_{,R}\,. \tag{2.2.18}$$

Again, following the first inequality (2.2.12), one can neglect the last term in equation (2.2.18) with respect to the second term in this equation. Another term remaining on the right-hand side of the energy equation is $\mu(W_{,R})^2$. This is the only term remaining from the dissipation function. With all these simplifications, the energy equation takes the form:

$$\begin{aligned}\overline{\varrho U}(c_p\overline{T})_{,R} + \overline{\varrho W}(c_p\overline{T})_{,Z} &= R^{-1}(R\bar{k}\,\overline{T}_{,R})_{,R} + \bar{\mu}(\overline{W}_{,R})^2 + \\ &+ R^{-1}[-Rc_p\widetilde{(\varrho u)\,t}]_{,R} - \widetilde{(\varrho u)\,w}\,W_{,R}\,.\end{aligned} \tag{2.2.19}$$

This equation will be subject to a further treatment.

The term $c_p \overline{(\varrho u)' t'}$ is in the nature of an apparent heat flux in the time-mean motion, and the term $-\overline{(\varrho u)' w'}$ is an apparent shear stress in the time-mean motion.

3. Reduction of Equations

3. 1. Turbulent Exchange Coefficients

In practical computations, a turbulent exchange coefficient for momentum, or eddy viscosity, ε, is defined by:

$$\bar{\tau}_{\text{turb}} = -\overline{(\varrho u)' w'} \equiv \varepsilon \overline{W}_{,R} ; \tag{3.1.1}$$

in a turbulent flow the ratio ε/μ is usually very large compared with unity, and therefore the viscous term is often omitted. Similarly, a turbulent exchange coefficient for temperature, or eddy heat conductivity, $\varkappa$, by a formal analogy with the Fourier equation, is defined as:

$$-\bar{q}_{\text{turb}} = -c_p \overline{(\varrho u)' t'} \equiv \varkappa \overline{T}_{,R} . \tag{3.1.2}$$

Here again, the ratio $\varkappa/\bar{k}$ is of the same order of magnitude as the ratio ε/μ, i. e., both are very much larger than unity, and therefore the heat conduction and viscous terms are usually dropped. Following Prandtl's proposition, we can assume:

$$w' \cong l_{\text{veloc.}} \overline{W}_{,R} , \quad t' \cong l_{\text{temp.}} \overline{T}_{,R} ; \tag{3.1.3}$$

inserting equations (3.1.3) into equations (3.1.1), (3.1.2), we get:

$$-\overline{(\varrho u)' l_{\text{veloc.}}} \, \overline{W}_{,R} = \varepsilon \overline{W}_{,R} , \quad \varepsilon = -\overline{(\varrho u)' l_{\text{veloc.}}} , \tag{3.1.4}$$

$$-c_p \overline{(\varrho u)' l_{\text{temp.}}} \, \overline{T}_{,R} = \varkappa \overline{T}_{,R} , \quad \varkappa = -c_p \overline{(\varrho u)' l_{\text{temp.}}} . \tag{3.1.5}$$

Usually $l_{\text{veloc.}} \neq l_{\text{temp.}}$, but in some cases one can asume $l_{\text{veloc.}} = l_{\text{temp.}}$; in these cases:

$$c_p \varepsilon/\varkappa = \text{turbulent Prandtl number} = 1. \tag{3.1.6}$$

With this, equations (2.2.6), (2.2.11) and (2.2.19), governing the motion of the turbulent flow, take the forms:

$$R^{-1} (R \overline{\varrho U})_{,R} + (\overline{\varrho W})_{,Z} = 0, \tag{3.1.7}$$

$$\overline{\varrho W} \, \overline{W}_{,Z} + \overline{\varrho U} \, \overline{W}_{,R} = -\bar{p}_{,Z} + R^{-1} [R (\bar{\mu} + \varepsilon) \overline{W}_{,R}]_{,R} , \tag{3.1.8}$$

$$\overline{\varrho W} c_p \overline{T}_{,Z} + \overline{\varrho U} c_p \overline{T}_{,R} = R^{-1} [R (\bar{k} + \varkappa) \overline{T}_{,R}]_{,R} + (\bar{\mu} + \varepsilon) (\overline{W}_{,R})^2 . \tag{3.1.9}$$

This system is perfectly similar to the corresponding system in the case of a laminar flow. Let:

(3.1.10) $$\overline{T}^{\star} = \overline{T} + (2c_p^{-1})\overline{W}^2.$$

Divide equation (3.1.9) by c_p and rewrite $(\bar{k} + \varkappa)\,\overline{T}_{,R}/c_p$:

(3.1.11)
$$(\bar{k} + \varkappa)\,c_p^{-1}\,\overline{T}_{,R} = (\bar{\mu}/\bar{\sigma} + \varepsilon/\sigma_{\text{turb.}})\,\overline{T}_{,R} = (\bar{\mu}\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,[(\bar{\sigma}\,\bar{\sigma}_{\text{turb.}})^{-1} - 1 + 1]\,\overline{T}_{,R} =$$
$$= (\bar{\mu}\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,[(\bar{\sigma}\sigma_{\text{turb.}})^{-1} - 1]\,\overline{T}_{,R} + (\bar{\mu}\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,(\overline{T}_{,R} - c_p^{-1}\,\overline{W}\,\overline{W}_{,R}).$$

Then equation (3.1.9) becomes:

(3.1.12)
$$\bar{\varrho}\overline{W}\,\overline{T}_{,Z} + \bar{\varrho}\overline{U}\,\overline{T}_{,R} = R^{-1}\big(R\{(\bar{\mu}\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,[(\bar{\sigma}\sigma_{\text{turb.}})^{-1} - 1]\,\overline{T}_{,R}\} +$$
$$+ R\,[(\bar{\mu}\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,(\overline{T}^{*}_{,R} - c_p^{-1}\,\overline{W}\,\overline{W}_{,R})]\big)_{,R} + [(\bar{\mu} + \varepsilon)/c_p]\,(\overline{W}_{,R})^2.$$

Multiply equation (3.1.8) by Wc_p^{-1}, rearrange the last member and obtain:

(3.1.13)
$$\bar{\varrho}\overline{W}\,c_p^{-1}\,(\overline{W}^2/2)_{,Z} + \bar{\varrho}\overline{U}\,c_p^{-1}\,(\overline{W}^2/2)_{,R} =$$
$$= -\,\overline{W}\,c_p^{-1}\,\bar{p}_{,Z} + (Rc_p^{-1})\,[R\,(\bar{\mu} + \varepsilon)\,\overline{W}_{,R}\,\overline{W}]_{,R} - c_p^{-1}\,(\bar{\mu} + \varepsilon)\,(\overline{W}_{,R})^2.$$

Equation (3.1.12) and (3.1.13) add up to:

(3.1.14)
$$\bar{\varrho}\overline{W}\,\overline{T}^{*}_{,Z} + \bar{\varrho}\overline{U}\,\overline{T}^{*}_{,R} = R^{-1}\big(R\{(\bar{\mu}\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,[(\bar{\sigma}\sigma_{\text{turb.}})^{-1} - 1]\,\overline{T}_{,R}\}\big) +$$
$$+ R^{-1}\,[R\,(\bar{\mu}\,\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,\overline{T}^{*}_{,R}]_{,R} - R^{-1}\,[R\,(\bar{\mu}\sigma_{\text{turb.}} + \bar{\sigma}\varepsilon)\,c_p^{-1}\,\overline{W}\,\overline{W}_{,R}]_{,R} -$$
$$- c_p^{-1}\,\overline{W}\,\bar{p}_{,Z} + (Rc_p)^{-1}\,[R\,(\bar{\mu} + \varepsilon)\,\overline{W}\,\overline{W}_{,R}]_{,R}.$$

For $\bar{p} = \text{const.}$, and $\bar{\sigma} = \sigma_{\text{turb.}} = 1$, $\overline{T}^{\star} = \text{const.}$ is always a particular integral. Equations (3.1.7) and (3.1.14) then read:

(3.1.15) $$\bar{\varrho}\overline{W}\,\overline{W}_{,Z} + \bar{\varrho}\overline{U}\,\overline{W}_{,R} = R^{-1}\,[R\,(\bar{\mu} + \varepsilon)\,\overline{W}_{,R}]_{,R},$$

(3.1.16) $$\bar{\varrho}\overline{W}\,\overline{T}^{*}_{,Z} + \bar{\varrho}\overline{U}\,\overline{T}^{*}_{,R} = R^{-1}\,[R\,(\bar{\mu} + \varepsilon)\,\overline{T}^{*}_{,R}]_{,R}.$$

Then it is obvious that

(3.1.17) $$\overline{T}^{\star} = a\overline{W} + b, \quad a,\ b = \text{const.}$$

is always a solution. Hence the problem reduces to that one of finding the value of $\overline{W}$, i. e., to the solution of equation (3.1.7). But, in this case, the problem reduces to that one in the incompressible fluid flow discussed in [1], where one should use $\bar{\mu} + \varepsilon$ in place of μ, and $\bar{k} + \varkappa$ in place of k. All three methods, discussed there, can be used to calculate the magnitudes of mean values of $\overline{W}$ and $\overline{T}$.

4. Concluding Remarks

The author derives the equations of the turbulent motion and energy in the wake behind a body of rotation in cylindrical polar coordinates. By means of the wellknown turbulent exchange coefficients the terms containing the turbulent quantities are expressed in terms of the mean (average) quantities. In the final step the equations are reduced to forms identical to those valid in the case of the laminar flow of a compressible fluid, whose methods of solution are discussed in [1].

Received the 7 II 1962

Michigan State University,
East Lansing, U.S.A.

REFERENCES

1. v. Krzywoblocki M. Z., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza", Iaşi, 1963, **IX**, *1*, pp. 127–144.
2. Van Driest E. R., J. of the Aeron. Sc., 1951, **18**, *3*, pp. 145–160.

О СЖИМАЕМЫХ КИЛЬВАТЕРАХ ЗА ТЕЛАМИ ВРАЩЕНИЯ

II. Распределение скорости и температуры в сжимаемом турбулентном кильватере за осесимметричным телом в входящем неравномерном потоке

(Резюме)

Автор выводит уравнения турбулентного движения и выражение энергии тела вращения в полярных координатах. Установленные уравнения приводятся к виду ламинарного течения сжимаемой жидкости, для которого обсуждались методы решения в [1].

ASUPRA SIAJELOR COMPRESIBILE ÎN URMA CORPURILOR ÎN ROTAŢIE

II. Distribuţia vitezei şi temperaturii într-un siaj compresibil turbulent în urma unui corp axial-simetric, într-un curent neuniform de intrare

(Rezumat)

Autorul deduce ecuaţiile mişcării turbulente şi expresia energiei într-un siaj în urma unui corp în rotaţie, luîndu-se drept reper un sistem de coordonate polare. Ecuaţiile stabilite se reduc la o formă identică cu cea valabilă în cazul curgerii laminare a unui fluid compresibil, pentru care s-au discutat metodele de rezolvare în [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 539.16.08 ; 550.35 ; 662.67

STUDIUL RADIOACTIVITĂŢII ŞISTURILOR BITUMINOASE DIN CARPAŢII ORIENTALI

DE

N. CALINICENCO şi SOFIA MELINTE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Cunoaşterea concentraţiilor izotopilor radioactivi naturali în minerale şi roci, are o importanţă deosebită în lămurirea distribuţiei U şi Th în diferite tipuri de roci sau minereuri, în precizarea metodelor de prospectare a acestor elemente. Pentru analiza rocilor ce conţin elemente cu U, Th şi Ra au fost elaborate diferite metode radiometrice şi radiochimice. Metodele radiometrice sînt pur fizice; concentraţiile diferiţilor izotopi radioactivi în probă se determină prin măsurarea activităţii α, β şi γ a probei şi compararea acestei activităţi cu aceea a unui etalon. În lucrarea de faţă s-a folosit metoda radiometrică.

Izotopii radioactivi naturali care se găsesc în roci şi a căror activitate poate fi detectată cu mijloace obişnuite sînt: U_{92}^{238}, U_{92}^{235}, Th_{90}^{232} împreună cu izotopul radioactiv al potasiului K_{19}^{40}. Ceilalţi izotopi radioactivi naturali ca: Rb^{87}, Sa^{147}, Lu^{176} ş. a. nu pot fi detectaţi cu mijloace obişnuite căci au perioada de înjumătăţire mare, de 10^{10}...10^{12} ani [3]. În general se pot examina din punctul de vedere al radiaţiilor emise şi a timpului de înjumătăţire, seriile: uraniului, thoriului şi izotopul radioactiv K^{40}. Acest fapt este util pentru a cunoaşte care sînt izotopii care emit radiaţiile α, β şi γ.

Izotopul K^{40} emite radiaţii β şi γ.

Seria U^{238} se împarte în trei subserii în care echilibrul radioactiv în natură este totdeauna realizat. Aceste subserii sînt: $U^{238} \rightarrow U^{234}$; $Ra^{226} \rightarrow$ RaD (Pb^{210}) exclusiv şi $Pb^{210} \rightarrow Pb^{206}$ (RaG) stabil. În lucrarea de faţă ne-am ocupat numai de subseria $Ra^{226} \rightarrow$ RaD. Durata de înjumătăţire a Ra^{226} este de $1\,617 \pm 11$ ani. Ra^{226} se echilibrează cu descendentul său imediat Radon în aproximativ 38 zile. Radonul (Rn^{222}) se echilibrează cu descendenţii săi [6] pînă la Pb^{210} (RaD) în cîteva ore. Dacă între subseria $U^{238} \rightarrow U^{235}$ şi cea a Ra^{226} s-a stabilit echilibrul radioactiv, numărul nucleelor de U^{238} şi Ra^{226} care se dezintegrează în unitatea de timp este acelaşi, conform relaţiei:

$$N_{U^{238}} \lambda_{U^{238}} = N_{Ra^{226}} \lambda_{Ra^{226}}, \tag{1}$$

unde: N — numărul de nuclee a izotopilor radioactivi, λ — constanta de dezintegrare radioactivă.

Din relaţia (1) se găseşte că 3.10^6 g U^{238} sînt în echilibru cu 1 g de Ra^{226}. Coeficientul de echilibru radioactiv între U şi Ra se defineşte prin relaţia:

$$K = U/(3.10^6\ \mathrm{Ra}),$$

în care U şi Ra reprezintă concentraţiile uraniului şi radiului exprimate în aceleaşi unităţi.

Dacă $K > 1$ echilibrul radioactiv se deplasează în favoarea uraniului. Dacă $K < 1$ echilibrul radioactiv se deplasează în favoarea radiului. Echilibrul radioactiv în cadrul subseriei $Ra^{226} \rightarrow Pb^{210}$ poate fi stricat din cauza puterii de emanare mari, a rocilor. Se ştie că Rn^{222}, descendentul imediat al Ra^{226}, este un gaz.

Scopul acestei Note îl constituie studiul acestui gaz emanat de anumite roci. Se constată că, în cazul rocilor, o parte din radonul generat se pierde din rocă prin difuzie. Puterea de emanare [1]) variază de la o rocă la alta.

2. Metoda folosită

Am studiat radioactivitatea a nouă tipuri de roci, culese din diferite locuri ale Carpaţilor Orientali şi pe care le-am notat cu: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *I*, *J* şi *K*. Din aceste probe s-a majorat şi cernut printr-o sită foarte fină cîte o cantitate de 10 g. Această pulbere s-a solvit în diferiţi solvenţi ca: apă distilată, alcool etilic şi gazolină. După cel puţin 5 zile de la solvirea acestor probe — timp în care radonul se echilibra cu radiul — s-a măsurat curentul de descărcare datorită radiaţiilor α. Pentru măsurarea acestui curent s-a folosit emanometrul de cîmp CГ-11, la care este fixat electrometrul CГ-1M [4].

Pentru măsurarea radonului cu emanometrul amintit se pot folosi două metode: a) metoda circulaţiei, b) metoda de vid. S-au folosit ambele metode, constatîndu-se coincidenţa rezultatele obţinute.

În cazul metodei circulaţiei se foloseşte instalaţia din fig. 1. Se utilizează un vas *B* în care se află soluţia de cercetat, ca barbotor, o pară de caucic *P*, un uscător cu Cl_2Ca — notat cu *U*, un aspirator de praf *A* şi camera de ionizare *C* care conţine şi electrometrul. Aceeaşi instalaţie s-a folosit atît pentru etalonarea aparatului cît şi pentru determinări la probă. Pentru etalonarea aparatului s-a folosit un etalon de radiu cu concentraţia de $1{,}12.10^{-9}$ g/l.

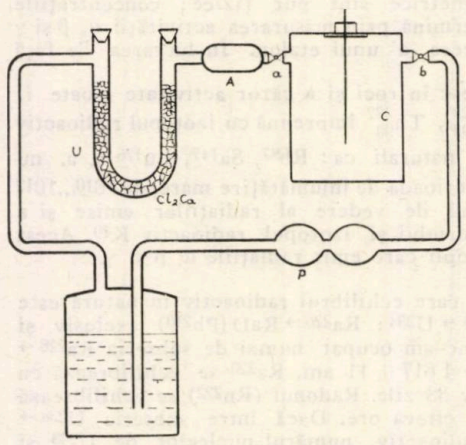


Fig. 1

În vasul *B* se introduce etalonul de radiu. Robinetele *a* şi *b* sînt închise. S-a lăsat soluţia să se echilibreze timp de 5 zile apoi s-au deschis robinetele şi s-a pompat în camera de ionizare *C*, gazul radon care este antrenat de curentul de aer din circuit. Pentru ca aerul să fie uscat şi purificat, se introduce in acest circuit un uscător şi un aspirator. Pomparea aerului se face timp de 3 min apoi se închid robi-

[1]) Se numeşte putere de emanare, partea din cantitatea totală de radon generată de rocă, exprimată în procente, care se pierde prin difuzie.

netele şi se măsoară timp de 10 min curentul de descărcare a stratului de atomi de RaA, RaB şi RaC depuşi pe electrodul camerei de ionizare. În timpul măsurării probei, în locul etalonului se introducea vasul cu proba de măsurat. Procedeul este acelaşi. Pentru a obţine cantitatea de radon din vasul B, în cazul probei, diviziunile scalei microscopului se înmulţesc cu un coeficient i şi se află cantitatea de radon. Ştiind cantitatea de lichid din vasul B se poate deduce concentraţia radonului în Cu/l. Această cantitate de radon se află cu relaţia:

$$N_x = ii_x,$$

unde: i_x — curentul de descărcare al probei, exprimat în diviziuni pe scala microscopului, i — etalonul, care se determină cu relaţia:

$$i = a[1 - \exp(-\lambda t)]\, v_1/[V - v + v_1 + v_2 + \alpha v)\, j],$$

unde: $a = 1{,}12.10^{-9}$ g — cantitatea de radon din soluţia etalon, V — volumul barbotorului, v — volumul soluţiei de radiu, v_1 — volumul camerei de ionizare, (l), v_2 — volumul tuburilor de legătură, uscătorului, aspiratorului şi perei de cauciuc, α — coeficientul de reţinere (funcţie de temperatură), $\lambda = 0{,}18131$ zile^{-1} — constanta de dezintegrare a radonului, t — timpul de acumulare, (zile), j — curentul dat de probă, exprimat în diviziuni, pe scala microscopului.

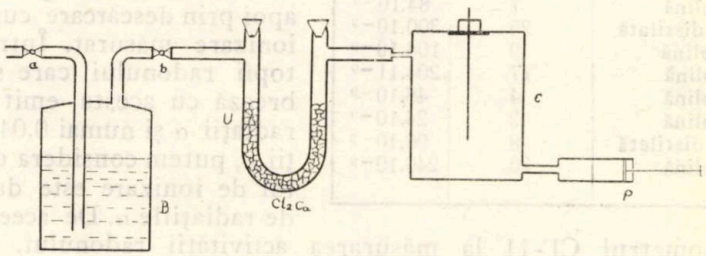


Fig. 2

Cantitatea $V - v + \alpha v$ se poate neglija fără a comite erori prea mari, ordinul de mărime a lui i rămînînd acelaşi. În acest caz:

$$i = a[1 - \exp(-\lambda t)]\, v_1/[(v_1 + v_2)\, j].$$

Dacă fondul natural nu este compensat, atunci relaţia care dă concentraţia radonului devine:

$$N_x = i(i_x - i_f),$$

unde i_f — curentul de fond natural.

În această Notă s-a folosit şi metoda de vid, cu scopul de a obţine rezultate cît mai apropiate de realitate. Calculele efectuate în cazul anterior rămîn valabile; se modifică doar procedeul de lucru şi instalaţia. Instalaţia pentru metoda de vid este redată în fig. 2. Ea este

formată dintr-un barbotor *B*, un uscător *U*, o cameră de ionizare *C* şi o pompă *p*, pentru obţinerea vidului în instalaţie. Cu robinetele *a* şi *b* închise se realizează vid în întreaga instalaţie. Apoi se deschide *b*, radonul pătrunde în camera de ionizare. Se lasă să pătrundă radonul în camera de ionizare timp de 5 min, apoi se măsoară curentul de descărcare datorit probei, timp de 10 min. Ca şi în cazul metodei circulaţiei s-a măsurat, înainte de începerea lucrului, fondul natural, timp de 10 min.

3. Rezultate experimentale

Rezultatele determinărilor au fost trecute în tabelul 1. Din datele cuprinse în acest tabel se observă că activitatea substanţei nu depinde în mare măsură de solvent, rezultatele fiind aproximativ de acelaşi ordin de mărime. Se observă însă că unele roci sînt foarte active, ca de exemplu substanţele: *D*, *E*, *F*, *I* şi *J*. În această Notă am considerat că este foarte important să determinăm experimental, apoi pe bază de calcul, numărul de atomi iniţiali de RaA, RaB şi RaC care contribuie la formarea stratului activ din camera de ionizare, ce produce apoi prin descărcare curentul de ionizare măsurat. Întrucît izotopii radonului care se echilibrează cu acesta emit 99,96 % radiaţii α şi numai 0,04 % radiaţii β, putem considera că curentul de ionizare este dat numai de radiaţiile α. De aceea am folosit emanometrul СГ-11 la măsurarea activităţii radonului, deoarece acest aparat înregistrează numai radiaţiile α. S-a calculat numărul de atomi a RaA, RaB şi RaC care participă la formarea curentului de ionizare total. În cele ce urmează se redă, cu titlu de exemplu, calculul referitor la substanţa *J*.

Tabelul 1

Notaţia probei	Solventul	Valoarea curentului de ionizare div.	Activitatea Cu/l
A	alcool etilic	6	72.10^{-9}
A	gazolină	5	60.10^{-9}
B	apă distilată	5	60.10^{-9}
B	gazolină	4	48.10^{-9}
C	apă distilată	4	48.10^{-9}
C	gazolină	7	84.10^{-9}
D	apă distilată	25	300.10^{-9}
E	gazolină	9	108.10^{-9}
F	gazolină	17	204.11^{-9}
I	gazolină	4	48.10^{-9}
K	gazolină	2	24.10^{-9}
I	apă distilată	8	96.10^{-9}
J	gazolină	20	240.10^{-9}

Pentru a obţine valoarea numărului de atomi ce contribuie la formarea curentului global se porneşte de la ecuaţia de dezintegrare [6] care reprezintă, în fond, ecuaţia curbei experimentale de descreştere a curentului de ionizare în cameră. Se consideră trei valori după timpuri de erite. Ecuaţia generală a descreşterii curentului este:

$$I_t = A\exp(-\lambda_1 t) + B\exp(-\lambda_2 t) + C\exp(-\lambda_3 t),$$

şi deci:

$$(2)\quad \begin{cases} I_1 = A\exp(-\lambda_1 t_1) + B\exp(-\lambda_2 t_1) + C\exp(-\lambda_3 t_1), \\ I_2 = A\exp(-\lambda_1 t_2) + B\exp(-\lambda_2 t_2) + C\exp(-\lambda_3 t_2), \\ I_3 = A\exp(-\lambda_1 t_3) + B\exp(-\lambda_2 t_3) + C\exp(-\lambda_3 t_3), \end{cases}$$

unde: $I_1 = 20$ div., $t_1 = 18$ h, $\lambda_1 = 3{,}788.10^{-3}$ sec^{-1}; $I_2 = 17$ div., $t_2 = 24$ h, $\lambda_2 = 0{,}431.10^{-3}$ sec^{-1}; $I_3 = 16$ div., $t_3 = 27$ h, $\lambda_3 = 0{,}586.10^{-3}$ sec^{-1}. Rezolvînd sistemul de ecuații (2) în raport cu coeficienții A, B și C, se obțin expresiile:

$$A = (I_1 - Bb - Cc)/a, \quad B = [I_2 a - I_1 d + C(cd - af)]/(ae_1 - bd),$$

$$C = \frac{I_3 a^2 e - I_3 abd - I_1 aeg + I_1 bdg + I_2 abg - I_1 bdg - I_2 a^2 h + I_1 adf}{-aceg - abgf + adch - a^2 fh + a^2 ei - abdi},$$

unde: $a = \exp(-\lambda_1 t_1)$, $b = \exp(-\lambda_2 t_1)$, $c = \exp(-\lambda_3 t_1)$, $d = \exp(-\lambda_1 t_2)$, $e = \exp(-\lambda_2 t_2)$, $f = \exp(-\lambda_3 t_2)$, $g = \exp(-\lambda_1 t_3)$, $h = \exp(-\lambda_2 t_3)$, $i = \exp(-\lambda_3 t_3)$.

În urma calculelor făcute s-au găsit următoarele valori ale coeficienților: $A = 22{,}55$, $B = -125{,}3$, $C = 0{,}182$. Cunoscînd acești coeficienți am calculat numărul de atomi inițiali de RaA, RaB și RaC care participă la formarea curentului global. Am notat cu A_0, B_0 și C_0, numărul de atomi inițiali corespunzători. Pornind de la ecuația de dezintegrare radioactivă și ținînd seama de valoarea coeficienților de utilizare a radiației, printr-o serie de calcule se ajunge la expresiile generale ale lui A_0, B_0 și C_0, anume: $A_0 = 6{,}205.10^6 A$, $B_0 = (11{,}619 B - 7{,}001 A).10^6$, $C_0 = (32{,}299 C + 32{,}299 B + 0{,}9424 A).10^6$.

Înlocuind în aceste relații valorile coeficienților A, B și C calculate pentru substanța $\mathcal{J}$ se obține: $A_0 = 139{,}922.10^6$ atomi RaA care emit particule α, $B_0 = -1\,613{,}732.10^6$ atomi RaB care emit particule β, $C_0 = -4\,019{,}935.10^6$ atomi RaC care emit particule β și care trec în RaC' ce emit particule α.

Deoarece în rocă există un echilibru secular între U^{238} și Ra^{226} (deci și între descendenții acestuia), am găsit că este util de calculat și numărul de atomi de U^{238} ce au generat atomul de Ra, găsiți pe baza calculelor. Acest fapt este important deoarece ne furnizează informații asupra rezervelor de U în locurile de unde s-au luat probele.

Pentru a determina numărul de atomi de U corespunzător numărului de atomi de Ra generați s-a pornit de la relația echilibrului secular dintre Ra și U:

$$N_{U^{238}} \lambda_{U^{238}} = N_{Ra^{226}} \lambda_{Ra^{226}}.$$

Din această relație se deduce raportul ponderabil între U și Ra:

$$U/Ra = 2{,}773.10^6 \cong 3.10^6.$$

Atunci:

$$N_U/N_{Ra} = (226/238).2{,}773.10^6.$$

Deci, numărul atomilor de U corespunzători numărului atomilor de RaA va fi:

$$N_U \rightarrow N_{RaA} = 355{,}39.10^{12} \text{ atomi de U.}$$

Pentru RaB:

$$N_U \rightarrow N_{RaB} = -4\,023{,}629.10^{12} \text{ atomi de U.}$$

Pentru RaC:

$$N_U \rightarrow N_{RaC} = -10\,032{,}551.10^{12} \text{ atomi de U.}$$

4. Concluzii

Din tabelul 1 se observă că unele substanţe sînt foarte active, ca de exemplu substanţele *D*, *F* şi *J*. Activitatea substanţelor diferă foarte puţin de la un solvent la altul. Valorile obţinute pentru A_0, B_0 şi C_0 sînt în concordanţă cu teoria, dînd pentru B_0 şi C_0 valori negative, ceea ce denotă că aceşti atomi emit particule β.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Vasiliu Gh., Calinicenco N., Onu C., Bul. şt., Acad. R. P. R., secţ. mat fiz., 1954, **VI**, *2*, p. 397.
2. Vescan T. T. şi colab., An. şt Univ. „Al. I. Cuza", Iaşi, s. I, 1961, **VII**, *1*, p. 213
3. Soroiu M., Tehnica Nucleară, 1961, **4**, *11*, p. 673.
4. * * * *Радиометрические методы поисков в разведки урановых руд.* Госгеолтехиздат, М., 1957, стр. 253, 435.
5. Mageru V., Blănaru D., St. şi cerc. şt., Fiz. şi şt. tehn., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1958, **IX**, *2*, p. 273.
6. Nesmeianov A. N., şi colab., *Lucrări practice de radiochimie.* Ed. Tehn., Buc.' 1959, pp 233—239, (trad. din l. rusă).

ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОАКТИВНОСТИ БИТУМИНОЗНЫХ СЛАНЦЕВ ИЗ ВОСТОЧНЫХ КАРПАТ

(Резюме)

Изучается радиоактивность битуминозных сланцев из Восточных Карпат. Пробы брались из разных участков и растворялись в различных растворителях. Их активность измерялась при помощи эманометра СГ-11. Концентрации даны в таблице 1 и указаны в Cu/l.

Вычислены также пропорции RaA, RaB и RaC, принимающие участие в образование суммарных ионизационных токов. В зависимости от этих соотношений было вычислено количество атомов урана, порождающих атомы радия. Заключается, что некоторые горные породы очень активны, как указанные под *D*, *F* и *J*. Активность этих пород мало разнится в зависимости от употребляемого растворителя. Присутствие элемента радия позволяя установление наличия элемента урана, оправдывает практическое значение этих исследований.

LA RADIOACTIVITÉ DES SCHISTES BITUMINEAUX DES CARPATHES ORIENTAUX

(Résumé)

On a étudié la radioactivité des schistes bitumineaux des Carpathes Orientaux. Dans ce but on a pris des échantillons de diverses régions qui ont été dissous en divers solvents et on a mesuré leur activité avec l'émanomètre CГ-11. Les concentrations en Cu/l sont données dans le tableau 1.

On a calculé aussi les proportions de RaA, RaB et RaC, qui participent à la formation du courant global. En fonction de ces proportions on a calculé le nombre des atomes de U qui génèrent ces atomes de Ra. Les conclusions montrent que certaines roches sont très actives, à savoir *D*, *F* et *J*. L'activité des roches diffère très peu en fonction du solvent. Dans les régions où on a décélé la présence de l'élément radon, il en résulte et la présence de son élément générateur, l'uranium, ce qui confère une importance pratique à l'étude effectuée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Chimie

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 1—2, 1963

Химия

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Chemistry

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 66 ; 681.142

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СЧЕТНОЙ МАШИНЫ УРАЛ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В ХИМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ЧССР

КАРЕЛ БЛАГА

1. *Введение*

Применение математических методов и внедрение электронных счетных машин в практику промышленных предприятий является в настоящее время одной из основных задач научно-исследовательской работы во всех странах социалистического лагеря.

В химической промышленности Чехословакии, Научно-исследовательский технико-экономический институт уже несколько лет занимается решением этих проблем. После успешно проведенных апликаций отдельных методов математической статистики при решении вопросов контроля качества при входе и выходе продукции, анализа и регулирования производственных процессов, при планировании испытаний и т. п. [1] произошло существенное расширение области исследования новых методов. В первую очередь началось систематическое изучение линейного программирования и структурного анализа.

При проведении отдельных конкретных апликаций встал ряд проблем, практическое решение которых было неосуществимо без использования мощной вычислительной техники, требовавшейся и в области проектирования химических производств, и в области научноисследовательской работы (проблемы совершенствования процессов и аппаратов). Этими задачами и определялась программа использования первой автоматической счетной машины.

На основе подробного анализа комплексной проблематики в 1960 году была куплена и введена в строй советская электронная счетная машина Урал 1.

Чтобы представить возможности этой машины, приведем несколько данных о ее основных параметрах. Речь идет о машине, которая по скорости проведения операций (100 операций в секунду), емкости памяти (2048 ячеек), скорости входа (4500 чисел в минуту), скорости печатания (100 чисел в минуту) относится к группе малых счетных машин. Однако имеется широкий ряд инструкций, который позволяет решить автоматически каждую из задач, которые могут быть математически или логически сформулированы. Машина удобна для решения научных технических и экономических расчетов. Однако неэкономично было бы решать с помощью этой машины задачи из области автоматизации административных работ.

Введение автоматической электронной счетной машины Урал 1 в действие и ее работа было первым этапом осуществления перепективного плана внедрения автоматических счетных машин в химическую промышленность Чехословакии. Главной задачей машины Урал 1 была проверка типичных программ, применимых в химической промышленности, создание круга потребителей работы машины и подготовка специалистов, которые были бы способны без ошибок подготовить обычное, наиболее распространенное использование счетных машин более крупного калибра.

В данное время в ходе практического использования машины проводится обучение техников, которых предполагается использовать во вновь организуемых вычислительных центрах. Проводится четырехсеместровый курс повышения квалификации программаторов, в рамках которого готовится большое число работников и разрабатываются некоторые

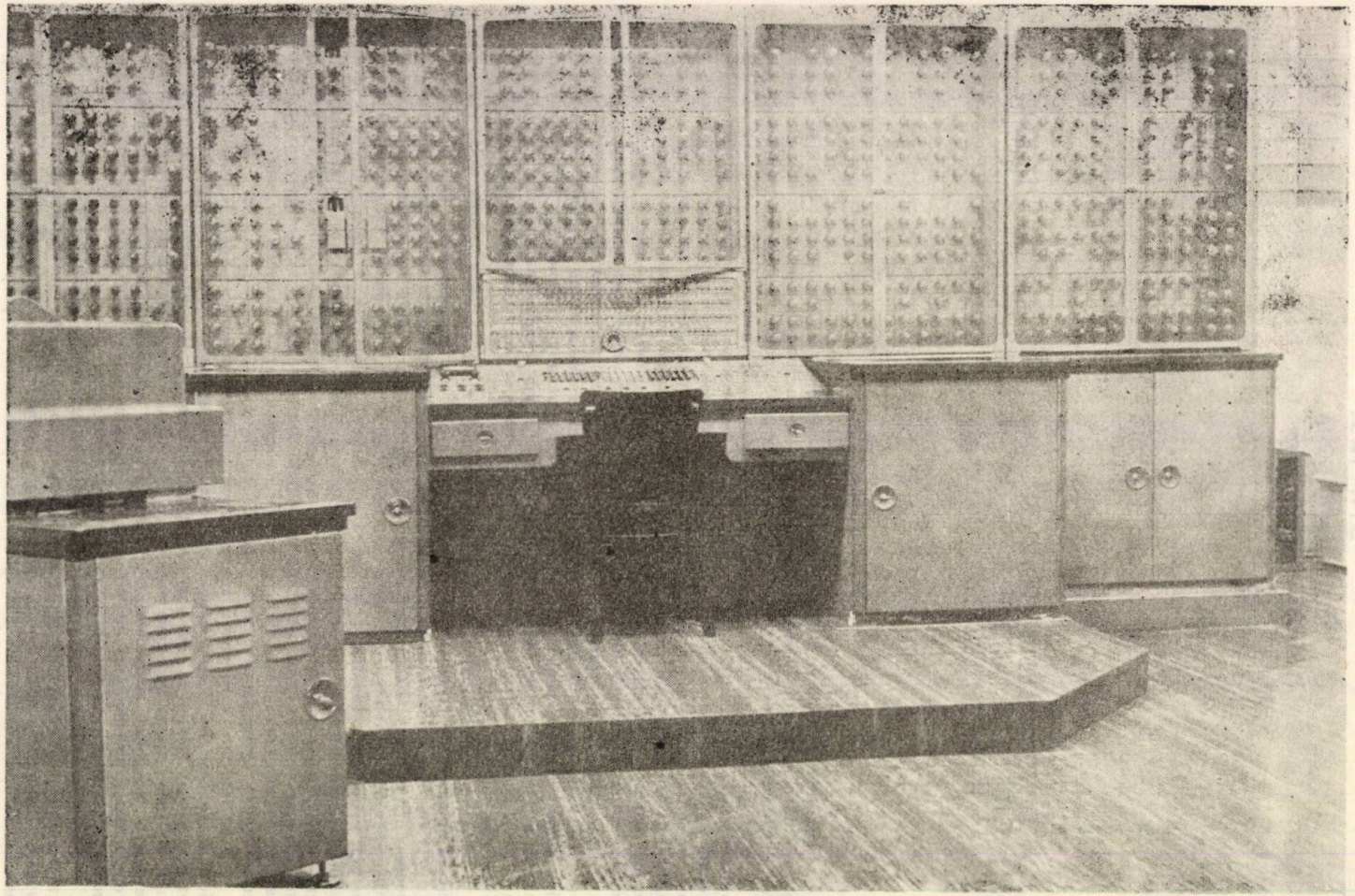


Рис. 1

типичные програмы. Машина Урал работает при трехсменном режиме и используется на полную мощность. В течение двух лет работы на ней было решено несколько десятков задач, из которых некоторые много раз повторялись. Остановимся на характеристике тех, которые можно отнести к группе „промышленных проблем".

2. *Транспортная проблема*

Речь идет о задаче, известной из линейного программирования. Решение практических проблем потребовало составления трех стандартных программ. Первая из них дает возможность решать любые таблицы вплоть до размера 10 на 70, вторая — до размера 20 на 50 и третья — до размера 18 на 209. Продолжительность расчета зависит от структуры и размера таблицы и составляет в среднем для первых двух программ 1...3 часа, для третьей программы от трех до десяти часов. При помощи этих программ было обработано к настоящему времени 200 разных распределителей. Это касается особенно распределителей продуктов нефтепереработки и строительных материалов. Результаты использовались при составлении месячных планов доставки названных продуктов. Применение методов линейного программирования при составлении этих планов оказывается очень эффективным. У стройматериалов достигается в среднем 5...10% экономии на транспортных расходах, у продуктов нефтепереработки 1...2% по сравнению с обычным способом. Если же принять во внимание, что речь идет о продуктах производимых в больших количествах, то становится очевидным, что каждый процент экономии составляет очень крупные денежные суммы и означает уменьшение нагрузки транспорта, возрастающей с каждым годом. Именно эти положительные результаты ведут к расширению подобных способов составления распределителей и на другие массовые продукты. Однако нельзя перейти на новую методику сразу, так как сначала необходимо подготовить определенные изменения в организации поступления данных. В этом направлении имеется очень интересный опыт работников народного предприятия „Бензин", где вспомогательные работы, связанные с подготовкой данных, перенесены на перфорационные машины и в данное время решают вопрос автоматического перевода перфокарты „Аритма" с 90 столбиками на перфоленту машины Урал.

Решение транспортной проблемы интересно и с теоретической стороны. Первые варианты трех вышеуказанных программ были составлены по методу, предложенному Деннисом [2], который использует для получения основного решения один из типов индексного метода, а для постепенного улучшения этого основного решения методы косвенных расходов (stepping stone method). Расчеты по этому методу были для машины Урал у матриц большого объема очень продолжительными. Поэтому для основного решения был использован частотный метод [3], при котором вместо элементов ценностных матриц c_{ij}, $(i = 1,2,..., m;\ j = 1,2,..., n)$, рассчитывают сначала величину k_{ij}, $(i = 1,2,..., m;\ j = 1,2,..., n)$, где:

$$k_{ij} = c_{ij} - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} c_{ij} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}. \tag{1}$$

Дальнейший ход решения подобен решению с помощью индексного метода, это значит отдельные клетки распределителя заполняются в зависимости от величины k_{ij} с учетом действия крайних условий. Последующее превращение основного решения, в решение оптимальное, остается без изменения (используется метод косвенных показателей). Общий результат был неожиданным. По Деннису, а практически это подтвердилось и у нас, количество итераций необходимых для того, чтобы при традиционном ходе прийти от основного решения к решению оптимальному, будет приблизительно $m + n$. При применении частотного метода количество итераций снижается примерно в 10 раз. Частотный метод обеспечивает в этом случае значительную экономию машинного времени и делает возможном решение относительно больших таблиц на автоматических счетных машинах небольшого калибра.

3. *Регрессивный анализ данных о производстве*

При рассмотрении химического производственного процесса получается большое количество данных, которые можно обозначить через различные математические алгорифмы. Одним из таких алгорифмов является регрессивный анализ. Однако зависимость

между переменными в химии можно лишь в некоторых случаях выразить линейной зависимостью. Поэтому большое значение приобретают квадратическая зависимость или регрессия высшего порядка. Для машины Урал была подготовлена программа для выравнивания экспериментальных данных площадью второй степени, которая при трех переменных имеет следующую форму:

$$(2) \qquad Y = b_{00} + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3,$$

где: x_1, x_2, x_3 — измеряемыми величинами (например, x_1 может означать давление, x_2 — температуру, x_3 — сырье), b_{ij} — регрессивными коэффициентами.

Коэффициенты b_{ij} из уравнений (2) устанавливаем методом наименьших квадратов из условий:

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{n} (Y_i - y_i)^2 = \min,$$

где y_i — установленные величины следуемого результата (например y_i может означать выход продукта, расходы на производство продукта, качественные показатели и т. п.). Программа, составленная для машины Урал делает возможным решения для практически неограниченного числа n и максимально шести независимых переменных $(x_1, x_2, \ldots, x_6)$. Подобная программа была сделана для выравнивания экспериментальных данных площадью третей степени и максимально 3 независимых переменных. Увеличение количества независимых переменных, или увеличение степени зависимости выходит за пределы технических возможностей машины Урал и подготовляется для более мощных автоматических счетных электронных машин. С помощью подготовленной программы были обработаны производственные данные, а на целый ряд проблем, решение которых должны были быть решены с помощью Урала, многие организации химической промышленности подали заявки. Практическое значение этого метода очевидно, если понять, что оценка данных производства за определенный период позволяет влиять на производственный процесс с целью получения лучших результатов (например: более высокий процент выхода продукта). Значение этой автоматической оценки данных еще более возрастает в связи с организацией измерительных центров, когда будут быстро поступать проверенные вполне надежные данные о производстве.

4. *Оптимальный размер производственных мощностей и размещение новых нефтеперерабатывающих заводов*

В рамках этой задачи был решен вопрос нахождения оптимального размещения новых строящихся заводов, причем предварительно был определен общегосударственный прирост производственной мощности данного производства и n-ое число точек в которых могли быть созданы отдельные производственные мощности. В результате должно было быть определено n точек $(m \leqslant n)$, в которых должны строиться новые заводы, причем для каждого завода предполагалась оптимальная мощность так, чтобы сумма расходов на переработку нефти и расходов на транспортировку всех продуктов в общегосударственном масштабе была минимальной.

При расчете этой задачи необходимо было решать системы линейных уравнений, производить инверсии матриц и решать транспортную проблему. Решение более сложных задач было значительно облегчено вследствие использования автоматической счетной машины Урал 1.

Значение данной проблемы с точки зрения достижения экономии можно иллюстрировать следующим сравнением. Три существующих варианта размещения и размеров мощностей новых нефтеперерабатывающих заводов, которые представляли варианты разных органов, необоснованные расчетом оптимизации, отличались от результатов оптимального решения следующим образом:

1. вариант более высокие расходы на 70 млн. чех. крон в год;
2. вариант более высокие расходы на 276 млн. чех. крон в год;
3. вариант более высокие расходы на 69 млн. чех. крон в год.

Окончательный вариант был разработан с учетом данных, полученных в результате расчета, и он значительно приблизился к оптимальному решению.

Методика расчета описана в [4]. Расходы на проведение расчетов составили около 50 000 чехословацких крон и 224 часа чистого машинного времени, то есть около 14 дней работы счетной машины. Денежные затраты на аналогичные расчеты, проведенные вручную были бы меньше (около 22 000 чехословацких крон), однако продолжительность этих расчетов была бы 5...6 месяцев (для проведения расчетов были выделены два работника). Решение при этом не могло бы быть предетавлено в установленный срок.

5. *Остальные проблемы*

Кроме вышеуказанных проблем было с помощью электронной счетной машины Урал решено несколько десятков типов других задач. Для получения необходимых данных к материалу *Прогноз максимальных возможностей развития химической промышленности*, разработанному в Научно-исследовательском технико-экономическом институте была составлена программа *Расчет основных технически-экономических показателей, выбранных химических продуктов*, с помощью которой проводилась оценка разных вариантов производства отдельных химических продуктов (расчеты удельного расхода сырья, энергии, трудоемкости и капитальных затрат для отдельных продуктов и производственных процессов), и которая дает возможность перевести большую часть механических вычислений, связанных с прогнозом, на машину [6].

Электронная счетная машина Урал помогает делу исследования расцветок материалов. Расчеты, проведенные с помощью Урала дают возможность предвидеть расцветку и некоторые другие физические свойства материалов, что приводит к значительной экономии экеспериментальных работ [7].

Остальные задачи известны, наверно, из практики всех вычислительных центров. Так были проведены разные типы статических расчетов, ведущих к решению систем линейных уравнений, расчеты гармонического анализа, расчеты разных продуктов машиностроения (турбины, электромоторы, кулачки и т. д.), различные расчеты из области химических машин и аппаратов (дистилляционные колоны, выпарные аппараты, теплообменики и т. п.) и разные расчеты из области химических исследований (кинетические уравнения, расчеты удельной поверхности и объема целлюлозы). Самые интересные из этих задач более подробно описаны в [7].

6. *Заключение*

Прошедшие два года работы автоматической электронной счетной машины Урал можно оценивать очень положительно. Расходы по покупке и монтажу счетной машины за это время уже окупились. Были подготовлены основные кадры работников отдельных химических организаций, которые тесно связаны с вычислительным центром, руководящим конкретной подготовкой использования более производительных машин. Можно сказать, что к настоящему времени были охвачены области научно-технических и экономических проблем (однако и в этих областях расширение использования автоматической вычислительной техники будет продолжать расширяться) и что ведется интенсивная подготовка к использованию электронных машин в двух других областях: в деле автоматизации административных работ и в прямом управлении производственными процессами.

Поступила 17 VII 1962 г.

Научно-исследовательский технико-экономический институт химической промышленности, Прага, Чехословацкая социалистическая республика

ЛИТЕРАТУРА

1. Феликс М., Блага К., *Математико-статистические методы в химической промышленность*. Прага, 1962, стр. 334, (на чехск. яз.).
2. Dennis J. V., J. Assoc. Comput. Machin., 1956, *5*.
3. Блага К., *Линейное программирование в транспорте и планировании*. Прага, 1961, стр. 184, (на чехск. яз.).
4. Клусонь В., Тесарж Я., *Оптимальный размер производственных мощностей и размещение нефтеперерабатывающих заводов в ЧССР в 1975-1980 гг.* ВУТЭ, Прага, 1961 54 стр., (на чехск. яз.).

5. Феликс М. и др., *Использование математических методов в решении задач с помощью автоматической электронной счетной машины Урал.* ВУТЭ, Прага, 1961, 80 стр., (на чехск. яз.)
6. Павел Я. и др., *Прогноз-максимальных возможностей развития химической промышленности.* ВУТЭ, Прага, 1961, 31 стр., (на чехск. яз.)
7. — Экон. хим. пром., 1962, *2*, (на чехск. яз.)

BERECHNUNGEN DER AUFGABEN AUF DER ELEKTRONENRECHENMASCHINE URAL FÜR DIE CHEMISCHE INDUSTRIE IN DER TSCHECHOSLOVAKISCHEN SOZIALISTISCHEN REPUBLIK (ČSSR)

(Zusammenfassung)

In der vorliegender Arbeit sind die Erfahrungen mit der Ausnutzung der sowjetischen Elektronenrechenmaschine URAL I für den Gebrauch der chemischen Industrie in der ČSSR dargestellt. Die Aufgabe der Linearprogrammierung — Transportproblem —, die praktisch bei der Transportplanung des Benzins, Treiböls sowie der Baustoffmaterialien verwendet wird, ferner die Regressionsanalyse, welche zur Analyse der Betriebsangaben verwendet wird, schliesslich die Arbeit *Studien über die Optimalgrösse der Produktionskapazität und über die Standortverteilung neuer Betriebe für die Verarbeitung des Roh*öls, *wofür die Elektronenrechenmaschine verwendet wurde*, sind hier ausführlich charakterisiert.

Die Vorbereitung der Ausnutzung der Elektronenrechenmaschine sowie deren Ausnutzung selbst wird als Vorbereitungsetappe für die Einführung leistungsfähiger Rechenmaschinen in der tschechoslowakischen chemischen Industrie aufgefasst.

FOLOSIREA MAŞINII ELECTRONICE DE CALCUL URAL LA REZOLVAREA PROBLEMELOR INTERESÎND INDUSTRIA CHIMICĂ DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ CEHOSLOVACĂ

(Rezumat)

Autorul expune experienţa cîştigată în folosirea maşinii sovietice electronice de calcul URAL I la rezolvarea problemelor interesînd industria chimică din R.S.C. Începînd cu problema transporturilor aplicată în concret la planificarea transporturilor de benzină şi de ulei de maşini precum şi a materialelor de construcţii — şi terminînd cu *Problema determinării parametrilor optimali interesînd capacitatea de producţie şi distribuţia pe teritoriul R S.C. a întreprinderilor de prelucrare a ţiţeiului brut,* maşina electronică menţionată a rezolvat o vastă gamă de probleme de seamă.

În concluzie, cheltuielile legate de preţul de cost şi de montaj ale maşinii s-au amortizat complet în decursul celor doi ani de funcţionare. Au fost instruite cadrele de bază din diverse întreprinderi din industria chimică, capabile să ţină legătură cu centrul de calcul, care se pregăteşte să pună în funcţie maşini electronice şi mai perfecţionate. Se pregătesc acum cadre în domeniul automatizării muncilor administrative şi a proceselor de producţie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 546.56.1

STUDII ASUPRA ECHILIBRULUI SISTEMULUI $CuCl_2 . 2H_2O—H_2O$

DE

TIBERIU GOLGOŢIU, I. ANTONESCU, IANCU HÎNCU, ANGELA LUCA, JULIETA LINDE şi I. ROŞCA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Schimbările de culoare ale soluţiilor apoase de clorură cuprică, funcţie de diluţie şi temperatură, au constituit obiectul a numeroase cercetări [1]...[16]. Totuşi interpretările diferiţilor autori se deosebesc din punctul de vedere al formării şi existenţei în soluţii apoase a componenţilor ce iau naştere ca urmare a variaţiei celor doi factori.

Considerînd că schimbările de culoare ale soluţiilor s-ar datora existenţei unor complecşi, se admite că în soluţii se stabileşte următorul echilibru [17]:

$$\underset{\text{brun}}{[CuCl_6]^{4-}} \rightleftarrows \underset{\text{galben}}{[CuCl_4]^{2-}} \rightleftarrows \underset{\text{verde}}{\left[Cu\begin{matrix}Cl_2\\(H_2O)_2\end{matrix}\right]} \rightleftarrows \underset{\text{albastru}}{[Cu(H_2O)_4]^{2+}}$$

$$\xrightarrow[H_2O \text{ crescînd}]{}$$

$$\xleftarrow[Cl^- \text{ crescînd}]{}$$

Componenţii acestui echilibru au fost puşi în evidenţă plecînd de la soluţii mixte de clorură cuprică şi cloruri alcaline sau acid clorhidric, cînd s-au izolat unii derivaţi cristalizaţi, care au permis să se precizeze mecanismul schimbărilor de culoare.

În lucrarea de faţă, plecînd de la ideia că complecşii ce se formează în soluţiile apoase de clorură cuprică există ca atare şi au sarcini şi mobilităţi diferite, s-a încercat punerea lor în evidenţă şi cu ajutorul electroforezei pe hîrtie.

Prin această metodă s-a urmărit demonstrarea existenţei simultane a tuturor componenţilor echilibrului de mai sus, funcţie de concentraţia soluţiei.

2. Modul de lucru

Benzi de hîrtie cromatografică (Wathman 1) umectate prin imersie cu electrolit, se fixează în aparatul pentru electroforeză. Căderea de tensiune aplicată este de 8...10 V/cm, timp de 10...20 min, funcție de concentrația soluției.

Cromatogramele obținute au fost uscate, unele la etuvă la temperatura de circa 50°C, iar altele la radiații infraroșii.

Pentru punerea în evidență a componenților care se formează s-au folosit soluții de clorură cuprică de diferite concentrații, începînd cu 0,050 *m* pînă la soluții saturate, la temperatura de 20°C.

Ca electrolit s-a utilizat azotatul de potasiu, deoarece acesta, atît în soluții diluate cît și în soluții concentrate, nu exercită nici o influență asupra componenților stabiliți la echilibru.

În tabelul 1 sînt redate zonele obținute, funcție de concentrația soluțiilor cercetate, folosind drept electrolit soluții diluate și saturate de azotat de potasiu.

Analizînd rezultatele date în tabelul 1 se constată că cromatogramele obținute cu soluții diluate de clorură cuprică prezintă o singură zonă de culoare albastră care s-a deplasat spre catod (fig. 1). După uscare coloratia persistă.

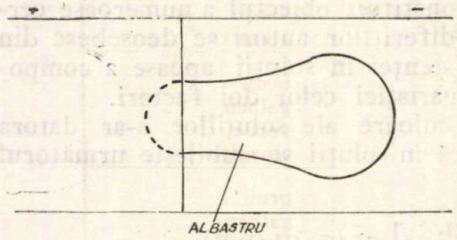


Fig. 1

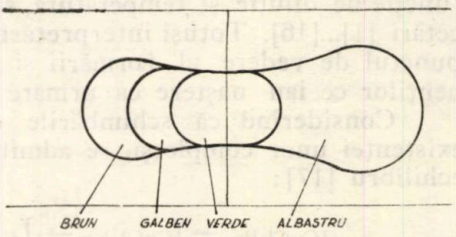


Fig. 2

Pe măsura creșterii concentrației încep să apară și ceilalți componenți, concretizați prin zone colorate diferit și cu orientare diferită în cîmp electric (fig. 2).

Apariția pe cromatogramă a componentului de culoare verde are loc, pentru soluții de electrolit diluate, la o concentrație de clorură cuprică de peste 6,3 *m*, cînd soluția de electrolit este saturată, componentul galben apare de la o concentrație de 0,5 *m* în clorură cuprică. Componentul brun apare de la concentrații mari și este din ce în ce mai evident o dată cu creșterea concentrației soluției. Acești doi componenți se deplasează spre anod conform echilibrului arătat mai sus.

La cromatogramele uscate cu radiații infraroșii unele zone obținute apar mai distinct conturate însă ele își pierd culoarea inițială trecînd în nuanțe de la cenușiu deschis pînă la brun, funcție de stabilitatea termică a complexului.

La developarea cu acid rubeanic a cromatogramelor uscate la 50°C se constată că componentul care migrează spre catod reacţionează imediat dînd o coloraţie specifică ionului cupric (Cu^{2+}); componenţii orientaţi spre anod nu reacţionează imediat cu acid rubeanic ci treptat, pe măsura descompunerii complexului (datorită urmelor de apă din soluţia de acid rubeanic sau chiar alcoolului) şi stabilirii unui nou echilibru care dă naştere la noi ioni de cupru în exterior.

Tabelul 1

Nr. crt.	Conc. în $CuCl_2.2H_2O$ moli/l	Zonele care apar după uscare la 50°C. Electrolit — soluţie 0,1 *m* de KNO_3	Zonele care apar după uscare la 50°C. Electrolit — soluţie saturată de KNO_3
1	saturată	brun galben verde albastru	brun galben verde albastru
2	2,500	brun galben verde albastru	brun galben verde albastru
3	2,300	brun galben verde albastru	brun galben verde albastru
4	1,700	brun galben verde albastru	brun galben verde albastru
5	1,500	galben verde albastru	galben verde albastru
6	1,175	verde albastru	galben verde albastru
7	0,500	verde albastru	galben verde albastru
8	0,300	albastru	verde albastru
9	0,175	albastru	albastru
10	0,06	albastru	albastru

3. Concluzii

a) S-a pus în evidență, cu ajutorul electroforezei pe hîrtie, existența simultană a tuturor componenților din soluțiile apoase de clorură cuprică de concentrații diferite.

b) Componenții care se stabilesc la echilibru în soluțiile apoase de clorură cuprică sînt funcție directă de concentrațiile acestor soluții.

c) Zonele colorate apar mai precis conturate atunci cînd se folosește soluție saturată de electrolit.

d) Uscarea cromatogramei cu radiații infraroșii permite o apreciere mai netă a zonelor obținute la electroforeză.

e) Metoda permite simplu și rapid identificarea componenților soluției apoase de clorură cuprică.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de chimie anorganică

BIBLIOGRAFIE

1. Reicher, van Deventer, Z. Phys. Chem., 1890, **5**, S. 560.
2. Ostwald, *Grundlinien der anorganischen Chemie.* Leipzig, 1900.
3. Ewan, Proc. Roy. Soc. London, 1894, **56**, p. 284.
4. Donnan, Bassett, J. Chem. Soc., 1902, **81**, p. 939.
5. Lewis, Z. phys. Chem., 1905, **52**, S. 222.
6. — Z. phys. Chem., 1906, **56**, S. 223.
7. Biltz, Z. phys. Chem., 1902, **40**, S. 199.
8. Jones, West, J. Am. Chem. Soc., 1905, **34**, p. 409.
9. Jones, Anderson, *The absorption spectra of solutions.* Washington, 1909.
10. Kohlschütter, Ber., 1904, **37**, S. 1168.
11. Isaachsen, Z., phys. Chem., 1891, **8**, S. 146.
12. Bein, Z. phys. Chem., 1898, **27**, S. 1.
13. — Z. phys, Chem., 1898, **28**, S. 439.
14. Guiter, C. R. Ac. Sci., Paris, 1949, **228**, p. 569.
15. — Bull. Soc. Chim., 1951, p. 793.
16. Spacu G., Murgulescu I., Z. phys. Chem., 1934, **170**, S. 71,
17. Gallais F., *Chimie minérale, théorique et expérimentale.* Paris, 1957.
18. Block R. J., Durrum E. L., Zweig G., *Manual of Paper Chromatography and Paper Electrophoresis.* Academie Press, N.-Y., 1955.
19. Pecor R. L., Meeker R. L., Shields L. D., J. Amer. Chem. Soc., 1961, **43**, *9*, p. 2085.
20. Semeakin F. M., An. rom.-sov., I.S.R.S., Chimie, 1959, *4*, pp. 162-175.
21. Durum E. L., J. Am. Chem. Soc., 1950, **72**, p. 2947.
22. Фридман И. Д., Сарбаев Д. С., ЖНХ, 1959, **4**, *8*, стр. 1848-1859.
23. Burstall F. H, Wells R. A., Analyst, 1951, **75**, p. 396.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ $CuCl_2 . 2H_2O—H_2O$

(Резюме)

Электрофорезом на бумаге было доказано одновременное наличие четырех компонентов равновесия, образующегося в водном растворе хлорной меди, в зависимости от концентрации.

ÉTUDES SUR L'ÉQUILIBRE DU SYSTÈME $CuCl_2 . 2H_2O—H_2O$

(Résumé)

On a déterminé, à l'aide de l'électrophorèse sur papier, l'existence simultane des quatre composants de l'équilibre qui se produit dans la solution aqueuse de chlorure cuivrique, fonction de sa concentration.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 545.1 ; 546.23 547.436

MERCAPTOBENZIMIDAZOLUL CA REACTIV PENTRU DOZAREA GRAVIMETRICĂ A SELENULUI

DE

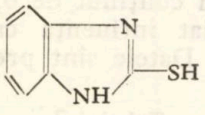
AURORA BORDEA, GH. MOROI şi MARIA ROZMARIN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9--11 noiembrie 1962

1. Introducere

Pentru dozarea selenului, cele mai cunoscute metode descrise în literatură folosesc reducerea acidului selenios la selen elementar cu ajutorul unor reactivi anorganici şi organici ca : hidrazina şi sărurile sale [1], [2] , acidul sulfuros şi bisulfitul de sodiul în mediu acid [3] ... [5], acidul hipofosforos [6], iodura de potasiu în mediu acid [7] sau tiosemicarbazida [8].

Datorită proprietăţilor reducătoare ale mercaptobenzimidazolului (M.B.I.) $C_7H_6N_2S$:



există posibilitatea folosirii acestuia ca reactiv pentru reducerea acidului selenios şi a seleniţilor la selen elementar, în scopul dozării lui gravimetrice.

Proprietăţile analitice ale M.B.I. au fost studiate de Kuras [9]...[11] pentru dozarea gravimetrică a plumbului, cadmiului şi cuprului, de Dutta [12] pentru dozarea gravimetrică a argintului, de Lomakina şi Tarasevici [13] pentru microdozarea gravimetrică a platinei, paladiului şi iridiului şi de către Majumdar şi Chakrabartty [14], [15] pentru dozarea spectrofotometrică şi amperometrică a paladiului.

În literatura de specialitate nu sînt indicaţii referitoare la comportarea M.B.I. faţă de selen.

În cele ce urmează redăm rezultatele cercetărilor întreprinse în vederea stabilirii metodei pentru determinarea cantitativă a selenului, folosind ca reactiv M.B.I.

2. Partea experimentală

Încercările de laborator folosind M.B.I. în mediu de acid clorhidric au arătat că acidul selenios nu reacţionează la rece, dar este relativ uşor redus la 80°...85°C de o soluţie alcoolică de M.B.I. Pe

baza acestor observaţii am trecut la studierea condiţiilor pentru determinarea cantitativă a selenului cu ajutorul acestui reactiv, în vederea elaborării metodei de lucru.

S-a studiat influenţa cantităţii de acid clorhidric asupra cantităţii de selen precipitat şi s-a constatat că dacă soluţia este mai concentrată decît 2*n* în acid clorhidric, selenul nu precipită deloc sau numai în cantitate extrem de mică. Cîteva din rezultatele obţinute, variind cantitatea de acid clorhidric, sînt redate în tabelul 1.

Tabelul 1

Influenţa cantităţii de acid clorhidric

Nr. probei	Selen luat în lucru g	Soluţie de acid clorhidric 2*n* ml	Soluţie M.B.I. 2% ml	Timp de menţinere pe baie de apă ore	Selen cîntărit g
1	0,1	30	30	2	0,0914
2	0,1	15	30	2	0,0984
3	0,1	10	30	2	0,0992
4	0,1	5	30	2	0,1002
5	0,1	1,5	30	2	0,1000
6	0,1	0,5	30	2	0,0991
7	0,1	0	30	2	0,0984

Rezultatele redate în tabelul 1 arată că cele mai bune valori se obţin la o adăugare de 1,5...10 ml soluţie de acid clorhidric 2*n*, pentru 25 ml soluţie de acid selenios cu un conţinut de 0,1 g selen.

În continuare s-a studiat influenţa cantităţii de M.B.I. asupra cantităţii de selen precipitat. Datele sînt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Influenţa cantităţii de reactiv

Nr. probei	Selen luat în lucru g	Soluţie de acid clorhidric 2*n* ml	Soluţie M.B.I. 2% ml	Timp de menţinere pe baie de apă ore	Selen cîntărit g
1	0,1	5	10	2	0,0873
2	0,1	5	15	2	0,0991
3	0,1	5	20	2	0,0996
4	0,1	5	25	2	0,1003
5	0,1	5	30	2	0,1002
6	0,1	5	40	2	0,1009

Se observă că pentru obţinerea celor mai bune rezultate trebuie folosiţi minimum 25 ml soluţie M.B.I. 2% în alcool etilic de 70%. Prin creşterea cantităţii de soluţie de reactiv nu are loc o variaţie sensibilă a cantităţii de selen precipitat.

Studiind influenţa duratei de menţinere pe baie de apă a mediului de reacţie după precipitare, s-au obţinut rezultatele redate în tabelul 3.

Tabelul 3

Influenţa timpului de menţinere pe baie de apă

Nr. probei	Selen luat în lucru g	Soluţie de acid clorhidric 2*n* ml	Soluţie M.B.I. 2% ml	Timp de menţinere pe baie de apă min	Selen cîntărit g
1	0,1	5	30	10	0,0751
2	0,1	5	30	30	0,0979
3	0,1	5	30	60	0,0994
4	0,1	5	30	90	0,1002
5	0,1	5	30	120	0,1000

Din tabelul 3 se observă că menţinînd mediul de reacţie după precipitare cu reactiv timp de $1\frac{1}{2}...2$ ore, pe baie de apă, rezultatele obţinute sînt mai precise.

În timpul încălzirii pe baie de apă există pericolul ca excesul de reactiv sau produsele de oxidare ale acestuia, care sînt insolubile în apă, să precipite prin evaporarea alcoolului etilic, alterînd rezultatele. În consecinţă este necesar ca volumul soluţiei să fi menţinut constant fie prin adăugarea de alcool etilic, fie, mai recomandabil, prin adăugarea, imediat după precipitare, a unei cantităţi de 10 ml alcool etilic.

Din cercetările noastre a rezultat că determinarea selenului cu M.B.I. în mediu de acid clorhidric este jenată de ionii de argint, plumb şi mercur, care formează cloruri insolubile, precum şi de ionii de aur, cupru, bismut şi telur.

3. Metoda de lucru

Într-un pahar de 150 ml se pipetează 25 ml soluţie de analizat care trebuie să conţină 0,01...0,1 g selen, se acidulează cu 5 ml soluţie de acid clorhidric 2*n* şi se încălzeşte pe sită la 80°...85°C.

Se adaugă 25 ml soluţie M.B.I. 2% în alcool etilic de 70%, sub agitare continuă, şi încă 10 ml alcool etilic.

Se lasă pe baie de apă $1\frac{1}{2}...2$ ore, pentru ca precipitatul să se depună şi să treacă în formă neagră, uşor filtrabilă.

Se filtrează fierbinte prin creuzet filtrant G_4, se spală cu un amestec de apă şi alcool etilic 1 : 1 fierbinte, apoi cu alcool etilic şi eter, se usucă 15 min la etuvă la 50°C sau în exicator de vid şi se cîntăreşte ca selen elementar.

Rezultatele determinărilor efectuate sînt date în tabelul 4.

Pentru comparaţie, în tabelul 5 sînt date rezultatele ce se obţin cu ajutorul altor metode.

Tabelul 4

Rezultate obţinute cu ajutorul M.B.I.

Nr. probei	Selen luat în lucru g	Selen cîntărit g	Diferenţa g	Eroarea %
1	0,1	0,0996	—0,0004	—0,4
2	0,1	0,1002	+0,0002	+0,2
3	0,1	0,1001	+0,0001	+0,1
4	0,1	0,1003	+0,0003	+0,3
5	0,1	0,1002	+0,0002	+0,2
6	0,1	0,1001	+0,0001	+0,1
7	0,1	0,1008	+0,0008	+0,8
8	0,1	0,1003	+0,0003	+0,3
9	0,1	0,1007	+0,0007	+0,7
10	0,1	0,0992	—0,0008	—0,8
11	0,1	0,1002	+0,0002	+0,2
12	0,1	0,1005	+0,0005	+0,5
13	0,1	0,1005	+0,0005	+0,5
14	0,1	0,1006	+0,0006	+0,6
15	0,1	0,1000	0,0000	0

Tabelul 5

Rezultate obţinute cu ajutorul altor metode

Nr. probei	Selen luat în lucru g	Selen cîntărit g	Diferenţa g	Eroarea %
A. Clorhidrat de hidrazină *)				
1	0,1	0,1003	+0,0003	+0,3
2	0,1	0,0994	—0,0006	—0,6
B. Sulfat de hidrazină **)				
1	0,1	0,0992	—0,0008	—0,8
2	0,1	0,1006	+0,0006	+0,6
C. Iodură de potasiu **)				
1	0,1	0,0996	—0,0004	—0,4
2	0,1	0,0994	—0,0006	—0,6
D. Tiosemicarbazidă *)				
1	0,1	0,1005	+0,0005	+0,5
2	0,1	0,0995	—0,0005	—0,5

*) Date luate din literatură. **) Date obţinute de autorii prezentei lucrări.

Din calculul statistic efectuat rezultă că precizia metodei este de $\pm 0{,}26\%$. Durata unei determinări este de aproximativ $2\frac{1}{2}$ ore.

4. Concluzii

a) S-a stabilit o nouă metodă de dozare cantitativă a selenului folosind ca reactiv mercaptobenzimidazolul.

b) Cantitatea de acid necesară pentru o determinare este de 1,5...10 ml soluţie de acid clorhidric *2n*.

c) Cantitatea minimă de reactiv este de 25 ml soluţie de mercaptobenzimidazol 2% în alcool etilic de 70%.

d) Durata de menţinere pe baia de apă, după precipitare, este de $1\frac{1}{2}$...2 ore.

e) Determinarea este jenată de ionii de argint, plumb, mercur, bismut, cupru, cadmiu şi telur.

f) Durata unei determinări este de aproximativ $2\frac{1}{2}$ ore.

g) Precizia metodei este de $\pm 0{,}2$ %.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie analitică

BIBLIOGRAFIE

1. Jannasch P., Müller M., Ber., 1898, **31**, S. 2388.
2. Lang R., Z. anorg Chem., 1925, **142**, S. 280.
3. Bauer H., Ber., 1915, **48**, S. 507.
4. Congdon L. A., Bray W. C., Chem. News, 1924, *128*, p. 266.
5. Spica P., Gazz. chim. ital., 1877, **7**, p. 90.
6. Guthier A., Rohn E., Z. anorg. Chem., 1903, **34**, S. 448.
7. Pierce, Z. anorg. Chem., 1896, **12**, S. 409.
8. Ripan R., Spacu N., Marcu G., St. cerc. chimie, Cluj, 1960, **XI**, *2*, p. 277.
9. Kuras M., Chem. Obzor, 1939, **14**, p. 49.
10. — Chem. Obzor, 1939, **14**, p. 51.
11. — Chem. Obzor, 1939, **14**, p. 145.
12. Dutta R. L., J. Ind. Chem. Soc., 1958, **35**, p. 562.
13. Ломакина Л. М., Тарасевич Н. И., Вест. Моск. унив., 1958, **13**, *6*, стр. 149.
14. Majumdar A. K., Chakrabartty M. M., Anal. Chim. Acta, 1959, **20**, p. 379.
15. — Anal. Chim. Acta, 1959, **20**, p. 386.

МЕРКАПТОБЕНЗИМИДАЗОЛЬ — РЕАГЕНТ ДЛЯ ВЕСОВОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ СЕЛЕНА

(Резюме)

Предлагается новый гравиметрический метод количественного определения селена при помощи раствора меркаптобензимидазоля (М.Б.И.).

К 25 мл раствора селеновой соли, содержащей 0,1 г Se, прибавляют 5 мл HCl *2n*, и нагревают до 80°...85°С. Затем к рабочему раствору добавляют 25 мл 2%-го спиртового (70%-го C_2H_5OH) раствора М.Б.И. и 10 мл спирта, оставляют на водяной бане $1\frac{1}{2}$...2 часа, фильтруют в теплом состоянии через стеклянный фильтр № 4, сушат в вакууме и взвешивают полученный элементарный селен.

Определение затруднено присутствием ионов серебра, свинца, ртути, золота, висмута, кадмия и теллура.

Продолжительность определения — $2\frac{1}{2}$ часа.

Точность метода — $\pm$ 0,26%.

LE MERCAPTOBENZIMIDAZOLE — RÉACTIF POUR LE DOSAGE GRAVIMÉTRIQUE DU SÉLÉNIUM

(Résumé)

On décrit une nouvelle méthode gravimétrique pour le dosage du sélénium à l'aide d'une solution de mercaptobenzimidazole.

On traite 25 ml de solution, qui doit contenir 0,01 ... 0,1 g de sélénium, par 5 ml de solution d'acide chlorhydrique $2n$, on chauffe à 80°...85°C, on ajoute 25 ml de solution de mercaptobenzimidazole 2% en alcool éthylique à 70% et, puis, 10 ml d'alcool éthylique, on abandonne au bain-marie une heure et demie jusqu'à deux heures, on filtre la solution chaude sur un creuzet filtrant de verre G_4, on sèche le precipité au vide et on pèse à l'état de sélénium élémentaire.

La détermination est gênée par l'argent, le mercure, l'or, le bismuth, le cadmium et le tellure.

La durée d'une détermination est d'environ $2\frac{1}{2}$ heures.

La précision de la méthode est de $\pm$ 0,26%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 661.183.6

НОВЫЕ ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ТОНКОПОРИСТЫЕ СОРБЕНТЫ — СИНТЕТИЧЕСКИЕ ЦЕОЛИТЫ

Г. В. ЦИЦИШВИЛИ и Т. Г. АНДРОНИКАШВИЛИ

1. *Введение*

Цеолиты представляют собой одну из групп минералов, каркас которых состоит из алюмосиликатной решетки, отрицательный заряд которой уравновешивается положительными ионами щелочных или щелочно-земельных элементов, таких например как Na^+, K^+, Ca^{2+}, Ba^{2+} и др. В природе они встречаются в виде отдельных вкраплений в базальтовых породах. Исходя из структурных особенностей все существующие цеолиты можно разделить на три основных типа: пластинчатые, волокнистые образующие двухмерную решетку и цеолиты характеризующиеся трехмерной решеткой [1]. Для большинства химиков и технологов интерес представляет именно эта последняя группа, которая отличается очень прочной решеткой и кроме того, молекулярно-ситовыми свойствами, о которых более подробно будет сказано ниже. Встречающиеся в природе цеолиты, такие как шабазит, анальцим, фожазит, морденит и некоторые другие как раз и относятся к этому типу цеолитов. Специфичным для этих минералов является способность легко поглощать и легко терять воду, непрочно связанную в решетке, без существенного изменения цеолитового каркаса.

В 1925 году немецкими учеными Вейгелем и Штейнгофом при изучении сорбции различных паров на шабазите были обнаружены интересные свойства этого минерала [2]. Было найдено, что безводный шабазит поглощает в большом количества пары метилового и этилового спирта, а также муравьиной кислоты, что касается паров ацетона, бензола и эфира, то они практически не сорбируются на этом сорбенте. Затем рядом исследователей было подтверждено это своеобразное свойство шабазита поглощать вещества с мелкими молекулами и не адсорбировать крупные молекулы. На этом основании (т. е. путем исследований адсорбции молекул различных размеров) был сделан вывод, что наивысший диаметр входных отверстий шабазита или как принято часто их называть „окон" приближается к 5 Å.

Подобным же образом были изучены и другие цеолиты. В результате было показано, что наивысший диаметр „окон" анальцима 3 Å, а фожазита 9 Å. Способность этой группы цеолитов адсорбировать и не поглощать молекулы веществ в зависимости от размеров их поперечного сечения аналогична по внешним признакам действию обычных сит и поэтому они получили весьма распространенное название „молекулярных сит". Наличием тонких и практически одинаковых по форме и размерам входных отверстий („окон") и пор не ограничивается специфичность цеолитов. Они проявляют также селективность по отношению к природе адсорбируемых молекул. Так, эти сорбенты удерживают полярные вещества сильнее, чем неполярные, ненасыщенные более прочно, чем насыщенные.

Все эти вышеперечисленные свойства цеолитов привлекли к себе внимание многих исследователей и технологов работающих в различных отраслях химической, газовой и др. промышленности. Вначале старались использовать естественные цеолиты, однако сравнительно редкое распространение цеолитов в природе и разбросанность их месторождений затрудняет их применение в производственных масштабах [1]. Это создало условие для развития работ по разработке методов синтеза искусственных цеолитов. Важные работы в этом направлении были проведены школой английского ученого Р. Баррера которым и были получены первые образцы цеолитов, обладающих молекулярно-ситовыми свойствами [3]. В 1940 году американской фирмой Линде были развернуты исследовательские работы по синтезу молекулярных сит с целью разработки прописей изготовления для выпуска их в промышленном масштабе. В настоящее время этой фирмой выпускаются молекулярные сита следующих марок 4*A*, 5*A*, 13*X*, 10*X* и 4*A*-*XW*. Более подробно с методикой синтеза искусственных цеолитов можно ознакомиться в обзорах [3]...[5].

Молекулярные сита типа *A* представляют собой шабазитоподобные цеолиты (искусственный шабазит в настоящее время пока еще не синтезирован). Сита типа *A* по структурным особенностям сходны с шабазитом, внутренние полости обоих цеолитов окаймлены шести, четырех и восьми членными кольцами, последние как раз и имеют диаметр равный 5 А. Шабазит и сита *A* имеют одинаковое число четверных и восьмерных колец, лишь шестерных колец в шабазите два, а в сите *A* — шесть. Таким образом наивысшие диаметры пор у обоих цеолитов одинаковые, но емкость сита *A* значительно выше [6]. Молекулярные сита 3*A*, 4*A*, 5*A* представляют собой цеолиты с различными катионами, а именно с калием, натрием и с кальцием. Так как ион калия имеет большой ионный радиус около 1,33 Å, то занимая соответствующее положение в окнах цеолита, он уменьшает диаметр пор до 3 Å. В натриевой форме диаметр пор равен 4 Å, а в кальциевой форме, которая получается путем замены $2Na^+$ на Ca^{2+} происходит „расширение“ окон до 5 Å.

Молекулярные сита типа *X*, по своей структуре фожазитоподобные цеолиты. В отличие от сит типа *A*, кроме 4, 6, 8 членных колец, они имеют также 12-членные кольца с диаметром от 8 до 9 Å. Таким образом эти цеолиты обладают более открытыми порами с большой адсорбционной емкостью, чем сита типа *A*. 13*X*, т. е. натриевая форма сит типа *X* имеет диаметр пор равный 9 Å, а 10*X*, т. е. кальциевый цеолит имеет диаметр пор 8 Å. Наконец, сравнительно новая марка цеолита 4*A*-*XW* имеет адсорбционную емкость по воде выше на 40% по сравнению с 4*A* и обладает на 5...10% большой устойчивостью в циклах адсорбции-регенерации [7].

В Советком Союзе несколько лет тому назад была создана специальная комиссия по цеолитам (председатель академик М. М. Дубинин), которая в настоящее время успешно руководит широким фронтом исследований в этой важной области.

Советский Союз на данном этапе развития этой отрасли выпускает следующие марки искусственных цеолитов Na*A* аналог 4*A*, Ca*A*-5*A*, Na*X*-13*X* и Ca*X*-10*X*. Использование молекулярных сит является весьма перепективным для таких химико-технологических процессов как осушка газов и жидкостей, тонкая очистка газов, извлечение ценных компонентов из отработанных газов, облагораживание бензиновых фракций путем поглощения нормальных парафинов, каталитические превращения, вулканизация каучука, газовая хроматография и т. д.

В нашей лаборатории, независимо от других исследователей, была разработана методика синтеза некоторых форм молекулярных сит. В начале работа сводилась к синтезу молекулярных сит подобных цеолитам выпускаемой фирмой Линде 4*A* и 5*A*. Затем была разработана методика получения некоторых ионообменных форм типа *A*, с содер-

[1] В последнее время появились сведения об открытии крупных месторождений цеолитов в Америке и Новой Зеландии, которые, по мнению компетентных специалистов, возможно, найдут промышленное применение.

жанием ионов Ag, Co, Ni, Mn, Pb, Cu и др. Во всех случаях были выбраны мягкие условия проведения синтеза, т. е. без использования высоких температур выше 100°С и высоких давлений (синтез проводился при атмосферном давлении).

2. *Получение натриевой формы цеолита типа А*

Натриевые цеолитовые алюмосиликаты синтезировались на основе алюмината натрия и силиката натрия [8]. Алюминат натрия готовили действием едкого натра на металлический алюминий. В результате получался раствор алюмината натрия. Этот раствор отфильтровывался от нерастворимого осадка. В качестве второго компонента использовался силикат натрия, который растворялся в определенном количестве воды до полного растворения и вводился в реакционный сосуд. К раствору натриевого силиката прибавлялось определенное количество раствора алюмината натрия. В результате возникал беложелтый гель, который после тщательного перемешивания выдерживался в течение 42 часов. Полученный таким образом гель, как показали его дебаеграммы, не обладает кристаллической структурой. Гель после осаждения и выдерживания нагревался в течение шести часов при температуре 100°С и интенсивном перемешивании, что приводило к образованию кристаллов цеолита. Продукт кристаллизации переносился на фильтр в воронку Бюхнера и промывался горячей дистиллированной водой до удаления солей, образовавшихся в процессе кристаллизации. Растворимые в воде соли вымываются, а цеолит остается на фильтре. Затем полученный цеолит просушивался при температуре 80°...90°С.

Наиболее оптимальными для получения молекулярных сит типа 4*А* оказались следующее соотношения силиката натрия и алюмината натрия: $Na_2SiO_3/NaAlO_2 = 2$ и $Na_2SiO_3/NaAlO_2 = 1$. Оба образца характеризуются дебаеграммами, практически идентичными с дебаеграммой натриевой формы цеолита (4*А*) фирмы Линде.

Для получения ионообменных форм, таких как Ca, Co, Mn, Cu, Ag и Pb нами была разработана методика синтеза основанная на кратковременности контакта раствора соли (катион которой вводится в молекулярное сито) и обрабатываемого цеолита [9], [10]. Такая методика была выбрана исходя из следующих соображений. Известно [11], что во время ионного обмена при синтезе некоторых катионных форм, таких например как Cu^{2+}, Co^{2+}, Ni^{2+} и др., наблюдается разрушение кристаллической решетки цеолита. Для получения таких „нестабильных" ионообменных форм предложенный нами метод имеет определенное преимущество по сравнению с обычным ионным обменом. Он позволяет при использовании слабых растворов солей (рекомендуется применять *pp* концентрацией не выше 0,1 *n*) постепенно вводить ионы без опасности разрушения структуры, цельность которой контролируется снятием дебаеграмм. Методика проведения такого синтеза следующая. В качестве исходной формы брались сита типа Na*А* (изготовленные Горьковской опытной базой ВНИИНП) и промывались горячей дистиллированной водой до полного удаления возможных примесей натрийалюмината и едкого натра. Полное удаление

проверялось измерением pH фильтрата. Промывка продолжалась до тех пор пока pH фильтрата переставал изменяться. Промытая натриевая форма высушивалась, доводилась до постоянного веса ($t=220°...$ ...230°C) и таким образом подготовлялась к ионному обмену. Для проведения ионообменного процесса применялись 0,1 n водные растворы соответствующих солей $CuBr_2$, $CoCl_2$, $NiCl_2$, $MnCl_2$, $CaCl_2$, $AgNO_3$ и $Pb(NO_3)_2$.

Соотношение было взято следующее: 6 мл свежеприготовленного раствора соли на 1 г доведенного до постоянного веса молекулярного сита натриевой формы. Для лучшего протекания реакции обмена, обработка велась при интенсивном перемешивании в течение 20 мин. Затем молекулярные сита помещались в воронку Бюхнера и промывались дистиллированной водой до отрицательной реакции на вводимый ион в фильтрате. Промытый таким образом цеолит снова подвергался реакции обмена и т. д. Такая методика не только исключает возможность разрушения цеолитовой решетки, но и мешает солям и возможно другим образующимся промежуточным продуктам прочно окклюдироваться на молекулярных ситах и образовывать смешанную фазу цеолит-соль. В зависимости от кратности обмена нами были получены цеолиты с различной степенью замещения. Для некоторых форм, например таких как Co и Ni, мы наблюдали, что замещение ионов натрия больше чем на две трети вызывает нарушение структуры цеолита.

3. *Рентгено-структурные исследования полученных образцов*

Как уже было отмечено, в процессе проведения синтеза натриевой формы и ионного обмена для контроля образования и сохранности цеолитовой кристаллической структуры снимались дебаеграммы. Процесс кристаллообразования изучался в зависимости от времени выдерживания при 100°C на водяной бане. В течение восьми часов через каждые полчаса отбирались пробы и снимались их дебаеграммы. Как показали дебаеграммы, образование кристаллов начинается через два часа (образуется слабо выраженная кристаллическая структура). Через три часа же образуется ясно выраженная кристаллическая структура. В дальнейшем, повидимому, происходит рост мелких кристалликов цеолита.

Дебаеграммы были получены на установке УРС-55 а в камере РКД с диаметром 57,3 мм. Использовалась медная трубка БСВЛТ Cu $K_\alpha = 1{,}54$ Å. Образцы для съемки готовились стандартным методом. Чехлы из цапонлака диаметром 0,55 мм набивались порошками образцов. Продолжительность экспозиции 3 часа. Режим съемки следующий: напряжение 35 кв, сила тока 14 μA. Рентгенограммы снимались на пленке „Agfa". Интенсивность линий оценивалась по десятибалльной шкале (визуально).

В таблице 1 приведены данные по межплоскостным расстояниям, полученные для кристаллических цеолитов NaA и CaA, синтезированных нами и гранулированного цеолита 5A фирмы Линде. Кроме того, в графах 4 и 5 приведены данные Брека [12] для цеолитов NaA и

Таблица 1

Межплоскостные расстояния полученные для кристаллических цеолитов Na*A* *и* Ca*A*

№№ пп	Цеолиты Na*A* и Ca*A* синтезированные в Ин-те химии АН Груз ССР				Цеолиты 5*A* фирмы Линде (по нашим измерениям)		Цеолиты 4*A* и 5*A* (по данным Брека)			
	Na*A*		Ca*A*		Ca*A*		Na*A*		Ca*A*	
	I	*d*/*n*	*I*	*d*/*n*	*I*	*d*/*n*	*I*	*d*/*n*	*I*	*d*/*n*
1	—	—	—	—	—	—	100	12,94	100	12,243
2	8	8,863	8	8,863	8	8,822	69	8,706	39	8,664
3	7	7,176	7	7,176	8	7,130	35	7,109	32	7,075
4	1	6,302	2	6,285	2	6,303	—	—	12	6,121
5	7	5,579	7	5,525	6	5,57	25	5,508	20	5,478
6	—	—	—	—	—	—	2	5,031	4	5,002
7	—	—	—	—	—	—	6	4,357	—	—
8	—	4,194	7	4,107	7	4,118	36	4,107	35	4,084
9	—	—	—	—	—	—	—	—	2	3,875
10	8	3,735	7	3,735	8	3,736	53	3,714	34	3,696
11	—	—	—	—	—	—	—	—	4	3,539
12	—	—	—	—	—	—	16	3,417	18	3,398
13	8	3,335	8	3,324	9	3,32	47	3,293	38	3,276
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	8	3,000	8	2,991	8	2,996	55	2,987	32	2,972
16	—	—	—	—	—	—	9	2,904	9	2,888
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	3	2,791	1	2,745	1	2,748	12	2,754	7	2,741
19	—	—	—	—	—	—	4	2,688	3	2,676
20	7	2,656	7	2,611	7	2,647	22	2,626	24	2,614
21	2	2,519	3	2,514	2	2,503	5	2,515	7	2,502
22	—	—	—	—	—	—	4	2,464	7	2,451
23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
24	2	2,383	2	2,359	1	2,381	3	2,371	3	2,359
25	2	2,278	2	2,267	—	—	1	2,289	—	—
26	—	—	—	—	—	—	3	2,249	3	2,238
27	3	2,199	3	2,168	4	2,199	7	2,177	8	2,166
28	—	—	2	2,107	—	—	10	2,144	8	2,141
29	—	—	—	—	3	2,115	3	2,113	5	2,103
30	4	2,665	3	2,034	3	2,053	4	2,083	2	2,074
31	—	—	—	—	—	—	9	2,053	4	2,042
32	6	1,940	4	1,900	7	1,935	7	1,924	4	1,914
33	—	—	—	—	—	—	4	1,910	3	1,891
34	2	1,830	—	—	—	—	2	1,858	—	—
35	—	—	1	1,830	—	—	3	1,837	—	—
36	—	—	—	—	—	—	2	1,759	—	—
37	6	1,752	6	1,734	7	1,739	13	1,743	11	1,733
38	4	1,702	3	1,675	6	1,687	6	1,692	4	1,683
39	—	—	—	—	—	—	2	1,676	2	1,667
40	—	—	—	—	—	—	2	1,667	—	—
41	2	1,646	—	—	3	1,638	4	1,632	2	1,623
42	3	1,613	1	1,594	2	1,599	6	1,604	—	—

Ca*A*. Как видно из приведенного материала синтетизированные нами цеолиты характеризуются межплоскостными расстояниями близкими к этим расстояниям для цеолита типа *A*.

При ионном обмене, после каждой операции проверялась сохранность цельности цеолитовой структуры снятием дебаеграммы. До определенной степени обмена для многих изученных нами случаев не наблюдалось разрушения кристаллической структуры, лишь наблюдались некоторые изменения межплоскостных расстояний и интенсивностей.

На основании полученных дебаеграмм были рассчитаны значения параметра элементарной кубической ячейки a_0 для синтезированных нами цеолитов, а также имевшихся в нашем распоряжении молекулярных сит Линде. Эти данные и результаты измерений других авторов приведены в таблицы 2 и 3.

Таблица 2

Параметр элементарной кубической ячейки (a_0) для цеолитов типа Na*A и* Ca*A*

Форма цеолита	Наши измерения	Измерения Н. А. Шишакова [13]	Измерения Рида и Брека [14]	Измерения Баррера и Майера [11]	Измерения Бруссарда и Шомекара [15]
Na*A*	12,24 (Линде) 12,35 (наш обр.)	12,25	12,32	12,273	12,30±0,01
Ca*A*	12,31 (Линде) 12,30 (наш обр.)	—	12,26	—	—

Таблица 3

Параметр элементарной кубической ячейки (a_0) для ионообменных форм цеолита типа A

Величина	Форма цеолита									
	Co*A*	Ni*A*	Mn*A*	Cu*A*	Ag_1^*A	Ag_2^*A	Ag_3^*A	Ag_4^*A	Ag_5^*A	Ag_6^*A
a_0	12,27	12,42	12,40	12,25	12,40	12,39	12,38	12,38	12,36	12,35

* Цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6 означают кратность обработки Na формы раствором соответствующей соли.

4. *Адсорбционные свойства цеолитов*

Работами М. М. Дубинина с сотрудниками [16] на примере изучения сорбции азота и аргона обосновано отнесение обезвоженных цеолитов к сорбентам первого структурного типа. Уравнение изотермы для адсорбентов первого структурного типа выведенное М. М. Дубининым и П. В. Радушкевичем на основе потенциальной теории имеет следующий вид:

$$\log a = C - D[\log(p_s/p)]^2,$$

где: $C = \log(w/v_0)$, $D = 0{,}43B(T/\beta)^2$, a — величина адсорбции, v_0 — объем одного миллимоля жидкого адсорбата, w_s — объем пор, B — постоянная зависящая от размера пор, β — коэффициент аффиности, p_s — давление насыщенного пара при абсолютной температуре T.

Баррер и Брэтт [17] изучавшие сорбцию паров воды и аммиака на ряде катионзамещенных формах цеолитов типа фажазита, предполагают, что сорбция паров не может быть описана теоретической изотермой и предлагают для этой цели два следующих уравнения:

$$K_2 = [p(1-\theta)/\theta]\exp(-B_2\theta) \quad \text{или} \quad \ln[p(1-\theta)/\theta] = \ln K_2 + B_2\theta,$$

$$K_3 = [p(1-\theta)/\theta]\exp(-B_3\theta^2) \quad \text{или} \quad \ln[p(1-\theta)/\theta] = \ln K_3 + B_3\theta^2.$$

В этих уравнениях: p — давление, θ — относительная адсорбция, K_2, K_3, B_2 и B_3 — некоторые постоянные. Величина B_2 интерпретируется Баррером на основании модели адсорбции с взаимодействием (отталкиванием) адсорбированных молекул воды, что особенно проявляется для больших значений θ.

Редлих и Петерсон [18] разработали эмпирическое уравнение изотермы следующего вида для описания адсорбции на молекулярных ситах:

$$q = Ap/(1 - Bp^g),$$

где: q — адсорбция, p — давление и A, B и g — некоторые эмпирические коэффициенты. Величина показателя степени g колеблется от 0 до 1.

Это уравнение переходит при малых давлениях в изотерму Генри, а при больших давлениях в показательную изотерму. В случае $g = 1$ уравнение Редлиха-Петерсона совпадает с уравнением мономолекулярной адсорбции Ленгмюра.

Для характеристики молекулярно-ситовых свойств синтезированных нами цеолитов, а также некоторых образцов полученных от других организаций [2]) была изучена адсорбция и десорбция паров воды, бензола при 20°С и низкотемпературная (—195°С) сорбция паров азота.

Исследование сорбции паров воды на молекулярных ситах проводилось нами как эксикаторным методом, так и методом кварцевых микровесов в варианте К. В. Чмутова. Сорбция паров бензола изучалась на высоковакуумных микровесовых установках. Низкотемпературная адсорбция паров азота исследовалась на объемной установке с газовым термометром [19], [20].

Адсорбция паров воды на кристаллических цеолитах натриевой, кальциевой и медной формах синтезированных в нашей лаборатории была изучена эксикаторным методом. Молекулярные сита до адсорбционных опытов нагревали при 100°, 300° и 500°С до постоянного веса. Результаты изучения сорбции паров воды приведены в виде изотерм (рис. 1...3) на основании которых рассчитаны данные таблицы 4.

---

[2]) Исследовались цеолиты синтезированные на Горьковской опытной базе ВНИИНП и в ГрозНИИ и промышленные образцы фирмы Линде.

Таблица 4

Величина сорбции (ммоль/г и см³/г) паров воды при $p/p_s = 0{,}1$ и $t = 20°C$

Температура нагревания °C	100	300	500	Пределы изм. величины сорбции (ммоль/г) по [21]
Молекулярное сито Na*A*	7,4; 0,133	11,6; 0,209	12,8; 0,230	10,6...14,5
Молекулярное сито Ca*A*	6,0; 0,108	11,4; 0,205	12,2; 0,220	10,0...14,7
Медная форма* Молекулярного сита *A*		13,0; 0,234	15,2; 0,274	

* Здесь приведены для медной формы, полученной обработкой Na-формы цеолита комплексным аммиакатом меди.

Как видно из рис. 1, при повышении температуры нагревания натриевой формы цеолита с 100° до 300°С замечается существенное увеличение его сорбционной способности по парам воды. Дальнейшее нагревание с 300° до 500°С меньше увеличивает сорбционную способность.

Цеолит нагретый при 100°, 300° и 500°С характеризуется крутой изотермой, особенно в области низких давлений $p/p_s = 0{,}05...0{,}1$. Второй крутой подъем изотермы $p/p_s = 0{,}8...0{,}9$, повидимому, связан с ка-

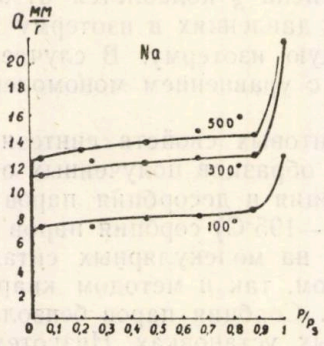


Рис. 1.— Изотермы сорбции паров воды (20°С) на кристаллических цеолитах Na*A* нагретых до постоянного веса при 100°, 300° и 500°С.

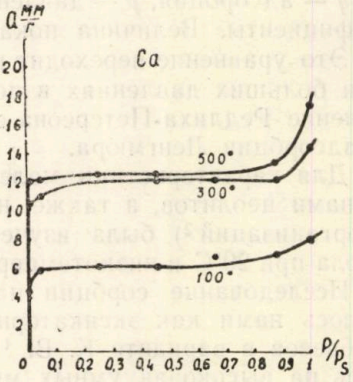


Рис. 2. — Изотермы сорбции паров воды (20°С) на кристаллических цеолитах Ca*A*, нагретых до постоянного веса при 100°, 300° и 500°С.

пиллярной конденсацией паров воды в промежутках между контактирующими частицами цеолита.

Образцы кальциевой формы цеолита, нагретые при 300° и 500°С имеют близкую сорбционную способность, которая несколько меньше сорбционной способности натриевой формы нагретой при 500°С.

Для кальциевой формы не характерен крутой подъем изотермы, соответствующий капиллярной конденсации. Наилучшую сорбционную способность по парам воды проявляет медная форма цеолита, для которой также характерен крутой подъем изотермы в области низких давлений и некрутой подъем в области давлений близких к насыщению.

В таблице 4 приведены также данные, взятые из работы М. М. Дубинина [21], касающиеся пределов изменений величины сорбции паров воды на ряде кристаллических цеолитов. Из сравнений этих данных с характеристиками нами синтезированных цеолитов видно, что они по сорбционной способности стоят на уровне цеолитов типа *А*.

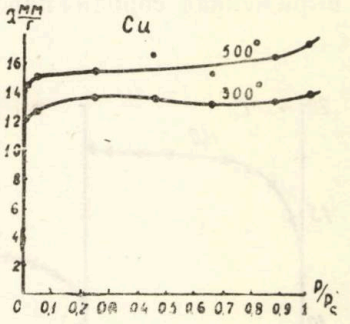


Рис. 3. — Изотермы сорбции паров воды (20°С) на образцах кристаллической медной формы цеолита нагретых при 300° и 500°С.

Эксикаторным методом была исследована адсорбция паров воды на гранулированных ситах Линде 4*А* и 5*А*, а также на искусственных цеолитах ГрозНИИ.

Сорбенты предварительно нагревались до постоянного веса при температурах 250°, 450°, 500° и 550°С.

Величина сорбции для приведенного давления равного 0,1 приведены в таблице 5.

Для обоих образцов, сорбционная способность по парам воды в случае гранулированных молекулярных сит натриевой формы несколько выше чем у кальциевой формы. Как видно из таблицы, результаты наших измерений близки к литературным данным [21] приведенным в таблице 5.

Таблица 5

Величина сорбции (ммоль/г и см³/г) при $p/p_s = 0{,}1$

Температура °С	250	450	500	550	Данные М. М. Дубинина [21]
4*А* (Линде)	9,2; 0,166	10,2; 0,184		10,6; 0,191	11,9; 0,214
5*А* (Линде)	8,0; 0,144	8,2; 0,148		9,4; 0,169	10,00; 0,180
Na (ГрозНИИ)	10,0; 0,180		10,4; 0,187		12,00
Ca (ГрозНИИ)	9,0; 0,162		10,0; 0,180		10,1...11,4

При использовании микровесовой установки подготовка адсорбентов проводилась постепенным нагреванием до 200° или 350°С при эвакуировании до установления постоянного веса и достижения остаточного давления $10^{-4}...10^{-6}$ мм рт. столба. Величина адсорбции расчитывались на единицу массы дегидратированного цеолита.

Все синтезированные нами цеолиты отличаются молекулярно ситовыми свойствами; хорошо поглощают воду, практически не адсорби-

руют бензол и в зависимости от природы катиозамещенной формы по разному адсорбируют азот. Ниже в качестве примера влияние катиона на характер адсорбции приводим результаты полученные для некоторых цеолитов.

Кобальтовая форма цеолита: для Co-формы характерно сильно выраженная сорбция паров воды, примерно вдвое меньшая сорбция паров азота (при $p/p_s = 0{,}1$) и очень малая (практически нулевая при низких давлениях) сорбция паров бензола (рис. 4).

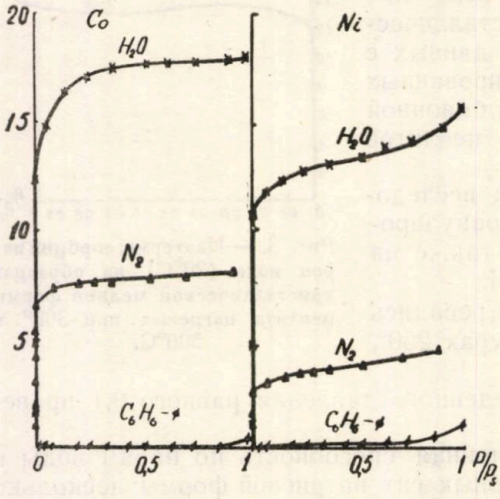


Рис. 4. — Изотермы сорбции паров воды (20°С), азота (—195°С) и бензола (20°С) на кристаллах кобальтовой и никелевой формы цеолитов.

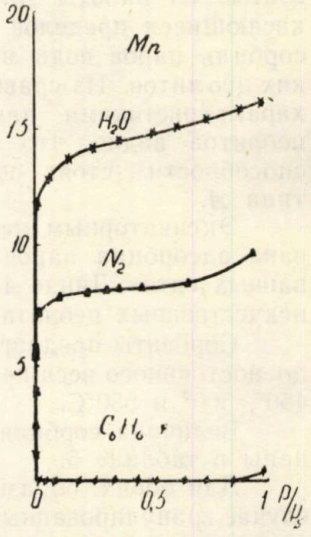


Рис. 5. — Изотермы сорбции паров воды (20°С), азота (—195°С) и бензола (20°С) на кристаллах марганцевой формы цеолита.

Никелевая форма цеолита: для Ni-формы, по сравнению с Co-формой наблюдается пониженная сорбция паров воды (12 ммоль/г при $p/p_s = 0{,}1$) и азота (3,3 ммоль/г при $p/p_s = 0{,}1$) и увеличенная сорбционная способность по парам бензола (рис. 4).

Марганцевая форма цеолита: на Mn-форме, также как и на других формах лучше всего сорбируются пары воды (13,4 ммоль/г при $p/p_s = 0{,}1$), по сравнению с другими формами повышена сорбция азота (7,8 ммоль/г при $p/p_s = 0{,}1$), а сорбция бензола незначительна (рис. 5).

На основании адсорбционных изотерм рассчитана величина адсорбции и адсорбционные объемы по воде, азоту и бензолу для ряда исследованных образцов, которые сведены в таблице 6.

Если сравнить полученные нами образцы по их сорбционной способности в отношении паров воды, то видно что величина сорбции в зависимости от относительного давления уменьшается в ряду Co > Mn > > Ni > Ag. В отношении адсорбируемости паров азота при темпе-

ратуре жидкого азота мы наблюдали повышенную сорбцию (выше 7 ммоль/г при $p/p_s=0{,}1$) для Mn, Ca, Co-образцов. Минимальной сорбционной способностью по парам азота характеризуется Na-форма, которая при низком давлении практически не поглощает азот. Из всех изученных нами сорбентов наивысшую адсорбционную способность по парам бензола проявляет Ag_6 (шестикратно замещенная форма) и Ni-форма. При этом надо отметить, что величина сорбции (при $p/p_s=0{,}1$) для Ag_6 и Ni-формы невелики и соответственно равны 0,57 ммоль/г и 0,2 ммоль/г. Остальные образцы практически не сорбируют бензол.

В результате обработки экспериментальных данных по адсорбции паров в соответствии с вышеприведенными изотермами, можно заключить, что наиболее оправданной изотермой для описания сорбции неполярных и слабо полярных веществ (бензол, азот) на цеолитах является изотерма для первого структурного типа потенциальной теории адсорбции Дубинина. Как известно, эта изотерма получена для описания физической адсорбции газов и паров на адсорбентах с энергетически неоднородной поверхностью. Что касается эмпирического уравнения Баррера и Брэта, то наибольшее внимание привлекает второе уравнение, где константа B_2 учитывает отталкивательное взаимодействие между адсорбированными молекулами.

Таблица 6

Величины сорбции и сорбционных объемов при $p/p_s = 0{,}5$

Цеолит	H_2O		N_2		C_6H_6	
	ммоль/г	см³/г	ммоль/г	см³/г	ммоль/г	см³/г
Na*A* (наш образец)	14,4	0,2550	—	0,0070	—	0,0002
Na*A* (Горький)	14,5	0,261	—	—	0,062	0,055
Na*A* (Грозный)	14,8	0,266	—	—	0,015	0,014
Ag_1A	12,60	0,230	0,200	0,069	—	—
Ca*A* (наш образец)	13,780	0,249	7,950	0,276	0,028	0,0025
Ca*A* (Горький)	12,4	0,222				
	16,9	0,305	—	—	0,1500	0,0133
Cu*A*	15,240	0,275	2,740	0,094	0,1300	0,0166
Ni*A*	14,6					
	13,400	0,240	3,950	0,137	0,220	0,0196
Co*A*	17,600	0,316				
	16,200	0,292	7,700	0,267	—	0,0026
Mn*A*	14,96	0,270	8,200	0,284	0,0185	0,0016
Pb*A*	13,20	0,237	—	—	0,140	0,124

5. *Хроматографические свойства молекулярных сит*

Хорошие адсорбционные, а главное селективно-поглотительные свойства цеолитов, привлекли к ним внимание исследователей работающих в области газовой хроматографии. Кроме число аналитических целей техника газовой хроматографии может быть использована для вычисления ряда физико-химических констант и термодинамических функций.

Правда, в настоящее время в этом направлении сделаны пока первые шаги, но и они являются весьма многообещающими.

Рядом исследователей [22]...[24] с успехом были применены молекулярные сита, в основном 5*A* для разделения и анализа различных газовых систем. Несколько лет тому назад, одним из нас, была проведена работа по изучению возможности использования естественных цеолитов, а именно натролита хибинского месторождения, в качестве заполнителя хроматографической колонки при разделении некоторых углеводородов предельного ряда [25].

Нами были проведены работы по разделению смесей углеводородных газов C_1...C_4 и некоторых неуглеводородных газов таких как окись углерода и водород на различных катионных формах цеолитов типа *A* и *X*.

Катионнообменные формы цеолита типа *X* были синтезированы таким же путем как и типа *A*.

Были исследованы хроматографическо-разделительные свойства кальциевой и серебрянной формы цеолита типа *A*, а также натриевой, серебряной, калиевой и литиевой (с различной степенью замещения) формы цеолитов типа *X* [26], [27]. Зернение сорбентов было обычное для газовой хроматографии 30...50 меш. Полученные из чистых молекулярных сит гранулы, не обладают высокой механической прочностью и при загрузке в хроматографические трубки рассыпаются на мельчайшие частицы затрудняя равномерную загрузку колонки и образуют отдельные газонепроницаемые пробки ухудшающие работу хроматографа. Ввиду этого мы заранее смешивали порошок молекулярных сит с определенным количеством каолина, прессовали из этой смеси довольно прочные гранулы, прокаливали в течение нескольких часов при температуре 250°...300°С, затем измельчали до зернения 30...50 меш и ими заполняли хроматографические колонки.

Все работы производились на хроматографе марки ХТ-2М с видоизмененным вводным устройством [28]. В качестве газа-носителя применялся воздух, а в некоторых случаях гелий. В первом случае детектор работал по методу сожжения, а во втором по методу измерения теплопроводности. Скорость газа-носителя менялась в пределах от 30 до 130 мл/мин. Температура нагрева хроматографической колонки варьировалась от комнатной до 200°С. Проба анализируемой смеси вводилась в количестве от 0,2 до 1 мл. На Ca*A* форме были получены результаты подобные данным ряда других исследователей [22], [23], т. е. была разделена смесь состоящая из водорода, метана, окиси углерода, этана и этилена. При применении Ca*A*-формы, где ионы Ca частично были заменены ионами серебра, оказалось, что водород, окись углерода и этилен прочно фиксируются на этом сорбенте.

Серия опытов, проведенная на Na*X*-форме показала, что при температуре 120°С на ней может быть разделена смесь, состоящая из водорода окиси углерода (метана) этана, этилена, пропана, пропилена и бутилена. Причем, чтобы добиться более симметричных кривых разделения, желательно после выхода пропана температуру нагрева поднять до 180°...200°С. При элюировании на этом сорбенте наблюдается следующая последовательность: после каждого предельного углеводо-

рода вымывается соответствующее ему ненасыщенное соединение (рис. 6 а). На серебряно-замещенной *X*-форме была получена следующая картина. Водород, окись углерода, этилен, пропилен, бутилен, прочно фиксируются на сорбенте, что касается предельных, то они разделяются на отдельные компоненты и легко элюируются из колонки (рис. 6 б). Прочную фиксацию непредельных углеводородов, по мнению Байера, можно объяснить образованием комплексных соединений с ионом серебра [29], что касается водорода и окиси углерода, то здесь возможно[3]) или химическое взаимодействие этих соединений на восстановленном мелкодисперсном серебре или окисление окиси углерода до двуокиси углерода и водорода до воды.

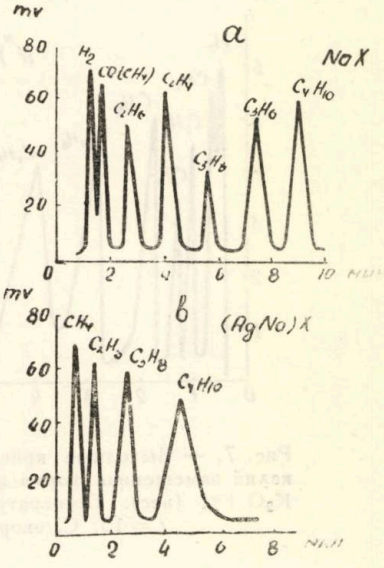


Рис. 6. — Выходные кривые компонентовгазовой смеси. Скорость газаносителя 70 мл/мин; а) разделение на молекулярных ситах типа Na*X*; в) разделение на молекулярных ситах типа Ag Na*X*.

Калийзамещенные формы цеолитов типа *X* дают также хорошее разделение этих смесей, при этом следует отметить, что удерживаемые объемы компонентов, в особенности начиная с пропана, выше чем на натриевой или серебряной формах, что значительно более ярко выражено для более полных форм замещения иона натрия калием (рис. 7 и 8).

Для некоторых случаев удерживаемый объем компонентов возрастает почти вдвое, например удерживаемый объем пропана на $K^{III}X$ равен 11,8 мл/г, а на $K^{VI}X$ — 27,2 мл/г при температуре 160°С и скорости газа-носителя $v = 100$ мл/мин.

Литий замещенная форма характеризуется несколько отличительными селективными свойствами. Здесь, по сравнению с остальными формами цеолитов, изменена последовательность вымывания компонентов, вслед за этаном элюируется не этилен, как на остальных формах, а пропан, пропилен же вымывается после бутана (рис. 9).

На литиевой форме цеолита типа *X*, при комнатной температуре получено очень четкое разделение тройной смеси: водорода, метана, окиси углерода.

На основании проведенных опытов была изучена одна из важных характеристик хроматографического процесса — критерий или коэффициент разделения. Была исследована зависимость этого коэффициента от температуры нагреве колонки и скорости газа носителя.

В настоящее время существует несколько способов выражения критерия разделения в газовой хроматографии, но мы рассмотрим только три: коэффициент разделения по Филлипсу [30], критерий

[3]) Механизм этих процессов далеко еще не ясен.

селективности сорбента по Лу-Пей-чжану[4]) [31] и критерий разделения по Жуховицкому [32].

Критерий разделения определялись по следующим формулам:

а) $K = V_{g_2}/V_{g_1}$ — коэффициент разделения по Филлипсу;

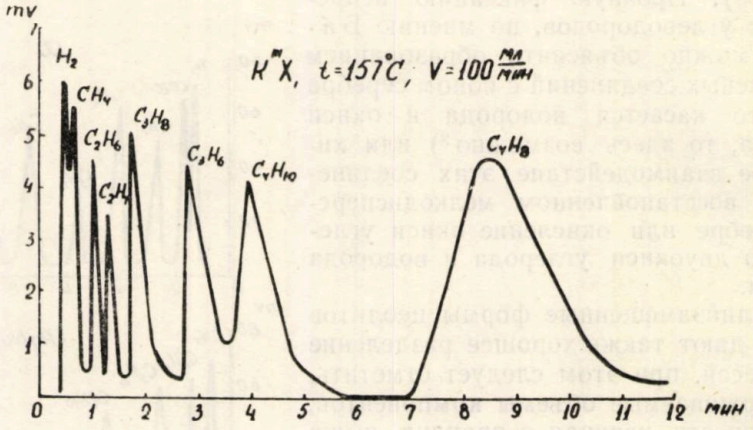


Рис. 7. — Выходные кривые компонентов газовой смеси. Сорбент калий замещенная форма цеолита типа NaX ($K^{III}X$) с содержанием K_2O 8% (вес). Температура нагрева хроматографической колонки $t = 157°C$, скорость газа-носителя 100 мл/мин.

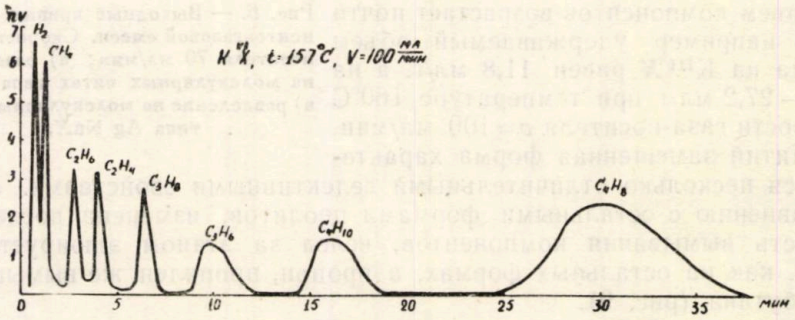


Рис. 8. — Выходные кривые компонентов газовой смеси. Сорбент калийзамещенная форма цеолита типа NaX ($K^{VI}X$) с содержанием K_2O 12,6% (вес). Температура нагрева хроматографической колонки $t = 157°C$, скорость газа-носителя 100 мл/мин.

б) $H = (V_{g_2} - V_{g_1})/(V_{g_1} + V_{g_2})$ — критерий селективности по Лу-Пей-чжану;

в) $K_1 = h/(\mu_1 + \mu_2)$ — критерий по Жуховицкому для случая „хорошего разделения",

[4]) В отличие от Лу-Пей-чжана нами использовался удерживаемый объем приведенный к единице веса (V_g), а не к единице объема (u).

где: V_{g_1} и V_{g_2} — полностью исправленные удерживаемые объемы первого и второго компонента, h — расстояние между максимумами двух соседних пиков, μ_1 и μ_2 — ширина пиков первого и второго компонента на половине расстояния от вершины.

Анализ полученных данных показал следующее. Для всех форм молекулярных сит характерно уменьшение коэффициентов K и H с

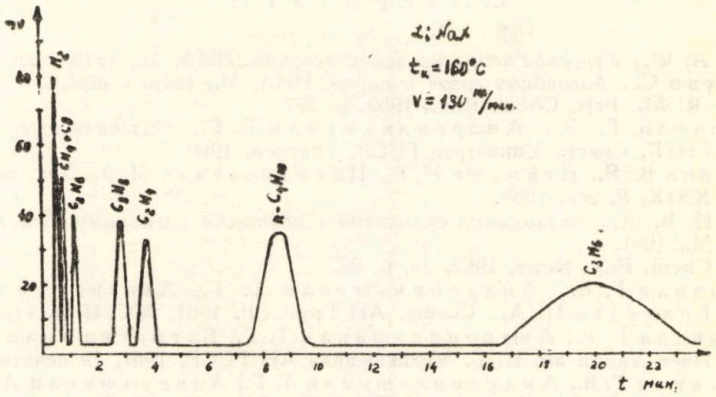


Рис. 9. — Выходные кривые компонентов газовой смеси. Сорбент литийзамещенная форма цеолита типа NaX (Li NaX). Температура нагрева хроматографической колонки $t = 157°C$, скорость газа-носителя 130 мл/мин.

увеличением температуры нагрева колонки в изучаемых температурных пределах. Изменение же скорости газа-носителя почти не оказывает влияния на величину этих коэффициентов.

Увеличение молекулярного веса двух разделяемых компонентов одного гомологического ряда, в нашем случае насыщенных углеводородов приводит к увеличению коэффициентов K и H, если при вычислении полностью исправленных удерживаемых объемов не внесена поправка на мертвый объем установки.. Для критерия K_1 характерно уменьшение с увеличением скорости газа-носителя в пределах от 30 до 130 мл/мин, что касается температурного влияния, то здесь какой-либо определенной зависимости между K_1 и температурой найти не удалось. Увеличение молекулярных весов разделяемых компонентов одного и того же гомологического ряда (в нашем случае метанового) приводит к увеличению коэффициента K_1.

6. *Выводы*

1. Разработана методика синтеза ряда катионпроизводных цеолитов типа A.

2. Исследована адсорбционная способность полученных образцов по парам воды, бензола и азота и показано, что они обладают молекулярно-ситовыми и некоторые из них специфическими селективными свойствами.

3. Исследованы разделительные свойства ряда катионообменных форм цеолитов типа *X* методом газовой хроматографии.

Поступила 14 XI 1962 г.

Академия Наук ГрузССР,
Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Уэллс А. Ф., *Строение неорганических веществ.* ИИЛ, М., 1948, (пер. с англ.).
2. Брунауэр С., *Адсорбция газов и паров.* ИИЛ, М., (пер. с нем.).
3. Barrer R. M., Brit. Chem. Eng., 1959, p. 267.
4. Цицишвили Г. В., Андроникашвили Т. Г., *Молекулярные сита.* Изд. ГНТК, Совета Министров ГССР, Тбилиси, 1960.
5. Николина В. Я., Неймарк И. Е., Пионтковская М. А., Усп. химии, 1960 **XXIX,** *9,* стр. 1088.
6. Белов Н. В., *Кристаллохимия силикатов с крупными катионами.* Изд. АН СССР, М., 1961.
7. * * * Chem. Eng. News, 1962, *15,* p. 62.
8. Цицишвили Г. В., Андроникашвили Т. Г., Лаперашвили Л. Я., Геджадзе Ц. А., Сообщ. АН ГрузССР, 1961, **XXVII,** *4,* стр. 405.
9. Цицишвили Г. В., Андроникашвили Т. Г., Багратишвили Г. Д., Тр. Инст. химии им. П. Г. Меликишвили АН ГССР, 1961, (в печати).
10. Цицишвили Г. В., Андроникашвили Т. Г., Лаперашвили Л. Я., Геджаздe Ц. А., Сообщ. АН ГрузССР, 1962, **XXVIII,** *3.*
11. Barrer R. M., Meier W. M., Trans. Farad. Soc., 1958, **54**, p. 1074.
12. Brux D. W., Eversole W. C., Mieton R. M., Reed T. B., Thomas T. H., J. Am. Chem. Soc., 1956, *78*, p. 5963.
13. Пигузова Л. И., Хим. и технол. топлива, 1961, *4,* стр. 9.
14. Reed T. B., Bruk D. W., J. Amer. Chem. Soc., 1956, *78*, p. 5972.
15. Broussard L., Shoemaker D. P., J. Amer. Soc., 1960, *32*, p. 1041.
16. Беринг Б. П., Дубинин М. М., Жуковская Е. Г., Серпинский В. В., ДАН СССР, 1960, **131**, стр. 865.
17. Barrer R. M., Brutt G. C., Phys. a. Chem. Solids, 1959, **12**, p. 30.
18. Redlich O., Peterson D. M., J. Phys. Chem., 1959, **63**, p. 1024.
19. Цицишвили Г. В., Григолия Е. Л., Андроникашвили Т. Г., Шуакришвили М. С., Сообщ. АН ГрузССР, 1962, **XXVIII**, *1*, стр. 17.
20. Цицишвили Г. В., Андроникашвили Т. Г., *Труды Первого Всесоюзного совещания по цеолитам,* (в печати).
21. Дубинин М. М., *Исследование адсорбционных свойств и вторичной пористой структуры адсорбентов, обладающих молекулярно-ситовым действием.* Сообщ. *2,* Инст. физ. химии АН СССР, 1960.
22. Brenner N., Cieplinski E., Ann. New-York Ac d. of Sci., 1959, **72**, *13*, p. 705.
23. Janax I., Krejči M., Dubsky E., Ann New-York Acad. of Sci., 1959, **72**, *13*, p. 731.
24. Ohkoshi S., Fujita Y., Kwan T., Bull. Chem. Soc. Jap., 1958, **31**, *6*, p. 771.
25. Андроникашвили Т. Г., Кузьмина Л. П., Завод. лаборат., 1956, *12*, стр. 1403.
26. Андроникашвили Т. Г., Сабелашвили Ш. Д., *Труды Первого Всесоюзного совещания по цеолитам,* (в печати).
27. Андроникашвили Т. Г., Сабелашвили Ш. Д., Цицишвили Г. В., Нефтехимия, 1962, *2*, стр. 248.
28. Андроникашвили Т. Г., Сабелашвили Ш. Д., Иванов В. К., Завод. лаборат., 1962, *5*, стр. 631.
29. Байер Э., *Газовая хроматография.* ИИЛ, М., 1961, (пер. с нем.).
30. Филлипс К., *Хроматография газов.* ИИЛ, М., 1958, (пер. с нем.).
31. Лу-Пей-чжан, *Газовая хроматография. Труды Первой Всесоюзной конференции.* М., 1960, стр. 172.
32. Туркельтауб Н. М., Жуховицкий А. А., Зав. лаборат., 1957, стр. 1023.

NEW IMPORTANT MOLECULAR SIEVES – SYNTHESIZED ZEOLITES

(Summary)

The present paper considers the most important characteristics of industrial specimens of molecular sieves produced in the USSR and USA:

The method of synthesis of sodium zeolite of Type *A* and its cation derivatives worked out by authors is described. These cation derivative forms were obtained by ion exchange in soft conditions at room temperature and by multiple but momentary contact of the exchanging salt solution and zeolite. This permits to synthesize so called „unstable" forms.

For all these zeolites were obtained X-ray powder diffraction patterns and the constant of the lattice was calculated. The study of isotherms of sorption of water, nitrogen and benzol confirmed that the synthesized specimens by their nature are molecular sieves.

Separative and selective properties of the molecular sieves of Na*X* Type and their cation substituted forms, viz. Li, K, Ag zeolites were investigated by the method of Gas-chromatography of $C_1 \ldots C_4$ hydrocarbon mixtures, as well as of hydrogen and carbon monoxide.

It is noted that silver substituted form differs in capacity to fix hydrogen, ethene, propene, butene and carbon monoxide.

Explanation of the Figures

Fig. 1. — Isotherms of sorption of water vapours (20°C) on crystallized zeolytes Na*A*, heated until a constant weight up to 100°, 300° and 500°.

Fig. 2. — Isotherms of sorption of water vapours (20°C) on crystallized zeolytes Ca*A*, heated until a constant weight up to 100°, 300° and 500°C.

Fig. 3. — Isotherms of sorption of water vapours (200°C) on crystallized zeolytes of type Cu, heated up to 300° and 500° C.

Fig. 4. — Isotherms of sorption of water vapours (20°C), nitrogen vapours (−195°C) and benzol vapours (20°C) on crystallized zeolytes of type Co and Ni.

Fig. 5. — Isotherms of sorption of water vapours (20°C), nitrogen vapours (—195°C) and benzol vapours (20°C) on crystallized zeolytes of type Mn.

Fig. 6. — Issue lines concerning the components of gas mixture. Velocity of the yielding gas 70 ml/min. a) separation on the molecular sieves of type Na*X*; b) separation on the molecular sieves on type Ag Na*X*

Fig. 7. — Issue lines concerning the components of gas mixture. Sorption assured by a zeolyte K substitute of type Na*X* ($K^{III}X$) containing 8% (weight) K_2O. Heat temperature of the chromatographic column $t=157°$ C, velocity of the yielding gas 100 ml/min.

Fig. 8.—Issue lines concerning the components of gas mixture. Sorption assured by a zeolyte K substitute of type Na*X* ($K^{VI}X$) containing 12,6% (weight) K_2O. Heat temperature of the cromatographic column $t=157°$C, velocity of the yielding gas 100 ml/min.

Fig. 9.—Issue lines concerning the components of gas mixture. Sorption assured by a zeolyte Li substitute of type Na*X* (Li Na*X*). Heat temperature of the chromatographic column $t=157°$C, velocity of yielding gas 130 ml/min.

NOI SORBENŢI MICROPOROŞI VALOROŞI – ZEOLIŢII SINTETICI

(Rezumat)

Autorii expun în această lucrare cele mai importante proprietăţi ale unor specimene industriale de sorbenţi microporoşi obţinuţi în URSS şi SUA.

Se descrie metoda de preparare sintetică a zeolitului de sodiu de tip *A* şi a derivaţilor săi cationici. Aceştia din urmă au fost obţinuţi prin schimbarea de ioni în condiţii convenabile, la temperatura camerei, în urma contactelor multiple însă instan-

tanee între soluţia de sare şi zeolit. Acest fapt a permis să se sintetizeze aşanumimitele forme „instabile".

Pentru toate aceste specimene de zeoliţi s-au obţinut excelente imagini roentgenografice, fiind calculată constanta de structură a reţelei. Studiul izotermelor de sorbţie a apei, a azotului şi a benzinei confirmă că specimenele sintetizate sînt prin natura lor sorbenţi microporoşi.

Proprietăţile selective şi de separaţie a sorbenţilor microporoşi de tip NaX şi a formelor de substituţie cationice şi anume Li, K, Ag-zeoliţi au fost studiate cu ajutorul cromatografiei gazoase a amestecurilor de hidrocarburi $C_1...C_4$, precum şi a monoxizilor de carbon şi hidrogen. Se menţionează unele proprietăţi specifice corespunzătoare formei de substituţie de tip Ag.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Izotermele sorbţiei vaporilor de apă (20°C) pe zeoliţi cristalizaţi de tip NaA, încălziţi pînă la greutatea constantă la 100°, 300° şi 500°C.

Fig. 2. — Izotermele sorbţiei vaporilor de apă (20°C) pe zeoliţi cristalizaţi de tip CaA, încălziţi pînă la greutatea constantă la 100°, 300° şi 500°C.

Fig. 3. — Izotermele sorbţiei vaporilor de apă (20°C) pe probe de cristali de zeolit de tip Cu, încălzite la 300° şi 500°C.

Fig. 4. — Izotermele sorbţiei vaporilor de apă (20°C), de azot (−195°C) şi de benzol (20°C) pe cristali de zeolit de tip Co şi Ni.

Fig. 5. — Izotermele sorbţiei vaporilor de apă (20°C), de azot (−195°C) şi de benzol (20°C) pe cristali de zeolit de tip Mn.

Fig. 6. — Curbele de ieşire ale componentelor amestecului de gaze. Viteza gazului purtător — 70 ml/min. a) separarea la site moleculare de tip NaX; b) separarea la site moleculare de tip Ag NaX.

Fig. 7. — Curbele de ieşire ale componentelor amestecului de gaze. Sorbent — zeolit substituent de potasiu de tip NaX ($K^{III}X$) cu conţinut de K_2O 8% (greut.). Temperatura de încălzire a coloanei cromatografice $t = 157°$ C, viteza gazului purtător 100 ml/min.

Fig. 8. — Curbele de ieşire ale componentelor amestecului de gaze. Sorbent — zeolit substituent de potasiu de tip NaX (K^{VI} X) cu conţinut de K_2O 12,6% (greut.). Temperatura de încălzire a coloanei cromatografice t = 157° C, viteza gazului purtător 100 ml/min.

Fig. 9. — Curbele de ieşire ale componentelor amestecului de gaze. Sorbent — zeolit substituent de litiu de tip NaX (Li NaX). Temperatura de încălzire a coloanei cromatografice $t = 157°$ C, viteza gazului purtător 130 ml/min.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 50.4 ; 546.711 ; 546.73 ; 546.74

DISTRIBUŢIA GEOCHIMICĂ A MANGANULUI, COBALTULUI ŞI NICHELULUI ÎN SEDIMENTELE PALEOGENE DIN BAZINUL VĂII TARCĂULUI

DE

CORNELIA BOTEZ, PIERRE JEANRENAUD, LIVIU IONESI şi AL. NACU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Studiul distribuţiei unor elemente-minore sau -urmă în rocile sedimentare, atrage atenţia din ce în ce mai mult, atît pentru aprofundarea cunoştinţelor asupra compoziţiei lor, dar mai ales pentru găsirea, pe baza prelucrării datelor chimice, a unor corelaţii geochimice, care să prezinte totodată şi un interes practic.

Astăzi este pe deplin stabilit faptul că de prezenţa unor elemente urmă în rocă depinde în mare măsură calitatea solului care evoluează pe tipul de rocă respectiv. A. D. Gololodov [1] arată că excesul de Ni în solurile şi apele freatice din raioanele din sudul Uralului, se datoreşte zăcămintelor de minereuri nichelifere din regiune.

Prin intermediul solului organismele vegetale şi animale îşi iau elementele ce pot ajuta sau dăuna dezvoltării lor. Astfel, o cantitate insuficientă de Co în soluri provoacă la animale boala care se numeşte acobaltoză şi care se vindecă prin introducerea în hrana zilnică de 5 ... 10 mg săruri de cobalt. Bolile de ochi sînt mai frecvente în regiunile unde există exces de nichel. Manganul ajută la mărirea cantităţii de vitamină C şi amidon în cartofi, de proteine în grîu ; plantele care îl conţin sînt mai rezistente la frig şi secetă. Manganul adăugat sub formă de microîngrăşămînt face să crească recolta de sfeclă, grîu, ovăz, cartofi, bumbac, cînepă, tutun. Din contra, prezenţa nichelului are efecte destul de toxice.

Din acest punct de vedere cunoaşterea distribuţiei geochimice a elementelor amintite, în diferite tipuri de roci sedimentare, prezintă un interes deosebit.

În acest sens, M. Savul şi colaboratorii [2] ... [5] au studiat diverse sectoare din flişul Carpaţilor Orientali, privind distribuţia : Cu, Zn, Pb, Fe, Co, Ni, Mn, P. În vederea unui studiu complet al distribuţiei acestor elemente în rocile ce intră în alcătuirea flişului, în lucrarea de faţă se prezintă rezultatele cercetărilor privind distribuţia Mn, Co, Ni, în depozitele sedimentare ale flişului paleogen din valea Tarcăului.

2. Consideraţii geologice

Materialul petrografic asupra căruia s-au întreprins cercetările provine din formaţiunea de fliş a Carpaţilor Orientali şi anume din bazinul superior al văii Tarcăului. Ca vîrstă sedimentele aparţin paleogenului

(eocen şi oligocen) în litofacies de Tarcău şi Fusaru. Caracterizarea litologică a sedimentelor în succesiunea lor pe verticală şi separarea principalelor entităţi litologice, a fost făcută într-o lucrare anterioară [2], încît nu vom reveni asupra acestei probleme, ci vom face doar o caracterizare de ansamblu.

Sedimentele paleogene din valea Tarcăului, ce însumează o grosime de peste 2 500 m, sînt reprezentate aproape exclusiv prin detrite. Dintre acestea predomină gresiile, iar pelitele sînt în general subordonate în raport cu primele. Se pot diferenţia două serii mari gresoase, una inferioară — respectiv gresia de Tarcău, de vîrstă eocenă şi alta superioară — gresia de Fusaru, de vîrstă oligocenă. Aceste două serii sînt separate între ele prin sedimente predominant pelitice: stratele de Plopu, marnele bituminoase şi argilele disodiliforme.

Gresia de Tarcău şi aceea de Fusaru se aseamănă foarte mult ca aspect litologic, putînd fi confundate, deşi stratigrafic sînt diferite; o analiză atentă pune în evidenţă totuşi unele diferenţe. Gresiile de Tarcău sînt formate în cea mai mare parte din granule colţuroase de cuarţ (circa 70%), apoi ortoză, plagioclaşi, muscovit, biotit şi unele minerale grele. Cimentul este în general redus fiind format din granule mici de aceleaşi minerale şi din mîl fin argilos sau marno-calcaros. Analizele chimice arată că în gresiile de Tarcău, cu excepţia unui eşantion din bază, carbonatul de calciu este în proporţie foarte redusă, în general sub 1,5%. Pelitele care separă stratele de gresii sînt lipsite total de carbonat de calciu. Stratificaţia gradată şi repetată a stratelor de gresii denotă că sedimentarea fragmentelor detritice terigene se făcea prin deplasarea în mod periodic a materialului din zona de acumulare spre larg. Materialul terigen detritic provenea din uscatul carpatic supus unei eroziuni foarte active.

Gresiile de Fusaru au, în linii generale, în privinţa fragmentelor detritice, aceeaşi structură ca şi cele de Tarcău. Granulele au însă un grad de rulare mai accentuat. Cimentul este în cea mai mare parte calcaros. Analizele chimice relevă faptul că proporţia de carbonat de calciu este mai mare pentru gresiile de Fusaru decît pentru cele de Tarcău, ajungînd pînă la 8%. Intercalaţiile pelitice au grosimi mai mari şi sînt mai frecvente, se încadrează în grupa marnelor, mai evident, în partea mijlocie şi superioară.

Presupunem că, carbonatul de calciu mai abundent în seria de Fusaru este în cea mai marte parte de natură organică, rezultat probabil din testele de globigerine, la care se adaugă aportul de pe uscat sub formă de fragmente detritice.

Stratele de gresii de Fusaru prezintă de asemenea fenomene de granoclasare, ceea ce denotă că şi sedimentarea lor s-a produs sub influenţa curenţilor de turbiditate. Faţă de gresia de Tarcău, în sedimentarea acestor gresii interveneau episoade mult mai mari în depunerea pelitică calmă.

Între aceste două cicluri de sedimentare gresoasă se interpune o perioadă de sedimentare predominant pelitică, corespunzătoare formării stratelor de Podu Secu (Plopu), stratelor de Ardeluţa, marnelor bituminoase şi argilelor disodiliforme.

Sedimentele pelitice care urmează peste seria gresiei de Tarcău, cunoscute sub numele de strate de Podu Secu (Plopu), cu episoade grezoase reduse între ele, relevă deja o creștere a conținutului în carbonat, foarte evidentă în intercalațiile gresoase. Treptat, de la stratele de Podu Secu (Plopu), se trece la un pachet de sedimente cu un pronunțat caracter calcaros, reprezentate atît prin pelite cît și prin gresii — stratele de Ardeluța. Carbonatul de calciu care se găsește în cantitate mai mare în aceste sedimente este de natură organică. Acest aspect este dovedit de faptul că pelitele conțin numeroase globigerine, iar în gresii și microconglomerate se găsesc foraminifere mari.

Între stratele de Ardeluța, ce reprezintă partea superioară a sedimentelor eocene și sedimentele care urmează peste ele, adică marnele bituminoase și argilele disodiliforme, este o limită litologică tranșantă, care reflectă apariția unui mediu geochimic nou, de tip euxinic, în bazinul de sedimentare care a permis formarea unor sedimente parțial bituminoase.

În acel timp, în aria vestică a geosinclinalului, corespunzătoare formării gresiei de Fusaru, procesul de bituminizare era incomplet, datorită unor aerări a fundului marin, care ducea la oxidarea substanței organice. În acest mod se poate explica faptul că în această regiune n-au rezultat disodile tipice bituminoase ci numai argile cu aspect disodiliform.

Din cele relatate se poate conchide că în timpul paleogenului, în aria mediană sedimentarea capătă treptat, de la eocen spre oligocen, un caracter calcaros.

3. Date experimentale

Pentru a găsi regularitățile de distribuție geochimică ale manganului, cobaltului și nichelului, în tipurile de roci ce formează profilul cercetat, s-a determinat în primul rînd conținutul acestora și apoi conținutul unor elemente majore, care au putut influența comportarea elementelor minore sau urmă.

Pentru determinarea cobaltului s-a folosit metoda cu sare *R*-nitroso, după Iu. N. Knipovici și Iu. V. Moracevski [6], indicată pentru analiza de Co în roci, soluri și materiale biologice. Colorimetrarea soluțiilor conținînd cobaltul sub formă de complex s-a făcut la spectrofotometrul SF-4, soluțiile avînd absorbția maximă pentru lungimea de undă $\lambda = 525$ mμ.

Nichelul s-a determinat de asemenea colorimetric. Cu cloroform s-a extras complexul de Ni-dimetil-glioximă, separînd astfel Ni de Fe, Al, Co, după metoda descrisă de E. V. Bobko [7, p. 274]. Nichelul este apoi trecut în faza apoasă, prin tratare cu HCl, unde în prezența soluției alcoolice de iod și dimetil-glioximă se formează un complex de iod al Ni-dimetil-glioximei, colorat în roz. Soluția obținută s-a colorimetrat la spectrofotometrul SF-4, folosind lungimea de undă $\lambda = 520$ mμ.

Manganul s-a determinat după Lavruhina, prin oxidarea manganului cu persulfat de amoniu și colorimetrarea soluțiilor de permanganat la fotocolorimetrul FEK-M, după metoda descrisă recent de E. V. Bobko [7, p. 270].

Valoarea pH-ului s-a determinat potenţiometric, folosind potenţiometrul MV-11, Dresda.

Rezultatele analizelor chimice sînt menţionate în tabelul 1.

Analizînd datele din acest tabel, se constată că Ni şi Co în rocile cercetate au caracter de elemente-urmă, conţinutul lor fiind în marea majoritate de ordinul $10^{-4}...10^{-3}$%, iar manganul are caracter de element minor, avînd un conţinut de ordinul $10^{-2}...10^{-1}$%. În acord cu F. A. Brooks [8], am considerat elemente urmă acelea al căror conţinut este de zece sau cîteva zeci de p.p.m., şi elemente minore cele cu conţinut de sute sau mii de p.p.m.

Fierul prezintă în aceste roci caracter de element major, fiind în concentraţii ce variază între limitele 1,1...8,82% Fe_2O_3. Conţinutul maxim îl are argila roşie (*5*) din orizontul (*II*) argilelor roşii şi verzi.

pH-ul se menţine la valori apropiate 7,7...9,1. O modificare sensibilă a pH-ului se produce în timpul depunerii argilelor disodiliforme cînd valoarea sa scade sub 4. Această schimbare este mult mai evidentă în aria estică de sedimentare a flişului paleogen, litofaciesul marginal [3]. După depunerea argilelor disodiliforme pH-ul revine la valorile constante 8,02...8,9.

4. Conţinutul în elemente urmă şi minore

Cobalt. Diagrama statistică de frecvenţă din fig. 1, în care s-a trecut în abscisă conţinutul de Co în p.p.m., iar în ordonată frecvenţa, ilustrează distribuţia cobaltului în gresiile, marnele şi argilele ce formează profilul geochimic cercetat. Din această diagramă se constată o concentrare mai mare de Co în argile, maximul de frecvenţă corespunzînd valorilor 7...17 p.p.m. Co. Conţinutul cel mai ridicat — 22 p.p.m. Co — aparţine unei intercalaţii argiloase (*12*) din gresia de Tarcău.

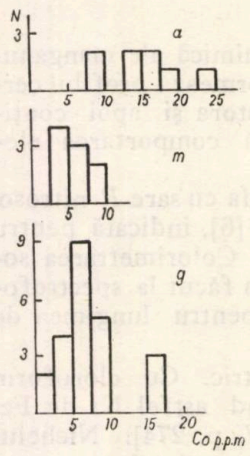


Fig. 1. — Distribuţia cobaltului în gresii (*g*), marne (*m*) şi argile (*a*).

Gresiile au conţinuturi de Co comparabile cu marnele, totuşi la gresii apar şi trei valori mai ridicate, de ordinul celor întîlnite la argile — gresia glauconitică *4* din orizontul (*II*) argilelor roşii şi verzi, gresia *13* în zona argiloasă din orizontul (*III*) superior al gresiei de Tarcău şi gresia curbicorticală *16* din acelaşi orizont. Valorile mai ridicate de Co în gresiile menţionate nu sînt întîmplătoare. Gresiile respective apar în zone dominant pelitice argiloase, ca intercalaţii secundare sub formă de strate subţiri. Sedimentarea avînd caracter pelitic argilos, pare logic ca episoadele reduse grezoase să reflecte aceleaşi caracteristici în privinţa conţinutului de cobalt.

Valorile medii de Co pentru gresii, marne şi argile sînt apropiate de datele bibliografice recent publicate de J. Green [9], M. H. Carr, K. K. Turekian [10] şi S. M. Katcenkov [11], aşa cum rezultă din tabelul 2.

În gresiile din valea Tarcăului media este de aproape patru ori mai mare decît apare la gresiile din litofaciesul marginal din valea

Tabelul 1

Vîrsta depozitului	Orizontul	Nr. oriz.	Nr. probei	Poziţie în scara grosimii depunerii m	Denumirea rocii	pH	CO_2	Fe_2O_3	Mn	Co	Ni
							%			p.p.m. = g/t = 10^{-4}%	
Oligocen superior	Orizontul gresiei de Fusaru	*VIII*	*40*	2 700	Gresie de Fusaru	8,48	0,51	2,50	0,016	8,8	32
			39	2 600	Gresie de Fusaru	8,55	1,64	2,55	0,033	7,6	37
			38	2 500	Marnă	8,65	23,03	3,45	0,158	9	40
			37	2 500	Marnă argiloasă	8,60	12,90	4,25	0,089	8,6	56
			36	2 400	Gresie de Fusaru	8,03	1,73	2,52	0,023	8,4	46
			35	2 300	Marno-calcar	8,80	32,79	6,21	0,153	7	30
			34	2 300	Marnă argiloasă	8,30	16,60	5	0,084	4,8	21
			33	2 200	Marnă argiloasă	8,35	12,63	6	0,086	5,5	34
			32	2 150	Gresie slab calcaroasă din zona marnoasă	8,30	3,78	2,95	0,049	3,2	14
			31	2 000	Marno-calcar sideritic	8,90	35,17	3,70	0,129	3,2	13
			30	1 950	Gresie de Fusaru	8,05	4,25	2,15	0,056	6,9	51
Oligocen inferior şi mediu	Orizontul argilelor disodiliforme	*VII*	*29*	1 900	Gresie	8,02	2,55	3,22	0,033	4,8	32
			28	1 840	Marno-calcar sideritic	8,62	37,48	4,85	0,114	5,2	24
			27	1 820	Gresie	6,55	—	3,73	0,015	6	49
			26	1 800	Argilă disodiliformă	3,45	—	8,00	0,018	8,2	46
	Orizontul marnelor bituminoase	*VI*	*25*	1 730	Menilit	7,90	—	1,25	0,009	4,4	28
			24	1 740	Marnă argiloasă cenuşie bituminoasă	8,15	18,74	2,70	0,028	3,4	14
Eocen superior	Stratele de Ardeluţa	*V*	*23*	1 670	Microconglomerat	8,65	24,12	1,10	0,079	2,5	11
			22	1 680	Marno-calcar cu globigerine	8,48	28,81	2,30	0,108	4	22
	Stratele de Secu	*IV*	*21*	1 550	Argilă verde	8,10	0,18	6,45	0,018	16,2	90
			20	1 550	Gresie slab calcaroasă	8,80	5	2	0,053	7	36
			19	1 500	Gresie calcaroasă	8,65	12,65	1,70	0,067	5,6	32
Eocen inferior şi mediu	Orizontul superior al gresiei de Tarcău	*III*	*18*	1 400	Gresie	8,20	0,25	1,25	0,013	5,4	35
			17	1 350	Argilă verde	8,05	—	7,60	0,030	16,2	142
			16	1 350	Gresie curbicorticală	8,28	0,97	4,61	0,046	17	42
			15	1 170	Gresie	7,90	0,51	2,70	0,032	8,8	32
			14	1 000	Gresie	8,28	0,58	2,55	0,017	10	16,8
			13	850	Gresie din zona argiloasă	8,42	0,20	8,10	0,046	15,8	83
			12	850	Argilă cenuşiu-verzuie	8,05	—	7,90	0,035	22,6	140
			11	750	Gresie	8,70	0,09	2,20	0,032	6,4	13
			10	730	Argilă cenuşiu-verzuie	7,82	—	7,60	0,032	14,4	108
			9	730	Gresie din zona argiloasă	7,93	—	2,70	0,028	6,6	18
			8	550	Gresie de Tarcău	8,82	0,03	2,50	0,023	6	20,6
			7	350	Gresie de Tarcău	8,99	0,08	2,05	0,020	5,4	17,8
	Orizontul argilelor roşii şi verzi	*II*	*6*	240	Argilă verde	7,95	—	7,10	0,036	18	84
			5	235	Argilă roşie	7,70	—	8,82	0,030	10	50
			4	230	Gresie glauconitică	8,54	—	6,15	0,056	16,4	49
	Orizontul inferior al gresiei de Tarcău	*I*	*3*	150	Argilă cenuşie	8,22	—	6,75	0,021	14,4	74
			2	120	Gresie de Tarcău	8,80	0,72	2,30	0,023	2	11
			1	70	Gresie de Tarcău	9,10	9,15	1,40	0,044	4	20,2

Humorului. V. M. Goldschmidt [12] precizează că în sedimentele calcaroase marine cantitățile de Co sînt totdeauna excesiv de mici, cîteva părți la milion sau chiar mai puțin. Caracterul calcaros al gresiilor din valea Humorului poate explica conținutul mediu mai mic în Co al acestora.

Tabelul 2

Natura rocii	Medii Co p.p.m.				Date bibliografice
	Faciesul median Tarcău	Faciesul de tranziție Moldovița	Faciesul marginal Humor	Medii generale fliș	
Gresii	7,72	5,1	1,98	$M_{64} = 4,93$	1...10 J. Green (1959)
Marne	5,63	9,3	4,60	$M_{26} = 6,51$	—
Argile	15,00	18,33	10,60	$M_{60} = 14,69$	23 A. P. Vinogradov (1952) 12 J. Green (1959) 19 M. H. Carr (1961)

Nichel. Ca și pentru cobalt, distribuția nichelului este reprezentată în histogramele parțiale din fig. 2. Din acestea rezultă o concentrare mai mare de Ni în argile, decît în gresii și marne. Nichelul poate fi reținut în argile, ca și în cazul cobaltului, datorită mai ales procesului de adsorbție. Argilele, în special cele montmorillonitice, după cum

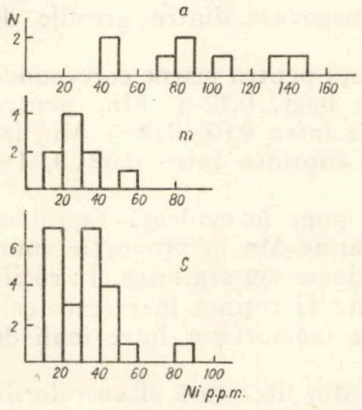


Fig. 2. – Distribuția nichelului în gresii (*g*), marne (*m*) și argile (*a*).

Tabelul 3

Nr. probei	$SiO_2 : Al_2O_3$ (molecular)
3	6,5
5	4,6
6	4,6
10	4,9
12	5,0
17	5,1
21	4,5
26	5,5

precizează M. Savul și colaboratorii [3], au calități intens adsorbante. Raportul molecular $SiO_2 : Al_2O_3$, care poate indica natura mineralului argilos, are în cazul argilelor analizate valori mai mari decît 4 (v. tabe-

lul 3), ceea ce corespunde mineralelor argiloase din seria hidromica-montmorillonit.

Mediile conţinutului de Ni pe tip de rocă, în comparaţie cu datele bibliografice şi cu acelea obţinute pentru celelalte litofaciesuri ale flişului paleogen, sînt consemnate în tabelul 4. Din acest tabel se constată valori de acelaşi ordin pentru diferitele faciesuri ale flişului paleogen şi în concordanţă cu datele din literatură.

Tabelul 4

Natura rocii	Medii Ni p.p.m.				Date bibliografice
	Faciesul median Tarcău	Faciesul de tranziţie Moldoviţa	Faciesul marginal Humor	Medii generale fliş	
Greşii	32,73	31,80	11,74	$M_{64} = 25{,}42$	2...10 J. Green (1959)
Marne	28,20	36,00	18,27	$M_{26} = 31{,}70$	—
Argile	91,70	119,76	73,50	$M_{60} = 94{,}98$	95 A. P. Vinogradov (1952)
					110 J. Green (1959)

Mangan. Histograma din fig. 3 indică o distribuţie a manganului diferită de aceea a cobaltului şi nichelului. Manganul prezintă valori maxime la marne şi minime la argile. Conţinutul maxim de Mn se găseşte în intercalaţiile marnoase dintre gresiile de Fusaru.

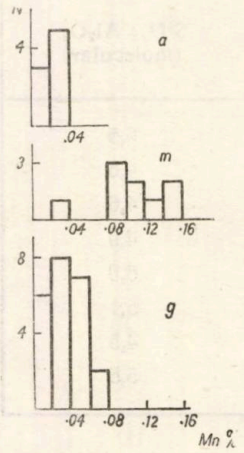


Fig. 3. — Distribuţia manganului în gresii (*g*), marne (*m*) şi argile (*a*).

Maximul de frecvenţă pentru marne corespunde valorilor cuprinse între 0,08...0,12 % Mn, pentru gresii valorilor cuprinse între 0,02...0,06 % Mn, iar pentru argile valorilor cuprinse între 0,02..0,04 % Mn.

Această distribuţie pune în evidenţă faptul că rocile calcaroase pot conţine Mn în proporţie mult mai mare decît cele silicioase sau argiloase. În rocile calcaroase manganul poate fi reţinut în reţeaua calcitei, datorită relaţiei de izomorfism între ionii de Ca^{2+} şi Mn^{2+}.

În raport cu datele din literatură şi cu valorile medii obţinute pentru celelalte litofaciesuri ale flişului paleogen (v. tabelul 5), se constată că acestea corespund, cu excepţia gresiilor de pe valea Moldoviţei. Posibil că valoarea mai ridicată a acestora se datoreşte caracterului mai calcaros al acestor gresii, în comparaţie cu gresiile de Tarcău sau cu cele din valea Humorului.

Tabelul 5

Natura rocii	Medii Mn %				Date bibliografice
	Faciesul median Tarcău	Faciesul de tranziție Moldovița	Faciesul marginal Humor	Medii generale fliș	
Gresii	0,0345	0,111	0,063	$M_{64} = 0,07$	0,0385 J. Green (1959)
Marne	0,105	0,104	0,125	$M_{26} = 0,11$	—
Argile	0,028	0,055	0,035	$M_{60} = 0,04$	0,067 A. P. Vinogradov (1956)
					0,03 J. Green (1959)

5. Variația conținutului în elemente pe profilul geochimic

Pentru a ilustra variația conținutului de Co, Ni, Mn, în cuprinsul profilului, s-au construit diagrame (fig. 4 și 5), în care pe abscisă s-a notat conținutul în elemente majore și minore în % și conținutul în elemente urmă în p.p.m. (g/t), iar în ordonată grosimea în metri, în succesiunea stratelor ce formează profilul, cu menționarea orizonturilor de la *I* la *VIII*.

Din examinarea diagramelor din fig. 4 și 5 se constată un paralelism pe orizonturi între conținutul mediu de Fe, Co, Ni și un altul între conținutul de CO_2 (carbonați) și Mn.

Pe întreg profilul apare o separare netă a tipurilor de roci după conținutul lor în elemente. Se constată deci că acest conținut variază după natura rocilor ce formează profilul geochimic. Distribuția elementelor cercetate este geochimică, depinzînd de condițiile existente în mediul de sedimentare.

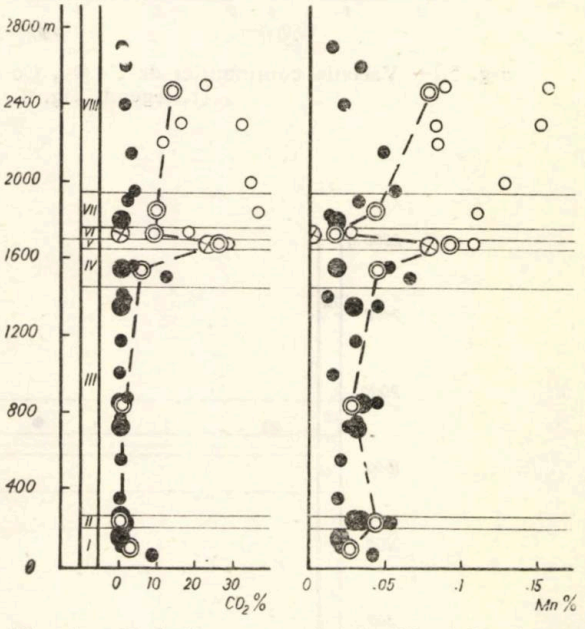


Fig. 4. — Variația conținutului de CO_2 și Mn în profilul geochimic; cerc mare plin = argile, cerc mic plin = gresii, cerc mic gol = marne, cerc dublu = valori medii pe orizonturi, cerc cu × = silicolite și microconglomerate.

Am remarcat în § 2 o lipsă de carbonat de calciu în timpul depunerii gresiei de Tarcău și o creștere treptată pe verticală a acestui conținut. În ce privește pH-ul se produce o schimbare bruscă în timpul depunerii argilelor disodiliforme. Existența unor astfel de condiții deosebite

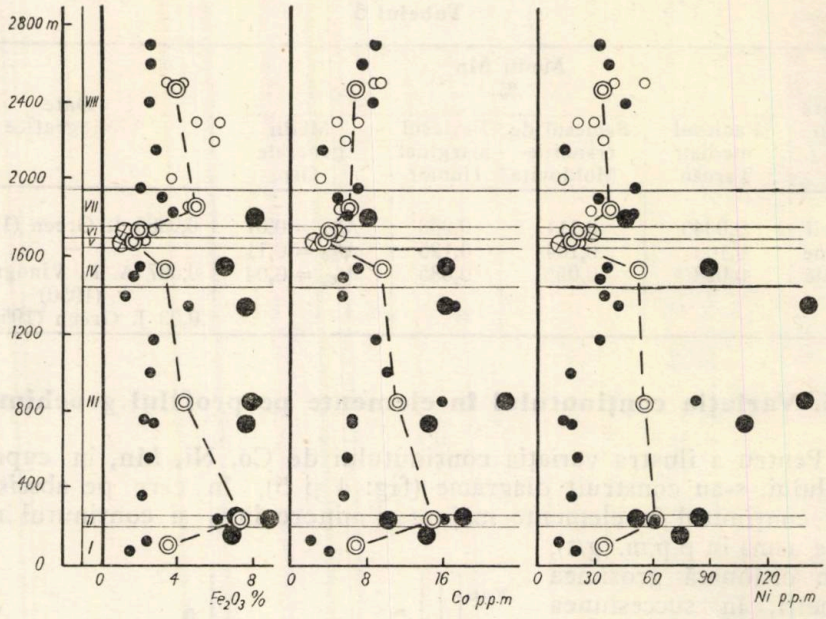


Fig. 5. — Variația conținutului de Fe_2O_3, Co și Ni în profilul geochimic (v. legenda fig. 4).

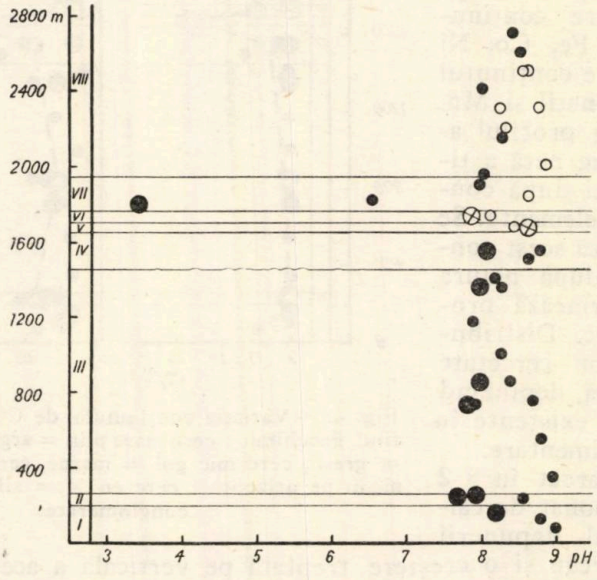


Fig. 6. — Variația pH-ului în profilul geochimic (v. legenda fig. 4).

rezultă din fig. 6, unde se reliefează variația valorilor de pH pe profilul geochimic.

Din analiza diagramei din fig. 6 rezultă valori deosebite de pH în orizontul (*VII*) argilelor disodiliforme. Modificarea de pH în timpul depunerii acestor sedimente poate fi explicată prin apariția faciesului geochimic de tip euxinic. După cum se știe acest mediu se caracterizează prin existența a două pături de apă diferite, una la suprafață, oxigenată, și alta în profunzime, lipsită de oxigen, în care abundă H_2S rezultat din descompunerea anaerobă a materiei organice. Conținutul mai important de H_2S a determinat apariția unui pH acid. Rezultă deci că argilele disodiliforme s-au depus în condiții reducătoare în prezența de H_2S, sub acțiunea unui pH acid.

6. Corelații geochimice

Raportul $CO_2 : Fe_2O_3$. Deoarece distribuția elementelor minore și urmă, în formațiunile geologice, este determinată de comportarea elementelor comune ce formează încadrarea majoră, este natural să se considere unele relații și între acestea din urmă.

Raportul $CO_2 : Fe_2O_3$, reprezentat în diagrama din fig. 7, construită cu valorile medii ale orizonturilor, poate da indicații asupra originii fierului în sedimentele cercetate și o dată cu aceasta și asupra originii unora din elementele urmă sau minore.

În fig. 7 se evidențiază, în general, un raport invers între conținutul de CO_2 și cel de Fe_2O_3. La orizontul *VII* al argilelor disodiliforme și *VIII* al gresiei de Fusaru, cu conținut ceva mai mare de Fe, au putut fi condiții speciale de sedimentare. Spre deosebire de restul profilului, în orizonturile *VI... VIII* apar și intercalații de siderite sub formă de lentile sau strate.

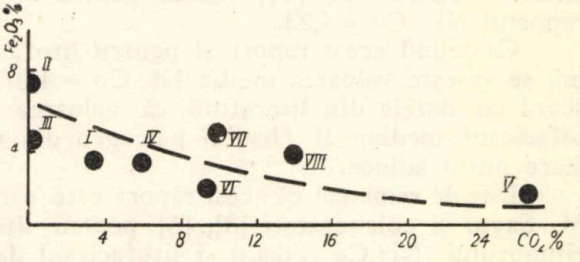


Fig. 7. — Raportul $CO_2 : Fe_2O_3$.

Raportul invers între CO_2 și Fe_2O_3 dă indicații că Fe nu este legat de carbonați, ci de argila terigenă.

M. L. Keith și E. T. Degens [17] analizînd o serie de argile marine și argile de apă proaspătă, constată o asemănare izbitoare a compoziției lor chimice, ceea ce arată că mineralele argiloase din argile sînt mai ales de natură detritică. Compoziția lor se datorește în mare măsură rocilor și solurilor din suprafața sursă, deși în bazinul de depunere au loc o srie de modificări prin adsorbție, schimb de ioni, recristalizări etc.

După cum arată Dorothy Carol1 [18], mineralele argiloase au fierul asociat în diferite moduri: ca un component de bază, ca un constituent minor în rețeaua cristalină unde se află în substituție izomorfă, sau ca oxid la suprafața particulelor de minerale argiloase.

Fierul asociat mineralelor argiloase rămîne stabil dacă se menţin condiţiile de sedimentare. Modificarea pH-ului şi Eh-ului determină reducerea de la Fe^{3+} la Fe^{2+} şi îndepărtarea fierului ca sulfură sau carbonat.

Carbonatul de calciu din sediment, alături de materialul terigen, a putut avea numai un rol diluant.

Raportul Ni : Co. Din diagrama reprezentată în fig. 8 se constată că valoarea raportului Ni : Co este sensibil constantă, proecţiile diferitelor probe de roci situîndu-se aproape pe o linie dreaptă. Deoarece acest raport este acelaşi, indiferent de natura rocii, rezultă că el nu depinde de cantitatea de material argilos, silicios sau calcaros, ci de un alt component. Paralelismul distribuţiei valorilor medii pe profil, pentru Fe, Co şi Ni, poate duce la presupunerea că rolul determinant îl are fierul.

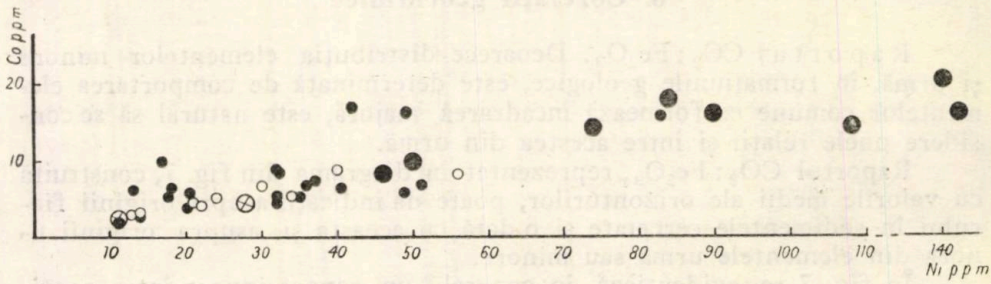


Fig. 8. Raportul Ni : Co (v. legenda fig. 4).

În ceea ce priveşte valoarea raportului Ni : Co, A. P. Vinogradov [13] găseşte pentru rocile sedimentare un raport mediu de 4,13. K. H. Wedephol [14] indică pentru argilele de mare puţin adîncă raportul Ni : Co = 4,23.

Calculînd acest raport şi pentru litofaciesul median, valea Tarcăului, se găseşte valoarea medie Ni : Co = 4,97. Se poate deci conchide, în acord cu datele din literatură, că valoarea găsită precizează pentru litofaciesul median al flişului paleogen din valea Tarcăului, condiţii de mare puţin adîncă.

Este de remarcat că acest raport este oarecum deosebit de cel găsit de M. Savul şi colaboratori [3], [5] pentru litofaciesul marginal din valea Humorului (Ni : Co = 6,43) şi litofaciesul de tranziţie din valea Moldoviţei (Ni : Co = 6,60). Această deosebire poate constitui un argument în susţinerea tezei că depunerea în faciesul de tranziţie din valea Moldoviţei s-a produs în special sub influenţa factorilor ce au determinat sedimentarea în faciesul marginal [3].

7. Variaţia facială a conţinutului de Mn, Co şi Ni

Distribuţia generală a elementelor minore şi urmă în diferitele tipuri de roci ce formează litofaciesul median din valea Tarcăului şi raportul lor cu elementele majore, se poate concretiza în diagrama din

fig. 9. În această diagramă s-a reprezentat în abscisă spectrul petrografic, iar în ordonată conținutul mediu al elementelor în gresii, argile și marne.

Curbele obținute indică o variație facială analogă pentru Fe, Co, Ni, diferită însă de aceea a CO_2 și Mn.

Fe, Co, Ni prezintă concentrarea maximă în argile, minimă în gresii și intermediară în marne. După cum arată N. M. Strahov [15], E. D. Goldberg și G. O. Arrhenius [16], o astfel de distribuție apare în cazul unui transport de pe continent în zonele de fund ale mării, unde se depun suspensiile fine argiloase. În acestea din urmă Ni și Co au putut fi reținute prin adsorbție sau printr-un mecanism ionic de schimb. Nu dispunem de date valabile în ceea ce privește mineralul în care sînt incluse aceste elemente în sediment. Se știe însă că în sedimentele reduse, cum ar fi mîlurile marine de culoare închisă care conțin sulfuri și în șisturile bituminoase, conținutul de Co și Ni deseori întrece sensibil media pentru litosfera superioară — 0,004% Co și 0,01% Ni — [12]. În astfel de condiții reducătoare atît cobaltul cît și nichelul se pot concentra în sulfuri. Rezultă deci că Fe, Co, Ni au o origine comună continentală.

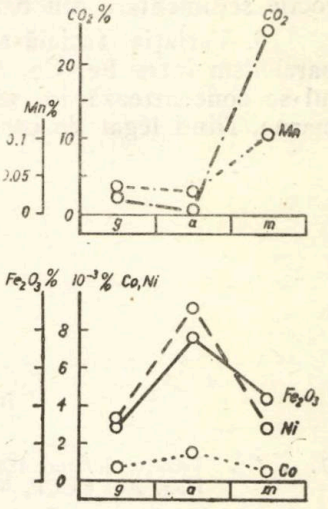


Fig. 9. — Variația facială a conținutului mediu Mn, Co, Ni

Variația facială a Mn este identică cu cea a CO_2, prezentînd concentrații maxime în marne și minime în argile. Deci în rocile în care conținutul de Fe, Co, Ni este maxim, cel de Mn este minim.

După cum a rezultat și din curbele de frecvență, Mn este legat de carbonați și nu de partea argiloasă a sedimentului. Conținutul minim de Mn din sedimentele argiloase, care sînt depozite de fund, poate fi explicat și ținînd seama de faptul că sub condiții reducătoare Mn este prezent în compuși relativ solubili și în felul acesta concentrarea manganului este ridicată în soluție și lipsește în sediment. În acest sens, F. A. Brooks [8] consideră că Mn este unic printre elementele care sînt indicatori sensibili pentru condițiile de oxidare sau reducere, existente în depozitele sedimentare.

8. Concluzii

Studiul distribuției geochimice a Mn, Co, Ni în sedimetele paleogene din bazinul văii Tarcăului a dus la următoarele concluzii mai importante:

1. Nichelul și cobaltul au în rocile cercetate caracter de elemente urmă, conținutul lor fiind de ordinul $10^{-4} \ldots 10^{-3}$%.

2. Manganul are caracter de element minor, conținutul fiind de ordinul $10^{-2} \ldots 10^{-1}$%.

3. Distribuţia Mn, Co, Ni în diversele tipuri de roci ale profilului — gresii, marne, argile — depinde de natura rocilor.

4. Corelaţiile geochimice între elementele majore, ca de exemplu raportul $CO_2 : Fe_2O_3$, sau între elementele urmă Ni : Co, arată proveniența terigenă a fierului şi rolul determinant al acestuia asupra conţinutului de Ni şi Co.

5. Valoarea medie a raportului Ni : Co = 4,97 precizează pentru rocile sedimentare din bazinul Tarcăului, condiţii de mare puţin adîncă.

6. Variaţia facială a conţinutului mediu de Mn, Co, Ni, arată un paralelism între Fe, Co, Ni şi altul între CO_2 şi Mn. Cobaltul şi nichelul se concentrează în sedimentele argiloase pelitice, iar manganul în marne, fiind legat de carbonaţi.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie generală
şi
Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Тезисы докладов на конференции по биогеохимическим провинциям СССР,* Изд. АН СССР, М., 1957, стр. 33.
2. Savul M., Botez C., Jeanrenaud P., Ionesi L., St. şi cerc. şt., Chimie, Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1958, **IX**, *1*, pp. 57—81.
3. Savul M., Botez C., Ionesi L., Nacu Al., St. şi cerc. şt., Chimie, Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1960, **XI**, *2*, pp. 227—261.
4. Savul M., Botez C., Nacu Al., St. şi cerc. şt., Chimie, Acad. R. P. R., filiala, Iaşi, 1961, **XII**, *1*, pp. 69—85.
5. Savul M., Botez C., Ionesi L., Olaru D., Nacu Al., St. şi cerc. geol., Acad. R.P.R., Buc., 1962, **VII**, *3 — 4*, pp. 513 — 540.
6. Книпович Ю. Н., Морачевский Ю. В., *Анализ минерального сырья.* Ленинград, 1956, стр. 427.
7. Бобко Е. В., *Агрохимические методы исследования почвы.* Изд. АН СССР, М., 1954.
8. Brooks F. A., Geochim. et Cosmochim. Acta, 1960, **20**, *3/4*, pp. 199-214.
9. Green J., Bul. Geol. Soc. Amer., 1959, **70**, pp. 1127—1184.
10. Carr M. H., Turekian K. K, Geochim. et Cosmochim. Acta, 1961, **23**, *1/2*, pp. 9—60.
11. Катченков С. М., Геохим. сб., 1961, **7**, *174*, стр. 98—108.
12. Goldschmidt V. M., *Geochemistry*, Ed. A. Muir, Oxford, 1954, pp. 647-676.
13. Виноградов А. П., Геохимия, 1956, **I**, стр. 5—52.
14. Wedephol K. H., Geochim. et Cosmochim. Acta, 1960, **18**, pp. 200 — 231.
15. * * * *Методы изучения осадочных пород,* **II**, Геол. инст. АН СССР, М., 1957, стр. 175—184.
16. Goldberg, E. D., Arrhenius G. O. S., Geochim. et Cosmochim. Acta, 1958, **13**, *2/3*, pp. 153—212.
17. Keith M. L., Degens E. T., *Researches in Geochemistry*, N.-Y., 1959, pp. 38—61,
18. Caroll D., Geochim. et Cosmochim. Acta, 1958, **14**, pp. 1—28.

ГЕОХИМИЧЕСКОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ МАРГАНЦА, КОБАЛЬТА И НИКЕЛЯ В ПАЛЕОГЕНОВЫХ ОСАДКАХ БАССЕЙНА РЕКИ ТАРКЭУ

(Резюме)

В целях дополнения геохимического изучения размещения химических элементов флиша румынских Восточных Карпат авторы исследуют размещение Mn, Co и Ni в осадках палеогенового флиша бассейна реки Таркэу.

Авторы устанавливают, что размещение элементов в геохимическом профиле находится в зависимости от характера горной породы. В глинистых пелитовых породах концентрируются кобальт и никель, тогда как карбонатные породы имеют более значительное содержание Mn.

Кобальт и никель представлены в породах в виде элементов-следов причем их кларковское содержание достигает порядка $10^{-4}...10^{-3}\%$. Марганец имеет количественно второстепенное значение, так как его содержание порядка $10^{-2}...10^{-1}\%$.

Некоторые геохимические соотношения между главными элементами и элементами-следами указывают на терригенное происхождение железа и на рашающую роль последнего на содержания никели и кобальта.

Среднее количественное значение соотношения Ni : Co = 4,97 указывает на образование осадочных пород бассейна реки Таэлэу в условиях мелководного моря.

Обьяснение рисунков

Рис. 1. — Размещение кобальта в песчаниках (*g*), мергелях (*m*) и глинах (*a*).
Рис. 2. — Размещение никеля в песчаниках (*g*), мергелях (*m*) и глинах (*a*).
Рис. 3. — Размещение марганца в песчаниках (*g*), мергелях (*m*) и глинах (*a*).
Рис. 4. — Колебание содержания CO_2 и Mn в геохимическом профиле; большой полный круг = глины, малый полный круг = песчаники, малый белый круг = мергели, круг с × = силикалиты и микроконгломераты, двойной круг = средние значения по горизонтам.
Рис. 5. — Изменение содержания Fe_2O_3, Co и Ni в геохимическом профиле (см. легенду рис. 4).
Рис. 6. — Изменение pH в геохимическом профиле (см. легенду рис. 4).
Рис. 7. — Соотношение $CO_2 : Fe_2O_3$.
Рис. 8. — Соотношение Ni : Co (см. легенду рис. 4).
Рис. 9. — Фациальное изменение среднего содержание Mn, Co и Ni.

DISTRIBUTION GÉOCHIMIQUE DU MANGANÈSE, DU COBALT ET DU NICKEL DANS LES SÉDIMENTS PALÉOGÈNES DU BASSIN DE LA VALLÉE DU TARCĂU

(Résumé)

Pour compléter l'étude géochimique concernant la distribution de certains éléments chimiques dans la formation du Flysch des Carpathes Orientales roumaines, les Auteurs étudient la distribution du Mn, du Co et du Ni dans les sédiments du Flysch paléogène de la vallée du Tarcău.

On constate que la distribution des éléments dans le profil étudié dépend de la nature des roches. La concentration du cobalt et du nickel est plus accentuée dans les roches argileuses pélitiques, tandis que les roches carbonatées ont un contenu plus important en Mn.

Le cobalt et le nickel présentent le caractère d'éléments-traces, leur contenu clarkéique étant d'environ $10^{-4}...10^{-3}\%$. Le manganèse a un caractère d'élément mineur, son contenu étant d'environ $10^{-2}...10^{-1}\%$.

Certaines corrélations géochimiques entre les éléments-majeurs et les éléments-traces indiquent l'origine terrigène du fer et le rôle déterminant de celui-ci quant ou contenu en nickel et cobalt.

La valeur moyenne du rapport Ni : Co = 4,97 indique, pour les roches sédimentaires du bassin du Tarcău, des conditions d'une mer peu profonde.

Explication des figures

Fig. 1. — Distribution du cobalt dans les grès (*g*), les marnes (*m*) et les argiles (*a*).
Fig. 2. — Distribution du nickel dans les grès (*g*), les marnes (*m*) et les argiles (*a*).
Fig. 3. — Distribution du manganèse dans les grès (*g*), les marnes (*m*) et les argiles (*a*).
Fig. 4. — Variation du contenu en CO_2 et en Mn dans le profil géochimique ; grand cercle noir = argiles, petit cercle noir = grès, petit cercle blanc = marnes, cercle à × = silicolittes et microconglomérats, cercle double = valeurs moyennes par horizons.
Fig. 5. — Variation du contenu en Fe_2O_3, Co et Ni dans le profil géochimique (v. la légende de la fig. 4).
Fig. 6. — Variation du pH dans le profil géochimique (v. la légende de la fig. 4).
Fig. 7. — Rapport CO_2 : Fe_2O_3.
Fig. 8. — Rapport Ni : Co (v. la légende de la fig. 4).
Fig. 9. — Variation du contenu moyen en Mn, Co et Ni d'après les faciès.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 661.3

CONTRIBUŢII LA CERCETAREA MACROCINETICĂ A REACŢIILOR DE CAUSTIFICARE

DE

C. CALISTRU, CORNELIA LEONTE, LIVIA IFRIM ŞI I. GRIGORIU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Macrocinetica reacţiilor chimice în sistemul solid-soluţie, deşi prezintă importanţă teoretică şi practică, este încă puţin cercetată. Cercetarea macrocinetică în astfel de sisteme constituie una din căile care pot duce la determinarea factorilor ce influenţează desfăşurarea multor procese industriale, precum şi la concretizarea ecuaţiilor lor cinetice. Această cale a fost urmată la cercetarea reacţiei de caustificare a carbonatului de sodiu cu var, importantă pentru industrie [1], [2].

Faza solidă, în sistemul corespunzător reacţiei menţionate, este formată iniţial din granule poroase de hidroxid de calciu. Acestea se transformă treptat, fără a se trece prin intermediul germenilor de cristalizare, în granule de carbonat de calciu. Suprafaţa de reacţie de pe granule scade continuu în timpul desfăşurării procesului şi, în acelaşi timp, transportul de substanţă către această suprafaţă prin stratul de carbonat de calciu întîmpină o rezistenţă mereu sporită. Modificarea raportului dintre viteza de reacţie şi viteza de transport de masă determină desfăşurarea procesului în mai multe domenii. La trecerea dintr-un domeniu în altul, la temperaturi relativ ridicate, s-a constatat existenţa unui fenomen care n-a putut fi explicat [2].

Cu scopul de a clarifica fenomenul menţionat s-a întreprins, în lucrarea de faţă, cercetarea macrocinetică a unei reacţii similare şi anume, aceea dintre bicarbonat de sodiu şi var. Această lucrare prezintă de asemenea importanţă pentru cuprinderea problemelor generale ale macrocineticii reacţiilor care se desfăşoară în sistemul solid-soluţie, precum şi pentru clarificarea rolului bicarbonatului de sodiu, care poate exista în soluţia iniţială folosită în industrie la caustificarea carbonatului de sodiu cu var.

2. Partea experimentală

Reacţia dintre bicarbonatul de sodiu în soluţie şi varul introdus sub formă de granule s-a realizat într-un balon cu trei gîturi. Acesta din urmă, prevăzut cu termometru, refrigerent şi agitator, s-a plasat

într-un termostat care permitea menţinerea constantă a temperaturii de lucru în limitele de ± 0,5°C. Turaţia agitatorului s-a menţinut constantă la 350 rot/min.

S-a lucrat cu 300 ml soluţie cu 6,25% $NaHCO_3$. Varul s-a obţinut prin calcinarea unui anumit sort de piatră de var. Operaţia de calcinare s-a efectuat într-un cuptor reglabil, la 900°C, timp de o oră. Pentru a evita şi mai mult influenţa calităţii varului asupra vitezei de reacţie s-a determinat, de fiecare dată, cantitatea de oxid de calciu caustificabil [1]. Cantitatea de var introdusă a rezultat din calculul stoechiometric referitor la oxidul de calciu caustificabil. Granulaţia varului introdus a fost cuprinsă între 0,09 şi 0,15 mm.

S-au luat probe de suspensie, s-au filtrat rapid şi s-a analizat soluţia limpede. Determinările experimentale s-au efectuat la temperaturile de 15°; 25°; 45°; 55° şi 65°C.

3. Prelucrarea datelor experimentale

Rezultatele experimentale sînt redate în diagrama grad de transformare al bicarbonatului de sodiu - timp, reprezentată în fig. 1.

În vederea stabilirii domeniului sau domeniilor în care se desfăşoară procesul, s-a folosit metoda secţiunilor orizontale, ecuaţia cinetică nefiind cunoscută [3]. Pe această bază, curbele cinetice din fig. 1 s-au intersectat cu drepte paralele cu abscisa, corespunzătoare gradelor de transformare de: 0,70; 0,75; 0,80 şi 0,85. Presupunînd că mărimea ordonatei unui punct de intersecţie, proporţională cu mărimea inversă a duratei, poate fi considerată drept constantă relativă a vitezei procesului (K), s-au trasat diagramele $K \div T$ şi $\log K \div 1/T$. Ultima diagramă este reprezentată în fig. 2.

Din fig. 2 se constată că variaţia mărimii menţionate cu temperatura este redată, pentru un anumit grad de transformare, prin linii frînte. Numărul acestora, pantele lor şi temperaturile corespunzătoare frînturilor variază cu gradul de transformare. Aceste rezultate apar ca fiind nesatisfăcătoare şi se presupune că folosirea metodei secţiunilor orizontale nu este corespunzătoare în acest caz.

Pentru a găsi o altă metodă de cercetare a domeniilor, bazată de asemenea pe variaţia vitezei cu temperatura, s-a recurs la stabilirea ecuaţiilor cinetice. În acest scop se admite ipoteza că reacţia chimică care are loc pe suprafaţa de separaţie a celor două faze solide ce formează granula, decurge după ordinul întîi în raport cu bicarbonatul de sodiu. De asemenea, se presupune că suprafaţa de reacţie este o funcţie de timp. Ţinînd seama de influenţa simultană a reacţiei chimice pe suprafaţă şi a procesului de transfer de substanţă asupra vitezei procesului, se obţine, funcţie de gradul de transformare al bicarbonatului de sodiu, următoarea ecuaţie cinetică:

$$(1) \qquad d\eta/d\tau = [K_C K_D/(K_C + K_D)]\, \tau^{-n} (1 - \eta),$$

unde: η — gradul de transformare al bicarbonatului de sodiu exprimat ca fracţie molară, τ — timpul de reacţie (min), K_C, K_D — constanta vitezei de reacţie şi respectiv coeficientul transferului de masă, n — mărime empirică.

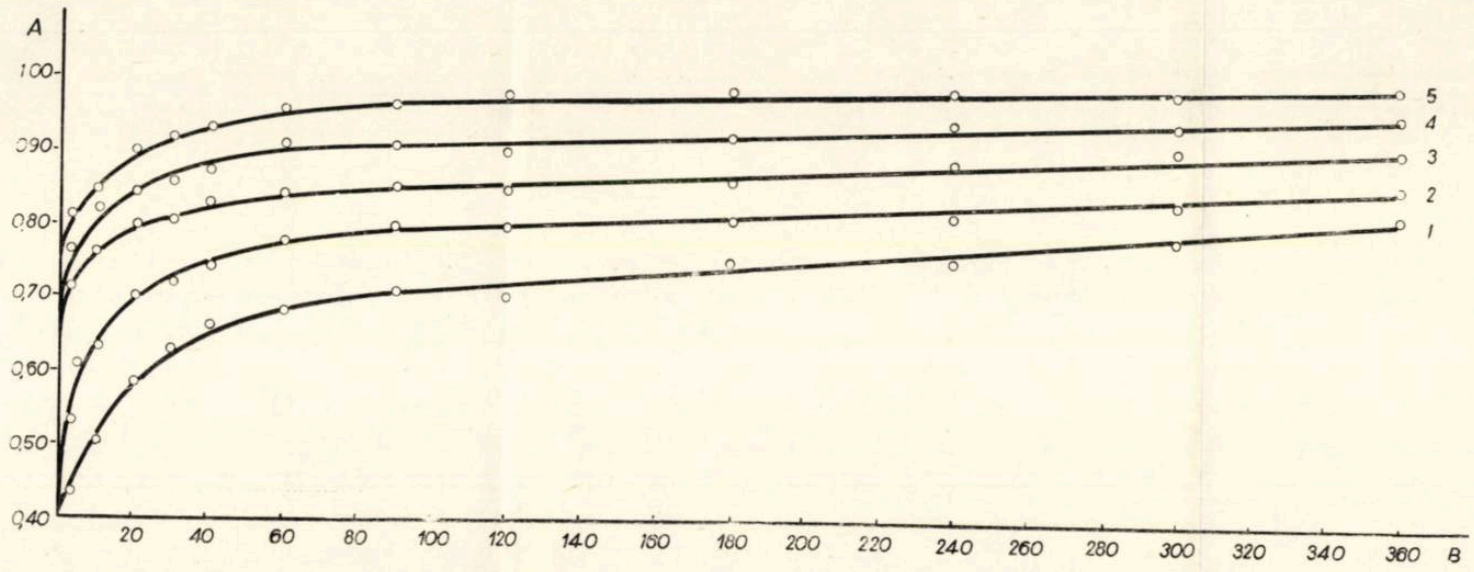


Fig. 1. — Variaţia gradului de transformare în timp. $A = \eta$ — gradul de transformare al bicarbonatului de sodiu; $B = \tau$ — — timpul (min). Temperatura: *1* — 15°C; *2* — 25°C; *3* — 45°C; *4* — 55°C; *5* 65°C.

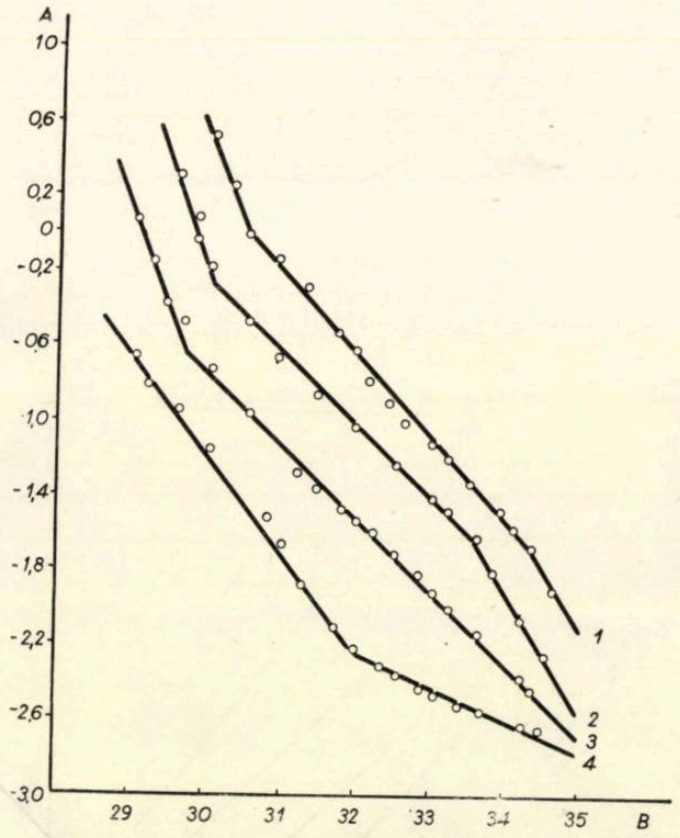


Fig. 2. — Variaţia mărimii log $(1/\tau)$ cu temperatura. $A = \log (1/\tau) = K$; $B = (1/T)\,10^4$. Gradul de transformare: *1*—0,70; *2* — 0,75; *3* — 0,80; *4* — 0,85.

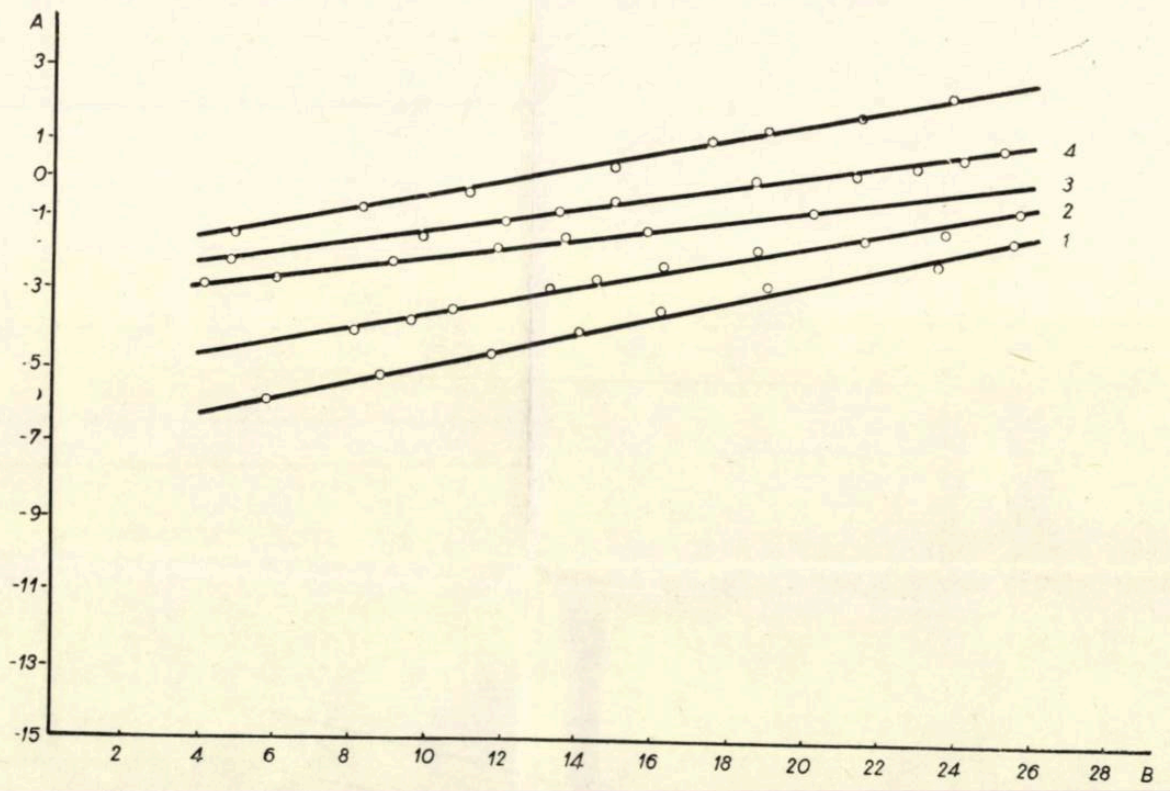


Fig. 3. — Verificarea aplicabilităţii ecuaţiei (4). $A = \log [\log (1 - \eta)^{-1}]$; $B = \log \tau$.

Ecuația (1) poate fi scrisă sub forma:

$$d\eta/d\tau = K_T \tau^{-n}(1 - \eta). \quad (2)$$

Prin integrarea acestei ecuații, ținînd seama că în condițiile inițiale $\tau = 0$, $\eta = 0$, $c = 0$, se obține:

$$2{,}303 \log (1 - \eta)^{-1} = [K_T/(1 - n)]\, \tau^{1-n} = \bar{K}'_T \tau^{1-n}. \quad (3)$$

Pentru a verifica justețea acestei ecuații, ea se logaritmează:

$$\log [\log (1 - \eta)^{-1}] = \log \bar{K}'_T + (1 - n) \log \tau \quad (4)$$

și pe baza datelor experimentale, se construiesc izotermele în diagrama $\log [\log (1 - \eta)^{-1}] \div \log \tau$. Rezultatele obținute sînt reproduse în fig. 3. Se constată din această figură că punctele experimentale se plasează, pentru fiecare temperatură, pe o dreaptă. Acest fapt justifică valabilitatea ecuațiilor cinetice stabilite pentru descrierea reacției cercetate.

Pe cale grafică, cu ajutorul datelor din fig. 3, s-au determinat valorile numerice ale mărimilor $\bar{K}'_T$ și $1 - n$, redate în tabelul 1. În același tabel sînt date și valorile numerice ale mărimii $\log K_T$, calculate prin intermediul relației:

$$K_T = K_C K_D/(K_C + K_D) = 2{,}303 (1 - n) \bar{K}'_T. \quad (5)$$

Tabelul 1

T	°C	15	25	45	55	65
	°K	288	298	318	328	338
$1/T$		$34{,}6.10^{-4}$	$33{,}6.10^{-4}$	$31{,}4.10^{-4}$	$30{,}5.10^{-4}$	$29{,}6.10^{-4}$
$\log \bar{K}'_T$		$-7{,}1.10^{-1}$	$-5{,}6.10^{-1}$	$-3{,}4.10^{-1}$	$-2{,}8.10^{-1}$	$-2{,}2.10^{-1}$
$1 - n$		$2{,}2.10^{-1}$	$1{,}9.10^{-1}$	$1{,}3.10^{-1}$	$1{,}5.10^{-1}$	$1{,}8.10^{-1}$
$\log (1 - n)$		$-0{,}66$	$-0{,}72$	$-0{,}89$	$-0{,}83$	$-0{,}75$
$\log K_T$		$-10{,}1.10^{-1}$	$-9{,}2.10^{-1}$	$-8{,}6.10^{-1}$	$-7{,}4.10^{-1}$	$-6{,}0.10^{-1}$

Ecuația cinetică fiind cunoscută, pentru stabilirea domeniilor se folosește cercetarea variației cu temperatura a mărimii K_T. Ținînd seama de relația:

$$1/K_T = 1/K_C + 1/K_D, \quad (6)$$

rezultă că în anumite condiții K_D poate fi neglijat și, ca urmare, viteza procesului nu este influențată de transferul de masă, depinde numai de reacția cristalo-chimică, iar în altele K_C este neglijabil și viteza proce-

sului depinde numai de transferul de masă. În fig. 4 sînt reprezentate diagramele $\log K_T \div 1/T$ şi $\log \bar{K}'_T \div 1/T$. Se constată deosebiri între variaţia mărimilor K_T şi $\bar{K}'_T$ cu temperatura.

În primul caz dependenţa este dată de linia frîntă cu trei porţiuni rectilinii: *a*, *b*, şi *c*, cu energiile de activare respectiv de 35 000 (*a*), 13 000 (*b*), 64 000 cal/mol (*c*). În cel de al doilea caz dependenţa este dată printr-o,

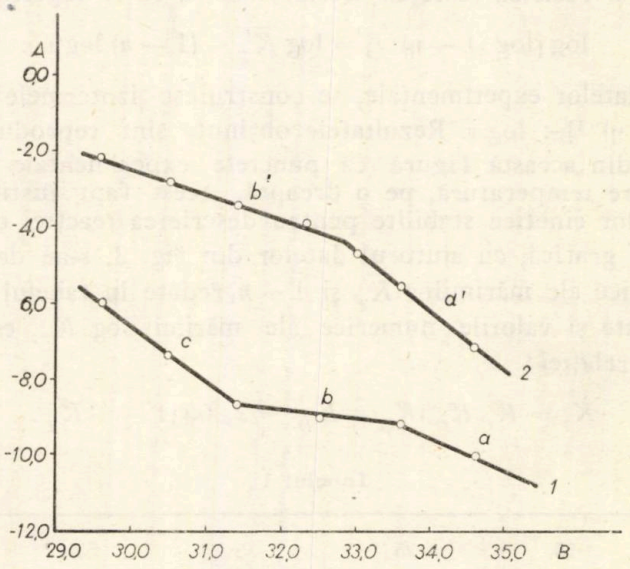


Fig. 4. —Variaţia coeficienţilor de viteză cu temperatura.
1 — $A = \log K_T$, $B = (1/T)\,10^4$; *2* — $2A = \log \bar{K}'_T$, $B = (1/T)\,10^4$.

linie frîntă cu două porţiuni rectilinii: *a* şi *b*; cu energiile de activare de 58 000 (*a'*) şi respectiv de 29 000 cal/mol (*b'*). În porţiunile *b* şi *b'* energiile aparente de activare au jumătate din valoarea energiilor aparente din porţiunile *a* şi *a'*. În conformitate cu schema lui Zeldovici se poate considera că porţiunile *a* şi *a'* corespund domeniului cinetic intern, iar porţiunile *b* şi *b'* domeniului difuziei interne [4]...[6].

Pentru a stabili influenţa gradului de transformare în desfăşurarea domeniilor, s-au construit şi diagramele $\log (d\eta/d\tau) \div 1/T$ şi $\log (d\eta/\tau^{-n}\, d\tau) \div 1/T$, reprezentate în fig. 5 şi respectiv 6.

Din fig. 6 se constată că în cazul reacţiei cercetate, trecerea dintr-un domeniu în altul se face la aproximativ aceeaşi temperatură, indiferent de gradul de transformare. Se constată de asemenea că, exceptînd gradele de transformare mici, corespunzătoare curbei *3* din fig. 5, liniile frînte au cîte trei porţiuni în ambele diagrame. Toate aceste rezultate arată că, în afară de domeniul cinetic şi de domeniul difuziei interne, există încă un „domeniu" special, în care se desfăşoară procesul la temperaturi ridicate. Ţinînd seama de valoarea energiei aparente de activare,

aceea corespunzătoare porțiunii *c* de pe curba *1* (fig. 4), rezultă că în sistem are loc o modificare de natură cinetică.

Această modificare o poate constitui desfășurarea reacției pe suprafața exterioară a sîmburelui de hidroxid de calciu și nu în porii acestuia, ceea ce înseamnă că porțiunea *c* reprezintă un nou „domeniu cinetic extern". Modificarea menționată poate însă să arate că, în condițiile corespunzătoare, începe să se manifeste și o altă reacție chimică.

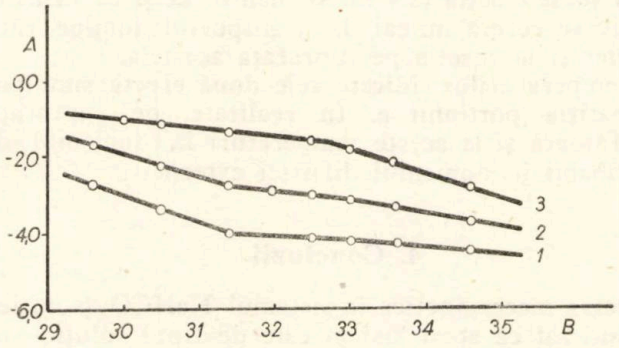


Fig. 5. —Variația vitezei de reacție cu temperatura. $A = \log (d\eta/d\tau)$, $B=(1/T)\ 10^4$. Gradul de transformare: *1* — 0,90; *2* — 0,80; *3* — 0,65.

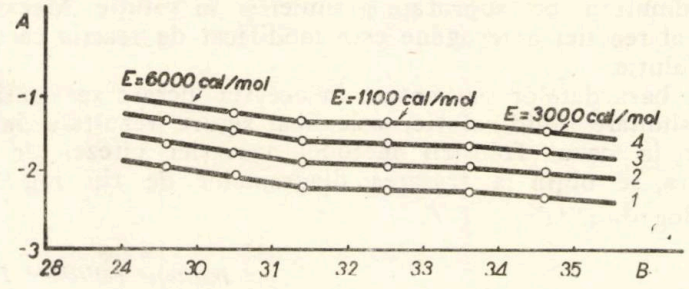


Fig. 6. —Variația vitezei specifice de reacție cu temperatura. $A = \log (d\eta/\tau^{-n} d\tau)$, $B = (1/T)\ 10^4$. Gradul de transformare: *1* — 0,95; —*2* 0,90; *3* — 0,80; *4* — 0,65.

Viteza procesului depinde și la temperaturi ridicate de mărirea suprafeței de reacție a granulei. Acest fapt rezultă din compararea diagramelor reprezentate în fig. 7 și 8.

În același timp această dependență se manifestă diferit în comparație cu temperaturile mai joase. Așa cum rezultă din tabelul 1, coeficientul *n* scade la creșterea temperaturii peste 45°C. Pe aceste considerente se admite că la temperaturi ridicate, procesul se desfășoară simultan pe suprafața de reacție a granulei și în soluție. În aceste condiții au loc reacțiile:

(1) $$NaHCO_3 + H_2O \rightleftarrows NaOH + H_2CO_3,$$

(2) $H_2CO_3 + Ca(OH)_2 = CaCO_3 + 2H_2O$,

(2') $H_2CO_3 \rightleftarrows H_2O + CO_2$,

(3) $NaOH + NaHCO_3 = Na_2CO_3 + H_2O$.

Mecanismul macrocinetic este concretizat prin transportul ionilor către şi de la suprafaţa granulei, reacţia pe suprafaţa granulei şi simultan cu aceasta, deshidratarea bioxidului de carbon care are loc în soluţie. La temperaturi mai joase reacţia (2') nu se manifestă şi ca urmare, mecanismul macrocinetic se referă numai la transportul ionilor către şi de la suprafaţa granulei şi la reacţia pe suprafaţa acesteia.

În cazul temperaturilor ridicate cele două efecte simultane menţionate duc la apariţia porţiunii *c*. În realitate, pe suprafaţa granulei procesul se desfăşoară şi la aceste temperaturi în domeniul difuziei interne, cît şi probabil în domeniul difuziei externe.

4. Concluzii

a) S-a cercetat macrocinetica în sistemul $NaHCO_3$ (soluţie) - $Ca(OH)_2$ (solid). S-a considerat că acest sistem este de tipul soluţie-solid-gaz.

b) S-au stabilit ecuaţiile cinetice corespunzătoare sistemului menţionat.

c) S-a stabilit că la temperaturi relativ scăzute procesul se desfăşoară în domeniul cinetic intern şi în domeniul difuziei interne.

d) La temperaturi ridicate transformarea bicarbonatului de sodiu are loc simultan pe suprafaţa granulei şi în soluţie. Mecanismul macrocinetic al reacţiei heterogene este modificat de reacţia care se desfăşoară în soluţie.

e) Pe baza datelor prezentate în această lucrare se consideră că în sistemele similare solid-soluţie, cele mai sigure rezultate în stabilirea domeniilor, în cazul folosirii metodei variaţiei vitezei de reacţie cu temperatura, se obţin la trasarea diagramelor de tip $\log K_T \div 1/T$ şi respectiv $\log (d\eta/\tau^{-n} d\tau) \div 1/T$.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia substanţelor anorganice

BIBLIOGRAFIE

1. Calistru C., Leonte C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3 — 4*, pp. 107 — 116
2. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *1 — 2*, pp. 117 — 124.
3. Малин К. М., Аркин Н. Л., Бореско в Т. К., Слинко М. Т., *Технология серной кислоты*. Госхимиздат, М., 1950, стр. 112—114.
4. Ройтер В. А., Хим. наука и пром., 1957, *2*, стр. 210.
5. Франк-Каменецкий Д. А., *Диффузия и теплоотдача в химической кинетике*. Изд. АН ССР, М., 1947.
6. Шелудко К. М., Черников А. Н., Жиляева Т. А., ЖПХ, 1956, **XXIX**, *5*, стр. 708.

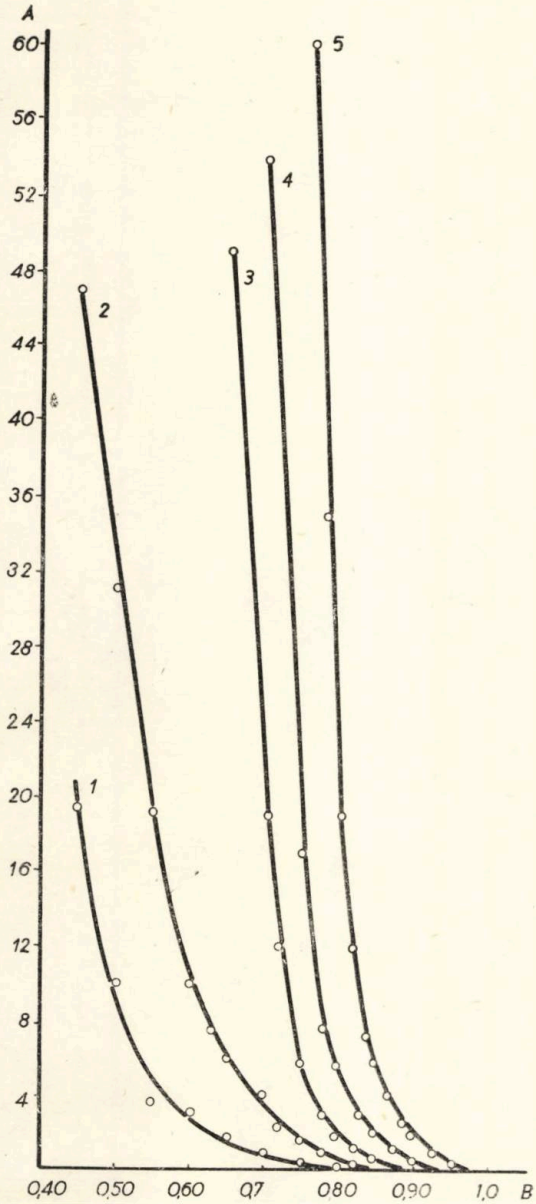


Fig. 7. — Variaţia vitezei de reacţie cu gradul de transformare. $A = d\eta/d\tau$; $B = \eta$. Temperatura: *1* — 15°C; *2* — 25°C; *3* — 45°C; *4* — 55°C; *5* — 65°C.

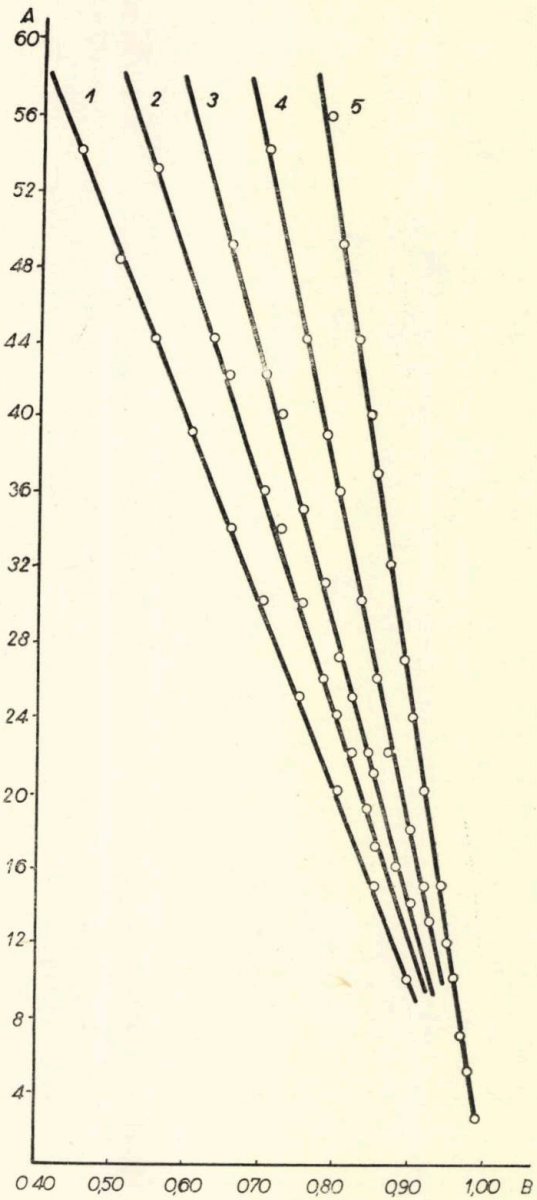
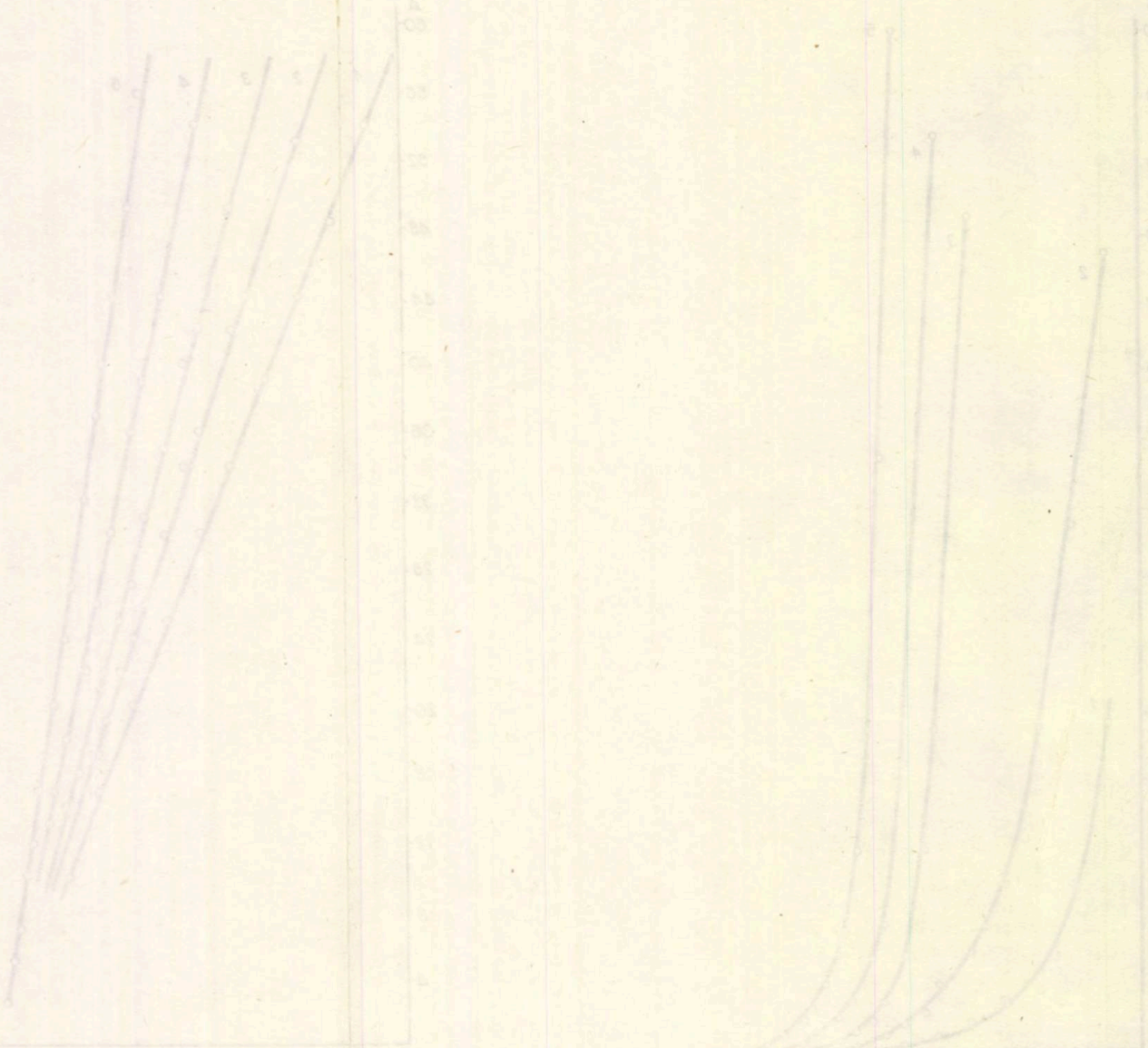


Fig. 8. — Variaţia vitezei specifice de reacţie cu gradul de transformare. $A = d\eta/(\tau^{-n} d\tau)$; $B = \eta$. Temperatura: *1* — 15°C; *2* — 25°C; *3* — 45°C; *4* — 55°C; *5* — 65°C.



К ВОПРОСУ ИЗУЧЕНИЯ МАКРОКИНЕТИКИ РЕАКЦИИ КАУСТИЗАЦИИ

(Резюме)

Изучается макрокинетика в системе $NaHCO_3$ (раств.)-$Ca(OH)_2$ (тв.) и устанавливаются кинетические уравнения системы. На основе полученных данных заключается, что процесс проходит в области внутренней кинетики и внутренней диффузии. При высоких температурах превращение $NaHCO_3$ происходит одновременно на поверхности частиц и в растворе. Макрокинетический механизм гетерогенной реакции изменяется под влиянием реакции, происходящей в растворе.

Учитывая вышеуказанное, можно заключить, что в сходных системах, твердое состояние-раствор, наиболее надежные результаты в установлении областей, при использовании метода изменения скорости реакции в зависимости от времени, получаются при помощи снятия диаграмм типа $\log K_T \div 1/T$ и, соответственно, $\log (d\eta/\tau^{-n} d\tau) \div 1/T$.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение степени превращения от времени. $A = \eta$ — степень превращения двууглекислого натрия; $B = \tau$ — время (в мин). Температура: *1* — 15°; *2* — 25°; *3* — 45°; *4* — 55°; *5* — 65°C.

Рис. 2. — Изменение величины $\log (1/\tau)$ в зависимости от температуры. $A = \log (1/\tau) = K$; $B = (1/\tau)\, 10^4$. Степень превращения: *1* — 0,70; *2* — 0,75; *3* — 0,80; *4* — 0,85.

Рис. 3. — Проверка применимости уравнения (4). $A = \log [\log (1-\eta)^{-1}]$; $B = \log \tau$.

Рис. 4. — Изменение коэффициентов скорости в зависимости от температуры: *1* — $A = \log K_T$, $B = (1/T)\, 10^4$; *2* — $2A = \log K'_T$, $B = (1/T)\, 10^4$.

Рис. 5. — Изменение скорости реакции от температуры. Степень превращения: *1* — 0,90; *2* — 0,8′; *3* — 0,65.

Рис. 6. — Изменение удельной скорости реакции от температуры. Степень превращения: *1* — 0,95; *2* — 0,90; *3* — 0,80; *4* — 0,65.

Рис. 7. — Изменение скорости реакции от степени превращения. $A = d\eta/d\tau$; $B = \eta$. Температура: *1* — 15°; *2* — 25°; *3* — 45°; *4* — 55°; *5* — 65°.

Рис. 8. — Изменение удельный скорости реакции от степени превращения. $A = (d\eta/\tau^{-n} d\tau)$; $B = \eta$. Температура: *1* — 15°; *2* — 25°; *3* — 45°; *4* — 55°; *5* — 65°C.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE MACROCINÉTIQUE DES RÉACTIONS DE CAUSTIFICATION

(Résumé)

Les Auteurs étudient la macrocinétique du système $NaHCO_3$ (solution) - $Ca(OH)_2$ (solide) et établissent les équations cinétiques de ce système.

On aboutit à la conclusion que aux températures relativement baisses, le processus se développe dans le domaine cinétique intérieur et dans le domaine intérieur de la diffusion. Aux températures élevées la transformation du bicarbonate de soude a lieu simultanément sur la surface de la granule et en solution. Le mécanisme macrocinétique de la réaction hétérogène est modifié par la réaction qui se déploye en solution.

Compte tenu de ces observations on considère que pour établir les domaines, dans les systèmes similaires solide-solution, en utilisant la méthode de la variation de la vitesse de réaction avec la température, les meilleurs résultats sont obtenus en traçant les diagrammes $\log K_T \div 1/T$ et respectivement $\log (d\eta/\tau^{-n} d\tau) \div 1/T$.

Explication des figures

Fig. 1. — La variation du degré de transformation en fonction du temps. $A = \eta$ — le degré de transformation du bicarbonate de soude; $B = \tau$ — le temps (min). La température: *1* — 15°C; *2* — 25°C; *3* — 45°C; *4* — 55°C; *5* — 65°C.

Fig. 2. — La variation de la grandeur $\log (1/\tau)$ par rapport à la température. $A = \log (1/\tau) = K$, $B = (1/T)\, 10^4$. Le degré de transformation: *1* — 0,70; *2* — 0,75; *3* — 0,80; *4* — 0,85.

Fig. 3. — La vérification de l'applicabilité de l'équation (4). $A = \log [\log (1-\eta)^{-1}]$, $B = \log \tau$.

Fig. 4. — La variation des coefficients de la vitesse par rapport à la température. *1* — $A = \log K_T$, $B = (1/T)\,10^4$; *2* — $2A = \log K'_T$, $B = (1/T)\,10^4$.

Fig. 5. — La variation de la vitesse de réaction par rapport à la température. Le degré de transformation: *1* — 0,90; *2* — 0,80; *3* — 0,65.

Fig. 6. — La variation de la vitesse spécifique de réaction par rapport à la température. Le degré de transformation: *1* — 0,95; *2* — 0,90; *3* — 0,80; *4* — 0,65.

Fig. 7. — La variation de la vitesse de réaction en fonction du degré de transformation. $A = (d\eta/d\tau)$, $B = \eta$. Température: *1* — 15°C; *2* — 25°C; *3* — 45°C; *4* — 55°C; 5 — 65°C.

Fig. 8. — La variation de la vitesse spécifique de réaction en fonction du degré de transformation. $A = (d\eta/\tau^{-n}\,d\tau)$, $B = \eta$. Température: *1* — 15°C; *2* — 25°C; *3* — 45°C; *4* — 55°C; *5* — 65°C.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 66.074

INTENSIFICAREA PROCESULUI DE ABSORBŢIE CU AJUTORUL PULSAŢIILOR (II)

DE

RADU Z. TUDOSE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Intensificarea diferitelor procese cu ajutorul pulsaţiilor a constituit obiectul multor cercetări [1]...[5]. Aplicarea acestei metode în practică, în procesele de extracţie lichid-lichid şi în transferul de căldură, a generat ideia extinderii metodei şi la alte procese.

În lucrări anterioare [6], [7] am prezentat cîteva rezultate obţinute în studiul intensificării procesului de absorbţie cu ajutorul pulsaţiilor. În aceste lucrări s-a studiat fenomenul primar al procesului şi anume absorbţia într-un film de lichid în curgere. Studiile au fost întreprinse cu sistemul aer-amoniac-apă, la $\mathcal{R}e_g = 650$ şi $\mathcal{R}e_l = 180$, urmărindu-se influenţa frecvenţei şi amplitudinii pulsaţiilor. Trebuie specificat că pulsaţiile au fost create în faza gazoasă.

S-a constatat că intensificarea procesului creşte o dată cu frecvenţa şi amplitudinea pulsaţiilor. Funcţie de frecvenţă intensificarea prezintă un maxim la 9,3 Hz. Existenţa acestui maxim a fost explicată prin interacţiunea mai intensă între faza gazoasă şi faza lichidă, la această frecvenţă, ca urmare a modificării raportului dintre forţa de inerţie a lichidului şi cea de frecare dintre gaz şi lichid.

Prin intensificarea procesului de absorbţie cu ajutorul pulsaţiilor s-a obţinut o creştere maximă a coeficientului total de absorbţie de la 1,92 la 5,97 kmol/m² h at, adică de 3,1 ori.

În cele ce urmează se studiază, în continuare, influenţa pulsaţiilor în procesul de absorbţie, la diferite regimuri de curgere ale fazei lichide şi ale fazei gazoase.

2. Instalaţia şi procedeul de experimentare

Instalaţia cu ajutorul căreia s-au efectuat experienţele a fost descrisă într-o lucrare anterioară [7]. Pentru completare şi pentru o mai bună precizare a condiţiilor de experimentare, se dă o schiţă cu dimensiuni a aparatului de absorbţie (fig. 1).

Ca şi în studiile anterioare experimentările s-au întreprins cu sistemul aer-amoniac-apă.

Întrucît se urmăreşte aspectul intensificării procesului în diferite condiţii de curgere a fazelor, s-a variat densitatea de stropire de la 120 pînă la 2100 kg/m h, ceea ce corespunde unui interval al regimului de curgere a fazei lichide, cuprins între $\mathcal{R}e_l = 115$ şi $\mathcal{R}e_l = 2070$. Acest interval cuprinde atît regimul de curgere laminar cît şi cel turbulent.

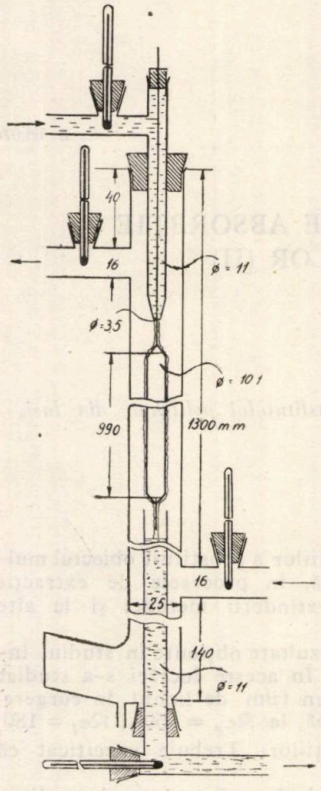


Fig. 1. — Coloana de absorbţie.

Regimul de curgere a fazei gazoase a fost variat între $\mathcal{R}e_g = 300$ şi $\mathcal{R}e_g = 1\,300$, adică s-a lucrat numai în domeniul laminar. Viteza de curgere a fazei gazoase, corespunzătoare unui $\mathcal{R}e_g = 1\,300$, este de aproximativ 1,5 m/s, apropiată de limita superioară a vitezelor admise în coloanele de absorbţie cu umplutură.

Ca şi în lucrările anterioare au fost efectuate o serie de experienţe fără pulsarea fazei gazoase, rezultatele servind ca termen de comparaţie pentru intensificarea procesului.

Frecvenţa pulsaţiilor s-a variat între 1 şi 20 Hz iar amplitudinea lor între 0,05 şi 0,30 m. La frecvenţe mai ridicate decît 13 Hz s-au efectuat puţine încercări întrucît intensificarea prezintă un maxim la 9,3 Hz, iar din punct de vedere practic interesează intensificările din domeniul frecvenţelor mici.

Conţinutul în amoniac al aerului şi apei la intrare şi ieşire a fost determinat prin metoda descrisă în lucrarea anterioară [7].

Rezultatele au fost exprimate sub forma coeficientului total de absorbţie.

3. Rezultate

Pentru a lămuri mecanismul intensificării procesului de absorbţie şi pentru a studia influenţa pulsaţiilor în diferite condiţii de funcţionare, s-au efectuat o serie de încercări la şapte regimuri diferite de curgere a filmului de lichid, la diverse amplitudini şi frecvenţe şi la un regim de curgere a fazei gazoase constant ($\mathcal{R}e_g = 650$). Rezultatele s-au reprezentat în fig. 2...8.

La un regim de curgere al filmului de lichid $\mathcal{R}e_l = 180$, s-au efectuat experienţe pe întreg intervalul de frecvenţe cuprins între 1 şi 20 Hz. Întrucît intensificarea prezintă un maxim la 9,3 Hz, domeniul frecvenţelor mai mari ca această valoare interesează mai puţin din punct de

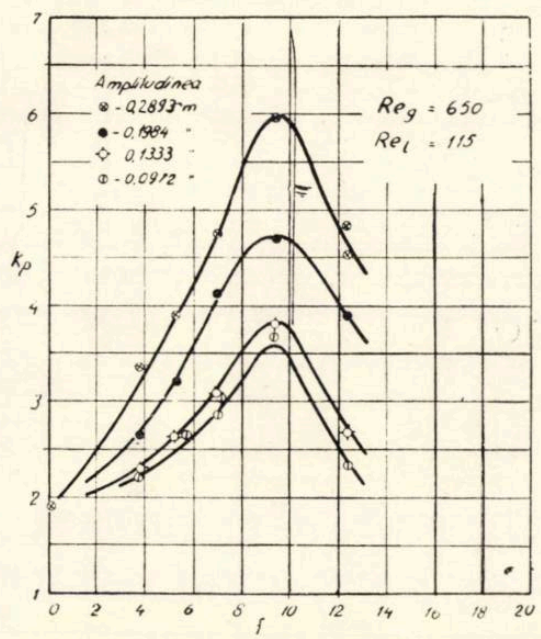


Fig. 2. — Variația coeficientului total de absorbție cu frecvența pulsațiilor (Re_l=115).

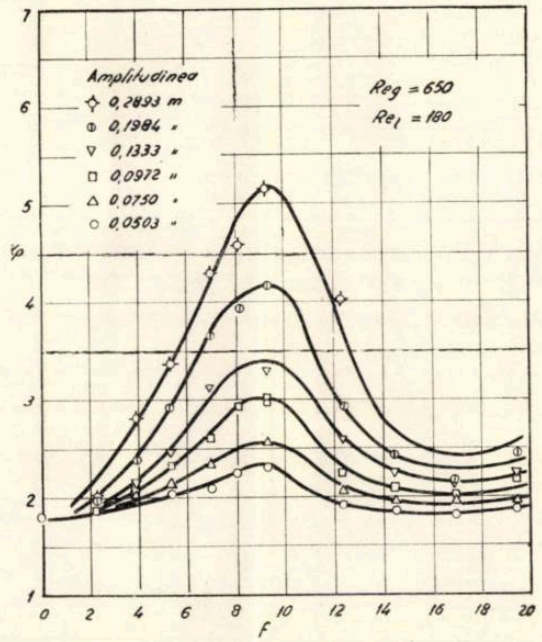


Fig. 3. — Variația coeficientului total de absorbție cu frecvența pulsațiilor (Re_l=180).

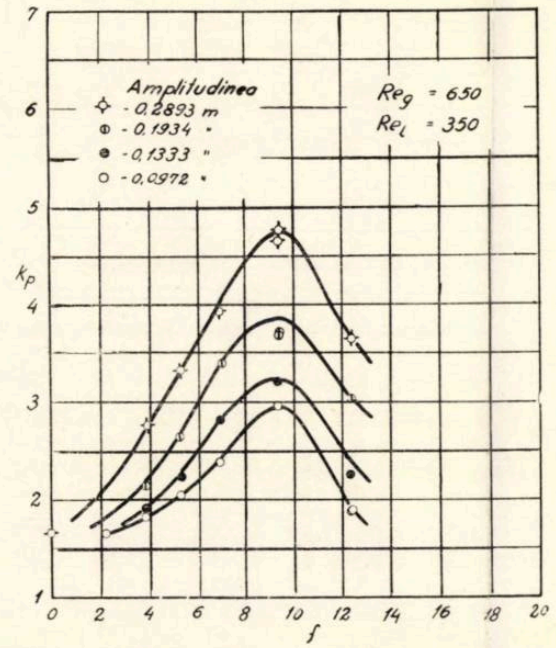


Fig. 4. — Variația coeficientului total de absorbție cu frecvența pulsațiilor (Re_l=350).

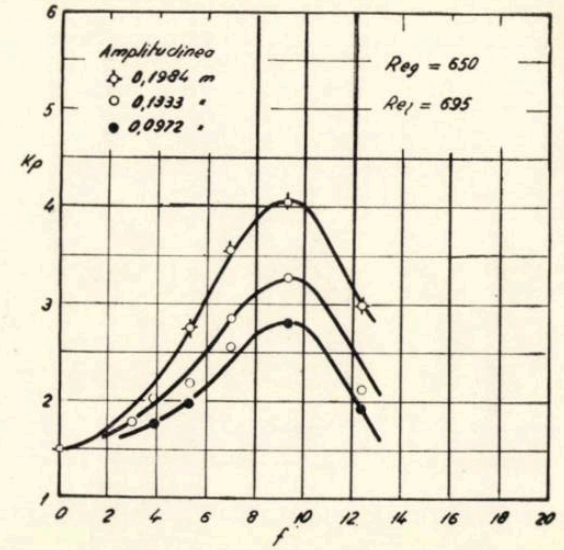


Fig. 5. — Variația coeficientului total de absorbție cu frecvența pulsațiilor (Re_l=695).

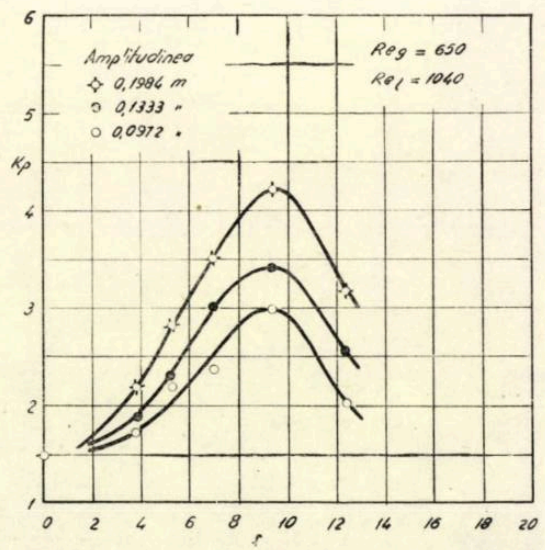


Fig. 6. — Variația coeficientului total de absorbție cu frecvența pulsațiilor (Re_l=1 040).

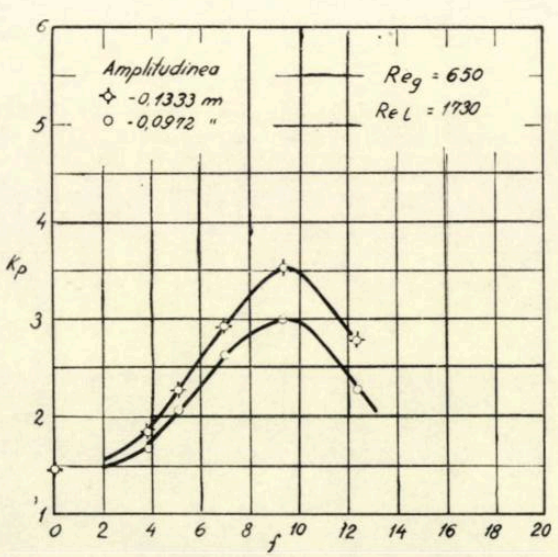


Fig. 7. — Variația coeficientului total de absorbție cu frecvența pulsațiilor (Re_l=1 730).

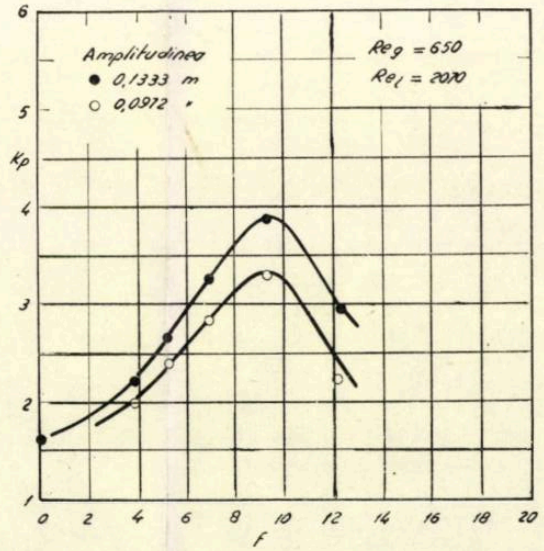
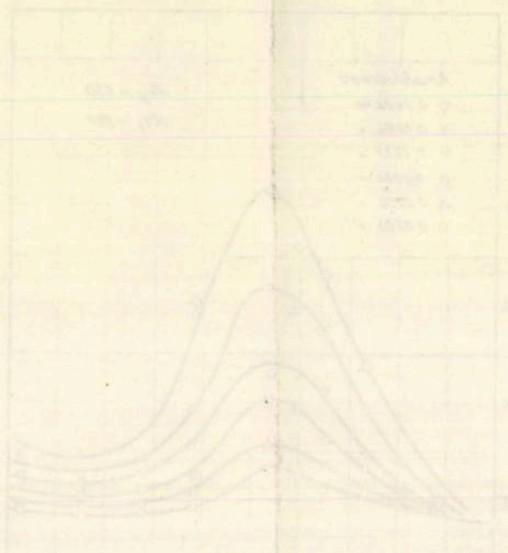
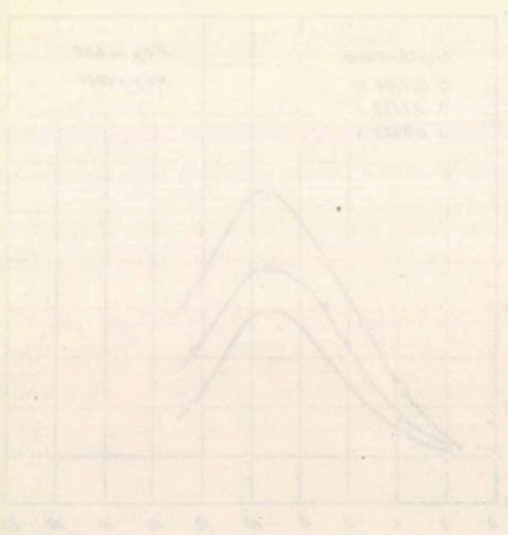


Fig. 8. — Variația coeficientului total de absorbție cu frecvența pulsațiilor (Re_l=2 070).





vedere practic. Ținînd seama de aceste considerente, restul experiențelor au fost efectuate pînă la frecvența de 13 Hz.

Analizînd rezultatele redate în fig. 2... 8 se poate constata că intensificarea procesului de absorbție prezintă un maxim la frecvența de 9,3 Hz, în orice condiții de curgere a filmului de lichid și pentru orice amplitudine. Intensificarea crește proporțional cu amplitudinea pulsațiilor. Comparînd rezultatele obținute pentru o aceeași amplitudine a pulsațiilor, însă pentru diferite regimuri de curgere ale filmului de lichid, se constată o scădere a coeficientului total de absorbție cu creșterea lui $\mathcal{R}e_l$, iar la valori $\mathcal{R}e_l$ ridicate se pune în evidență o nouă tendință de creștere. Acest fapt reiese mai evident din fig. 9 și 10, în care s-a reprezentat variația coeficientului total de absorbție funcție de regimul de curgerere a filmului de lichid, la diverse frecvențe și amplitudini. În partea inferioară a figurilor s-au reprezentat curbele pentru aceleași condiții de funcționare, însă fără pulsarea fazei gazoase.

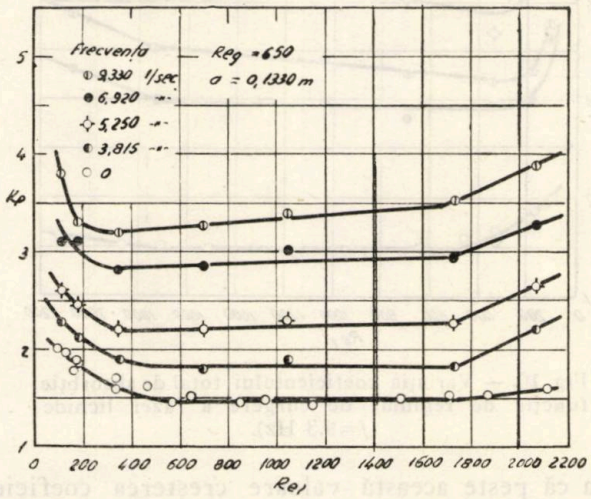


Fig. 9. — Variația coeficientului total de absorbție funcție de regimul de curgere a fazei (a=0,13 m).

Curbele ce reprezintă fenomenul de absorbție în condiții de pulsare au aceeași alură ca și curba reprezentativă pentru procesul fără pulsare. În domeniul regimurilor mici de curgere a filmului de lichid, coeficientul total de absorbție scade cu creșterea lui $\mathcal{R}e_l$. Scăderea este cu atît mai bruscă și se deplasează către valori mai mici ale lui $\mathcal{R}e_l$ cu cît amplitudinea și în special frecvența pulsațiilor cresc. Între limitele $\mathcal{R}e_l \cong 600$ și $\mathcal{R}e_l \cong 1\,700$ variația coeficientului total de absorbție (K_p) cu $\mathcal{R}e_l$ este liniară. La frecvențe și amplitudini mici, în acest interval K_p crește foarte puțin sau rămîne constant, deși regimul de curgere a fazei lichide crește. La frecvențe și în special la amplitudini mai mari se constată o creștere a coeficientului total de absorbție cu creșterea

lui $\mathcal{R}e_l$. Această creştere, la frecvenţe şi amplitudini mari, se poate explica printr-o acţiune mai puternică a fazei gazoase pulsate asupra filmului lichid în curgere.

La regimuri de curgere a fazei lichide avînd $\mathcal{R}e_l > 1\,700$, valoare peste care are loc o curgere turbulentă a filmului de lichid, se obţin creşteri apreciabile ale coeficientului total de absorbţie. În limite mari

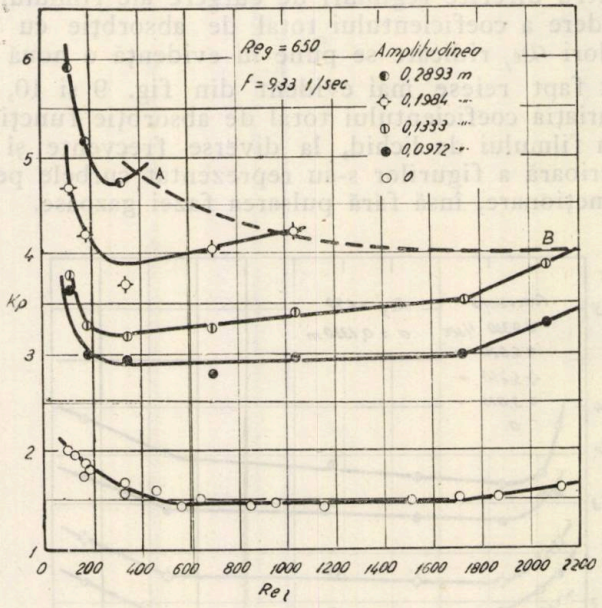


Fig. 10. — Variaţia coeficientului total de absorbţie funcţie de regimul de curgere a fazei lichide ($f = 9{,}3$ Hz).

se poate aprecia că peste această valoare creşterea coeficientului total de absorbţie este liniară.

La regimuri de curgere ale filmului de lichid avînd $\mathcal{R}e_l > 1\,700$, curgerea este turbulentă, deci labilitatea filmului este accentuată şi curentul de aer pulsat poate acţiona mai intens asupra lui. Aceste consideraţii ar putea explica creşterile mari ale coeficientului total de absorbţie la $\mathcal{R}e_l > 1\,700$. Avînd în vedere că $\mathcal{R}e_l$ critic se menţine în toate condiţiile la valoarea $\cong 1\,700$, rezultă că acţiunea fazei gazoase pulsate asupra filmului de lichid este importantă, însă nu suficient de puternică pentru a produce turbulenţă în film la $\mathcal{R}e_l < 1\,700$.

Experienţele întreprinse la amplitudini mari ale pulsaţiilor n-au putut fi conduse decît pînă la anumite valori ale lui $\mathcal{R}e_l$, peste care începe antrenarea fazei lichide sau aşa-numitul înec[1]). Curba AB (punc-

[1]) Prin înec se înţelege aici momentul în care încep să se desprindă picături din filmul de lichid, sub acţiunea curentului de gaz pulsat.

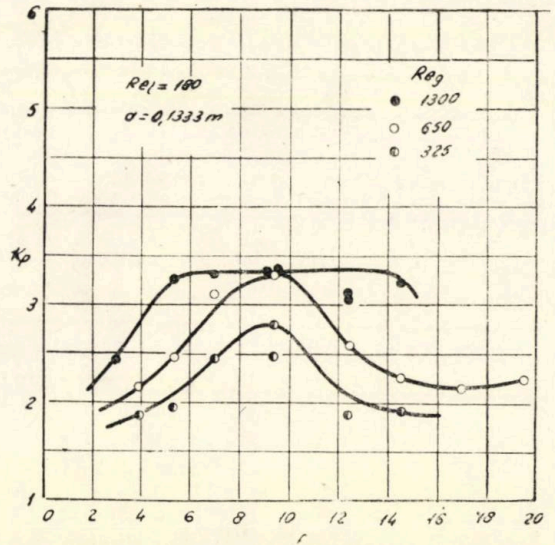


Fig. 11. — Variaţia coeficientului total de absorbţie cu frecvenţa pulsaţiilor (a=0,13 m).

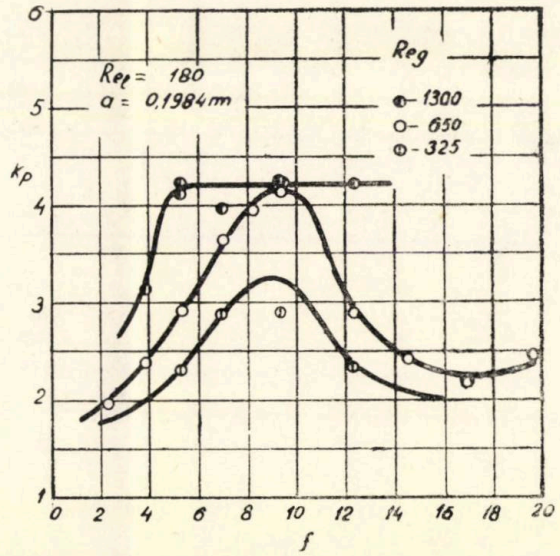


Fig. 12. — Variaţia coeficientului total de absorbţie cu frecvenţa pulsaţiilor (a=0,20 m).

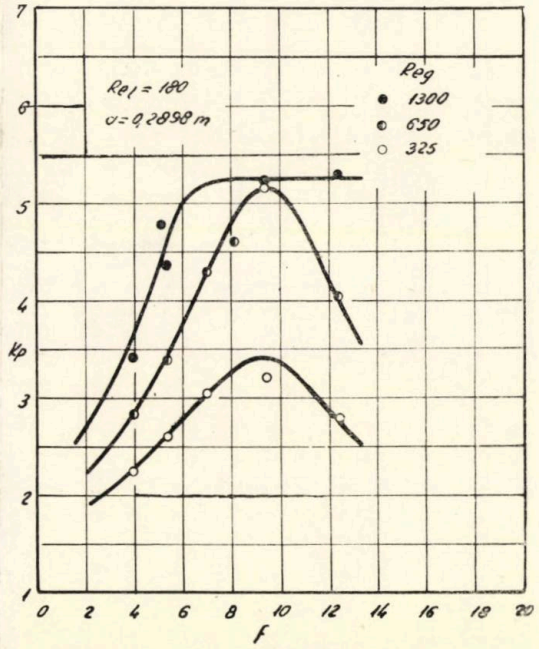
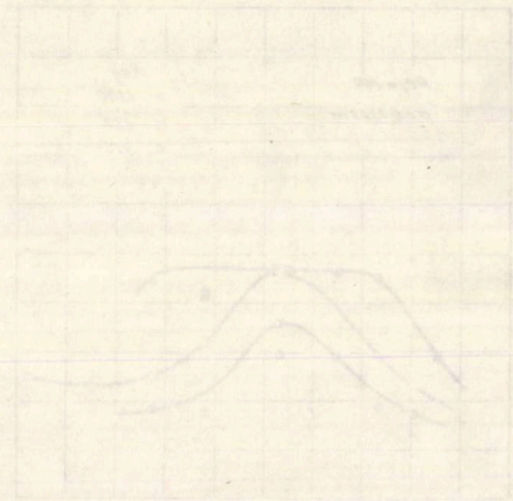


Fig. 13. — Variaţia coeficientului total de absorbţie cu frecvenţa pulsaţiilor (a=0,29 m).



tată) din fig. 10 reprezintă limita lui $\mathcal{R}e_l$ peste care, la diverse amplitudini, la frecvența de 9,3 Hz și $\mathcal{R}e_g = 650$, începe fenomenul de înec.

S-a studiat, în continuare, intensificarea procesului de absorbție la trei regimuri de curgere ale fazei gazoase, la diverse frecvențe și amplitudini ale pulsațiilor și la $\mathcal{R}e_l = 180$. Rezultatele s-au reprezentat în fig. 11, 12 și 13.

Maximul de intensificare al procesului se menține la toate regimurile de curgere ale fazei gazoase, la aceeași frecvență.

Coeficientul total de absorbție crește cu regimul de curgere al fazei gazoase, maximul menținîndu-se la frecvența de 9,3 Hz. La $\mathcal{R}e_g = 1\,300$ valoarea maximă a coeficientului total de absorbție se atinge la frecvența de aproximativ 5 Hz, după care se menține constant. Atingerea maximului de intensificare la o frecvență mai mică decît cea corespunzătoare celorlalte cazuri ar putea fi explicată prin apariția turbulenței în faza gazoasă, sub acțiunea pulsațiilor, la $\mathcal{R}e_g < 2\,300$.

Într-o lucrare anterioară [7] s-a încercat să se explice maximul de intensificare a procesului de absorbție printr-o interacțiune mai intensă între faze la o anumită frecvență.

Experimental s-a stabilit că curentul de gaz pulsat acționează cel mai puternic asupra fazei gazoase la frecvența de 9,3 Hz. În prezenta lucrare s-a urmărit influența mediului pulsat asupra filmului de lichid, la diverse viteze inițiale ale gazului. În acest scop s-a stabilit o anumită viteză a gazului, s-au creat pulsații în faza gazoasă și foarte încet s-a mărit densitatea de stropire. S-a constatat că antrenarea apei de către gazul pulsat, la frecvența de 9,3 Hz, începe la cele mai mici densități de stropire. La frecvențe mai mici (sau mai mari) antrenarea începe la densități de stropire mai mari, cînd grosimea filmului crește, filmul devenind mai labil. Cu cît viteza inițială a gazului este mai mare, cu atît antrenarea începe la densități de stropire mai ridicate. Rezultatele obținute sînt redate în fig. 14.

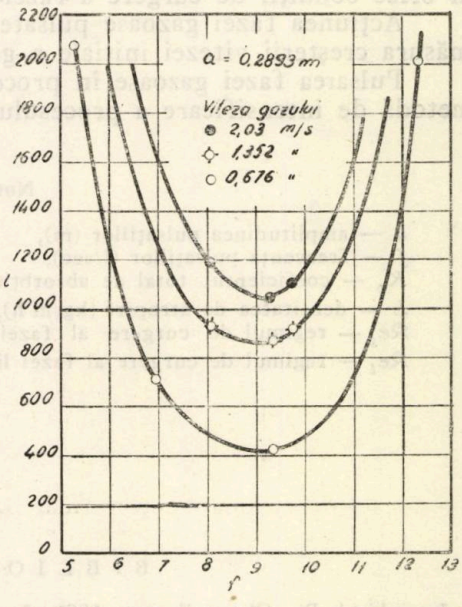


Fig. 14. — Variația densității de stropire la care începe antrenarea, cu frecvența pulsațiilor.

Din analiza acestor rezultate se poate trage concluzia că faza gazoasă acționează cel mai intens asupra fazei lichide la frecvența de 9,3 Hz, la viteze inițiale ale gazului cît mai mici și la amplitudini ale pulsațiilor cît mai mari.

În fig. 15 se dau două fotografii ale fenomenului. Fig. 15 a reprezintă curgerea nepulsată la $\mathcal{R}e_g = 650$ şi $\mathcal{R}e_l = 500$, iar fig. 15 b curgerea în aceleaşi condiţii însă cu pulsarea fazei gazoase la o frecvenţă de 9,3 Hz şi o amplitudine de 0,29 m. În fig. 15 b se observă, la un anumit nivel al tubului, apariţia unei îngroşări foarte mari a filmului de lichid, ceea ce marchează începutul antrenării.

Existenţa unui maxim de intensificare a procesului de absorbţie nu depinde de regimurile de curgere ale fazelor şi nici de amplitudinea pulsaţiilor, ci s-ar părea că depinde de frecvenţă, de proprietăţile fazei lichide şi fazei gazoase şi de aparat. Studiul geometriei aparatului, a coeficienţilor parţiali de absorbţie, precum şi studii asemănătoare întreprinse cu alte gaze, vor permite lămurirea completă a fenomenelor.

4. Concluzii

S-a studiat influenţa pulsaţiilor în procesul de absorbţie la diverse regimuri de curgere ale celor două faze.

S-a stabilit că intensificarea procesului de absorbţie, în cazul sistemului aer-amoniac-apă, prezintă un maxim la frecvenţa de 9,3 Hz, în orice condiţii de curgere a fazelor.

Acţiunea fazei gazoase pulsate asupra filmului de lichid scade pe măsura creşterii vitezei iniţiale a gazului.

Pulsarea fazei gazoase în procesul de absorbţie poate constitui o metodă de intensificare a procesului.

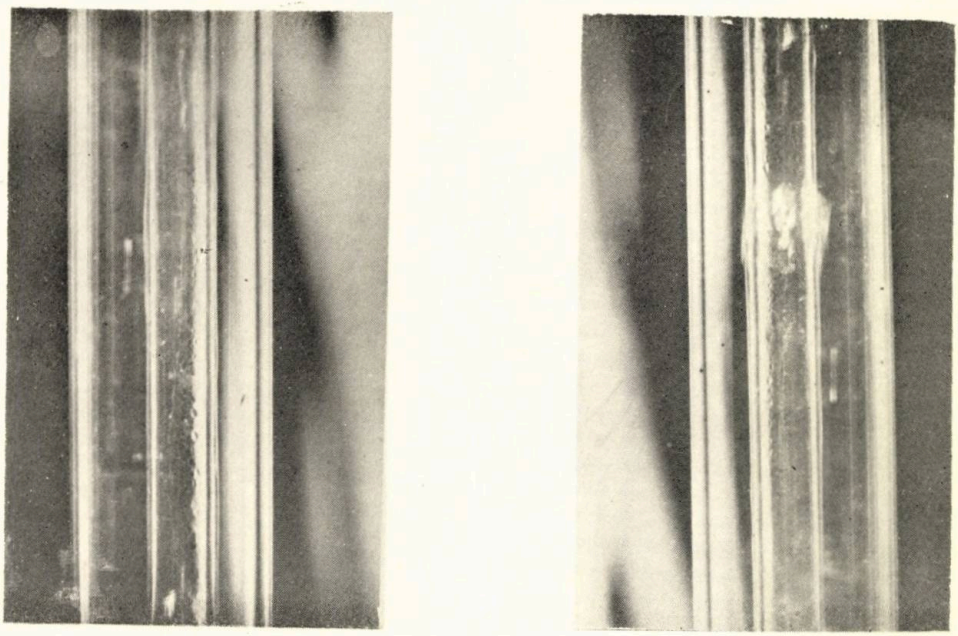
Notaţii

a — amplitudinea pulsaţiilor (m),
f — frecvenţa pulsaţiilor (1/sec),
K_p — coeficientul total de absorbţie în condiţii de pulsare (kmol/m² h at),
L — densitatea de stropire (kg/m h),
$\mathcal{R}e_g$ — regimul de curgere al fazei gazoase,
$\mathcal{R}e_l$ — regimul de curgere al fazei lichide.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică,
Laboratorul de operaţii şi aparate

BIBLIOGRAFIE

1. Lemlich R., Chem. Engng., 1961, *5*, p. 171.
2. Калашников Н. В., Черникин В. И., *Виброподогрев вязких нефтепродуктов*. Гостоптехиздат, М., 1961.
3. Chantry W. A., v. Berg E. L., Wiegandt H. F., Ind. Engng. Chem., 1955, **47**, *6*, p. 1153.
4. Harbaum K. L., Houghton G., J. of Appl. Chem., 1962, **12**, *5*, p. 234.
5. Bretsznajder S., Pasiuk W., Bull. Ac. Polon. Sci., Chim., géol. et géogr. 1959, **VII**, *8*, p. 591.
6. Tudose R. Z., Revista de Chimie, 1962, **13**, *7*, p. 425.
7. — St. şi cerc. şt., Chimie, Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1962, **XIII**, *2*, p. 319.



a *b*

Fig. 15. — Fenomenul de antrenare (înec).

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССА АБСОРБЦИИ ПУЛЬСИРУЮЩИМ МЕТОДОМ (II)

(Резюме)

Настоящее сообщение составляет часть более обширной работы, в которой усиливается процесс сорбции при помощи пульсаций, создаваемых в газовой фазе насосом без клапанов. В предыдущем сообщении [6], [7] пользуясь системой воздух-аммиак-вода, было получено повышение общего коэффициента сорбции на 210%, при максимальной частоте в 9,3 герц.

В данной работе изучается влияние пульсаций при различных режимах течения жидкой и газовой фаз в зависимости от амплитуды и частоты. Во всех случаях течения фаз наблюдается максимум интенсификации при частоте в 9,3 герц. При $Re_g \cong 1\,300$ режима течения газовой фазы максимум проявляется при меньшей частоте. При $Re_l > 1\,700$ общий коэффициент абсорбции значительно возрастает с амплитудой частотой пульсаций.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Абсорбционная колонка.

Рис. 2. — Изменение общего коэффициента сорбции в зависимости от частоты пульсаций ($Re_l = 115$).

Рис. 3. — Изменение общего коэффициента сорбции в зависимости от частоты пульсаций ($Re_l = 180$).

Рис. 4. — Изменение общего коэффициента сорбции в зависимости от частоты пульсаций ($Re_l = 350$).

Рис. 5. — Изменение общего коэффициента сорбции в зависимости от частоты пульсаций ($Re_l = 695$).

Рис. 6. — Изменение общего коэффициента сорбции в зависимости от частоты пульсаций ($Re_l = 1\,040$).

Рис. 7. — Изменение общего коэффициента сорбции в зависимости от частоты пульсаций ($Re_l = 1\,730$).

Рис. 8. — Изменение общего коэффициента сорбции в зависимости от частоты пульсаций ($Re_l = 2\,070$).

Рис. 9. — Изменение общего коэффициента адсорбций в зависимости от режима течения жидкой фазы ($a = 0{,}13$ м).

Рис. 10. — Изменение общего коэффициента адсорбции в зависимости от режима течения жидкой фазы ($f = 9{,}3$ герц).

Рис. 11. — Изменение общего коэффициента десорбции в зависимости от частоты пульсаций ($a = 0{,}13$ м).

Рис. 12. — Изменение общего коэффициента десорбции в зависимости от частоты пульсаций ($a = 0{,}20$ м).

Рис. 13. — Изменение общего коэффициента десорбции в зависимости от частоты пульсаций ($a = 0{,}29$ м).

Рис. 14. — Изменения плотности орошения, при которой начинается унос жидкой фазы в зависимости от частоты пульсаций.

Рис. 15. — Захлебывание.

INTENSIFICATION DU PROCESSUS D'ABSORBTION À L'AIDE DES PULSATIONS (II)

(Résumé)

Cette Note représente une partie d'une étude expérimentale plus ample dont le but est d'étudier les possibilités d'intensifier le processus d'absorbtion à l'aide des pulsations créées, en phase gaseuse, par une pompe à piston sans soupapes.

Dans deux Notes antérieures [6], [7], en utilisant le système air-ammoniaque-eau, on a obtenu une augmentation du coefficient total d'absorbtion, sous l'influence des pulsations, jusqu'à 210%. L'intensification du processus présente un maximum à la fréquence de 9,3 Hz.

Dans cette Note on a étudié l'influence des pulsations dans diverses régimes d'écoulement des phases liquide et gaseuse, en fonction de l'amplitude et de la fréquence. On a établi que dans des conditions d'écoulement quelconques des phases l'intensification du processus d'absorbtion présente un maximum à la fréquence de 9,3 Hz.

Pour les régimes d'écoulement ayant $\mathcal{R}e_g > 1\,300$ ce maximum est atteint à une fréquence plus basse. Pour $\mathcal{R}e_l > 1\,700$ le coefficient total d'absorbtion s'accroît rapidement lorsque l'amplitude et la fréquence des pulsations augmentent.

Explications des figures

Fig. 1. — La colonne d'absorbtion.

Fig. 2. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($\mathcal{R}e_l = 115$)

Fig. 3. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($\mathcal{R}e_l = 180$).

Fig. 4. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($\mathcal{R}e_l = 350$).

Fig. 5. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($\mathcal{R}e_l = 695$).

Fig. 6. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($\mathcal{R}e_l = 1\,040$).

Fig. 7. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($\mathcal{R}e_l = 1\,730$).

Fig. 8. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($\mathcal{R}e_l = 2\,070$).

Fig. 9. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction du régime d'écoulement de la phase liquide ($a = 0{,}13$ m).

Fig. 10. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction du régime d'écoulement de la phase liquide ($f = 9{,}3$ Hz).

Fig. 11. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($a = 0{,}13$ m).

Fig. 12. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($a = 0{,}20$ m).

Fig. 13. — Variation du coefficient total d'absorbtion, fonction de la fréquence des pulsations ($a = 0{,}29$ m).

Fig. 14 — Variation de la densité d'arrosement au commencement de l'entraînement, fonction de la fréquence des pulsations.

Fig. 15. — Le phénomène d'entraînement.

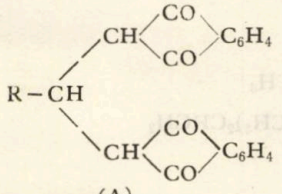
BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

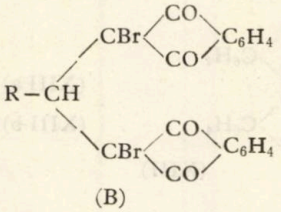
Д. К. 547.512 ; 547.758.1

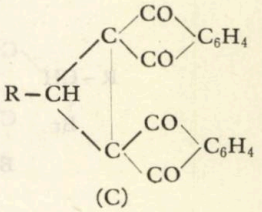
ПРОИЗВОДНЫЕ ЦИКЛОПРОПАНА ИЗ ГЕМИНАЛЬНЫХ ДИИНДАНДИОНИЛАЛКАНОВ

Л. ГЕЙТА и Г. ВАНАГ

Недавно мы показали [1], что индандион-1,3 в щелочной среде легко конденсируется с алифатическими альдегидами с образованием геминальных диинданднонилалканов (A). Эти соединения при действии диоксандибромида заменяют активный водород индандионовой группы на бром и дают соответствующие дибромпроизводные (B). В холодной щелочи они не растворяются; только через продолжительное время происходит медленное отщепление брома и щелочной раствор окрашивается в оранжевый цвет. При нагревании отщепление брома происходит быстро.


(A)


(B)


(C)

Дибромпроизводные хорошо кристаллизуются из хлороформа с добавлением эфира. При кристаллизации из спирта замечается некоторое отщепление брома, причем отщепление происходит тем легче, чем больше радикал. Так, например, после 3-часового кипячения бис-(броминдандионил)-изопентана (VI) со спиртом получено белое кристаллическое вещество, не содержащее бром и имеющее более высокую температуру плавления, чем исходное вещество. Изучение свойств полученного вещества показало, что образовалось производное циклопропана (C).

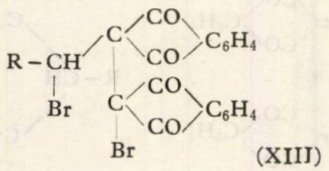
Бис-(броминдандионил)-этан (I), кипяченный со спиртом в таких же условиях, бром не отщепляет.

Производное циклопропана из диинданднонилметана получили уже Рэдулеску и Джеорджеску [2], [3] при действии йода на натриевую соль диинданднонилметана. Для выяснения возможности

замыкания циклопропанового кольца в нашем случае, мы применили метод Густавсона. При нагревании бис-(броминдандионил)-изопентана (VI) (таблица 1) с цинковой пылью в спиртовом растворе получено то же самое соединение (XI), (таблица 2), которое образуется при нагревании и с одним спиртом, но реакция со спиртом продолжается 3 часа, а при добавке цинковой пыли кончается уже через 40...50 мин. Из дибромиандандионилалканов с цинковой пылью легче всего реагировал бис-(броминдандионил)-изогексан (VII), а хуже бис-(броминдандионил)-этан (I). После 3-часового кипячения последнего, полученное соединение содержало еще 3% брома.

Продукты реакции — белые кристаллические вещества, нерастворимые в разбавленных щелочах. Теоретически возможно образование не только трехчленного цикла, но — соединением двух остатков молекул — и шестичленного цикла, причем состав обоих веществ одинаков. Известно, что циклогексановое кольцо очень стабильно, а циклопропановое — легко разрывается. Для решения вопроса, которое кольцо образовалось в нашем случае, мы два из полученных соединений (VIII) и (XI) обработали бромом, который, как известно, часто легко расщепляет трехчленное кольцо, но не расщепляет шестичленное.

Упомянутые соединения (XIII) и (XI) с диоксандибромидом не взаимодействуют, но бром легко дает дибромпроизводные, что указывает на присутствие трехчленного кольца. Расщепление может произойти или по связи 1...2 или 2...3 (таблица 2). В первом случае мы получили бы соединения (XIII), во втором соответственно (I) или (VI). Оказалось, что образовались соединения, отличные от уже известных (I) и (VI), следовательно расщепление произошло по связи 1...2 и образовались соединения (XIII).



(XIII)

(XIII a) $R = CH_3$

(XIII b) $R = (CH_3)_2CHCH_2$

При действии цинковой пыли в спиртовом растворе полученные дибромпроизводные ((XIII a) и (XIII b)) опять циклизуются в уже известные циклопропаны ((VIII) и (XI)). Таким образом выяснилось, что при действии спирта или цинковой пыли на бромированные дииндандиониалканы образуются 1-алкил-2,3-дифталилциклопропаны.

Было интересно изучить взаимодействие бис-(броминдандионил)-алканов с аминами, так как многие аминоиндандионы оказались физиологически активными соединениями [4]. Уже Натансон [5] получил некоторые 2-аминоиндандионы-1,3 при действии аминов на 2-бром-2-фенилиндандион-1,3 и впоследствии этот метод широко использовал один из нас вместе с сотрудниками для получения аминопроизводных индандионов [4]. Но оказалось, что эта реакция часто протекает весьма своеобразно [6]...[9]: происходит или замена брома на водород или отщепление брома с димеризацией остатка [10].

Опыт показал, что и взаимодействие бис-(броминдандионил)-алканов с аминами не дало аминопроизводных, но происходит отщепление брома с замыканием циклопропанового кольца.

С пиперидином реакция не происходит полностью, но с диметиламином идет настолько легко, что эту реакцию можно применять даже для замыкания циклопропанового кольца, особенно в случае бис-(броминдандионил)-этана, который вообще циклизуется довольно трудно.

Для характеристики полученных производных циклопропана сняты их УФ-спектры поглощения в растворе хлороформа (см. рис. 1, кривые *3*...*5*). Сравнение этих спектров с УФ-спектрами поглощения дииндандионилалканов показывает, что район характерного максимума (240...250 mμ) не меняется, но сильно повышена интенсивность поглощения. Если интенсивность УФ поглощения самого индандиона-1,3 равняется $\varepsilon = 1{,}2.10^4$ (кривая *1*) [11], интенсивность диинданднонилалканов, как аддитивного спектра двух индандионильных групп, достигает примерно $\varepsilon = 2{,}4.10^4$ (кривая *2*) [1], то интенсивность производных циклопропана повышается в некоторых случаях до $\varepsilon = 6.10^4$ (кривые *4* и *5*).

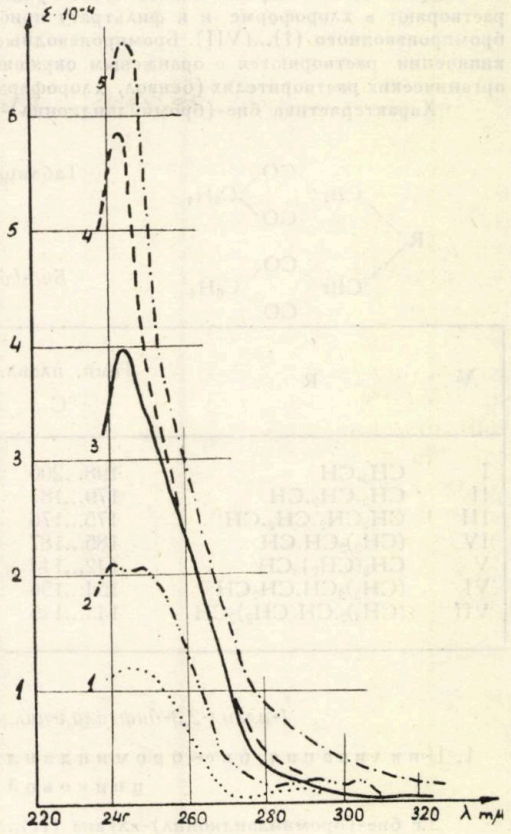


Рис. 1. — УФ спектры поглощения в растворе хлороформа (0,001 *м*). *1* — индандион-1,3; *2* — диинданднонилалкан; *3* — 1-метил-2,3-дифталил-циклопропан; *4* — 1-изобутил-2,3-дифталил-циклопропан; *5* — 1-изопропил-2,3-дифталил-циклопропан.

Такое сильное повышение интенсивности поглощения в данном случае можно объяснить только сопряжением с кольцом циклопропана. В свое время Рэдулеску [3] ожидал, что в полученном им дифталилциклопропане будет сопряжение с циклопропановым кольцом. Но так как полученное соединение оказалось бесцветным, то он, основываясь только на цветности, решил, что сопряжения с трехчленным кольцом нет. Дальнейшие исследования производных циклопропана показали, что такое сопряжение между соседними *p*-орбитами и трехчленным циклом имеет место [12]. Максимальное сопряжение наблюдается тогда, когда кольца взаимно-перпендикулярные, а не копланарные [13], [14].

Экспериментальная часть

Бромирование дииндандионилалканов

1 моль дииндандионилалкана растворяют в хлороформе, к фильтрату прибавляют 2 моля сухого диоксандибромида и оставляют до окончания выделения бромистого водорода. Реакция бромирования дииндандионилизобутана и пентана протекает значительно медленнее, чем первых членов этого ряда. Выпавшие кристаллы бромпроизводного растворяют в хлороформе и к фильтрату прибавляют эфир. Получают белые кристаллы бромпроизводного (I)...(VII). Бромпроизводные в холодной щелочи не растворяются, при кипячении растворяются с оранжевым окрашиванием. Хорошо растворяются в обычных органических растворителях (бензол, хлороформ, ацетон, уксусная кислота, спирт).

Характеристика бис-(броминдандионил)-алканов (I)...(VII) дана в таблице 1.

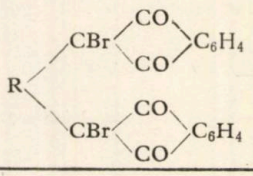


Таблица 1

Бис-(броминдандионил)-алканы

№	R	Темп. плавл. °C	Найдено %Br	Вычислено %Br	Выходы %
I	$CH_3.CH$	198. .200	33,20	33,61	62
II	$CH_3.CH_2.CH$	179...181	32,31	32,65	80
III	$CH_3CH_2.CH_2.CH$	175...176	31,50	31,75	42
IV	$(CH_3)_2CH.CH$	185...187	31,46	31,75	58
V	$CH_3(CH_2)_3CH$	142...144	30,76	30,89	57
VI	$(CH_3)_2CH.CH_2CH$	154...156	30,84	30,89	70
VII	$(CH_3)_2.CH(CH_2)_2CH$	143...145	30,14	30,07	52

1-алкил-2,3-дифталил-циклопропаны (VIII...XII)

1. Циклизация бис-(броминдандионил)-алканов при помощи цинковой пыли

2 г бис-(броминдандионил)-алкана (II)...(VII), 0,6 г цинковой пыли и 20 мл спирта кипятят на водяной бане 30...50 мин и горячий красный раствор отфильтровывают. Из фильтрата кристаллизуется часть продукта циклизации. Большая часть продукта остается вместе с цинковой пылью на фильтре. Осадок кипятят с хлороформом и к фильтрату прибавляют эфир; кристаллизуются белые кристаллы 1-алкил-2,3-дифталил-цикло-пропанов (IX)...(XI). Реакция с бис-(броминдандионил)-гексаном (VII) при его кипячении с цинковой пылью в спирте завершается полностью в 15 мин: образуется соединение (XII), которое хорошорает воряется в спирте. Кипячение цинковой пыли с хлорформом здесь не нужно. Характеристика алкил-дифталил-циклопропанов дана в таблице 2.

2. Циклизация бис-(броминдандионил)-алканов с диэтиламином

4 г бис-(броминдандионил)-алканов (I), (II) и (IV) растворяет в 40 мл диоксана при нагревании, раствор охлаждают и прибавляют 3,6 мл диэтиламина. Выпадает бромисто-водородная соль диэтиламина. На другой день к смеси приливают воду, выпавший осадок отфильтровывают и промывают водой. Остаток растворяют в хлороформе и к раствору приливают эфир. Выпадают белые кристаллы 1-алкил-2,3-дифталил-циклопропанов (VIII)...(X) (см. таблицу 2).

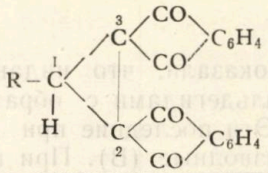


Таблица 2

1-алкил-2,3-дифталилциклопропаны

№	R	Темп. плавл. °C	Найдено		Вычислено		Выходы		Кривые УФ поглощения
			%C	%H	%C	%H	С аминами	С Zn пылью	
VIII	CH_3	223	75,68	3,90	75,95	3,79	98	—	*3*
IX	$CH_3.CH_2$	233...234	76,68	4,49	76,37	4,24	90	83	—
X	$(CH_3)_2CH$	253...255	76,77	4,60	76,74	4,65	96,8	—	*5*
XI	$(CH_3)_2.CH.CH_2$	232...233	77,09	5,08	77,09	5,03	—	84	*4*
XII	$(CH_3)_2.CH(CH_2)_2$	195...196	77,23	5,45	77,43	5,38	—	72	—

Расщепление циклопропанового кольца бромом

1. Расщепление 1-метил-2,3-дифталил-циклопропана (VIII)

3 г (VIII), 15 мл хлороформа и 2 мл брома кипятят около 9 часов на водяной бане. Выпаривают избыток брома и растворитель, оставшиеся белые кристаллы обливают эфиром и отсасывают. Остается, 2,9 г дибромпроизводного (XIII a). Для освобождения от возможных примесей исходного вещества, соединение промывают холодным хлороформом. Оставшееся вещество перекристаллизовывают из хлороформа с эфиром. Получается чистое дибромпроизводное (XIII a) с т.пл. 215°...216°C. (Дибромпроизводное (I) плавится при 198°...200°C).

$C_{20}H_{12}O_4Br_2$.

	C	H	Br
Найдено % :	50,50 ;	2,69 ;	33,66.
Вычислено % :	50,42 ;	2,52 ;	33,61.

2. Расщепление 1-изобутил-2,3-дифталил-циклопропана (XI)

2 г (XI), 15 мл хлороформа и 1,5 мл брома обрабатывают как в предыдущем случае. После выпаривания брома и хлороформа, остается желтое масло. Его растворяют в эфире и оставляют для кристаллизации в холодильнике. Получаются белые кристаллы дибромпроизводного (XIII b) с т.пл. 161°C. Дибромпроизводное (VI) плавится при 154°... ...156°C. Смесь обоих этих бромпродуктов плавится уже при 150°C.

$C_{23}H_{18}O_4Br_2$.

	Br
Найдено % :	30,67.
Вычислено % :	30,89.

Циклизация дибромпроизводного (XIII a)

2,0 г дибромпроизводного (XIII a) обрабатывают диэтиламином, как в случае бис-(броминдандионил)-алканов. Получают белые кристаллы 1-метил-2,3-дифталил-циклопропана (VIII) с т. пл. 223°C. Вещество не дает депрессии точки плавления с 1-метил-2,3-дифталил-циклопропаном, полученным из бис-(броминдандионил)-этана.

Циклизация дибромпроизводного (XIII b)

1 г дибромпроизводного (XIII b) обрабатывают цинковой пылью в спирте как в случае бис-(броминдандионил)-алканов. Получают белые кристаллы 1-изобутил-2,3-дифталил-циклопропана (XI) с т. пл. 232°...233°C.

Вещество не дает депрессии точки плавления с 1-изобутил-2,3-дифталил-циклопропаном полученным из бис-(броминдандионил)-изопентана.

Выводы

В последнем нашем сообщении мы показали, что индандион-1,3 легко конденсируется с алифатическими альдегидами с образованием геминальных дииндандионилалканов (А). Эти последние при действии диоксандибромида легко дают дибромпроизводные (В). При их обработке цинковой пылью, аминами или спиртом происходит отщепление брома и замыкание циклопропанового кольца (С).

Поступила 10 VII 1962 г.

Академия Наук Латвийской ССР, Рига, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Гейта Л. С., Ванаг Я. Г., ДАН СССР, 1961, **139**, стр. 597.
2. Rădulescu D., Georgescu V., Zntrbl., 1925, **I**, S. 1600.
3. Rădulescu D., Zntrbl., 1927, **I**, S. 1453, 1454.
4. * * * *Циклические β-дикетоны*. Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1961, стр. 181, 359.
5. Nathanson F., Ber., 1893, **26**, S. 2576.
6. Ванаг Г. Я., Силарая Р. Я., ЖОХ, 1956, **26**, стр. 68.
7. Wanag G., Ber., 1936, **69**, S. 1066.
8. Арен А. К., Озол Я. Я., Ванаг Г. Я., Изв. АН Латв. ССР, 1960, *4*, стр. 117.
9. Арен А. К., Ванаг Г. Я., ЖОХ, 1961, **31**, стр. 117.
10. Арен А., Озол Я., Ванаг Г. Я., Изв. АН Латв. ССР, 1960, *6*, стр. 155.
11. Гейта Л., Ванаг Г. Я., Изв. АН Латв. СРР, 1961, *5*, стр. 79.
12. Cole A., J. Chem. Soc., 1954, pp. 3807, 3810.
13. Robertson W., Music J., Matsen F., J. Amer. Chem. Soc, 1950, **72**, p. 5260.
14. Александян В. Т., Стерин Х. Е. и др., Опт. и спектр. 1959, **7**, *2*. стр. 178.

DÉRIVÉS CYCLOPROPANIQUES DES DIINDANEDIONYLALCANES GÉMINÉS

(Résumé)

Dans une Note précédente [1] nous avons montré que l'indanedione-1,3 se condense facilement avec des aldéhydes aliphatiques en formant les diindanedionylalcanes géminés (A). En poursuivant ce travail les produits obtenus sont soumis à une bromuration en obtenant par cette voie des dérivés dibromés (B). Cettes dernières substances, élaborées par poudre de zinc en alcool où par amines en eliminant le brome, se transforment en dérivés cyclopropaniques (C).

Explication des figures

Fig. 1. — Spectres d'absorption UV dans la solution chloroformique 0,001 *m*). *1*—indanedione-1,3 ; *2*—diindanedionylalcanes ; *3*—1-méthyl-2,3-diphtalyl-cyclopropane; *4*—1-isobuthyl-2,3-diphtalyl-cyclopropane ; *5*—1-isopropyl-2,3-diphtalyl-ciclopropane.

DERIVAŢI AI CICLOPROPANULUI DIN DIINDANDIONILALCANI GEMINALI

(Rezumat)

Într-o lucrare precedentă [1] Autorii au arătat că indandiona 1,3 se condensează uşor cu aldehide alifatice formînd diindandionilalcani geminali (A). Produsele obţinute sînt supuse în continuare la o bromurare, dînd astfel naştere la derivaţi dibromaţi (B). Aceste din urmă substanţe, obţinute cu ajutorul pudrei de zinc în alcool sau cu amine prin eliminarea bromului, se transformă în derivaţi ciclopropanici (C).

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Spectre de absorbţie UV în soluţie cloroformică (0,001 *m*). *1* — indandion-1,3 ; 2 — diindandionilalcani ; *3* — 1-metil-2,3-diftalil-ciclopropan ; *4* — 1-izobutil-2,3-diftalil-ciclopropan ; *5* — 1-izopropil-2,3-diftalil-ciclopropan.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 547.678.2 ; 338.062.217

CHIMIZAREA ACENAFTENULUI

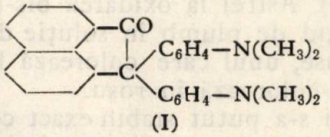
PRODUSE DE OXIDARE ALE ACENAFTENOLILOR ŞI ACENAFTENONELOR

DE

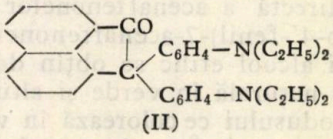
ILIE MATEI
membru corespondent al Academiei R. P. R.
TATIANA LIXANDRU, MARIA PĂSTRĂVANU şi MARIA DUMITRIU

1. Introducere

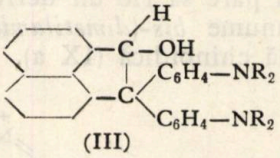
Într-o lucrare anterioară [1] unul dintre autori a arătat că prin reducerea bis-(dimetilamino-4'-fenil)-acenaftenonei (I) şi bis-(dietilamino-4'-fenil)-acenaftenonei (II) se obţin acenaftenoli de forma generală (III).



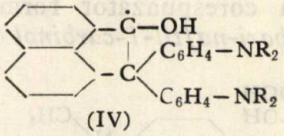
(I)



(II)



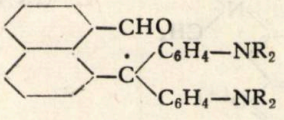
(III)



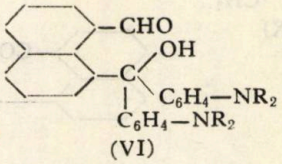
(IV)

Acenafteno'ii (III) se autoxidează trecînd în radicali liberi de forma generală (IV), care prin regrupare internă transferă electronul liber atomului de C 7 formîndu-se astfel radicali mai stabili de forma (V), derivaţi de triarilmetil şi anume bis-(dialchilamino-4'-fenil)-8-formil-naftil-1-metil.

Două molecule de produs (V) se autoxidează apoi luînd un atom de oxigen şi o moleculă de apă dînd produse carbinolice de forma (VI).



(V)



(VI)

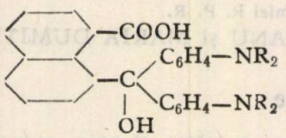
În soluţie acidă aceste produse trec în forma chinoidică devenind coloranţi de tipul coloranţilor de triarilmetan şi vopsesc mătasea, lîna şi bumbacul mordantat în verde.

Pornind de la aceste fapte am considerat că şi la oxidarea directă a derivaţilor acenaftenolici (III) şi (IV), cît şi la oxidarea derivaţilor acenaftenonici însăşi (I) şi (II) se vor obţine unele produse asemănătoare.

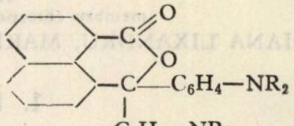
În cele ce urmează se expun rezultatele oxidării derivaţilor acenaftenolici (III) şi (IV) şi a derivaţilor acenaftenonici (I) şi (II) cu peroxid de plumb. S-a efectuat o oxidare menajată în soluţie de acid acetic glacial şi alcool etilic şi apoi o oxidare mai puternică numai în soluţie de acid acetic glacial.

2. Oxidarea în soluţie de alcool etilic-acid acetic

În prezenţa alcoolului oxidarea derivaţilor acenaftenolici (III) şi (IV) urmează drumul descris mai sus. Soluţia se colorează în verde. Nasc derivaţi aldehidici de forma (VI), dar aceştia, în prezenţa peroxidului de plumb, pot să se oxideze mai departe la produse de forma (VII), care prin anhidrizare ar trebui să treacă în produsul (VIII), derivat al anhidridei acidului naftalic.



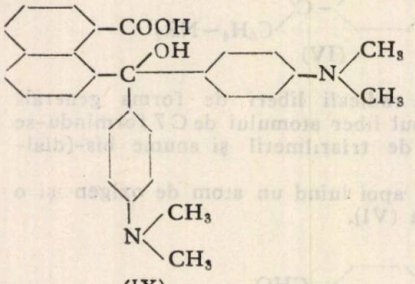
(VII)



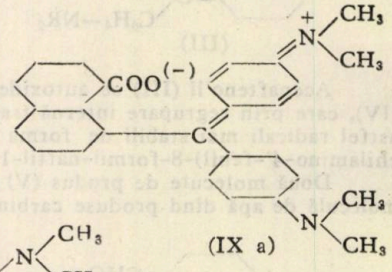
(VIII)

Produsele de forma (VII) şi (VIII) pot să se formeze şi prin oxidarea directă a acenaftenonelor (I) şi (II). Astfel la oxidarea bis-(dimetilamino-4'-fenil)-7-acenaftenonei cu peroxid de plumb în soluţie de acid acetic şi alcool etilic se obţin două produse, unul care colorează lîna şi mătasea naturală în verde şi altul care le colorează în roşu.

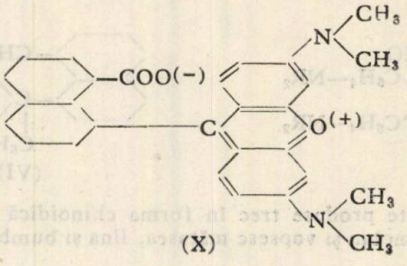
Produsului ce colorează în verde nu i s-a putut stabili exact compoziţia elementară. În orice caz în soluţie acidă pare să fie un derivat de triarilmetan corespunzător formulei (VII), anume *bis-(dimetilamino-4'-fenil)-8 carboxi-naftil-1-carbinol* (IX), în formă chinoidică (IX a).



(IX)



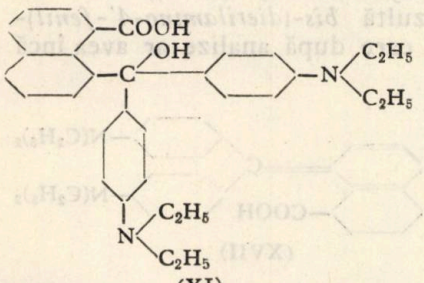
(IX a)



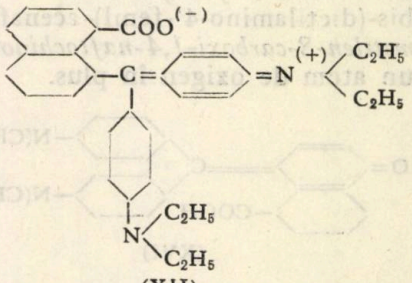
(X)

Produsul care vopseşte roşu corespunde, după compoziţia elementară, unui derivat de oxidare mai avansată a nucleelor benzenice închizînd un ciclu xantenic şi avînd caracter de colorant pironinic *X*, analog cu rodamina *B* [2] care se obţine din condensarea anhidridei ftalice cu *m*-dietilaminofenol şi ar putea fi numit *rodamina N*, ca provenind din anhidrida acidului naftalic.

Efectuînd în aceleaşi condiţii oxidarea bis-(dietilamino-4'-fenil)-acenaftenonei se obţine sarea de sodiu a leucoderivatului triaril-metanic (XI), anume *bis-(dietilamino-4'-fenil)-8-carboxi-naftil-1-carbinol*, care în soluţie acidă trece în forma chinoidică (XII) şi colorează lîna şi mătasea naturală verde închis.



(XI)



(XII)

Formarea acestui produs poate explica şi formula produsului (IX a), rezultat din oxidarea în soluţie alcool-acetică a bis-(dimetilamino-4'-fenil)-acenaftenonei.

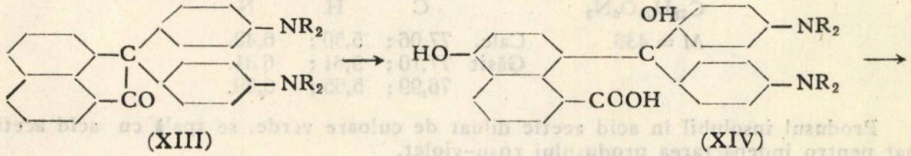
În cazul oxidării bis-(dietilamino-4'-fenil)-acenaftenonei s-a observat formarea derivatului pironinic, însă în cantităţi extrem de mici.

3. Oxidarea în soluţie de acid acetic

Procesul de oxidare a bis-(dialchilamino-4'-fenil)-acenaftenonelor cu peroxid de plumb în soluţie numai de acid acetic decurge diferit de cel de oxidare în soluţie alcool-acetică. Astfel la tratarea acenaftenonelor cu peroxid de plumb în acid acetic, masa de reacţie se colorează la început în verde, apoi prin agitare devine maro roşcat.

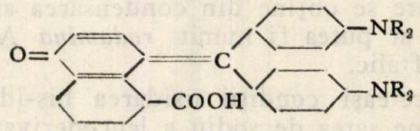
Prin precipitarea soluţiei cu apă şi purificarea produselor brute rezultate prin solvire în cloroform şi reprecipitări cu alcool sau eter se obţin produse galben-brune care vopsesc lîna şi mătasea în galben.

Oxidarea dialchilaminofenil-acenaftenonelor (I) şi (II) fiind mai puternică, s-ar deschide ciclul acenaftenonic între atomii de C *7* şi *8* şi în acelaşi timp ar avea loc şi oxidarea în poziţia *3* conform schemei:



(XIII) (XIV)

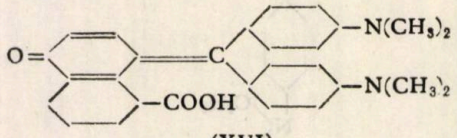
Produsele rezultate de forma (XIV) eliminînd apă între CH carbinolic şi OH naftolic, ar trece în forma chinonică:



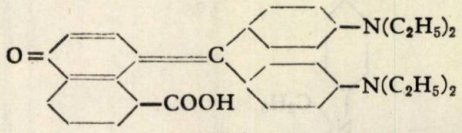
(XV)

Forma chinonică (XV) justifică culoarea galben-brună a produselor.

Astfel din bis-(dimetilamino-4'-fenil)-acenaftenon se obţine *bis-(dimetilamino-4'-fenil)-metilen-8-carboxi-1,4-naftochinonă*, (XVI), iar din bis-(dietilamino-4'-fenil)-acenaftenonă rezultă *bis-(dietilamino-4'-fenil)-metilen-8-carboxi-1,4-naftochinonă* (XVII), care după analize ar avea încă un atom de oxigen în plus.



(XVI)



(XVII)

Produsele (XVI) şi (XVII) sînt coloranţi de tip naftochinonic.

4. Partea experimentală

Produşi de oxidare a acenaftenonelor în soluţie alcool etilic-acid acetic

1. 5 g dimetilacenaftenonă se adaugă într-o soluţie de 40 cm³ acid acetic glacial şi 100 cm³ alcool etilic. În suspensia formată se adaugă 12 g peroxid de plumb; soluţia devine verde. Se agită timp de circa 2 ore.

Se filtrează, se spală cu apă şi soluţia se evaporă pe baie de apă pînă la sec. Se ia cu acetonă, se filtrează soluţia acetonică şi se aduce la sec: rămîne un produs verde cu aspect sticlos. Se adaugă acid acetic diluat, care solvă parţial produsul. Soluţia de acid acetic se filtrează şi din filtrat se extrage cu hidrat de sodiu diluat un produs negru-violet. Se obţine 1 g produs brut.

Produsul negru-violet este solubil în cloroform, alcool etilic, alcool metilic şi acetonă, cu o coloraţie roşie-violet. Este solubil în sulfură de carbon, tetraclorură de carbon, eter, benzen, toluen, cu o coloraţie portocaliu închis. Este parţial solubil în apă, cu o coloraţie albastră, insolubil în soluţii alcaline.

Se purifică prin spălare cu apă, îndepărtîndu-se apele colorate în verde. Se solvă apoi produsul în alcool, cu o coloraţie roşu-violet. Din soluţia alcoolică produsul se separă cu apă. Punct de topire 99°C.

Produsul este de culoare roşu-violet şi vopseşte lîna, mătasea naturală, bumbacul şi relonul în roşu-violet.

Analize:

$C_{28}H_{24}O_3N_2$		C	H	N
$M = 436$	Calc.	77,06;	5,50;	6,42.
	Găsit	77,10;	5,81;	6 31.
		76,99;	5,65;	6,69.

Produsul insolubil în acid acetic diluat de culoare verde, se spală cu acid acetic diluat pentru îndepărtarea produsului roşu-violet.

Este solubil în cloroform, alcool etilic, alcool metilic, acetonă, cu o coloraţie verde. Mai puţin solubil în sulfură de carbon, tetraclorură de carbon, eter, benzen, toluen, cu o coloraţie galbenă.

Se purifică prin solvire în cloroform şi precipitare cu eter. Punct de topire 264°C.

Produsul vopseşte lîna şi mătasea naturală în verde deschis.

2. 5 g dietilacenaftenonă se adaugă într-o soluţie de 25 cm^3 acid acetic glacial şi 75 cm^3 alcool etilic. În suspensia formată se adaugă 12 g peroxid de plumb. Soluţia devine verde. Se agită timp de circa 2 ore.

Se filtrează, se spală cu apă şi soluţia se evaporă pe baie de apă pînă la sec. Se ia cu acetonă, se filtrează soluţia acetonică şi se aduce la sec. Rămîne un produs verde cu aspect sticlos. Se solvă produsul cu acid acetic diluat, se filtrează soluţia şi se precipită cu hidrat de sodiu diluat.

Se obţin 2,5 g produs brut.

Se purifică produsul prin solvire în acid acetic concentrat şi precipitare cu hidrat de sodiu diluat. Punct de topire 84°C.

Produsul este de culoare verde închis.

Este solubil în acid acetic, cloroform, benzen, alcool etilic, acetonă, cu o coloraţie roşie. Este solubil în eter, sulfură de carbon, tetraclorură de carbon, cu o coloraţie galbenă.

Vopseşte lîna, mătasea naturală, bumbacul şi relonul în verde.

Analize:

$C_{32}H_{35}N_2O_3Na$		C	H	N
$M = 518$	Calc.	74,13;	6,75;	5,40.
	Găsit	75,34;	6,50;	4,94.
		75,53;	6,59;	4,77.

Produşi de oxidare a acenaftenonelor în acid acetic

1. 5 g dimetilacenaftenonă se solvă în 70 cm^3 acid acetic glacial şi se adaugă 10 g peroxid de plumb. Se agită soluţia verde obţinută pînă ce devine de culoare maro roşcat.

Soluţia astfel obţinută se filtrează şi se precipită cu apă. Precipitatul galben-brun se filtrează şi se spală pe filtru cu apă multă pînă se îndepărtează urmele de acetat de plumb. Se obţin 4,5 g produs brut.

Pentru a separa produsul de acenaftenona neoxidată se solvă în cloroform şi se extrage din soluţie cu alcool etilic.

Produsul rezultat se purifică prin solvire în acid acetic concentrat şi precipitare cu hidrat de sodiu diluat. Punct de topire 246°C.

Produsul pur este solubil în cloroform, acid acetic concentrat. Este puţin solubil în acetonă, alcool etilic. Este insolubil în benzen, eter, sulfură de carbon, tetraclorură de carbon.

Analize:

$C_{28}H_{26}O_3N_2$		C	H	N
$M = 438$	Calc.	76,71;	5,93;	6,39.
	Găsit	76,59;	4,73;	6,08.
		76,68;	4,65;	6,68.

Produsul vopseşte lîna, mătasea naturală, bumbacul şi relonul în galben.

2. 5 g dietilacenaftenonă se solvă în 70 cm^3 acid acetic glacial şi se adaugă 10 g peroxid de plumb. Se agită soluţia verde obţinută pînă devine de culoare maro roşcat.

Soluţia astfel obţinută se filtrează şi se precipită cu apă. Precipitatul maro se filtrează şi se spală pe filtru cu apă multă pînă se îndepărtează urmele de acetat de plumb. Se obţin 4 g produs brut.

Se purifică prin solvire în cloroform şi precipitare cu eter. Nu se topeşte pînă la 400°C.

Produsul este de culoare galben-brun. Este solubil în cloroform, acid acetic concentrat ; puţin solubil în alcool, benzen, acetonă şi insolubil în eter, tetraclorură de carbon, sulfură de carbon.

Vopseşte lîna, mătasea naturală, bumbacul şi relonul în galben.

Analize :

$C_{32}H_{34}O_4N_2$		C	H	N
$M = 510$	Calc.	75,29 ;	6,66 ;	5,49.
	Găsit	74,44 ;	4,96 ;	5,37.
		74,43 ;	5,00 ;	

5. Concluzii

În lucrarea de faţă se arată că :

a) La oxidarea menajată în soluţie de alcool-acid acetic a derivaţilor acenaftenonici cît şi a derivaţilor acenaftenolici se obţin coloranţi de tipul coloranţilor triaril-metanici şi de tipul coloranţilor pironinici.

b) La oxidarea în soluţie de acid acetic a acenaftenonelor se obţin coloranţi de tipul coloranţilor naftochinonici.

c) Coloranţii obţinuţi vopsesc bumbacul, mătasea naturală, lîna şi relonul în verde (derivaţii de triaril-metan), în roşu (derivaţii pironinici) şi în galben (derivaţii de tip naftochinonic).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie organică

BIBLIOGRAFIE

1. Matei I,. Ber., 1923, 65, S. 1623.
2. Каррер П., *Курс органической химии.* ИИЛ, Л, 1960, стр., 769, (пер. с англ.)

ХИМИЗАЦИЯ АЦЕНАФТЕНОЛА

Продукты окисления аценафтенолов и аценафтенонов

(Резюме)

Заключается, что при осторожном окислении в растворе алкоголь-уксусная кислота аценафтеноновых и аценафтеноловых производных получаются красители типа пирониновых красителей. При окислении аценафтенонов в растворе уксусной кислоты получаются красители типа нафтохинона. Полученные красители окрашивают хлопок, натуральный шелк, шерсть и „релон" в зеленый цвет (производные триарил метана), в красный цвет (производные пиронина) и в желтый цвет (производные нафтохинона).

TRAITEMENT CHIMIQUE DE L'ACÉNAPHTÈNE

Produits d'oxydation des dérivés acénaphténoniques et acénaphténoliques

(Résumé)

On montre que lors de l'oxydation ménagée dans des solutions d'alcool-acide acétique, des dérivés acénaphténon ques aussi que des dérivés acénaphténoliques, on obtient des colorants du type triarylméthanique et du type pyroninique. L'oxydation des acénaphténones en présence de l'acide acétique fournit des colorants naphtoquinoniques. Les colorants obtenus teintent le coton, la soie naturelle, la laine et la fibre synthétique „rélon" en vert (les dérivés triarylméthaniques) et en jaune (les dérivés naphtoquinoniques).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 547.458.81

О МОЛЕКУЛЯРНОЙ КОНФИГУРАЦИИ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ ПО Х. ВАСИЛИУ И КРИТИКА ЕГО ПОЛОЖЕНИЙ В СВЕТЕ СОВРЕМЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Академик Кр. И. СИМИОНЕСКУ и Г. Н. РОЗМАРИН

1. *Введение*

В [1], Х. Василиу указывает на исключительное значение альбуминов, жиров и углеводов в животном и растительном мире, подчеркивая необходимость выяснения их молекулярного строения. К сожалению, его работа осталась неизвестной, благодаря малому тиражу журнала с одной стороны, а также, возможно, потому, что она не была написана на языке, доступном специалистам. Как бы то ни было, появление этой работы означало определенный этап в историческом развитии представлений о молекулярной конфигурации углеводов и представляло ценный вклад румынского ученого в область химической науки, а поэтому следует подчеркнуть и отдать должное автору труда, заслуживающему признание своим приоритетом и научной ценностью его теории.

Мы считаем вполне естественным вернуться к этим представлениям 27 лет спустя и рассмотреть их критически в рамках современных концепций о молекулярной конфигурации целлюлозы. Следует заметить, что недавно, К. Пынтя [2], [3] обсуждал гипотезу профессора Х. Василиу в области конфигурации молекул протеиновых веществ, подчеркивая основные положения его научного воззрения, однако, и на этот раз, его существенный вклад в область познания молекулярного строения углеводов так и остался незатронутым.

2. *Молекулярная конфигурация углеводов по Х. Василиу*

В рамках унитарной теории о строении протеиновых веществ, жиров и углеводов, Х. Василиу выдвигает оригинальную гипотезу, относящуюся к области молекулярной конфигурации целлюлозы и крахмала (рис. 1).

Из рис. 1 видно, что элементарные звенья этих макромолекул вставлены в гексагональное призматическое пространство и расположены друг от друга на расстоянии 2 Å; связь между звеньями осуществляется поочередно кислородными мостиками.

Х. Василиу приводит следующие доводы для аргументации такой структ ры. Принимают шестиугольник C_1C_2 (на рис. 2), в котором валентности C_2 могут быть направлены по V_1V_2 (угол 109°). На расстоянии 1,3 Å находится в направлении V_2 кислородный атом, валентности которого могут располагаться по V_3 или V_4. Следующее звено принимает положение C_3C_4 (формула Василиу) или положение C_5C_6 (известная формула Хэуорэа). В первом случае, стороны треугольника C_2OC_4 имеют размеры 2; 1,3 и 1,3 Å, и учитывая, что угол валентности кислорода равен 109°28′, находят расстояние между элементарными звеньями равное 2,15 Å (рис. 3).

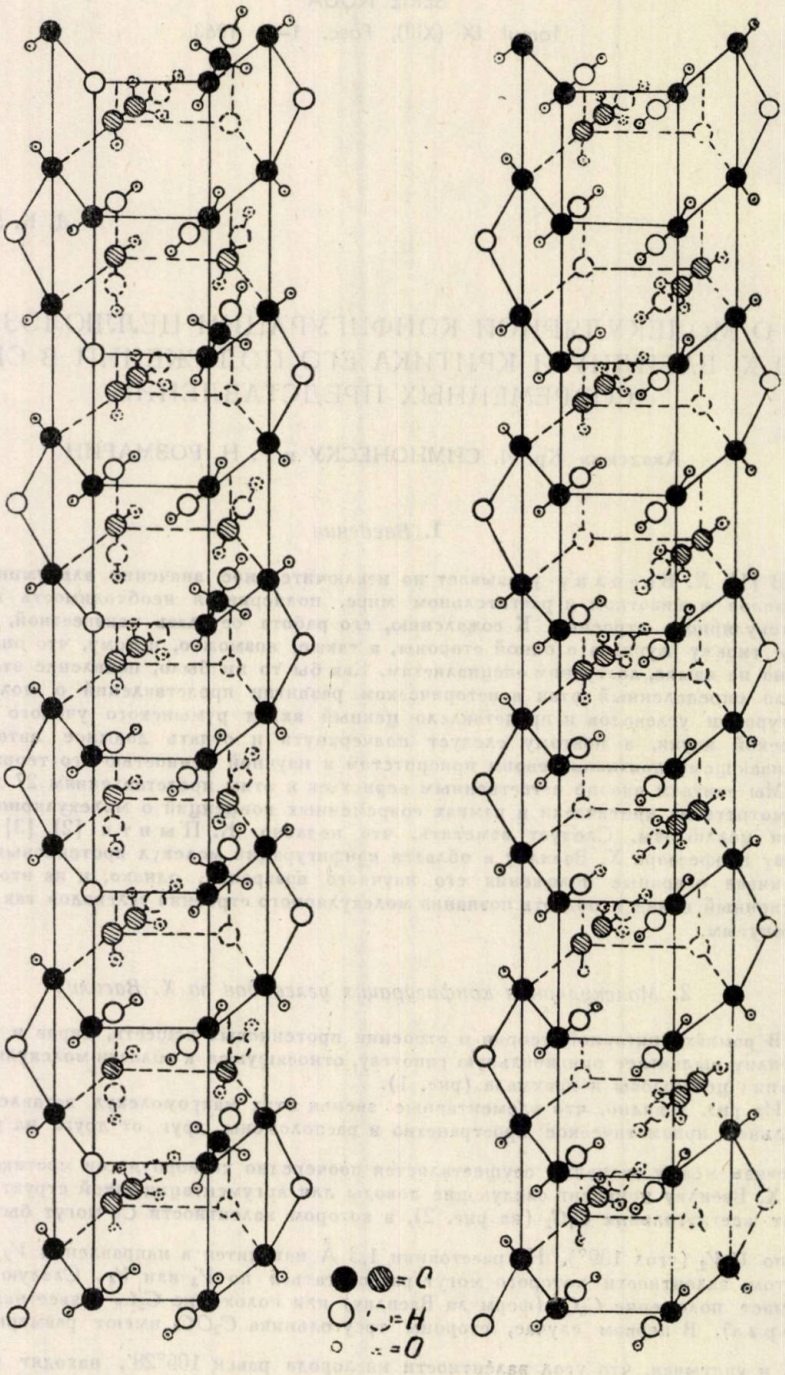


Рис. 1. — Молекулярные конфигурации целлюлозы и крахмала по Х. Василиу.

В изложении своей теории Х. Василиу описывает призму крахмала, у которой две CH_2OH-группы расположены на двух смежных ребрах, обе в одном общем интервале между звеньями, в то время как в призме целлюлозы эти группы находятся на противоположных ребрах, причем по одной в каждом интервале между звеньями. „Этим можно объяснить с одной стороны способность целлюлозных призм связываться одна с другой с образованием пленчатых структур, а с другой стороны — различие в гидролизуемости этих двух веществ, связь между шестиугольниками распадаясь легче в случае крахмала“ [1, стр. 18—19].

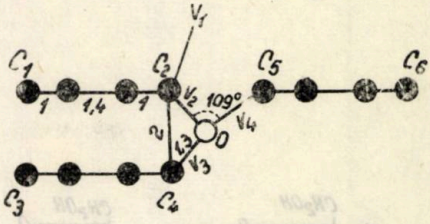


Рис. 2. — Вспомогательная схема к теории Х. Василиу.

Рентгенограмма целлюлозы соответствует, по К. Мейеру и Г. Марку, призматической элементарной ячейке с размерами $8{,}3\times7{,}9\times10{,}3$ Å, которая включает 5 молекул целлобиозы. По Х. Василиу, та же рентгенограмма может быть получена от отрезка призмы, содержащего четыре элементарные звенья, с размерами $7\times6{,}4\times8{,}6$ Å. Такая кристаллическая ячейка, выдвигаемая Х. Василиу, обладает пониженной плотностью (1,26) по сравнению с обычным значением плотности целлюлозы (1,4...1,5).

„Предложенные нами конфигурации, — пишет в заключении Х. Василиу, — выведены на основе формул Хэуорза. По нашему мнению, формула Хэуорза для крахмала ближе к действительности, а формула целлюлозы отдаленнее, поскольку незначительные структурные различия не могут объяснить больших различий в поведении данных двух веществ. Безусловно, что и здесь как и в других вопросах, будущее покажет истину“ [1, стр. 19].

Для обоснования своей концепции Х. Василиу пользовался следующими допущениями: угол валентностей атомов углерода равен 109°28′, причем углеродные атомы обладают стерической симметрией; атомы в молекуле располагаются стерически, а не линейно или плоскостно, и, наконец, в системе проявляются ван-дер-ваальсовы силы притяжения. [2, стр. 18].

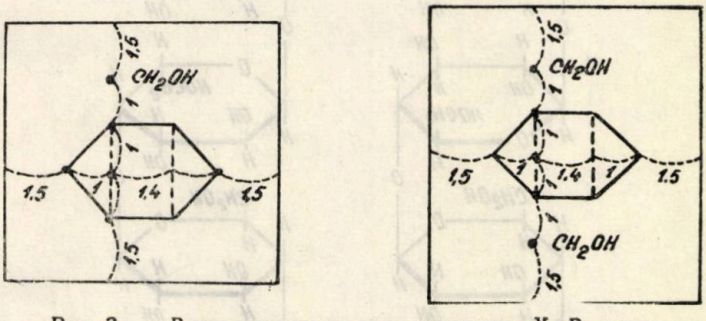
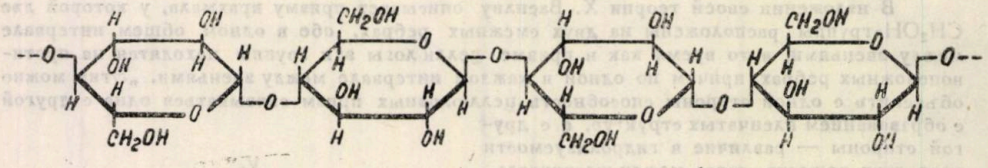
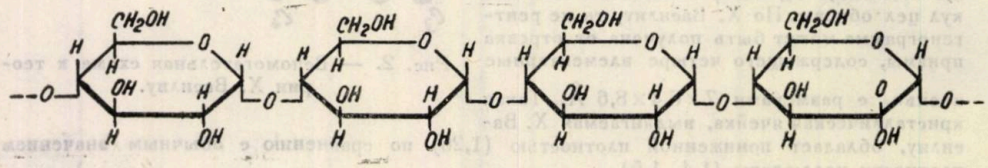


Рис. 3. — Вспомогательная схема к теории Х. Василиу.

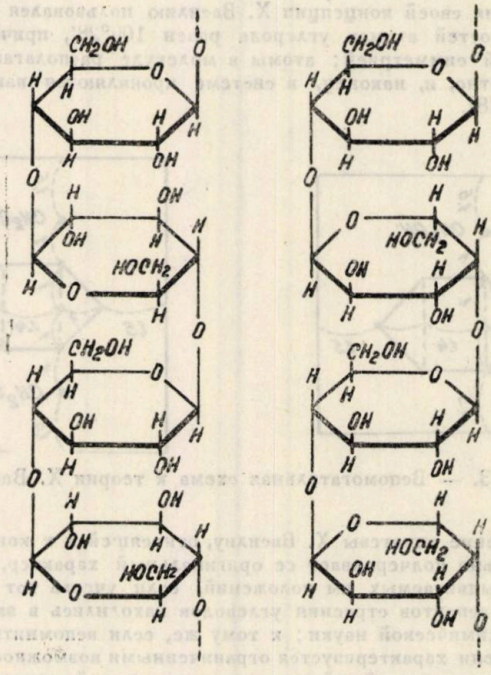
Краткое изложение гипотезы Х. Василиу, относящейся к конфигурации целлюлозы и крахмала, убедительно подчеркивает ее оригинальный характер, а также неоспоримую научную ценность выдвигаемых им положений, если учесть тот факт, что в то время много теоретических аспектов строения углеводов находились в зачатке мышления видных представителей химической науки; к тому же, если вспомнить, что данный период (1935...1936 гг.) времени характеризуется ограниченными возможностями научного исследования, в частности отметить общий неудовлетворительный уровень научного мышления того времени, то станет ясно, почему в теорию Х. Василиу вкрались и некоторые ошибочные положения по сравнению с современными теориями. Поэтому, обсуждение последних теорий и включение концепций Х. Василиу в ансамбль общих положений кон-



(1)



(2)



(1) (2)

Формулы целлюлозы (1) и крахмала (2) в представлении Х. Василиу (снизу) и У. Н. Хэуорза (сверху).

фигурации нных вопросов природных высокомолекулярных соединений является обязательным для правильной оценки вклада румынского ученого в область строения углеводов.

3. *Современные положения в области строения целлюлозы и крахмала*

Химическое строение целлюлозы, представленное выше формулой Хэуорса, было доказано путем химических реакций [4], [5]. Это представление, выдвинутое им еще в 1928 г. [6], принимается и поныне всеми химиками, работающими в области целлюлозы и ее переработки; такое строение соответствует элементарной ячейке природной целлюлозы растений (целлюлоза I), наиболее распространенной из ее модификаций (см. рис. 4) [7]...[11].

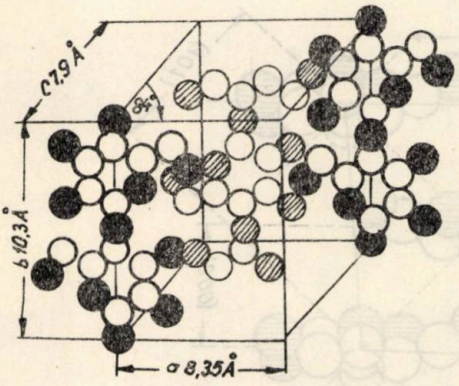


Рис. 4. — Элементарная ячейка целлюлозы I по Мейеру и Мишу.

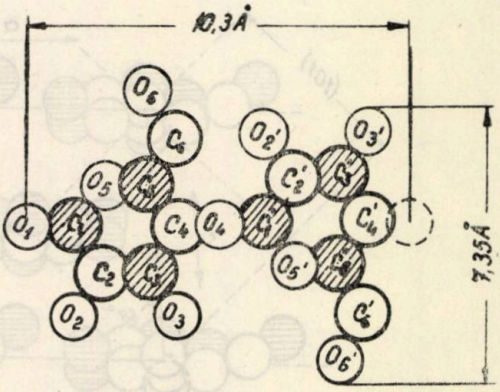


Рис. 5. — „Симметричная" конфигурация целлобиозного остатка.

В модели Мейера-Миша атомы C_1, C_3, C_5, $C_{1'}$, $C_{3'}$, $C_{5'}$ (см. рис. 5) лежат в одной плоскости, а все глюкозидные связи и глюкозидные атомы кислорода находятся в плоскости, перпендикулярной к ней. Следует отметить, что Пейрс доказал возможность существования другой конфигурации, в которой цитированные атомы не находятся в параллельных плоскостях, что вызывает увеличение угла, образованного атомами кислорода глюкозидного мостика [12]. Из рис. 4 видно что элементарная ячейка имеет размеры $a=8{,}35$ Å, $b=10{,}3$ Å (ось волокна), $c=7{,}9$ Å, $\beta=84°$ (β — угол между осями a и c, перпендикулярными оси b); она содержит в каждом углу по одной целлюлозной цепи, а одна цепь находится в центре. Предложенная модель разработана на основе изучения пятен рассеивания, полученных на рентгенограммах волокон рами, и уточнения кристаллографических индексе в (hkl) [13] (см. схему на рис. 6). Более подробно паратропные плоскости видны на рис. 7.

На основе предложенной модели можно выявить следующие структурные особенности целлюлозы [14]:

1. Наличие трех отчетливых рефлексов на экваториальной линии рентгенограммы, обусловленных плоскостями (*101*), ($10\bar{1}$) и (*002*), доказывает „центрированный" характер структуры Мейера-Миша.

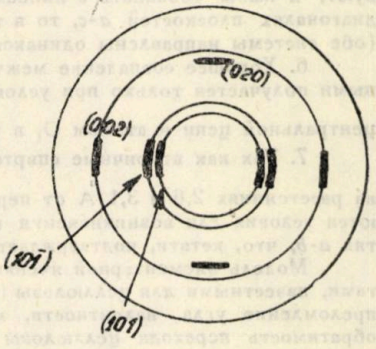


Рис. 6. — Схема рефлексов, видимых на рентгенограммах целлюлозы I.

2. Рефлекс (*C02*), будучи более резким по сравнению с другими пятнами, показывает повышенную концентрацию атомов в плоскостях, параллельных грани *a-b*, в то время как в промежутках между этими плоскостями расположены участки меньшей плотности.

3. Меридиональные рефлексы (*020*) предполагают наличие диагональной винтовой оси симметрии, параллельной оси *b*. Следует из этого, что пирановые звенья должны быть параллельны или одинаково наклонены к винтовой оси, что и ограничивает свободные их вращение вокруг глюкозидных связей. Ввиду того, что расстояние между атомами C_6-O_2, не больше 2,7 Å, т. е. недостаточно для проявления ван-дер-вальсовых взаимодействий, то выявляется необходимость введения некоторых структурных коррекций в модели Мейера-Миша.

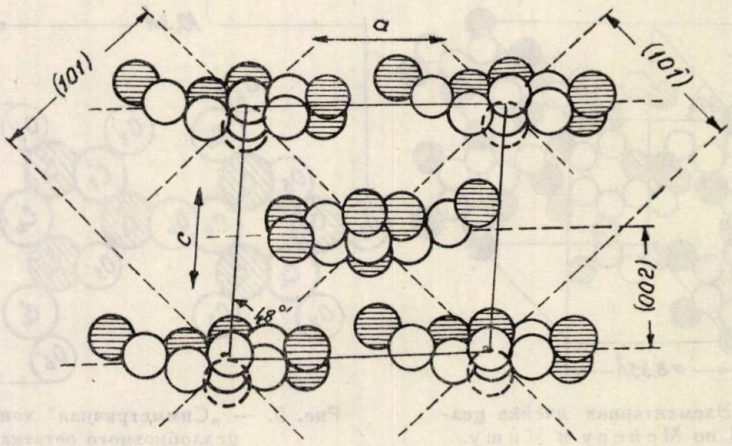


Рис. 7. — Основные паратропные плоскости в целлюлозе I.

4. Рефлексы (*0k0*) нечетного порядка, например, (*010*) и (*030*), представляют собой в действительности искажения кристаллической структуры (дефекты), а потому следует считать ошибочной идею о винтовой симметрии.

5. В модели Мейера-Миша цепные макромолекулы образуют две взаимопроникающие системы (одна в углах элементарных ячеек, другая в их центрах), простирающиеся в противоположных направлениях. В таком случае винтовые оси, если они существуют, должны совпадать с длинами цепей. Однако, если винтовые оси расположены в диагоналях плоскостей *a-c*, то в таком случае цепи не обладают винтовой симметрией (обе системы направлены одинаково).

6. Хорошее совпадение между предложенной моделью и экспериментальными данными получается только при условии, чтобы расстояние (на оси *b*) между атомом O_1 в центральной цепи и атомом O_1 в угловой цепи элементарной ячейки было 3 Å.

7. Так как вторичные спиртовые группы пирановых циклов одной цепи находятся на расстояниях 2,6 и 3,1 Å от первичной спиртовой группы соседней цепи, то создаются условия для возникновения водородных связей между этими группами в плоскостях *a-b*, что, кстати, подтверждается методами ИК-спектров поглощения.

Модель элементарной ячейки полностью согласуется с экспериментальными фактами, известными для целлюлозы (положение и интенсивность рефлексов, двойное лучепреломление угла валентности, межмолекулярные и внутримолекулярные расстояния, обратимость перехода целлюлозы I в целлюлозу II), а также с наличием трех видов дифференцированных связей: внутримолекулярные ковалентные связи (ось *b*), межмолекулярные — водородные связи (ось *a*) и ван-дер-ваальсовы силы притяжения (ось *c*) [13]. Тем не менее в литературе встречаются некоторые возражения, касающиеся кон-

фигурации цепей, природы винтовой оси симметрии и внесения некоторых изменений в модель (увеличение размеров осей *a* и *c* [12], [15], [16]).

Некоторые критические высказывания относятся к роли и устойчивости водородных связей: так, на основании вышеизложенных положений наиболее устойчивые связи устанавливаются в целлюлозе I в плоскости (*002*), однако совсем недавно Рэнби [17] показал, что слоистое строение фибрилл скрепляется водородными связями, хорошо развитыми в плоскостях (*101*) решетки, которые расположены параллельно плоскости клеточной стенки. Аналогичные взгляды высказывались Фрей-Висслингом и Мюлеталером [18]. В пользу такой гипотезы говорят следующие доводы:

а) Кристаллические фибриллы обладают максимальными размерами в направлении плоскостей (*101*), а поэтому такие плоскости (параллельные поверхности клеточной стенки) представляют собой главную плоскость роста решетки.

б) При набухании в полярных жидкостях разрушающих водородную связь, объем фибрилл увеличивается главным образом в направлении решетки (*101*); это возможно и в случае целлюлозы II (мерсеризованной целлюлозы), так как дифракция Х-лучей при образовании продуктов присоединения (или набухания) целлюлозы выражается расширением решетки целлюлозы II только в направлении (*101*).

Абади-Момер [19], используя следующие константы кристаллической ячейки целлюлозы I (из которых следует объем 662,7 Å^3): a=8,20 Å, b=10,3 Å, c=7,9 Å, β=83,3°, рассчитал реальный объем атомов, составляющих элементарную ячейку. Известно, что в классических моделях соотношение диаметров атомов кислорода и углерода неправильно, а объемом атомов водорода вообще пренебрегают; эти модели правильны только в отношении взаимного расположения молекулярных цепей, а также длины целлобиозного остатка. Следует подчеркнуть, что расстояние между двумя атомами, принадлежащими одной цепи или двум соседним макромолекулам, является меньшим по сравнению с суммой радиусов этих атомов. Это и ведет к уменьшению свободного пространства по так называемому принципу максимальной плотности молекулярной упаковки [20], [21].

При значении угла валентности в 105° для указанных в скобках типов связи (С—С—С, С—С—О, С—С—Н, О—С—Н, С—О—С, О—С—О и Н—С—Н), Ф. А. Абади-Момер считает, что сумма ковалентных связей равна расстоянию между центрами двух химически связанных атомов. Таким образом, ковалентные связи равны для углерода 0,77 Å, для кислорода 0,66 Å, а для водорода 0,3 Å, причем связи атомов будут соответственно равны С—С=1,54 Å, С—О=1,43 Å, С—Н=1,07 Å и Н—О 0,96 Å. Ван-дер-ваальсовы силы притяжения устанавливаются на расстоянии 1,60...1,67 Å (углерод), 1,40...1,50 Å (кислород) и 1,10...1,20 Å (водород). Когда расстояние между двумя атомами меньше необходимой дистанции для связи типа Ван-дер-ваальса, то часть объема атомов становится общим для атомов (не включившихся в химическую связь с рассматриваемыми) того же целлоглюканового остатка, для атомов, принадлежащих одной данной цепи или же двум соседним цепям. Это затруднят точный расчет действительного объема кристаллической ячейки, поскольку внутри каждого целлоглюканового остатка большинство атомов обладают общим объемом для трех или более атомов (см. рис. 8).

Если принять, что в кристаллическую ячейку входит количество атомов, эквивалентное четырем целлоглюкановых остатка (24 С, 40 Н, 20 О), то объем атомов, считающихся свободными и составляющих данную ячейку, будет равен 946 Å^3. Учитывая, однако, что в ячейке имеются 20 связей С—С, 28 связей С—О, 28 связей С—Н и 12 связей О—Н, то находят объем, занимаемый связями двух последовательных атомов (453 Å^3). Разница до 946 Å^3 и представляет *действительный объем, занимаемый составляющими кристаллическую ячейку атомами* (493 Å^3): но этот объем должен быть безусловно еще меньшим, благодаря общему объему с другими атомами, не включенными в химическую связь, как, например, $C_1C_4C_5$ с одной стороны и $C_2C_4C_5$ — с другой (рис. 8).

Для более полного представления о строении целлюлозы необходимо рассмотреть вопрос о конформации (пространственного расположения) элементарного глюкозидного

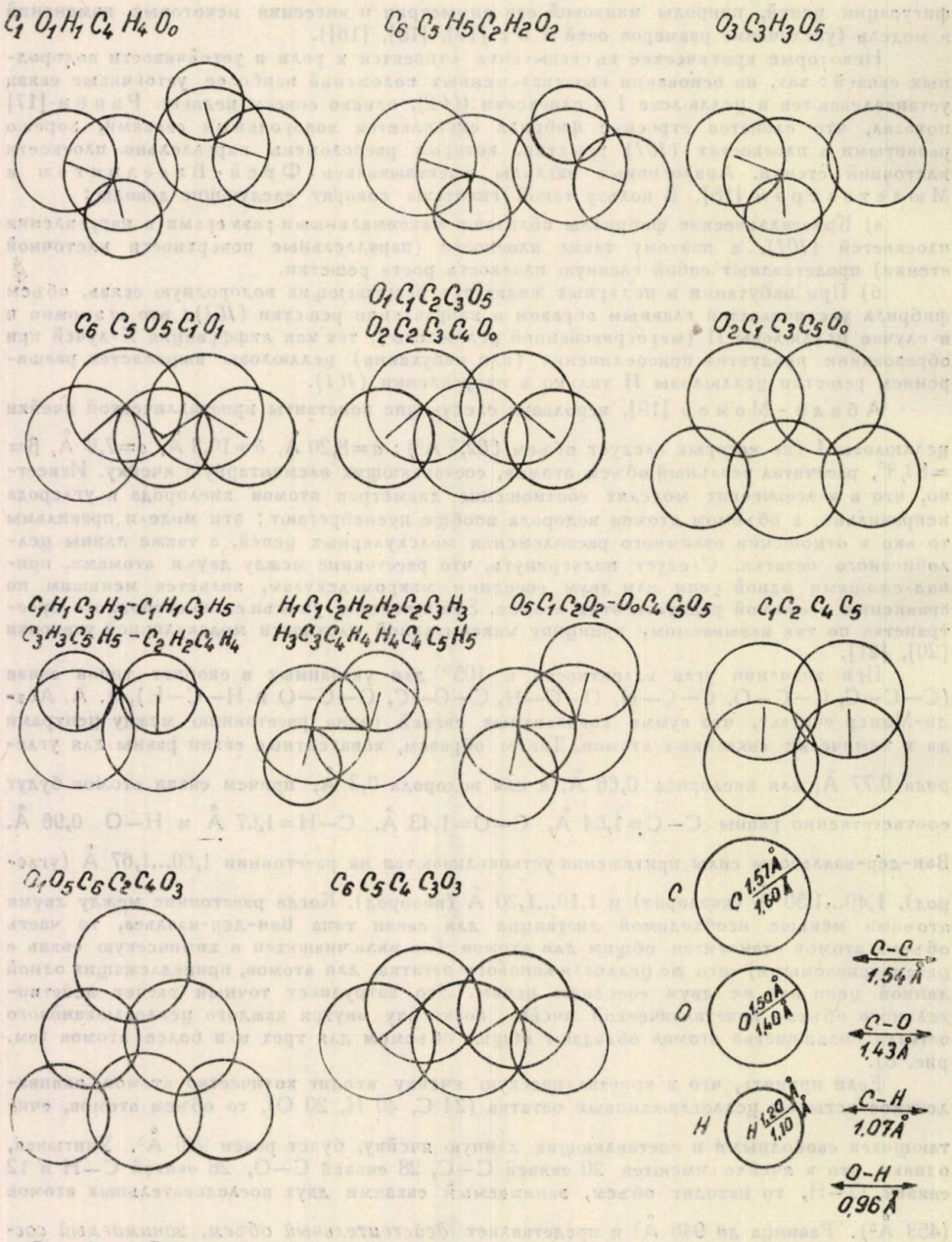


Рис. 8. — Реальный объем и стерическое взаимоположение атомов, составляющих элементарное звено целлюлозы I, по Абади-Момеру.

звена. Наиболее вероятной для глюкозы [22] является конформация, соответствующая минимальной энергии и обусловленная, как известно, взаимодействием между валентно не связанных друг с другом заместителей в пиранозном цикле. Отметим, что в данном случае эффекты отталкивания определяются наличием гидроксильных групп. Учитывая два возможных типа конфигурации — конфигурация **C1** (*chair* — кресло) и конформа-

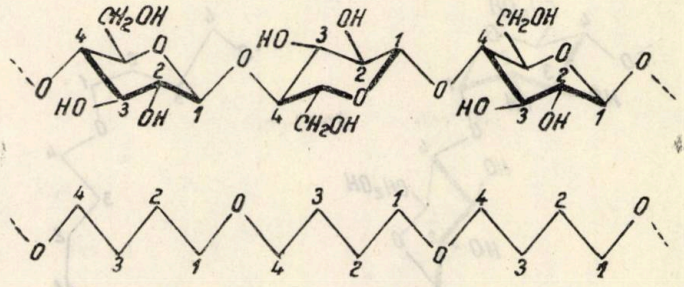


Рис. 9. — Молекулярная конформация целлюлозы.

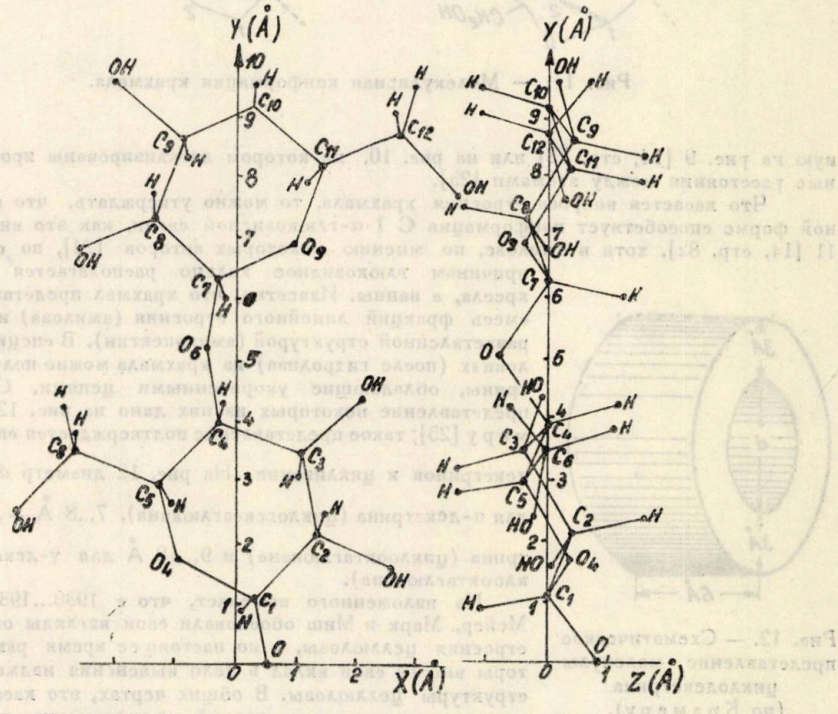


Рис. 10. — Межатомные расстояния в конформационном представлении целлюлозы.

ция **B 3** (*boat* — ванна), считают предпочтительной для глюкозы конформацию **C 1** [14, стр. 23], благодаря меньшему напряжению внутри цикла; тип **B 3** не является предпочтительным за исключением особых, специфических случаев.

Вследствие возможности вращения вокруг глюкозных связей целлюлозная цепь может обладать различными формами при почти постоянном энергетическом уровне.

Ненапряженная макромолекула целлюлозы может принимать конформацию **С** или **В**, так как в принципе вполне осуществим переход от одного типа конформации к другому. Однако, в результате пространственных помех и различных барьеров, создаваемых сильно полярными группами (гидроксильными и другими), такие переходы при нормальных условиях маловероятны [17, стр. 61—62]. Обычно, принимают структуру, представлен-

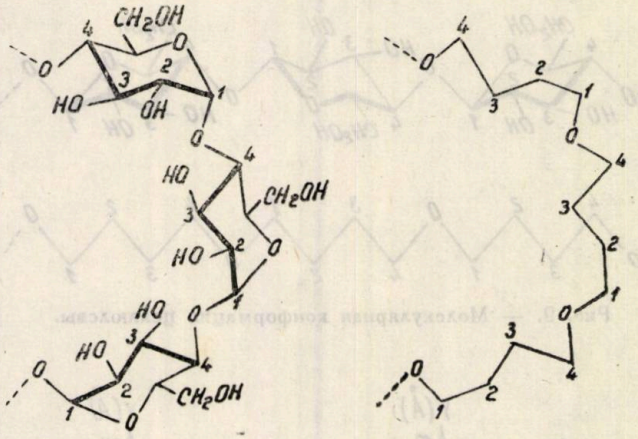


Рис. 11. — Молекулярная конформация крахмала.

ную на рис. 9 [14, стр. 73] или на рис. 10, на котором детализированы пространственные расстояния между атомами [23].

Что касается вопроса строения крахмала, то можно утверждать, что ее спиральной форме способствует конформация **С 1** α-глюкозидной связи, как это видно из рис. 11 [14, стр. 82], хотя в амилозе, по мнению некоторых авторов [24], по стерическим причинам глюкозидное кольцо располагается не в виде кресла, а ванны. Известно, что крахмал представляет собой смесь фракций линейного строения (амилоза) и фракций с разветвленной структурой (амилопектин). В специальных условиях (после гидролиза) из крахмала можно получить декстрины, обладающие укороченными цепями. Схематичное представление некоторых из них дано на рис. 12, по Крамеру [25]; такое представление подтверждается способностью декстринов к циклизации. На рис. 12 диаметр d равен 6 Å для α-декстрина (циклогексаглюкана), 7...8 Å — для β-декстрина (циклооктаглюкана) и 9...10 Å для γ-декстрина (циклооктаглюкана).

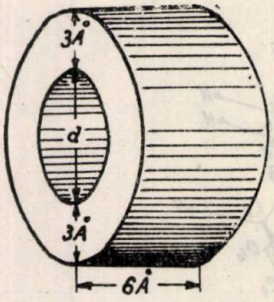


Рис. 12. — Схематическое представление молекулы циклодекстрина (по Крамеру).

Из изложенного вытекает, что с 1930...1937 гг. когда Мейер, Марк и Миш обосновали свои взгляды относительно строения целлюлозы, и по настоящее время различные авторы внесли свой вклад в дело выяснения надмолекулярной структуры целлюлозы. В общих чертах, это касается уточнения межатомных расстояний, природы меж- и внутримолекулярных взаимодействий, действительного объема атомов, составляющих кристаллическую ячейку, а также конформации высокомолекулярных цепей целлюлозы и крахмала. Тем не менее, осталось еще много спорных вопросов в области микрофибриллярного строения целлюлозы, а также природы „кристаллических" или „аморфных" областей целлюлозной системы, какая из этих фаз является термодинамически устойчивой и др. Однако, такие вопросы выходят за рамки данной статьи, хотя их значение для полного представления о строении целлюлозы безусловно огромно.

4. *Выводы*

Следует из изложенного материала выдающийся характер концепции румынского автора, если принять во внимание незначительные средства исследования, имеющиеся в распоряжении у Х. Василиу. Он сформулировал свои гипотезы лишь несколько лет спустя после появления работ Мейера и Марка, которые касались пространственного расположения структуры органических веществ. Поэтому, попытка Х. Василиу дать унитарную теорию строения ряда природных высокомолекулярных соединений (протеиновых веществ, целлюлозы и крахмала) является замечательной. Его теория означала новую ступень в понимании пространственной формы макромолекул, явилась толчком в деле выяснения интимного строения вещества.

Ряд положений, разработанных Х. Василиу, остался и до сих пор действителен, другие положения остались невыясненными; так, сохраняют свое значение положения об общем пространственном расположении макромолекул целлюлозы и крахмала, о компактности структуры, отраженной в современных теориях в виде максимальной степени упаковки, о межатомных расстояниях или коррективах в размерах кристаллической ячейки. Однако, автор пренебрегал существованием отталкивающихся сил, природу других внутри- и межмолекулярных взаимодействий (в частности водородных связей) и переоценил роль и значение ван-дер-ваальсовых сил.

Следует отметить, что румынский ученый на основе структурных различий объяснил некоторые дифференцированные свойства целлюлозы и крахмала, как-то различия в удельном весе или гидролизуемости. Х. Василиу, интуитивно понимая диалектический характер науки, признавал возможность несовершенства своей теории, придавая должное значение новым открытиям в области познания тонкой структуры вещества.

Следует подчеркнуть и другой аспект. В начальный период развития представлений высокомолекулярной химии, Х. Василиу проглядывает значение обсуждения пространственной конфигурации высокомолекулярных соединений для дальнейшего развития молодой отрасли химической науки, а также роль связи между строением и свойствами. Он пытался разработать унитарную концепцию о строении углеводов, жиров и протеиновых веществ, правильно оценивая взаимосвязь процессов биосинтеза. Таким образом, Х. Василиу явился прогрессивным деятелем своей эпохи, внеся своим трудом значительный вклад в область развития химических представлений о строении вещества.

Данная статья задалась целью критически рассмотреть гипотезу Х. Василиу о молекулярном строении целлюлозы и крахмала и включить его вклад в достояние мировой науки.

Поступила 10 VI 1963 г.

Ясский политехнический институт,
Кафедра целлюлозы, бумаги и искусственного волокна

ЛИТЕРАТУРА

1. Vasiliu H., Comun. lab. Chim. agr., 1936, **1**, *3*, pp. 5—21.
2. Pîntea C., Lucr. şt. Inst. agr. „Ion Ionescu de la Brad", Iaşi, 1961, pp. 5—26.
3. — *Concepţia ştiinţifică a prof. H. Vasiliu.* În *50 de ani de învăţămînt agronomic superior în Iaşi, 1908—1958.* Iaşi, 1959, pp. 69—86.
4. Ott E., Spurlin H. M., Grafflin M. W., *Cellulose and Cellulose Derivatives.* Part I, Sec. ed., Interscience, N.-Y., 1954, pp. 29—78.
5. Rogovin Z. A., Şorîghina N. N., *Chimia celulozei şi a substanţelor însoţitoare.* Ed. Tehn., Buc., 1958, pp. 16—20, (пер. с русского).
6. Haworth W. N., Helv. Chim. Acta, 1928, **11**, p. 547.
7. Meyer K. H., Mark H., Ber., 1928, **61 B**, S. 593.
8. Meyer K. H., Z. Angew. Chem., 1928, **41**, S. 935.
9. Meyer K. H., Mark H., *Der Aufbau der hochpolymeren organischen Naturstoffen.* Akad. Verlagsges., Leipzig, 1930.
10. Meyer K. H., Misch L., Ber., 1937, **70 B**, S. 266.

11. Meyer K. H., Misch L., Helv. Chim. Acta, 1937, **20**, S. 232.
12. Peirce F. T., Trans. Faraday Soc., 1946, **42**, p. 545.
13. Feldman D., Asandei N., Rozmarin Gh., Celuloză şi hîrtie, 1960, **9**, *4*, pp. 105—110.
14. * * * *Успехи химии целлюлозы и крахмала.* ИИЛ, М., 1962, стр. 165—183 (пер. с англ.).
15. Sen M. K., Roy S. C., Nature, 1954, **173**, p. 298
16. Honio G., Wanatabe M., Nature, 1958, **181**, p. 326.
17. * * * *Основные представления о волокнах, применяемых в бумажном производстве.* Гослесбумиздат, М., 1962, стр. 60—100.
18. Frey—Wissling A., Mühlethaler K., M., Makromolek. Chem., 1963, **62**, S. 25—30.
19. Abadie—Maumert F. A., Bull. ATIP, 1962, **16**, *5*, pp. 356—365.
20. Китайгородский А. И., Успехи химии, 1948, **28**, *14*, стр. 468.
21. Юльчибаев А. А., Автореферат диссертации. Изд. САГУ, Ташкент, 1959.
22. Reeves R. E., Adv. Carbohydr. Chem., 1951, **6**, p. 107.
23. Сунь-тун, Чжан-Вей-ган, Роговин З. А., Высокомол. соед., 1961, **3**, *3*, стр. 382—389.
24. Кочетков Н. К., Торгов И. В., Ботвиник М. М., *Химия природных соединений.* Изд. АН СССР, М., 1951, стр. 151.
25. Крамер Ф., *Соединения включения.* ИИЛ, М., 1958, стр. 22, (пер. с нем.)

SUR LA CONFIGURATION MOLÉCULAIRE DE LA CELLULOSE D'APRÈS H. VASILIU ET LA CRITIQUE DE SA CONCEPTION DANS LA LUMIÈRE DES THÉORIES MODERNES

(Résumé)

En 1936 H. Vasiliu, en mettant en évidence la grande importance des substances albuminoïdes, grasses et des hydrates de carbone, présentait certains aspects concernant leur structure moléculaire dans le cadre d'une théorie originale et unitaire. L'auteur a fondé sa conception sur la symétrie spatiale des valences de l'atome de carbone, l'angle de valence de 109°28′, la supposition d'un arrangement spatial des molecules et l'admission des forces d'attraction du type Van der Waals.

Dans cette Note on souligne le caractère inédit et la valeur scientifique incontestable de la théorie de H. Vasiliu, élaborée lorsque de nombreux aspects théoriques quant à la structure des hydrates de carbone n'étaient pas encore élucidés. La présentation des théories modernes et l'intégration de la conception de H. Vasiliu dans l'ensemble des problèmes concernant la configuration des macromolécules naturelles s'impose pour pouvoir apprécier à sa juste valeur la contribution de l'auteur roumain dans le domaine si difficile de la structure des hydrates de carbone.

En se basant sur les différences de structure, l'homme de science roumain tâche d'expliquer quelques-unes des qualités différenciées de la cellulose et de l'amidon, H. Vasiliu, ayant l'intuition du caractère dialectique de cette science, ne considère pas comme absolus les principes fondamentaux de son hypothèse et souligne la nécessité de chercher de nouvelles méthodes d'investigation dans la sphère de la connaissance de la structure intime des substances. Cette Note considère de façon critique la conception de la configuration moléculaire de la cellulose d'après H. Vasiliu et intègre sa contribution dans le patrimoine de la science universelle.

Explications des figures

Fig. 1. — Configuration moléculaire de la cellulose et de l'amidon (d'après H. Vasiliu).

Fig. 2. — Disposition spatiale des atomes de l'anneau élémentaire (d'après H. Vasiliu).

Fig. 3. — Distances caractéristiques (Å) pour les anneaux élémentaires de l'amidon et de la cellulose (d'après H. Vasiliu) (schéma).

Fig. 4 — Schéma du maillon élémentaire cristallin de la cellulose (d'après Meyer-Mark).

Fig 5. — Disposition stérique des atomes de l'anneau élémentaire de la cellulose (d'après Meyer-Misch).

Fig. 6. — Schéma de la disposition des tâches d'interférence sur le cliché roentgénographique de la cellulose I.

Fig. 7. — Disposition des plans paratropiques pour la cellulose I.

Fig. 8. — Volume réel et la disposition stérique réciproque des atomes constituants de l'anneau élémentaire dans le cadre du maillon cristallin de la cellulose I (d'après F. A. Abadie-Maumert).

Fig. 9. — Structure moléculaire de la cellulose.

Fig. 10. — Distances interatomiques (Å) et structure moléculaire de la cellulose.

Fig. 11. — Structure moléculaire de l'amidon.

Fig. 12. — Représentation schématique de la molécule de cyclodextrine (d'après Cramer).

ASUPRA CONFIGURAŢIEI MOLECULARE A CELULOZEI DUPĂ H. VASILIU ŞI CRITICA CONCEPŢIEI SALE ÎN LUMINA TEORIILOR MODERNE

(Rezumat)

În 1936 prof. H. Vasiliu a publicat în cadrul unei teorii unitare privind structura substanţelor albuminoase, grase şi a hidraţilor de carbon, o serie de consideraţii asupra configuraţiei moleculare a celulozei şi amidonului. Din nefericire, aportul autorului romîn în acest domeniu a rămas necunoscut, datorită pe de o parte tirajului restrîns al revistei în care a apărut şi pe de altă parte faptului că nu era prezentată într-o limbă de circulaţie internaţională. Dat fiind faptul că apariţia acestei lucrări a reprezentat o etapă importantă în desfăşurarea istorică a concepţiilor privind configuraţia moleculară a hidraţilor de carbon şi a constituit o contribuţie ştiinţifică romînească valoroasă, autorii articolului de faţă şi-au propus să reia — după peste un sfert de veac de la apariţie — aceste concepţii şi să le discute critic în comparaţie cu imaginea modernă a configuraţiei moleculare a celulozei.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Configuraţia moleculară a celulozei şi amidonului (după H. Vasiliu).

Fig. 2. — Dispoziţia în spaţiu a atomilor verigii elementare (după H. Vasiliu) (schemă).

Fig. 3. — Distanţele caracteristice pentru verigile elementare ale amidonului şi celulozei (după H. Vasiliu) (Å).

Fig. 4. — Schema ochiului elementar cristalin al celulozei (după Meyer-Mark).

Fig. 5. — Dispoziţia sterică a atomilor verig i elementare (după Meyer-Misch)

Fig. 6. — Schema dispoziţiei petelor de interferenţă pe clişeul roentgenografic al celulozei I.

Fig. 7. — Dispoziţia planelor paratropice la celuloza I.

Fig. 8. — Volumul real şi dispoziţia sterică reciprocă a atomilor constituenţi ai verigii elementare în cadrul ochiului cristalin al celulozei I (după F. A. Abadie-Maumert).

Fig. 9. — Conformaţia moleculară a celulozei.

Fig. 10. — Distanţele interatomice (Å) şi conformaţia moleculară sterică a celulozei.

Fig. 11. — Conformaţia moleculară a amidonului.

Fig. 12. — Reprezentarea schematică a moleculei de ciclodextrină (după F. Cramer).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 67[illegible].041 ; 534.321.9

INTENSIFICAREA EXTRACŢIEI TANINULUI CU AJUTORUL VIBRAŢIEI ULTRASONORE

DE

GH. ALEXA, M. MARINESCU, EMIL MATEI şi EMIL LUCA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Pentru intensificarea transferului de masă în extracţia solid-lichid s-a încercat folosirea vibraţiilor acustice obţinîndu-se randamente de extracţie superioare celor căpătate în probele martor nevibrate. Astfel, în 1948 a fost publicată teza lui H. D. Grove Jr. [1] de la Universitatea din Jowa (S.U.A.) care tratează extracţia proteinei din drojdia de bere cu o soluţie de 5% clorură de sodiu, folosind un cîmp de vibraţii acustice ; în 1949 Shropshire [2] obţine în S U.A. patentul nr. 2 473 453 pentru intensificarea extracţiei uleiului din peşte prin folosirea vibraţiilor acustice la nivele ridicate de putere ; în 1955 Dudley Thompson şi D. G Sutherland [3] de la facultatea de inginerie chimică a Institutului politehnic din Virginia (S. U. A.), cercetează intensificarea extracţiei uleiului de arahide folosind vibraţiile ultrasonore cu o frecvenţă de 400 kHz şi la puteri variind de la 6,5 la 63, 3 VA/cm^2.

Cunoscut fiind faptul că extracţia taninului cu apă, din diferite materii tanante vegetale, chiar atunci cînd este efectuată în baterii cu recirculări multiple şi la diferite temperaturi, necesită totuşi un timp îndelungat, ne-am propus să cercetăm în cele ce urmează intensificarea acestei extracţii prin folosirea energiei ultrasonore.

Încercările s-au efectuat pe solzi de valonee (trillo), valoneea fiind bogată în tanin şi uşor accesibilă. Ca bază de determinare s-a ales extractul obţinut, în timp de 8 ore, la temperatura mediului ambiant (22°C), în absenţa vibraţiilor ultrasonore.

S-a determinat efectul vibraţiilor ultrasonore la o frecvenţă de 800 kHz, la intensităţi şi durate de vibrare variabile.

La o intensitate a curentului de 72 mA şi o durată de ultrasonare de 45 min s-a obţinut o cantitate de substanţe extractibile de $61{,}80.10^{-3}$ kg/kg de soluţie, faţă de proba martor la care în timp de 8 ore, cantitatea de substanţe extractibile a fost de $65{,}50.10^{-3}$ kg/kg soluţie. Deci

prin folosirea energiei ultrasonore timpul de extracţie a fost redus de aproximativ zece ori.

Creşterea cantităţii de extract s-a atribuit următorilor factori: a) mărirea suprafeţei de contact între faze prin dispersia particulelor aderente; b) spargerea parţială a celulelor; c) agitarea selectivă la limita dintre faze unde există o neadaptare a impedanţei acustice; d) agitarea grosieră a solventului şi a particulelor solide în suspensie; e) efectul termic.

2. Experimentarea

Vibraţia ultrasonoră a fost produsă de un cristal de cuarţ cu o suprafaţă de 28 cm^2 şi o grosime de 3 mm, cufundat într-o baie cu ulei de transformator.

Toate experimentările s-au efectuat la frecvenţa de 800 kHz. Modificarea energiei ultrasonore s-a obţinut prin variaţia curentului anodic aplicat la cele două feţe ale cristalului de cuarţ generator de ultrasunete, energia fasciculului ultrasonor fiind proporţională cu intensitatea curentului anodic. Determinările s-au efectuat cu valori ale intensităţii curentului anodic cuprinse între 55 mA şi 79 mA.

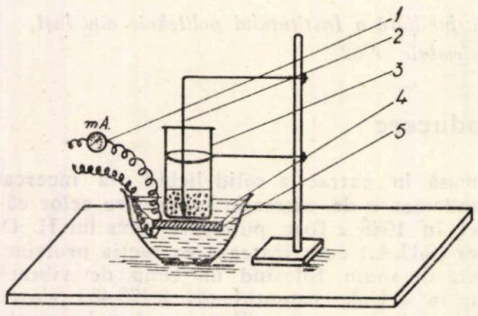


Fig. 1. — Schema dispozitivului experimental. *1* — miliampermetru, *2* — termometru, *3* — vasul cu materialul de experimentare, *4* — baia cu ulei, *5* — cristalul de cuarţ.

Vasul în care s-au efectuat experimentările a fost din sticlă de formă cilindrică, cu diametrul exterior de 50 mm şi cel interior de 48 mm, cu o înălţime de 150 mm. Schema instalaţiei experimentale este dată în fig. 1.

Pentru ca absorbţia energiei ultrasonore în sticlă să fie cît mai redusă şi pentru ca diferitele părţi ale fundului vasului să fie situate la o aceeaşi distanţă de suprafaţa cristalului, fundul vasului s-a tras cît mai subţire şi mai uniform în grosime şi de asemenea perpendicular pe peretele cilindric. Totodată la introducerea vasului de experimentare în baia de ulei s-a avut grijă să se înlăture eventualele bule de aer aderente de fundul vasului. Distanţa dinte fundul vasului şi cristalul din baie s-a menţinut aceeaşi la toate determinările, fiind de 15 mm.

Pentru a urmări influenţa materialului de construcţie a fundului vasului asupra absorbţiei energiei ultrasonore, s-au întreprins încercări de extracţie cu vase al căror fund a fost din sticlă şi din mătase impregnată cu colodiu. Ambele funduri au avut aceeaşi grosime (0,5 mm). Încercări s-au efectuat şi cu vase ale căror fund a fost realizat din foliu de policlorură de vinil (P. V. C.), a cărui grosime a fost însă mai mică (0,04 mm).

Rezultatele determinărilor, efectuate în aceleaşi condiţii, exprimate în kg extract/kg de soluţie, sînt date în tabelul 1. Din datele acestui

tabel se poate constata că randamentul în extracție este influențat mai mult de grosimea materialului decît de natura lui. Cantitatea de extract obținută cu vasul al cărui fund era confecționat din P. V. C., cu grosimea de 0,04 mm, este cu 22,76% mai mare decît în cazul folosirii unui fund de sticlă cu grosimea de 0,5 mm.

Tabelul 1

Nr. crt.	Materialul de construcție a fundului	Intensitatea curentului mA	Durata extracției min	Grosimea fundului mm	kg extract/kg soluție
1.	Sticlă	69	10	0,5	$22,40.10^{-3}$
2.	Mătase impregnată cu colodiu	69	10	0,5	$22,70.10^{-3}$
3.	Foliu P. V. C.	69	10	0,04	$27,50.10^{-3}$

Materialul de experimentare (trillo) a fost purificat de corpuri străine prin vînturare. Mărunțirea s-a efectuat la o moară de laborator tip Excelsior. Pentru a avea un material mărunțit cu dimensiuni cît mai uniforme, acesta a fost sortat prin două site, reținîndu-se pentru determinări materialul ce a fost admis prin sita cu diametrul ochiurilor de 3 mm și refuzat de sita cu diametrul ochiurilor de 2,5 mm. S-a obținut astfel un material mărunțit cu dimensiunea cea mai mare cuprinsă între 2,5 și 3 mm. Materialul necesar tuturor determinărilor, mărunțit, sortat și amestecat pentru uniformizarea umidității, a fost păstrat într-un exicator. Umiditatea materialului cu care s-au efectuat determinările a fost de 9,55%, iar conținutul său în materiale extractibile, de 39,60%.

La fiecare determinare s-au luat în lucru 10 g material. Prin încercări s-a conttatat că raportul dintre cantitatea de solvent și cea de material supus extracției, în cazul cantităților luate în lucru, trebuie să fie de 5:1, deoarece la un raport mai mic, după umflarea materialului, acesta rămîne neacoperit de solvent.

În analiză au fost folosite metode gravimetrice iar rezultatele au fost date în kg substanțe extractibile/kg de soluție.

În timpul vibrării ultrasonore s-au observat efecte termice, manifestate prin ridicarea temperaturii masei supuse extracției. Temperaturile au fost înregistrate la sfîrșitul fiecărei determinări.

Ca bază pentru aprecierea efectului energiei ultrasonore asupra extracției taninului din trillo, s-a efectuat o probă de extracție în absența energiei ultrasonore, la temperatura mediului ambiant de 22°C, timp de 8 ore, obținîndu-se o cantitate de extract de $65,50.10^{-3}$ kg/kg de soluție.

Variația cantității de extract ca și variația temperaturii masei de extracție funcție de timpul de vibrare, la intensitatea curentului anodic constantă și egală cu 72 mA, este prezentată în tabelul 2.

Pentru a demonstra faptul că mărirea cantității de extract cu ajutorul energiei ultrasonore nu se datorește numai efectului termic produs de aceasta, s-au repetat determinările pentru aceleași durate și temperaturi indicate în tabelul 2, dar în absența vibrațiilor ultrasonore.

Tabelul 2

$I = 72$ mA

Nr. crt.	Durata extracţiei min	kg extract/kg soluţie	Temperatura finală a masei de extracţie °C
1.	5	$22{,}50.10^{-3}$	32,5
2.	10	$24{,}55.10^{-3}$	35,5
3.	20	$38{,}62.10^{-3}$	42,5
4.	30	$50{,}10.10^{-3}$	45,0
5.	45	$61{,}80.10^{-3}$	46,0

Tabelul 3

$\tau = 10$ min

Nr. crt.	Intensitatea curentului anodic mA	kg extract/kg soluţie	Temperatura finală a masei de extracţie °C
1.	55...56	$20{,}20.10^{-3}$	26
2.	60...61	$21{,}50.10^{-3}$	28
3.	65...66	$22{,}95.10^{-3}$	29
4.	70	$25{,}15.10^{-3}$	33,5
5.	73	$27{,}60.10^{-3}$	34,5
6.	79	$28{,}20.10^{-3}$	35,5

Rezultatele sînt prezentate în graficul din fig. 2.

Variaţia cantităţii de extract funcţie de variaţia intensităţii curentului anodic, menţinînd timpul constant (10 min), este prezentată în tabelul 3.

Se poate observa creşterea cantităţii de extract cu creşterea intensităţii curentului anodic.

În acelaşi timp (10 min) şi la aceleaşi temperaturi (indicate în tabelul 2) dar în absenţa energiei ultrasonore s-au obţinut rezultatele prezentate în graficul din fig. 3.

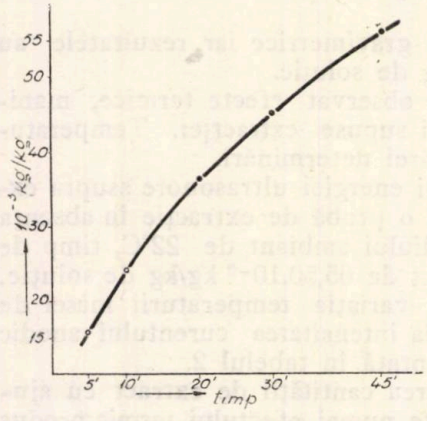


Fig. 2. — Variaţia cantităţii de extract funcţie de variaţia timpului de extracţie în absenţa vibraţiilor ultrasonore.

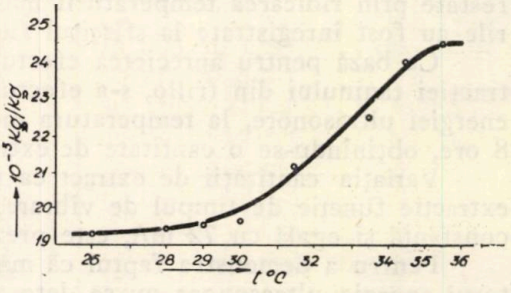


Fig. 3.— Variaţia cantităţii de extract funcţie de variaţia temperaturii de extracţie la timp de extracţie constant (10 min).

Prin compararea rezultatelor obținute se poate observa că la probele ultrasonate cantitatea de extract este mai mare și deci diferența poate fi pusă pe seama altor factori decît a temperaturii.

Pentru a stabili viteza de agitare mecanică (în rot/min) la care în același timp de extracție se obține o cantitate de extract egală cu cea obținută la diferite intensități de vibrare, s-au efectuat determinări în care masa supusă extracției a fost agitată.

Agitarea s-a realizat folosind un agitator de laborator cu viteza reglabilă. Rezultatele obținute sînt prezentate în graficul din fig. 4.

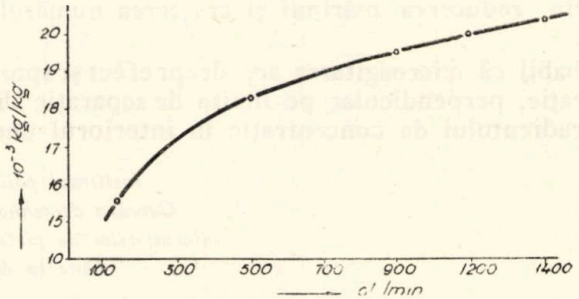


Fig. 4. — Variația cantității de extract funcție de variația vitezei de agitare la timp de extracție constant (10 min).

Din datele redate mai sus se poate constata că la o turație de 1 400 rot/min se realizează o cantitate de extract aproximativ egală cu cea obținută la probele ultrasonate cu cea mai mică intensitate a curentului anodic, timpul de extracție fiind același atît pentru proba de extracție agitată mecanic cît și pentru cea ultrasonată.

În timpul agitării temperatura a fost de 19,5°...20°C.

3. Interpretarea rezultatelor

La frecvența de 800 kHz, la o intensitate a curentului anodic de 72 mA și un timp de extracție de 45 min, s-a realizat o cantitate de extract aproximativ egală cu cea obținută la proba martor în timp de 8 ore. Deci pe această cale timpul de extracție s-a redus de circa 10 ori.

Agitarea impusă masei de extracție de către agitatorul mecanic este o agitare grosolană a solventului și a materialului supus extracției. A fost necesară o turație de 1 400 rot/min pentru a realiza o cantitate de extract egală cu cea obținută la probele ultrasonate cu cea mai mică intensitate a curentului anodic.

Considerăm ca posibile ipotezele lui D. Thompson și D. G. Sutherland (*op. cit.*) că în extracția solid-lichid sub influența energiei ultra-

sonor intervin simultan cel puţin cinci factori: a) mărirea suprafeţei de contact dintre faze prin dispersia particulelor aderente; b) spargerea parţială a celulelor ce conţin taninul; c) agitarea selectivă la limita dintre faze unde există o neadaptare a impedanţei acustice; d) agitarea grosieră a solventului şi a particulelor solide în suspensie; e) efectul termic.

Desigur că aceste ipoteze sînt empirice, fenomenul fiind mai complex şi pentru înţelegerea şi explicarea mecanismelor ce au loc simultan şi succesiv va fi necesară o aparatură specială şi măsurători foarte precise.

Se poate trage concluzia că microagitarea la limita dintre faze serveşte la reducerea rezistenţei interfaciale şi la sporirea suprafeţei dintre faze prin reducerea mărimii şi creşterea numărului particulelor fazei disperse.

Este probabil că microagitarea are drept efect şi sporirea gradientului de concentraţie, perpendicular pe limita de separaţie dintre faze, prin descreşterea gradientului de concentraţie în interiorul unei faze.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie a pielei,
încălţămintei şi a tananţilor,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Grove H. D. Jr., M. Sc. thesis, Univ. Iowa, 1948.
2. Shropshire R. F., U. S. patent 2 473 453, 14 VI 1949.
3. Thomson D., Sutherland D. G., Ind. a. Eng. Chem., 1955, p. 1167.
4. Bergmann L., *Der Ultraschall und seine Anwendungen in Wissenschaft und Technik.* Zürich, 1954, 6. Aufl., S. 762—908.
5. Topa M., Rev. Techn. Ind. du Cuir, 1958, *12*, p. 261.
6. Дронов С. Ф., *Динамическая теория извлечения сахара из свеклы диффузионным методом.* Пищепромиздат, М., 1952.

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ЭКСТРАКЦИИ ТАНИНА СВЕРХЗВУКОВЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

(Резюме)

Была исследована интенсификация экстракции танина из стружек валоней (trillo) при помощи ультразвуковых колебаний.

Ультразвуковые вибрации производились кварцевым кристаллом частотой в 800 кГц. Вариация сверхзвуковой энергии была получена за счет изменения величина анодного тока употребляемого кристаллом. При величине анодного тока в 72 мА было достигнуто сокращение времени экстракции, приблизительно, в 10 раз.

С целью получить, в тот же срок, количество экстракта равное количеству полученному при пробе с ультразвуком при величине анодного тока в 55 мА, было применено механическое встряхивание в 1 400 об/мин.

Интенсификация экстракции обусловливается некоторыми факторами, происходящими одновременно: а) увеличение межфазовой поверхности соприкасания за счет диеперсии прилегающих частиц; б) частичное рассеивание частиц содержащих танин; в) селективное встряхивание в межфазовом пределе при наличии полного акустического сопротивления; г) грубое встряхивание (смешивание) растворителя и твердых частиц в суспенсии; д) тепловой эффект.

Предполагается, что микровстряхивание приведет к повышению градиента концентрации в пределах межфазовой сепарации. Предположение о влиянии указанных пяти факторов является эмпирическим, так как явление оказывается более сложным.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема экеперимептальной установки. *1*—миллиамперметр, *2*—термометр, *3*—стакан с экеперимептальным материалом, *4*—масляная ванна, *5*—кварцевый кристалл.

Рис. 2. — Изменение количества экстракта в зависимости от изменения времени экстракции при отсутствии сверхзвуковых колебаний.

Рис. 3. — Изменение количества экстракта в зависимости от изменения температуры экстракции, при постоянном времени экстракта (10 мин).

Рис. 4. — Изменение количества экстракции в зависимости от изменения скорости встряхивания, при постоянном времени экстракции (10 мин).

INTENSIFICATION DE L'EXTRACTION DES MATIÈRES TANNANTES SOUS L'ACTION DES VIBRATIONS ULTRASONORES.

(Résumé)

Dans cette Note les Auteurs proposent un procédé permettant à intensifier l'extraction du tanin du trillo à l'aide des vibrations ultrasonores.

Les vibrations ultrasonores ont été produites par un cristal de quartz à 800 kHz. La variation de l'énergie ultrasonore a été obtenue en variant l'intensité du courant anodique.

Pour une intensité du courant anodique de 72 mA on a obtenu une réduction du temps de l'extraction, approximativement de dix fois.

Pour obtenir dans le même interval de temps une quantité d'extrait approximativement égale à celle obtenue à l'aide des essais ultrasonores à une intensité du courant anodique de 55 mA on a dû utiliser un agitateur mécanique de 1 400 t/m.

On peut concevoir que l'intensification de l'extraction est dûe aux facteurs suivants, qui interviennent simultanément: a) l'agrandissement de la surface de contact entre les phases par la dispersion des particules adhérentes; b) la destruction partielle des cellules contenant le tanin; c) l'agitation relative à la limite entre les phases où il existe une non-adaption de l'impédance acoustique; d) l'agitation grossière du solvent et des particules solides en suspension; e) l'effet thérmique.

On suppose que la microagitation pourrait conduire à l'agrandissement du gradient de concentration entre les phases. Les supposition quant à l'intervention des facteurs ci-dessus sont empiriques, le phénomène étant plus complexe.

Explication des figures

Fig. 1. — Schéma du dispositif expérimental. *1* — milliampermètre ; *2* — thermomètre ; *3* — vaisseau contenant le matériel à expérimenter ; *4* — bain d'huile ; *5* — cristale de quartz.

Fig. 2. — Variation de la quantité d'extrait, fonction de la variation de la durée d'extraction, en absence des vibrations ultrasonores.

Fig. 3. — Variation de la quantité d'extrait, fonction de la variation de la température d'extraction à une durée d'extraction constante (10 min).

Fig. 4. — Variation de la quantité d'extrait, fonction de la variation de la vitesse d'agitation à une durée d'extraction constante (10 min).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Electrotehnică. Electronică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 1—2, 1963

Электротехника. Электроника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Electrical Engineering. Electronics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 538.541

ОБЩЕЕ ВЫРАЖЕНИЕ АКТИВНОГО И ВНУТРЕННЕГО РЕАКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЙ ОБМОТОК ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С КРУГЛЫМИ ПРОВОДНИКАМИ

АНДРЕЙ ЦУГУЛЯ и АЛЕКСАНДР ФРАНСУА

Доклад представленный на юбилейной научной сессии Ясского политехнического института, 9—11 ноября 1962 г.

Обмотки электрических машин и трансформаторов переменного тока, представляют собой пучки, обычно, тождественных последовательно связанных проводников, или группы таковых, вставленные в пазы или окна находящиеся в ферромагнитных материалах. Повышение активного сопротивления этих обмоток на переменном токе, а также понижение их внутренней индуктивности, получается как за счет поверхностного эффекта в каждом из проводников, так и за счет эффекта близости смежных проводников [1].

В специальной литературе даны расчетные выражения для активного сопротивления обмоток с прямоугольными проводниками регулярно расположенными в прямоугольных открытых пазах. При помощи корректирующих коэффициентов эти выражения становятся применимы также и для обмоток с проводниками круглого сечения [2]. Искусственными же приемами эти расчетные формулы применяются также и для определения активного сопротивления на переменном токе обмоток трансформаторов, при чем предполагаются некоторые распределения магнитного поля рассеяния, не всегда соответствующими действительности. Однако, в литературе не освещены случаи когда пазы имеют иную форму – отличную от прямоугольной, или же когда обмотка наложена дикообразно.

На основе некоторых общих предположений близких к действительности, в настоящей статье выводятся общие выражения для активного и внутреннего реактивного сопротивлений обмоток переменного тока с круглыми, последовательно связанными, проводниками.

Эти выражения получены на основе следующих предположений :

а) Проводники составляющие обмотки тождественны между собой и исполнены из линейных проводниковых материалов, подчиняющихся принципу наложения.

б) Ферромагнитные материалы, окружающие обмотки (в случае, если таковые существуют), предполагаются ненасыщенными, с, теоретически, бесконечной магнитной проницаемостью.

в) Площадь сечения проводников пренебрежительно мала по сравнению с площадью сечения обмотки.

г) Длина обмотки достаточно велика, чтобы задача определения электромагнитного поля сводилась бы к плоско-параллельной задаче. Этим не учитываются явления на торцевых сторонах обмотки.

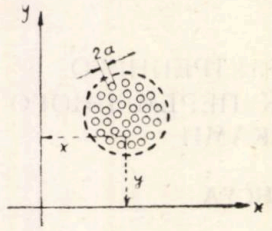


Рис. 1. — Поперечное сечение пучка цилиндрических проводников.

Представим себе пучок круглых, последовательно связанных, тождественных между собой проводников, изолированных на боковых поверхностях.

Площадь поперечного сечения пучка занимает, область D, а поперечное сечение проводников имеет радиус a (рис. 1). Положение каждого проводника может быть охарактеризовано координатами его центра по отношению к любой системе отсчета.

Электромагнитное поле в каждой точке сечения проводника получается наложением собственно электромагнитного поля на поле остальных проводников пучка. Следовательно суммарная плотность тока $\mathbf{J}$, в сечении каждого проводника, получается наложением плотности $\mathbf{J}_p$, соответсвующей поверхностному эффекту, на плотность $\mathbf{J}_t$, соответствующей вихревым токам индуктируемых магнитным полем остальных проводников:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_p + \mathbf{J}_t. \tag{1}$$

Аналогично, получаются результирующая напряженность электрического поля $\mathbf{E}$ и, соответственно, напряженность магнитного поля $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_t \tag{2}$$

и

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_t, \tag{3}$$

где индексы p и t имеют тот же смысл, что и в выражении (1).

Определение распределения тока и полей при поверхностном эффекте в одиночном длинном и круглом проводнике представляет собой классическую разрешенную задачу [1], [3]. Задача определения вихревых токов индуктируемых в круглом цилиндрическом проводнике поперечным переменным магнитным полем решена в частном случае, а именно, когда это внешнее поле однородно [4], [5]. Если поперечное сечение каждого проводника невелико по сравнению с поперечным сечением пучка, то магнитное поле, созданное в нем остальными проводниками пучка, может считаться приблизительно однородным.

Обозначая через I действующее значение силы тока в каждом проводнике и через $\mathbf{H}_0(x, y)$ действующее значение напряженности магнитного поля, созданное в его центре остальными проводниками об-

мотки, и предполагая, что это значение поля постоянно по всему сечению, можно применить вышеуказанные решения [1], [3]...[5].

В цилиндрической системе координат выражения полей суть:

$$(4)\quad \underline{E}_z = [\underline{I}/(2\pi a)]\,(\underline{\gamma}/\sigma)\,[J_0(\underline{\gamma}r)/J_1(\underline{\gamma}a)] - j\omega\mu\, H_0\,(2/\underline{\gamma})\,[J_1(\underline{\gamma}r)/J_0(\underline{\gamma}a)]\cos\theta,$$

$$(5)\quad \underline{H}_\theta = [\underline{I}/(2\pi a)]\,[J_1(\underline{\gamma}r)/J_1(\underline{\gamma}a)] - 2\underline{H}_0\{1 - J_1(\underline{\gamma}r)/[\underline{\gamma}a\,J_0(\underline{\gamma}a)]\}\cos\theta,$$

где первые слагаемые представляют собственные поля, а следующие индуктируемые поля.

Составляющая вектора Пойнтинга нормальная к боковой поверхности будет:

$$(6)\quad \begin{aligned} -\underline{S}_r = (\underline{E}_z\,\underline{H}^*_\theta)_{r=a} = (\underline{\gamma}/\sigma)\,[I^2/(2\pi a)^2]\,[J_0(\underline{\gamma}a)/J_1(\underline{\gamma}a)] - \\ - 4\,(\underline{\gamma}/\sigma)\,H_0^2\,[J_1(\underline{\gamma}a)/J_0(\underline{\gamma}a)]\,\{1 - J_1(\underline{\gamma}^*a)/[\underline{\gamma}^*a\,J_0(\underline{\gamma}^*a)]\}\cos^2\theta - \\ - ((\underline{\gamma}/\sigma)\,[\underline{I}/(2\pi a)]\,[J_0(\underline{\gamma}a)/J_1(\underline{\gamma}a)]\,2\underline{H}_0^*\{1 - J_1(\underline{\gamma}^*a)/[\underline{\gamma}^*a\,J_0^*(\underline{\gamma}a)]\} - \\ - 2\,(\underline{\gamma}/\sigma)\,\underline{H}_0\,[\underline{I}^*/(2\pi a)]\,[J_1(\underline{\gamma}a)/J_0(\underline{\gamma}a)])\cos\theta. \end{aligned}$$

В вышеприведенных выражениях приняты следующие обозначения: $\underline{\gamma} = \sqrt{-j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\omega\mu\sigma/2}\,(1-j) = \alpha\,(1-j)$ — характеристическая постоянная задачи поверхностного эффекта, где: ω — угловая частота переменного тока; μ — магнитная проницаемость проводника; σ — удельная электропроводность проводника; $J_0(\underline{\gamma}a)$ и $J_1(\underline{\gamma}a)$ — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка от комплексного аргумента $\underline{\gamma}a$; r, θ, z — обозначения цилиндрических координат; звездочками отмечены комплексно-сопряженные величины.

Кажущаяся комплексная мощность, потребляемая проводниками, получается вычислением потока вектора Пойнтинга через боковую поверхность проводника:

$$(7)\quad \begin{aligned} \underline{P}_a = \int_0^{2\pi} (-\underline{S}_r)\,la\,d\theta = \frac{\alpha}{\sigma}(1-j)\,\frac{l\,I^2}{2\pi a}\,\frac{J_0(\underline{\gamma}a)}{J_1(\underline{\gamma}a)} - \\ - 4\,\pi a l\,(\alpha/\sigma)\,(1-j)\,H_0^2\,[J_1(\underline{\gamma}a)/J_0(\underline{\gamma}a)]\,\{1 - J_1(\underline{\gamma}^*a)/[\underline{\gamma}^*a\,J_0(\underline{\gamma}^*a)]\}, \end{aligned}$$

где l — длина проводника.

Выражение (7) переписывается:

$$(8)\quad \underline{P}_a = \underline{k}_p I^2 + \underline{k}_t \mu H_0^2(x, y),$$

где комплексные коэффициенты $\underline{k}_p$ и $\underline{k}_t$ зависят только от геометрии и электромагнитных свойств проводника, а также от частоты тока и независят от положения проводника в пучке, как замечается из (7).

Если предположить, что на каждой элементарной площадке сечения пучка dA имеются $(N/A)\,dA$ проводников, где A — площадь сечения пучка, то получаем для всех N последовательно связанных проводников:

(9) $$\underline{P}_{a\,\mathrm{tot}} = \frac{N}{A}\int_S \underline{P}_a \,\mathrm{d}A = N\underline{k}_p I^2 + \frac{N}{A}\underline{k}_t \int_S \mu H_0^2 \,\mathrm{d}A,$$

или же

(10) $$\underline{P}_{a\,\mathrm{tot}} = (r_{ca} + \mathrm{j}x_{ia}) I^2 = N\underline{k}_p I^2 + [2N/(Al)]\,\underline{k}_t \tilde{W}_m = N\underline{k}_p I^2 + [N/(Al)]\,\underline{k}_t L_d I^2,$$

где: r_{ca} и x_{ia} — активное и внутреннее реактивное сопротивления обмотки; $\tilde{W}_m$ — среднее значение магнитной энергии в объеме занимаемом обмоткой; L_d — поперечная индуктивность рассеяния соответствующая энергии.

Разделением вещественной и мнимой частей получается:

(11) $$r_{ca} = \Lambda \mathcal{R}e\underline{k}_p + [NL_d/(lA)]\,\mathcal{R}e\underline{k}_t,$$

(12) $$x_{ia} = N\mathcal{I}m\underline{k}_p + [NL_d/(lA)]\,\mathcal{I}m\underline{k}_t.$$

Так как функции $\underline{k}_p$ и $\underline{k}_t$ известны, то их вещественные и мнимые части могут быть вычислены. Индуктивность рассеяния L_d может быть вычислена в первом приближении тем же путем, как и при постоянном токе.

Коэффициент повышения активного сопротивления будет:

(13) $$k_a = r_{ca}/R_c = (\sigma\pi a^2/l)\{\mathcal{R}e\,\underline{k}_p + [L_d/(lA)]\,\mathcal{R}e\underline{k}_t\},$$

или имея в виду выражения коэффициентов $\underline{k}_p$ и $\underline{k}_t$ получится:

(14) $$k_a = (\alpha a/2)\,\mathcal{R}e\,[(1-\mathrm{j})\,(\mathrm{J}_0(\underline{\gamma}a)/\mathrm{J}_1(\underline{\gamma}a) - [8\pi f_u N(\Lambda_d/\mu)\,\mathrm{J}_1(\underline{\gamma}a)/\mathrm{J}_0(\underline{\gamma}a)]\{1-\mathrm{J}_1(\underline{\gamma}^*a)/[\underline{\gamma}^*a\mathrm{J}_0(\underline{\gamma}^*a)]\})],$$

где: $\Lambda_d = L_d/(lN^2)$ — удельная магнитная проводимость поперечного рассеяния обмотки; $f_u = N\pi a^2/A$ — коэффициент заполнения обмотки.

Для слабого поверхностного эффекта, представляющего особый интерес, разлагая в ряд функции Бесселя для малых аргументов и имея в виду, что:

(15) $$\mathrm{J}_1(x)/\mathrm{J}_0(x) \cong (x/2)\,(1 + x^2/8 + x^4/48 + \ldots),\ |x| < 1,$$

получается:

(16) $$k_a = 1 + (\alpha^4 a^4/48)\,(1 + 48\pi f_u N\Lambda_d).$$

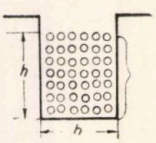


Рис. 2. — Обмотка расположенная в прямоугольном ферромагнитном поле.

Как видно, коэффициент повышения активного сопротивления обмотки выражается просто при помощи вообще знакомых величин.

Например, для обмотки из круглых проводников регулярно расположенных в прямоугольном открытом пазе (рис. 2), в предположении, что изоляция пренебрежительно тонка, получается:

(17) $$k_a = 1 + (\alpha^4 a^4/48)\,(1 + 4\pi^2 m^2) \cong 1 + 4\,\alpha^4 a^4 m^2/5,$$

где: $\Lambda_d/\mu = h/(3b)$ и $f_u \cong \pi/4$, а m — число слоев обмотки.

Полученная формула (17) хорошо согласуется с известной формулой [2], приведенной в литературе для этого частного случая:

$$k_a = 1 + \alpha^4 a^4 (m^2 - 0{,}2)/[15{,}25/(4\pi)]. \tag{18}$$

Заключение

Выражения (14) и (16) полученные выше независимы от геометрии паза и применимы для обмоток заложенных в пазах или окнах любой формы, если только для них известны магнитные проводимости рассеяния.

Предположение однородного внешнего магнитного поля, принятое для разрешения задачи, подходит довольно хорошо к действительности; оно корректируется в некоторой степени, поскольку суммирование эффектов производится интегрированием квадрата действующего значения напряженности магнитного поля.

Бухарестский политехнический институт

ЛИТЕРАТУРА

1. Rădulеţ R., *Curs de bazele teoretice ale electrotehnicii.* Vol. **IV,** Lit. învăţ. Buc. 1957.
2. Richter R., *Maşini electrice.* Vol. **I,** Ed. Tehn., Buc., 1958, (перев. с немецкого).
3. Neiman L. R., Kalantarov P. L., *Bazele electrotehehnicii.* Vol. **III,** Ed. Tehn., Buc., 1957, (перев. с русского).
4. Каден Г., *Электромагнитные экраны.* ГЭИ, М.-Л., 1957, (перев. с немецкого).
5. Цугуля А., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII),** *3—4,* стр. 265—271.

EXPRESSION GÉNÉRALE DE LA RÉSISTENCE ACTIVE ET DE LA RÉACTENCE INTÉRIEURE DES BOBINES DE COURANT ALTERNATIF À CONDUCTEURS CYLINDRIQUES

(Résumé)

En considérant que la répartition du courant alternatif dans la section des conducteurs cylindriques d'un enroulement peut être obtenue par la superposition de la répartition correspondante à l'effet pelliculaire propre et de la répartition des courants tourbillonaires induits par les autres conducteurs dans chaque conducteur de l'enroulement, on établit une formule générale permettant à calculer le facteur d'augmentation de la résistence en courant alternatif des enroulements à conducteurs cylindriques circulaires. La formule est vérifiée dans un cas particulair.

Explication des figures

Fig. 1. — Section transversale du fascicule de conducteurs cylindriques.
Fig. 2. — Bobine située dans une encoche rectangulaire ferromagnétique.

EXPRESIA GENERALĂ A REZISTENŢEI ACTIVE ŞI A REACTANŢEI INTERIOARE A BOBINELOR DE CURENT ALTERNATIV CU CONDUCTOARE CILINDRICE

(Rezumat)

Considerînd că repartiţia curentului alternativ pe secţiunea unor conductoare cilindrice, ce formează o înfăşurare, se poate obţine prin superpoziţia repartiţiei corespunzătoare efectului pelicular propriu şi a repartiţiei curenţilor turbionari induşi de celelalte conductoare în fiecare conductor al înfăşurării, se stabileşte o formulă generală pentru calculul factorului de creştere al rezistenţei în curent alternativ a înfăşurărilor de conductoare cilindrice circulare. Formula este verificată într-un caz particular.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Secţiune transversală printr-un fascicul de conductoare cilindrice.
Fig. 2. — Bobină situată într-o crestătură feromagnetică dreptunghiulară.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621.313.047

UNE NOUVELLE MÉTHODE D'ÉTUDE DE LA COMMUTATION DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES À COURANT CONTINU

PAR

J. KUČERA

1. Introduction

La puissance des machines électriques à courant continu fonctionnant à une haute tension ou aux forts courants est limitée en majeure partie par la commutation. Dans la pratique interviennent les cas où le problème de la commutation devient très onéreux, quelquefois difficile à surmonter. La littérature quant à cet objet est très nombreuse et elle est dissipée dans les journaux spéciaux et dans divers ouvrages [1], [2]. Malgré celà se présentent des questions qui n'ont été pas discutées jusqu'à present, par exemple l'influence de l'espèce de bobinage d'induit sur la commutation. Nous allons étudier ce problème de plus près et nous entamons nos considérations sur la théorie des enroulements des machines électriques rotatives présentée dans l'ouvrage [3]. Nous développerons une théorie graphique et nous montrerons son application sur quelques exemples.

Lors de la solution du problème énoncé nous rapportons les constantes du collecteur à l'induit. Soit D le diamètre de d'induit et D_k celui du collecteur. Alors le pas de lame du collecteur, β', rapporté à l'induit correspondra à $\beta = \beta' (D/D_k)$. De la même façon la largeur du balai réelle transférée à l'induit sera donnée par $b_k = b_k (D/D_k)$. Enfin si l'on réduit la vitesse du collecteur à l'induit on obtient $v = v' (D/D_k)$.

2. L'enroulement d'un induit à mailles

Pour élucider cette méthode considérons un exemple, le plus simple, d'un enroulement à mailles à pas diamétral, aux données suivantes: $p = 2$, $a = 2$, $N_e = 20$, $u = 5$, $K = 100$, $y_k = 1$, $y_p = 50$, $Q = 5$, $y_{e1} = 5$, $y_1 = 25$, $y_2 = -24$, $P = 10$, et la largeur de balai soit $b_k = 2{,}5\ \beta$, c'est-à-dire un multiple fractionnaire du pas de lame; en ce cas la couronne

de la courbe de commutation sera dentée. Les notations utilisées ci-dessus sont les suivantes: p — nombre de paires de pôles, a — nombre de paires de circuits en parallèle, N_e – nombre d'encoches de l'induit, u — nombre de lames par encoche, K— nombre total de lames, y_k — pas du collecteur, y_p — pas potentiel, Q — nombre d'encoches par pôle, y_{e1} – pas d'encoches, y_1 — pas antérieur (en nombre de lames), y_2 — pas postérieur (en nombre de lames), P — nombre de bras dans une étoile de vecteurs, b_k — largeur du balai.

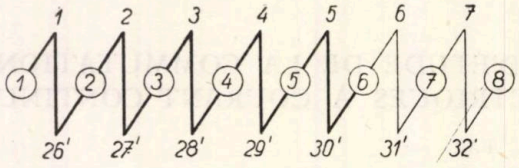


Fig. 1. - Schéma d'un enroulement à mailles à pas diamétral. $p=2$, $a=2$, $N_e=20$, $u=5$, $K=100$, $y_k=1$, $y_p=50$, $Q=5$, $y_{e1}=5$, $y_1=25$, $y_2=-24$, $P=10$, $b_k=2{,}5\beta$.

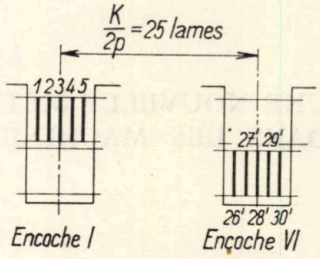


Fig. 2. — Section par les encoches en commutation simultanée.

Pour fixer la position des bobines en commutation dans une encoche d'induit on tracera une partie du schéma d'enroulement auxiliaire sur la fig. 1, dans lequel la partie marquée par les traits forts représente les bobines en commutation simultanée, situées dans les encoches *I* et *VI*. En outre nous supposons que les jeux de balais sont déplacés l'un par rapport à l'autre de 180 degrés électriques. Tenant compte que l'enroulement en question possède un pas diamétral, les courbes de commutation des côtés antérieur et postérieur seront similaires et si l'on décale la courbe postérieure de 180 degrés électriques par rapport à celle antérieure, les deux courbes s'accolent. Par conséquent nous allons considérer la courbe antérieure seulement. La fig. 2 indique les positions des bobines en commutation dans les encoches *I* et *VI*. Soient les extrémités de bobines *1*, *2*,...,*5* jointes aux lames du collecteur numérotées de la même façon; alors la commutation se déroule conformément au passage des lames sous le balai *K* d'après la fig. 3. La commutation commence dès qu'une entremise de mica entre les lames *1*, *2* entre sous le balai *K* et elle finit lorsqu'elle en sort. Dans notre étude nous prévoyons une commutation linéaire. Autour d'une bobine en commutation il se produit un flux magnétique de dispersion qui correspond à

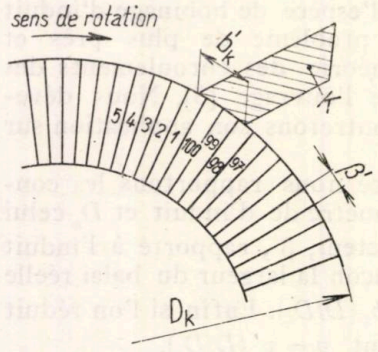


Fig. 3. — Succession des lames du collecteur en commutation.

(1) $$\Phi_c = 2m\, l_i (\Sigma\lambda)\, I_a ,$$

où : m — nombre de spires d'une bobine en commutation, l_i — longueur idéale de l'induit, $\Sigma\lambda$ — dispersion magnétique réduite à un centimètre de longueur utile et I_a — courant dans un circuit de l'enroulement en parallèle. Lors de la commutation le flux magnétique $+\Phi_c$, d'après (1), passe d'une valeur positive à celle négative $-\Phi_c$ et par conséquent la variation totale sera égale à $2\Phi_c$. Supposons que l'induit tourne d'une vitesse v_1 à laquelle correspond un temps de commutation :

(2) $$t = b_k/v.$$

Alors la force électromotrice de réactance induite dans une bobine en commutation correspond à :

(3) $$h = [4m^2 l_i (\Sigma\lambda)\, I_a v/b_k] \cdot 10^{-8} \quad [\mathrm{V}].$$

Cette force électromotrice est compensée par celle de commutation donée par :

(4) $$e_k = 2B_1 m l_i v.10^{-8} \quad [\mathrm{V}].$$

En comparant les forces électromotrices $e_r = e_k$ on obtient, après la substitution de (3) et (4), l'induction magnétique de commutation par l'unité de longueur :

(5) $$B_1 = 2m(\Sigma\lambda) I_a/b_k .$$

L'allure du champ magnétique dans une encoche pendant la commutation peut être établie en observant la fig. 3, d'où on peut déduire l'ordre dans lequel les bobines individuelles entrent en contact avec le

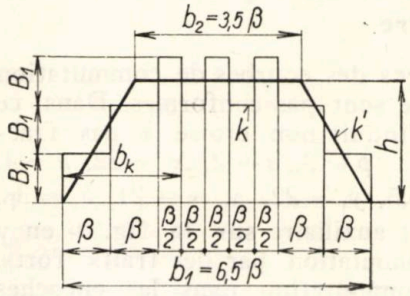


Fig. 4. — Courbe de commutation d'un enroulement à mailles à pas diamétral.

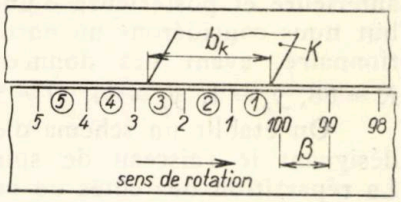


Fig. 5. — Détermination des bobines en commutation.

balai K ou quittent ce balai. La forme du champ magnétique lors de la commutation est représentée sur la fig. 4. Il est possible d'obtenir cette courbe en utilisant deux bandes de papier suivant la fig. 5 où sur l'une est marqué le contour du balai et sur l'autre sont indiquées les entremises de mica entre les lames du collecteur. En déplaçant la

bande inférieure à droit on peut suivre la succession des bobines entrant et sortant de la zône de commutation. La couronne de la courbe de commutation, représentée sur la fig. 4, est dantée et si l'on veut établir la forme d'un pôle auxiliaire, il est indispensable de remplacer cette courbe réelle k par un trapèze k'. La base de celui comporte $b_1 = 6{,}5\,\beta$ et sa hauteur $h = 2{,}5\,B_1$. La largeur de la couronne du trapèze sera déterminée en observant l'égalité des aires des courbes k et k'. L'aire de la courbe k sur la fig. 4 correspond à:

$$P = 12{,}5\,\beta B_1 \tag{6}$$

et elle est égale à $p = [(b_1 + b_2)/2]\,h$. Il en résulte une largeur de la couronne du trapèze $b_2 = 3{,}5\,\beta$.

Quant à l'aire de la courbe k, elle indique de même la grandeur du flux magnétique de commutation. L'induction magnétique maximum dans la région centrale du pôle auxiliaire est donnée par:

$$B_{max} = 2h = 5B_1 = 10\,[m\,(\Sigma\lambda)/b_k]\,I_a \tag{7}$$

et le flux magnétique relatif:

$$\Phi_k = 2Pl_i = 25\,l_i\,\beta B_1 = 50\,[l_i\,\beta m\,(\Sigma\lambda)/b_k]\,I_a\,. \tag{8}$$

En conclusion il faut remarquer que nous n'avons pas respecté la répartition non-uniforme des conducteurs sur la circonférence de l'induit. Par conséquent il y a une petite erreur en ce qui concerne la base du trapèze représentant la répartition de l'induction magnétique de commutation. Remarquons enfin que si nous voulions reprimer la couronne dentée de la courbe de commutation, il faudrait proposer pour la largeur de balai un multiple entier du pas de lame, à savoir $b_k = 2\beta$ ou bien $b_k = 3\beta$.

3. L'enroulement d'un induit non croisé à pas d'encoche fractionnaire

Discutons un autre cas, où les allures des courbes de commutation antérieure et postérieure d'une bobine ne sont pas conformes. Dans ce but nous considérons un enroulement d'induit non croisé à pas fractionnaire, ayant des données suivantes: $p = 2$, $a = 2$, $N_e = 22$, $u = 4$, $K = 88$, $y_k = 1$, $y_p = 44$, $Q = 5{,}5$, $y_{e1} = 5{,}5$, $y_1 = 22$, $y_2 = -21$, $b_k = 3\beta$.

On établit un schéma d'enroulement auxiliaire sur la fig. 6 en y désignant le faisceau de spires en commutation par des traits forts. La répartition des côtés de bobine en commutation dans les encoches *I, VI, VII* est indiquée sur la fig. 7. Dans l'encoche *I* se trouvent les côtés antérieurs de bobines *1, 2, 3, 4*, l'encoche *VI* contient les côtés *23* et *24* et dans l'encoche *VII* sont placés les côtés *25* et *26*. D'après la fig. 7 on observe que les courbes de commutation antérieures et postérieures ne sont pas conformes, comme il en résulte en analysant les fig. 8a, 8b et 8c. Si nous sommons les ordonnées des courbes sur les fig. 8b et 8c, nous obtenons une courbe représentée sur la fig. 8d, conforme à celle représenteé sur la fig. 8a de l'encoche *I*. Il en résulte que cet en-

roulement se comporte de la même façon que celui à pas diamétral, exposé dans le § 2. La courbe de commutation totale est donc similaire à la courbe représentée dans la fig. 8 a. L'aire de celle-ci correspond à $P = 12\beta B_1$.

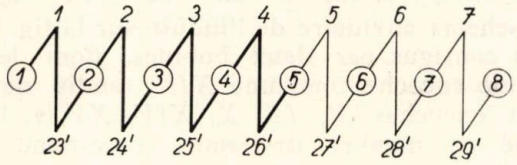


Fig. 6. — Schéma d'un enroulement à mailles à pas passager. $p=2$, $a=2$, $N_e=22$, $u=4$, $K=88$, $y_k=1$, $y_p=44$, $Q=5{,}5$, $y_{e1}=5{,}5$, $y_1=22$, $y_2=-21$, $b_k=3\beta$.

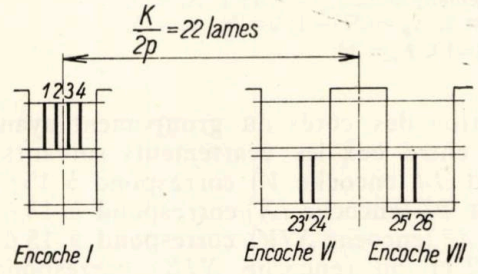


Fig. 7. — Section par les encoches en commutation d'un enroulement à mailles à pas passager.

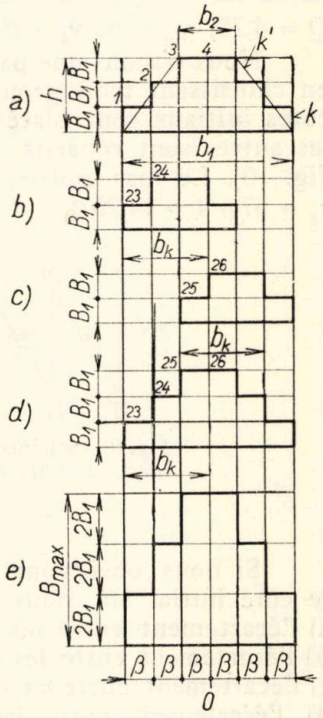


Fig. 8. — Établissement d'une courbe de commutation d'un enroulement à mailles à pas passager.

Nous remplaçons la courbe k sur la fig. 8 a par un trapèze k' ayant une base $b_1 = 6\beta$ et une hauteur $h = 3B_1$, possédant la même aire. La largeur de la couronne résulte de la relation: $[(b_1 + b)/2]\, h = 12\beta B_1$, d'où $b_2 = 2\beta$.

Le trapèze de substitution est représenté sur la fig. 8 a. L'induction magnétique dans la partie centrale sous ce pôle correspondra à:

$$B_{max} = 2h = 6B_1 = 12\,[m\,(\Sigma\lambda)/b_k]\, I_a \tag{9}$$

et le flux magnétique relatif sera:

$$\Phi_k = 2Pl_i = 24\, l_i \beta B_1,$$

où après la substitution de (5) il en résulte:

$$\Phi_k = 48\,[ml_i \beta\,(\Sigma\lambda)/b_k]\, I_a\,. \tag{10}$$

Ce flux est réparti sur une base $b_1 = 6\beta$.

4. L'enroulement d'un induit non croisé, ondulé, en série

Considérons finalement un enroulement ondulé, en série, dont les données sont les suivantes: $p = 2$, $a = 1$, $N_e = 19$, $u = 3$, $K = 57$, $Q = 4{,}75$, $y_{e1} = 5$, $y_k = (57 - 1)/2 = 28$, $y_1 = 15$, $y_2 = 28 - 15 = 13$, $b_k = 3\beta$.

Nous traçons une partie du schéma auxiliaire de l'induit sur la fig. 9 en choisissant trois groupements contigus par deux bobines, dont les côtés initiaux sont placés dans une encoche commune *XIX*, tandis que les autres sont répartis dans les encoches *V*, *IX*, *X*, *XIV*, *XV* (v. la fig. 10). Le pas polaire indiqué en nombre de lames correspond a $\tau_p = 57\,\beta/4 = 14{,}25\,\beta$.

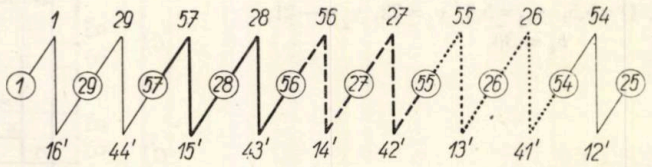


Fig. 9 —Schéma d'un enroulement ondulé. $p=2$, $a=1$, $N_e=19$, $u=3$, $K=57$, $Q=4{,}75$, $y_{e1}=5$, $y_k=(57-1)/2=28$, $y_1=15$, $y_2=28-15=13$, $b_k=3\beta$.

Si nous observons la répartition des côtés du groupement ayant le côté initial *56*, nous constatons entre eux les écartements suivants:
a) l'écartement entre les côtés *56* et *14* (encoche *V*) correspond à $15\,\beta$;
b) l'écartement entre les côtés *14* et *27* (encoche *IX*) correspond à $13\,\beta$;
c) l'écartement entre les côtés *27* et *42* (encoche *XIV*) correspond à $15\,\beta$;
d) l'écartement entre les côtés *42* et *56* (encoche *XIX*) correspond à $14\,\beta$. Après un décalage des encoches *V*, *IX*, *XIV* de 180 ou 360 degrés électriques par rapport à l'axe 0 de l'encoche *XIX* on constate les deviations suivantes: $0{,}75\,\beta$; $-0{,}5\,\beta$; $0{,}25\,\beta$; 0.

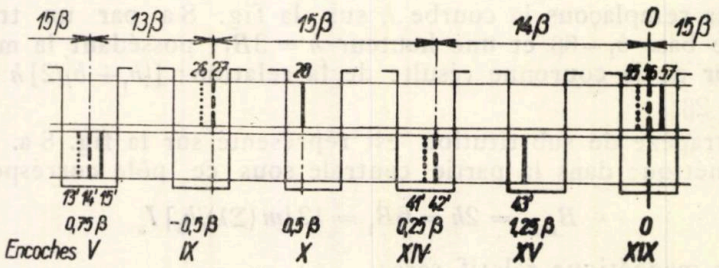


Fig. 10. — Section par les encoches en commutation d'un enroulement ondulé.

D'une façon analogue on détermine entre les bobines du groupement ayant le côté initial *55* les deviations: $-0{,}25\,\beta$; $-1{,}5\,\beta$; $-0{,}75\,\beta$; $-\beta$ et finalement pour le groupement ayant le côté initial *57* on aura: $1{,}75\,\beta$; $0{,}5\,\beta$; $1{,}25\,\beta$; β.

Ces deviations étant definies on établit un graphique représenté sur la fig. 11. On y trace un système d'ordonnées parallèles à l'axe 0 écartées de 0,25 β, qui indiquent les instants dans lesquels les bobines

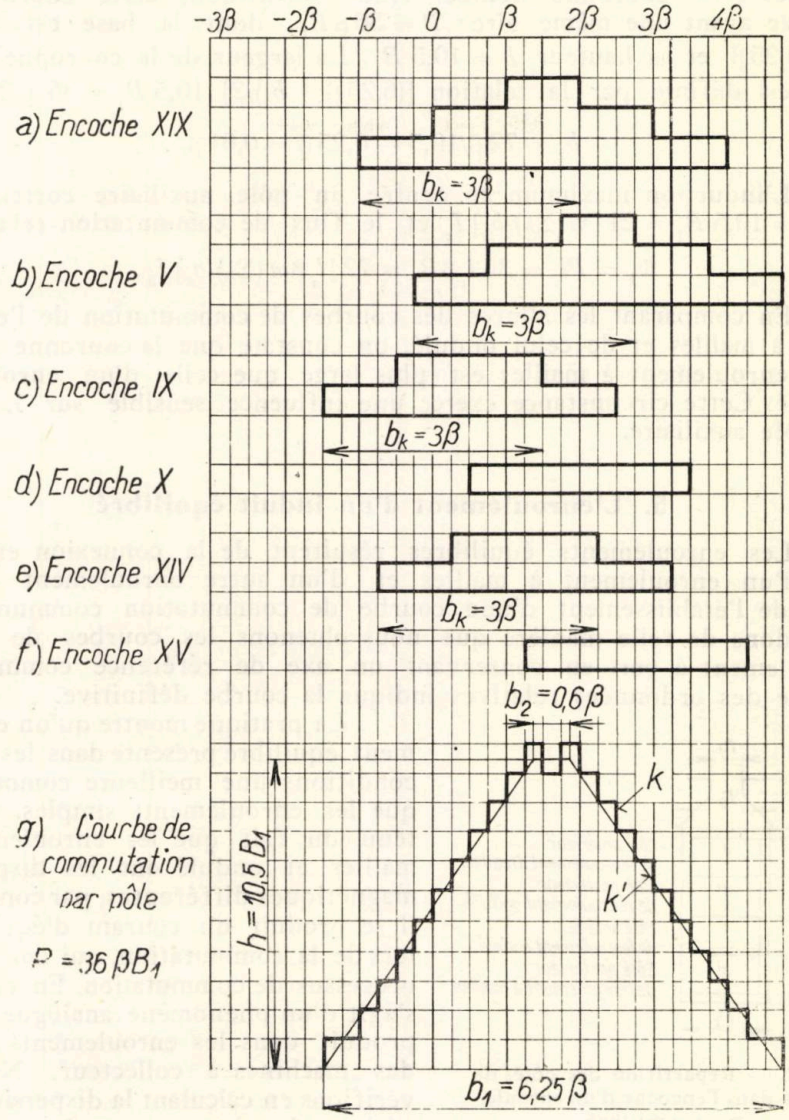


Fig 11. — Établissement d'une courbe de commutation d'un enroulement ondulé.

individuelles entrent et sortent de la commutation conformément aux deviations citées ci-dessus. De cette manière nous réalisons les courbes de commutation relatives aux encoches *XIX*, *V*, *IX*, *X*, *XIV* et *XV*

Pour obtenir une courbe de commutation résultante K, qui correspond à un pôle, on somme les ordonnées des courbes relatives aux encoches individuelles conformément aux fig. 11 a...11 f. La fig. 11 g indique la courbe définitive K, qui a une forme trapézoïdale dont les flancs sont gradués et sa couronne dentée. Nous substituons cette courbe à un trapèze ayant une même aire: $P = 36\,\beta B_1$, dont la base est égale à $b_1 = 6{,}25\,\beta$ et sa hauteur $h = 10{,}5\,B_1$. La largeur de la couronne du trapèze est définie par la relation $[(6{,}25\,\beta + b_2)/2]\,.\,10{,}5\,B_1 = 36\,\beta B_1$ d'où:

$$b_2 = 72\,\beta/10{,}5 - 6{,}25\,\beta = 0{,}61\,\beta. \tag{12}$$

L'induction maximum au centre du pôle auxiliaire correspond à $B_{max} = 10{,}5\,B_1 = 21\,[m(\Sigma\lambda)/b_k]\,I_a$ et le flux de commutation relatif est:

$$\Phi_k = Pl_i = 36\,l_i\,\beta B_1 = 72\,[l_i\,\beta m(\Sigma\lambda)/b_k]\,I_a.$$

En comparant les allures des courbes de commutation de l'enroulement à mailles et de celui ondulé, on constate que la couronne relative à un enroulement à mailles est plus large que celle d'un enroulement ondulé. Cette circonstance exerce une influence sensible sur la forme du pôle auxiliaire.

5. L'enroulement d'un induit équilibré

Les enroulements équilibrés résultent de la connexion en parallèle d'un enroulement à mailles et d'un autre enroulement ondulé. Lors de l'établissement d'une courbe de commutation commune nous procédons de telle manière que nous obtenons les courbes de chaque enroulement à part en conservant un axe de référence commun. La somme des ordonnées relatives indique la courbe définitive.

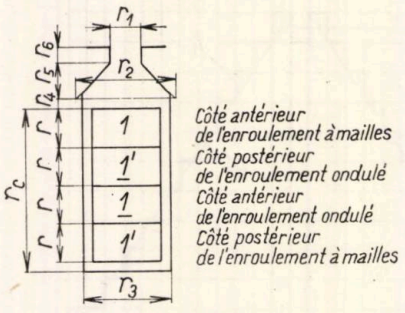


Fig. 12. — Répartition des côtés de bobines dans l'encoche d'un enroulement équilibré.

La pratique montre qu'un enroulement équilibré présente dans les mêmes conditions une meilleure commutation que les enroulements simples. Compte tenu du fait que les enroulements à mailles et ondulé ont les dispersions magnétiques différentes, par conséquent il se produit un courant d'équilibrage lors de la commutation, qui améliore le processus de commutation. En réalité il s'agit d'un phénomène analogue qui se produit dans les enroulements amortis des machines à collecteur. Nous le vérifions en calculant la dispersion magnétique de chaque enroulement composant à part. Sur la fig. 12 est représentée une section d'une encoche comportant un enroulement équilibré. Les côtés *1*, *1'* de l'enroulement à mailles sont placés au fond de l'embouchure de l'encoche et ceux de l'enroulement ondulé *1* et *1'* se trouvent au milieu de la profondeur de celle-ci.

a) *La dispersion du côté 1'*

La dispersion propre est donnée par:

$$\lambda_{1'} = 1{,}25\,[r/(3r_3) + 3r/r_3 + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

Les dispersions réciproques entre les conducteurs de l'encoche sont:

$$\mu_{1'\underline{1}} = 1{,}25\,[r/(2r_3) + 2r/r_3 + r_4/r_3 + 2r_5/(r_4 + r_2) + r_6/r_1].$$

$$\mu_{1'\underline{1'}} = 1{,}25\,[r/(2r_3) + r/r_3 + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1],$$

$$\mu_{1'1} = 1{,}25\,[r/(2r_3) + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

b) *La dispersion du côté 1*

La dispersion propre correspond à:

$$\lambda_{\underline{1}} = 2{,}25\,[r/(3r_3) + 2r/r_3 + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

Les dispersions réciproques sont:

$$\mu_{\underline{11'}} = 1{,}25\,[r/(2r_3) + r/r_3 + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1],$$

$$\mu_{\underline{11}} = 1{,}25\,[r/(2r_3) + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

c) *La dispersion du côté 1'*

La dispersion propre correspond à:

$$\lambda_{\underline{1'}} = 1{,}15\,[r/(3r_3) + r/r_3 + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

La dispersion réciproque résulte de:

$$\mu_{\underline{1'}1} = 1{,}25\,[r/(2r_3) + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

d) *La dispersion du côté 1*

La dispersion propre est égale à:

$$\lambda_1 = 1{,}25\,[r/(3r_3) + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

En outre on a $\mu_{ij} = \mu_{ji}$. Alors la dispersion de l'enroulement à mailles aux côtés *1* et *1'*, conformément à la fig. 12, sera définie par:

$$\lambda_m = 1{,}25\,(\lambda_1 + \lambda_{1'} + \mu_{1'1} + \mu_{1'\underline{1'}} + \mu_{\underline{1'}1} + \mu_{\underline{11'}} + \mu_{\underline{11}} + \mu_{\underline{11'}}]/8;$$

en substituant les valeurs ci-dessus on aura:

$$\lambda_m = 1{,}25\,[29r/(24r_3) + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

Si nous introduisons la hauteur totale de section r_c en posant $r = r_c/4$, on obtient:

$$\lambda_m = 1{,}25\,[0{,}302\,r_c/r_3 + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1]. \tag{13}$$

De même façon on détermine que la dispersion magnétique de l'enroulement ondulé aux côtés $\underline{1}$, $\underline{1'}$ est donnée par:

$$\lambda_0 = 1{,}25\,[\lambda_{\underline{1}} + \lambda_{\underline{1'}} + \mu_{\underline{11'}} + \mu_{\underline{11'}} + \mu_{\underline{11}} + \mu_{\underline{1'1'}} + \mu_{\underline{1'1}} + \mu_{\underline{1'1}}]/8;$$

après la substitution des valeurs correspondantes il en résulte:

$$\lambda_0 = 1{,}25\,[35r/(24r_3) + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1],$$

donc:

$$\lambda_6 \cong 1{,}25\,[3r/(2r_3) + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1].$$

Compte tenu que $r = r_c/4$ on parvient enfin à:

$$\lambda_0 = 1{,}25\,[0{,}365\,r_c/r + r_4/r_3 + 2r_5/(r_1 + r_2) + r_6/r_1]. \tag{14}$$

En comparant les formules (13) et (14) il en résulte que la dispersion de l'enroulement ondulé dépasse celle de l'enroulement à mailles. Par suite lors de la commutation il se produit entre ces enroulements un courant d'équilibrage qui améliore la commutation.

Reçu le 16 III 1962

Institut Polytehnique, Prague,
Republique Socialiste Tchéchoslovaque

BIBLIOGRAPHIE

1. Arnold-la Cour, *Die Gleichstrommaschinen.* Bd. I, Julius Springer, Berlin, 1919.
2. Dreyfuss L., *Die Stromwendung grosses Gleichstrommaschinen.* Julius Springer, Berlin, 1929.
3. Kučera J., Hapl J., *Vinutí elektrických strojů točivých.* Nakladatelství Československé akademie věd, Praha, 1957.

НОВЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КОММУТАЦИИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

(Резюме)

Изучается влияние типа обмотки якоря на коммутацию в электрических машинах постоянного тока, пользуя с этой целью вспомогательные схемы описанные в [3], оказавшимися пригодными в изучении коммутации.

Для исследования коммутации по этой теории, рассматривается пучек, состоящих в коммутации, катушек, передние стороны которых вложены в общий паз. В согласии с вспомогательной схемой устанавливаются стороны катушек в одновременную коммутацию, а также и пазы в которых они закреплены. Положение этих пазов относится к общей оси совпадающей с осью симметрии начального паза. Устанавливаются затем положения остальных пазов в отношении этой оси. Производится построение кривых коммутации соответственно с каждым пазом и суммируя их ординаты получается окончательная кривая коммутации.

В сообщении даны три примера относящиеся к: а) петлевой обмотке с диаметральным шагом; б) петлевой обмотке с проходным шагом; в) волновой обмотке. Затем приводятся также некоторые замечания относительно условий коммутации в уравновешенной обмотке.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема петлевой обмотки с диаметральным шагом. $p=2$, $r=2$, $N_e=20$, $u=5$, $K=100$, $y_k=1$, $y_p=50$, $Q=5$, $y_{e1}=5$, $y=25$, $y_2=-24$, $P=10$, $b_k=2{,}5\,\beta$.

Рис. 2. — Сечение пазов в одновременной коммутации.

Рис. 3. — Последовательность коллекторных пластинок в коммутации.

Рис. 4. — Кривая коммутации петлевой обмотки с диаметральным шагом.

Рис. 5. — Определение обмоток в коммутации.

Рис. 6. — Схема петлевой обмотки с проходным шагом. $p=2$, $a=2$, $N_e=22$, $u=4$, $K=88$, $y_k=1$, $y_p=44$, $Q=5{,}5$, $y_{e1}=5{,}5$, $y_1=22$, $y_2=21$, $b_k=3\,\beta$.

Рис. 7. — Сечение пазов в коммутации петлевой обмотки с проходным шагом.

Рис. 8. — Получение кривой коммутации петлевой обмотки с проходным шагом.

Рис. 9. — Схема волновой обмотки. $p=2$, $a=1$, $N_e=19$, $u=3$, $K=57$, $Q=4{,}75$, $y_{e1}=5$, $y_k=(57-1)/28$, $y_1=15$, $y_2=28-15=13$, $b_k=3\,\beta$.

Рис. 10. — Сечение пазов в коммутации волновой обмотки.

Рис. 11. — Получение кривой коммутации волновой обмотки.

Рис. 12. — Распределение сторон катушки в пазе уравновешенной обмотки.

O NOUĂ METODĂ DE STUDIU A COMUTAŢIEI ÎN MAŞINILE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

(Rezumat)

Se studiază influenţa tipului de înfăşurare a indusului asupra comutaţei în maşinile de curent continuu, utilizînd în acest scop schemele auxiliare descrise în [3], care se dovedesc a fi avantajoase în studiul comutaţiei.

Pentru a studia comutaţia în conformitate cu teoria preconizată se consideră un fascicul de bobine în comutaţie, ale căror laturi anterioare sînt plasate într-o crestătură comună. În baza schemei auxiliare se fixează laturile în comutaţie simultană precum şi crestăturile în care sînt plasate aceste laturi. Poziţia acestor crestături este raportată la un ax comun care coincide cu axul de simetrie al crestăturii iniţiale; se stabilesc apoi poziţiile celorlalte crestături în raport cu acest ax. Se trasează curbele de comutaţie corespunzătoare crestăturilor individuale şi sumînd ordonatele lor se parvine la o curbă de comutaţie definitivă.

În această Notă se expun trei exemple referitoare la: a) o înfăşurare buclată cu pas diametral, b) o înfăşurare buclată cu pas de trecere şi c) o înfăşurare ondulată. În sfîrşit se fac cîteva observaţii referitoare la condiţiile de comutaţie în înfăşurările echilibrate.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema unei înfăşurări buclate cu pas diametral. $p=2$, $a=2$, $N_e=20$, $u=5$, $K=100$, $y_k=1$, $y_p=50$, $Q=5$, $y_{e1}=5$, $y=25$, $y_2=-24$, $P=10$, $b_k=2{,}5\,\beta$.

Fig. 2. — Secţiune prin crestăturile în comutaţie simultană.

Fig. 3. — Succesiunea lamelor colectorului în comutaţie.

Fig. 4. — Curba de comutaţie a unei înfăşurări buclate cu pas diametral.

Fig. 5. — Determinarea bobinelor în comutaţie.

Fig. 6. — Schema unei înfăşurări buclate cu pas de trecere. $p = 2$, $a = 2$, $N_e = 22$, $u = 4$, $K = 88$, $y_k = 1$, $y_p = 44$, $Q = 5{,}5$, $y_{e1} = 5{,}5$, $y_1 = 22$, $y_2 = -21$, $b_k = 3\beta$.

Fig. 7. — Secţiune prin crestăturile în comutaţie ale unei înfăşurări buclate cu pas de trecere.

Fig. 8. — Stabilirea unei curbe de comutaţie a unei înfăşurări buclate cu pas de trecere.

Fig. 9. — Schema unei înfăşurări ondulate. $p = 2$, $a = 1$, $N_e = 19$, $u = 3$, $K = 57$, $Q = 4{,}75$, $y_{e1} = 5$, $y_k = (57 - 1)/2 = 28$, $y_1 = 15$, $y_2 = 28 - 15 = 13$, $b_k = 3\beta$.

Fig. 10. — Secţiune prin crestăturile în comutaţie ale unei înfăşurări ondulate.

Fig. 11. — Stabilirea unei curbe de comutaţie a unei înfăşurări ondulate.

Fig. 12. — Repartiţia laturilor bobinelor în crestătura unei înfăşurări echilibrate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 537.226

EFECTE DE POLARIZARE ÎN DIELECTRINĂ IRADIATĂ CU RAZE X

DE

EMIL LUCA, N. REUS şi GH. TACU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţiuni generale

Fotoconductibilitatea sulfului, datorită acţiunii unui fascicul luminos, a fost descoperită în 1889 [1], iar în 1896 Thomson şi Klellan [2] au arătat că un asemenea proces de fotoconductibilitate ia naştere şi atunci cînd sulful este supus acţiunii unui fascicul de raze X.

Fenomenul de polarizare prin fotoconductibilitate, datorită acţiunii unui fascicul luminos, a fost observat la sulf policristalin de M. L. Cetkarov [3] şi apoi studiat printre alţii de Kurrelmeyer [4] şi Vorobiev [1], iar Mankov [5] observă şi studiază efectul de polarizare a sulfului policristalin sub acţiunea razelor X.

În 1937 Nadjakoff [6] arată că, în anumite condiţii, polarizarea sulfului supus acţiunii unui fascicul luminos, are un caracter permanent, deci prezintă proprietăţi analoge electreţilor descoperiţi de M. Eguchi [7] în 1921 şi a denumit aceşti electreţi, obţinuţi datorită acţiunii unui fascicul luminos, fotoelectreţi.

Explicarea procesului de fotoconductibilitate, cît şi a celui de polarizare şi depolarizare a sulfului, sub acţiunea unui fascicul luminos sau a unui fascicol de raze X, a fost dată atît de autorii citaţi, cît şi de alţii, dintre care citäm pe B. M. Fridkin [9], P. Tartakovski şi G. Rekalov [9], N. Kaşukeev [10], V. M. Golovin [11] ş. a.

Cercetările întreprinse pînă în prezent în ceea ce priveşte procesul de polarizare sub acţiunea unui fascicul de raze X, deci obţinerea de fotoelectreţi din sulf iradiat cu raze X, s-au îndreptat numai asupra sulfului mono- şi policristalin şi au constat din trasarea curbelor curenţilor de polarizare şi depolarizare funcţie de intensitatea totală (doza totală) a fasciculului de raze X incident la probă, cît şi funcţie de timp.

Cu scopul de a stabili modul în care variază proprietăţile fotoelectretice ale sulfului atunci cînd se introduce o impuritate formată dintr-un dielectric (parafină) fără asemenea proprietăţi fotoelectretice, noi am realizat amestecuri de sulf şi parafină (dielectrină), cunoscute atît prin proprietăţile lor izolante foarte bune, cît şi prin posibilităţile de prelucrare pe care le oferă.

De asemenea ne-am propus a cerceta modul în care variază curentul de polarizare şi de depolarizare la aceste amestecuri, nu funcţie de

intensitatea totală a fasciculului de raze X, cum s-a făcut pînă acum, ci funcţie de lungimea de undă a fasciculului de raze X, respectiv tensiunea de alimentare la gol a tubului de raze X, şi funcţie de numărul fotonilor ce intră în componenţa fasciculului de raze X, respectiv curentul electronic din tub.

2. Procedeul experimental

În determinările experimentale s-a folosit o instalaţie de raze X, prevăzută cu un tub 4 ВДМ-100.

Pentru obţinerea cîmpului continuu polarizant s-a utilizat fie o baterie uscată, fie o sursă de înaltă tensiune ce ne-a asigurat o tensiune continuă de polarizare, pînă la 1,5 kV.

Atît instalaţia de raze X cît şi sursa de înaltă tensiune erau alimentate în curent alternativ, stabilizat prin intermediul unui stabilizator de tensiune de tip ferorezonant („Križik").

Măsurarea curentului de polarizare şi de depolarizare s-a efectuat prin trei metode, cu scopul de a compara rezultatele obţinute Astfel am folosit fie un galvanometru de constantă $0{,}9.10^{-10}$ A/mm, fie un voltmetru electronic conectat în montaj pentru măsurarea curenţilor, fie un milivoltmetru electronic construit de noi special în acest scop.

Analiza curbelor obţinute pentru curenţii de polarizare şi de depolarizare, prin aceste trei metode, arată că ele nu se deosebeau sensibil. Fixarea scărilor de măsurare s-a făcut în comparaţie cu indicaţiile date de galvanometru.

Întreaga instalaţie de măsură a fost ecranată cu îngrijire şi pusă la pămînt.

Măsurarea tensiunii la gol aplicată tubului de raze X, care ne indica lungimea de undă a fasciculului de raze X, s-a efectuat cu ajutorul unui voltmetru montat în circuitul primar al transformatorului de alimentare a tubului de raze X, folosind raportul de transformare al transformatorului determinat în prealabil, iar măsurarea curentului electronic din tubul de raze X, ce determină numărul fotonilor X din fasciculul respectiv, s-a efectuat cu un aparat universal „Multavi".

În vederea obţinerii probelor de dielectrină s-a dizolvat iniţial sulful tehnic, de care dispunem, în sulfură de carbon, filtrîndu-se de mai multe ori sub vid. Prin evaporarea soluţiei s-au obţinut cristale de sulf care au fost apoi topite la o temperatură ce depăşea foarte puţin pe cea de topire a sulfului. S-a amestecat apoi sulful astfel topit cu parafină, purificată în prealabil prin mai multe topiri şi solidificări, obţinîndu-se pentru 95% sulf şi 5% parafină un amestec perfect omogen, care s-a turnat apoi în forme speciale, menţinute într-un termostat la o temperatură foarte apropiată de cea a amestecului respectiv.

Formele de turnare erau constituite din două plăci de sticlă acoperite pe partea interioară cu foiţe de Al de 0,05 mm grosime şi separate prin distanţoare de sticlă.

După solidificarea dielectrinei, foiţele de aluminiu serveau drept electrozi.

Probele obţinute în acest mod aveau forma de plăci pătrate cu dimensiunile de 6×6 cm şi de diverse grosimi. Curbele redate în prezenta lucrare se referă la probele de 2 mm grosime.

În vederea ridicării datelor experimentale, probele au fost plasate deasupra tubului de raze X, la o distanţă de 10 cm de acesta şi aveau electrozii legaţi în montajul obişnuit de măsurare a curenţilor.

Variaţia tensiunii aplicate tubului de raze X s-a obţinut prin comutarea prizelor din primarul transformatorului de alimentare a tubului de raze X, iar variaţia curentului electronic s-a obţinut prin modificarea curentului de încălzire a filamentului tubului de raze X.

Curenţii de polarizare ai probelor se citeau atunci cînd în serie cu proba supusă acţiunii fasciculului de raze X se introducea şi sursa de înaltă tensiune continuă, iar curenţii de depolarizare se citeau legînd direct proba la aparatul de măsură.

Comutările au fost făcute cu întrerupătoare cu Hg.

3. Rezultate experimentale

Rezultatele experimentale în ceea ce priveşte variaţia curentului de polarizare a probelor de dielectrină, sub acţiunea unui fascicul de raze X, atunci cînd variază lungimea de undă a fasciculului, respectiv tensiunea la gol de alimentare a tubului de raze X, numărul fotonilor X incidenţi la proba iradiată, respectiv curentul electronic din tub şi timpul de iradiere al probei sînt redate în curbele din fig. 1...3.

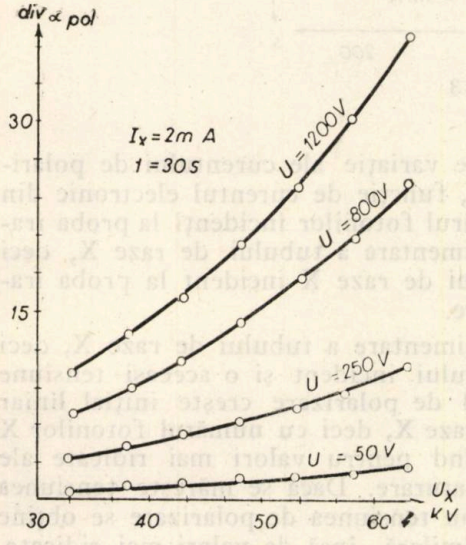


Fig. 1

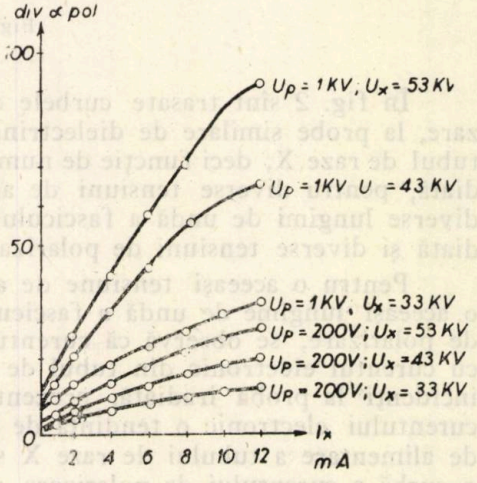


Fig. 2

În fig. 1, menţinîndu-se constant curentul electronic din tubul de raze X, ($I_X = 2$ mA) şi timpul de iradiere ($t = 30$ s) s-au trasat curbele de variaţie a curentului de polarizare, funcţie de lungimea de undă, exprimată prin tensiunea la gol de alimentare a tubului de raze X.

Din curbele trasate rezultă că curentul de polarizare variază neliniar cu tensiunea de alimentare a tubului de raze X, şi anume creşte atunci cînd lungimea de undă a fasciculului de raze X scade. Această creştere este cu atît mai accentuată cu cît tensiunea continuă de polarizare aplicată probei are o valoare mai ridicată. Acest aspect se explică prin faptul că micşorînd lungimile de undă, deci crescînd frecvenţa fotonilor X incidenţi la proba iradiată, creşte energia acestora, care cedată electronilor din zona normală are drept efect trecerea unui număr sporit de electroni din această zonă în cea de conducţie, intensificînd curentul de polarizare.

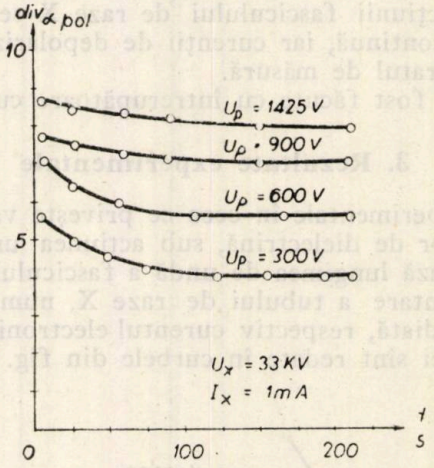


Fig. 3

În fig. 2 sînt trasate curbele de variaţie ale curentului de polarizare, la probe similare de dielectrină, funcţie de curentul electronic din tubul de raze X, deci funcţie de numărul fotonilor incidenţi la proba iradiată, pentru diverse tensiuni de alimentare a tubului de raze X, deci diverse lungimi de undă a fasciculului de raze X incident la proba iradiată şi diverse tensiuni de polarizare.

Pentru o aceeaşi tensiune de alimentare a tubului de raze X, deci o aceeaşi lungime de undă a fasciculului incident şi o aceeaşi tensiune de polarizare, se observă că curentul de polarizare creşte iniţial liniar cu curentul electronic din tubul de raze X, deci cu numărul fotonilor X incidenţi la proba iradiată, prezentînd pentru valori mai ridicate ale curentului electronic o tendinţă de saturare. Dacă se măreşte tensiunea de alimentare a tubului de raze X sau tensiunea de polarizare se obţine o curbă a curentului de polarizare similară, însă de valori mai ridicate.

Tendinţa de saturare observată în cazul curentului de polarizare se explică prin faptul că menţinînd constantă tensiunea de alimentare a tubului de raze X, deci lungimea de undă şi frecvenţa fotonilor X incidenţi la proba iradiată, cît şi tensiunea continuă polarizantă, prin mărirea curentului electronic din tubul de raze X creşte numai numărul fotoni-

lor X de aceeaşi energie incidenţi la proba iradiată şi în acest caz numărul electronilor de aceeaşi energie ce pot trece din zona normală în zona de conducţie fiind limitat, apare tendinţa de saturare a curentului de polarizare.

În fig. 3 s-a trasat curba de variaţie a curentului de polarizare, funcţie de timpul de iradiere al probei, menţinînd constantă tensiunea de alimentare a tubului de raze X ($U_X = 33$ kV) şi curentul electronic din tub ($I_X = 1$ mA), pentru diverse tensiuni de polarizare.

Se constată că pentru o aceeaşi tensiune de polarizare, curentul de polarizare creşte brusc la început şi apoi se menţine constant. Mărind tensiunea de polarizare se obţine o curbă asemănătoare însă de valori ale curentului de polarizare mai ridicate.

Faptul că probele de dielectrină astfel tratate au căpătat o polarizare permanentă, deci au devenit fotoelectreţi, a fost pus în evidenţă printr-un proces de descărcare al fotoelectreţilor astfel obţinuţi, după ce au fost păstraţi, scurtcircuitaţi în întuneric timp de o zi, adică prin obţinerea unui curent de depolarizare atunci cînd proba respectivă a fost supusă din nou şi în absenţa cîmpului continuu polarizant, acţiunii unui fascicul de raze X.

Curbele curenţilor de depolarizare funcţie, de asemenea, de tensiunea de alimentare a tubului de raze X, deci de lungimea de undă a fasciculului, de curentul electronic din tub, deci de numărul fotonilor incidenţi la probă şi de timpul de iradiere, sînt redate în fig. 4...6.

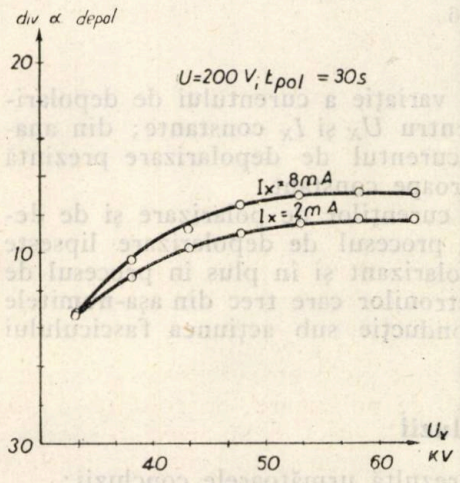


Fig. 4

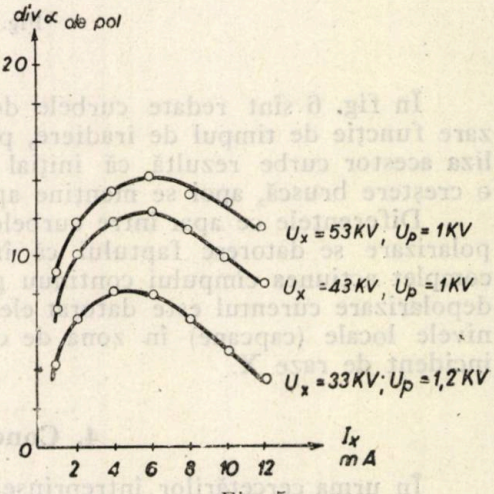


Fig. 5

Din analiza acestor curbe se observă că alura curenţilor de depolarizare este puţin diferită de cea a curenţilor de polarizare.

În fig. 4 se observă că curentul de depolarizare tinde repede spre saturaţie atunci cînd tensiunea aplicată tubului de raze X creşte, adică cînd lungimea de undă a fasciculului de raze X scade.

În fig. 5 se constată că curentul de depolarizare atinge o valoare maximă atunci cînd curentul electronic din tubul de raze X, respectiv numărul fotonilor incidenţi la proba iradiată, creşte; şi în acest caz dacă se măreşte tensiunea de alimentare a tubului de raze X se obţine pentru curentul de depolarizare o curbă similară, de valori mai ridicate, şi al cărei maxim este deplasat spre valori mai mari ale curentului electronic din tub.

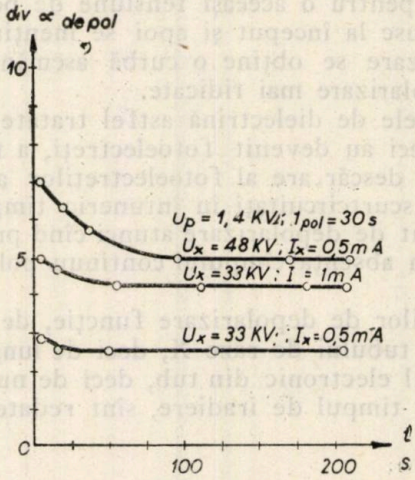


Fig. 6

În fig. 6 sînt redate curbele de variaţie a curentului de depolarizare funcţie de timpul de iradiere, pentru U_X şi I_X constante; din analiza acestor curbe rezultă că iniţial curentul de depolarizare prezintă o creştere bruscă, apoi se menţine aproape constant.

Diferenţele ce apar între curbele curenţilor de polarizare şi de depolarizare se datoresc faptului că în procesul de depolarizare lipseşte complet acţiunea cîmpului continuu polarizant şi în plus în procesul de depolarizare curentul este datorat electronilor care trec din aşa-numitele nivele locale (capcane) în zona de conducţie sub acţiunea fasciculului incident de raze X.

4. Concluzii

În urma cercetărilor întreprinse rezultă următoarele concluzii:

a) Se pot obţine fotoelectreţi sub acţiunea razelor X şi din amestecurile realizate din sulf, ce posedă proprietăţi fotoelectretice, şi parafină, care considerată izolat nu prezintă asemenea proprietăţi.

b) Natura şi variaţia curenţilor de polarizare şi de depolarizare, obţinuţi în probele de amestec de sulf şi parafină (dielectrină) sub acţiunea unui fascicul de raze X, pot fi explicate mai bine considerînd efectele izolate ale frecvenţei şi numărului fotonilor X incidenţi la probă,

decît în cazul cînd se consideră acţiunea globală a fasciculului (doza totală de iradiere).

c) Deoarece anularea curentului de depolarizre survine după un timp foarte îndelungat de iradiere, după cum arată curbele de variaţie ale curenţilor de depolarizare în funcţie de timpul de iradiere, tragem concluzia că stabilitatea fotoelectreţilor obţinuţi din amestec de sulf şi parafină este mai bună decît cea a celor obţinuţi numai din sulf.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Воробьев А. А., ЖЭТФ, 1934, **4**, *4*, стр. 368—383.
2. Маньков Н. А., ЖЭТФ, 1936, **6**, *10*, стр. 1091—1040.
3. Четкаров М. Л., Физ. тв. тела, 1961, **3**, *8*, стр. 2197—2201.
4. Kurrellmeyer B., Phys. Rev., 1927, **30**, pp. 893—910.
5. Маньков Н. А., Тр. гидрограф. ин-та глав. морпути, 1939, **1**, стр. 141—154.
6. Nadjakoff G., Phys. Ztschr., 1938, **39**, *6*, S. 226—227.
7. Eguchi M., Phil. Mag., 1925, **49**, p. 178.
8. Фридкин В. М. и др., ДАН СССР, 1957, **117**, *5*, стр. 804—807.
9. Тартаковский П. С., Рекалов Г., ЖЭТФ, 1940, **10**, *2*, стр. 145—149.
10. Кашукеев Н., Изв. былг. АН, отд. физ. матем. и техн. н., 1959, **7**, стр. 71—81.
11. Головин В. М., Физ. тв. тела, 1960, **2**, *5*, стр. 1004—1010.

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ДИЭЛЕКТРИНЕ (СМЕСИ СЕРЫ И ПАРАФИНА), ОБЛУЧЕННОЙ РЕНТГЕНОВСКИМИ ЛУЧАМИ

(Резюме)

Осуществив пробы из смесей 95% серы и 5% парафина, облученных рентгеновскими лучами, были выведены кривые вариации поляризационных и деполяризационных токов в зависимости от холостого напряжения питания рентгеновской трубки — соответственно длины волны пучка X-лучей, от электронного тока трубки — соответственно числу фотонов, входящих в состав пучка и в зависимости от продолжения облучения.

Установлено, что смеси серы и парафина (диэлектрин) выявляют фотоэлектрические свойства, также как и чистая сера, облучаемая рентгеновскими лучами, а из аллюры кривых вариации деполяризационных токов и времени облучения следует, что фотоэлектреты, получаемые из этих смесей представляют также хорошую устойчивость.

EFFETS DE POLARISATION DANS LA DIÉLECTRINE IRRADIÉE AVEC DES RAYONS X

(Résumé)

En réalisant des épreuves d'un mélange de 95% souffre et 5% paraffine, qui ont été irradiées avec des rayons X, on a tracé les courbes de variation des courants de polarisation et de dépolarisation, fonction de la tension au vide d'alimentation du tube de

rayons X (soit la longueur d'onde du fascicule de rayons X) fonction du courant électronique du tube (respectivement fonction du nombre des photons y intervenant dans la composition du fascicule de rayons X) et fonction de la durée de l'irradiation.

On constate que même les mélanges de souffre et de paraffine (la diélectrine) présentent des propriétés photo-électriques du même type que le souffre à l'état pure, au cas où il est irradié avec des rayons X. L'analyse de l'allure des courbes de variation des courants de dépolarisation avec le temps d'irradiation, permet à constater que les photo-électrètes obtenus de ces mélanges présentent une stabilité meilleure que ceux de souffre.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621.392.5

ASUPRA COEFICIENŢILOR DE TRANSMISIE A TENSIUNII ŞI A CURENTULUI PRIN CUADRIPOLI

DE

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Coeficientul de transmisie a tensiunii printr-un cuadripol este definit de raportul nedimensional (de ex. [1]):

$$k_U = \underline{U}_2/\underline{U}_1. \tag{1}$$

Într-un mod analog se defineşte coeficientul de transmisie a curentului [1]:

$$k_I = \underline{I}_2/\underline{I}_1. \tag{2}$$

Considerînd un cuadripol de ecuaţii:

$$\underline{U}_1 = A\underline{U}_2 + B\underline{I}_2, \quad \underline{I}_1 = C\underline{U}_2 + D\underline{I}_2 \tag{3}$$

şi notînd cu:

$$\underline{Z}_1 = r_1 + \mathrm{j}x_1 = \underline{U}_1/\underline{I}_1 \tag{4}$$

impedanţa echivalentă la perechea de borne primare ale cuadripolului şi cu:

$$\underline{Z}_2 = r_2 + \mathrm{j}x_2 = \underline{U}_2/\underline{I}_2 \tag{5}$$

impedanţa receptorului, se pot determina mărimile coeficienţilor k_U şi k_I în funcţie de coeficienţii cuadripolului $(\underline{A},...,\underline{D})$ şi: a) parametrii echivalenţi la perechea de borne primare (r_1, x_1):

$$k_U = D\sqrt{\{[r_1 - \mathcal{R}e\,(\underline{B}/\underline{D})]^2 + [x_1 - \mathcal{I}m\,(\underline{B}/\underline{D})]^2\}/(r_1^2 + x_1^2)}, \tag{6}$$

$$k_I = C\sqrt{[r_1 - \mathcal{R}e\,(\underline{A}/\underline{C})]^2 + [x_1 - \mathcal{I}m\,(\underline{A}/\underline{C})]^2}, \tag{7}$$

sau b) parametrii receptorului (r_2, x_2):

$$k_U = \sqrt{(r_2^2 + x_2^2)/\{[r_2 + \mathcal{R}e\,(\underline{B}/\underline{A})]^2 + [x_2 + \mathcal{I}m\,(\underline{B}/\underline{A})]^2\}}/A, \tag{8}$$

$$k_I = 1\Big/\left\{C\sqrt{[r_2 + \mathcal{R}e\,(\underline{D}/\underline{C})]^2 + [x_2 + \mathcal{I}m\,(\underline{D}/\underline{C})]^2}\right\}. \tag{9}$$

În cele ce urmează urmărim un triplu scop anume: a) să furnizăm o caracterizare geometrică a expresiilor (6)...(9); b) să stabilim unele condiţii suficiente pentru aprecierea aptitudinii unui cuadripol avînd o sarcină pasivă de a se comporta fie ca amplificator de tensiune, fie ca amplificator de curent; c) să determinăm expresiile coeficienţilor k_U şi k_I în cîteva regimuri de funcţionare ale unui cuadripol reciproc, pe care le cosiderăm importante din punct de vedere energetic.

2. Este uşor de observat că în timp ce $k_U(r_1, x_1)$ şi $k_U(r_2, x_2)$ reprezintă *suprafeţe de gradul 4*, $k_I(r_1, x_1)$ şi $k_I^{-1}(r_1, x_1)$ reprezintă ecuaţiile unor *conuri*. Evident, $k_U(r_1, x_1)$ şi $k_U(r_2, x_2)$ pot lua valori numai în semispaţiul $k_U \geqslant 0$, iar $k_I(r_1, x_1)$ şi $k_I^{-1}(r_2, x_2)$ — numai în semispaţiul $k_I \geqslant 0$.

Dacă cuadripolul este reciproc iar receptorul este pasiv atunci: a) $k_U(r_1, x_1)$ poate lua valori numai în semicilindrul [2]:

$$r_1^2 + x_1^2 - [\mathcal{R}e\,(\underline{A}\dot{\underline{D}} + \underline{B}\dot{\underline{C}})/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\dot{\underline{D}})]\,r_1 - [\mathcal{I}m\,(\underline{A}\dot{\underline{D}} + \underline{B}\dot{\underline{C}})/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\dot{\underline{D}})]\,x_1 + \tag{10}$$
$$+ \mathcal{R}e\,(\underline{A}\dot{\underline{B}})/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\dot{\underline{D}}) = 0,$$

$k_U \geqslant 0$; b) $k_I(r_1, x_1)$ — în semicilindrul (10), $k_I \geqslant 0$; c) $k_U(r_2, x_2)$ — în diedrul $k_U \geqslant 0$, $r_2 \geqslant 0$; d) $k_I^{-1}(r_2, x_2)$ — în diedrul $k_I \geqslant 0$, $r_2 \geqslant 0$.

Ţinînd seama că:

$$\begin{cases} \mathcal{R}e\,(\underline{A}/\underline{C}) = r_{10}, \quad \mathcal{R}e\,(\underline{B}/\underline{D}) = r_{1sc}, \quad \mathcal{R}e\,(\underline{D}/\underline{C}) = r_{20}, \quad \mathcal{R}e\,(\underline{B}/\underline{A}) = r_{2sc}, \\ \mathcal{I}m\,(\underline{A}/\underline{C}) = x_{10}, \quad \mathcal{I}m\,(\underline{B}/\underline{D}) = x_{1sc}, \quad \mathcal{I}m\,(\underline{D}/\underline{C}) = x_{20}, \quad \mathcal{I}m\,(\underline{B}/\underline{A}) = x_{2sc}, \end{cases} \tag{11}$$

notaţiile fiind cele uzuale, relaţiile (6)...(9) se pot scrie şi sub formele echivalente:

$$k_U = D\sqrt{[(r_1 - r_{1sc})^2 + (x_1 - x_{1sc})^2]/(r_1^2 + x_1^2)}, \tag{12}$$

$$k_I = C\sqrt{(r_1 - r_{10})^2 + (x_1 - x_{10})^2}, \tag{13}$$

$$k_U = \sqrt{(r_2^2 + x_2^2)/[(r_2 + r_{2sc})^2 + (x_2 + x_{2sc})^2]}/A, \tag{14}$$

$$k_I = 1\Big/\left[C\sqrt{(r_2 + r_{20})^2 + (x_2 + x_{20})^2}\right]. \tag{15}$$

În regim staționar (curent continuu) relațiile (12) ... (15) devin:

(16) $k_U = D(R_1 - R_{1sc})/R_1$, (17) $k_I = C(R_{10} - R_1)$,

(18) $k_U = R_2/[A(R_2 + R_{2sc})]$, (19) $k_I = 1/[C(R_2 + R_{20})]$.

În timp ce $k_U(R_1)$, $k_U(R_2)$ și $k_I(R_2)$ reprezintă ecuațiile unor hiperbole echilatere, $k_I(R_1)$ reprezintă o dreaptă (fig. 1). $k_U(R_1)$ și $k_U(R_2)$ pot lua valori numai în semiplanul $k_U \geqslant 0$, iar $k_I(R_1)$ și $k_I(R_2)$ — în semiplanul $k_I \geqslant 0$. Dacă receptorul este pasiv, atunci: a) $k_U(R_1)$ poate lua valori numai în dreptunghiul $k_U \geqslant 0$, $R_{1sc} \leqslant R_1 \leqslant R_{10}$; b) $k_I(R_1)$ — în dreptunghiul $k_I \geqslant 0$, $R_{1sc} \leqslant R_1 \leqslant R_{10}$; c) $k_U(R_2)$ — în cadranul $k_U \geqslant 0$, $R_2 \geqslant 0$; d) $k_I(R_2)$ — în cadranul $k_I \geqslant 0$, $R_2 \geqslant 0$.

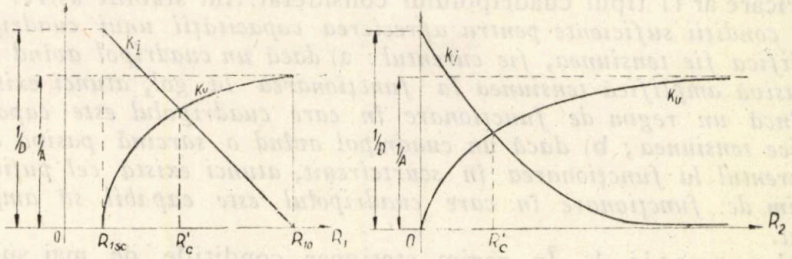


Fig. 1.

Curbele reprezentate în fig. 1 se referă la cazul cînd sarcina cuadripolului este pasivă ($R_2 \geqslant 0$) iar $A > D$; dacă $A = D$ (cuadripol simetric), $k_I(R_{1sc}) = k_U(R_{10})$. Evident, $k_U = k_I$ în regim caracteristic (R'_c — rezistența caracteristică).

Caracterizarea geometrică a relațiilor (6) ... (9) (sau (12) ... (15)), expusă în acest paragraf, permite și facilitează construcția diagramelor de tipul celor obținute în [3], precum și a altor tipuri de diagrame.

3. Într-o lucrare precedentă [3] am arătat că în cazul unui cuadripol alimentînd o sarcină pasivă, avem:

$$\max_D k_U = |B/\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})|, \quad \max_D k_I = |C/\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}})|, \tag{20}$$

$$D \equiv \{0 \leqslant r_2 \leqslant \infty, \quad -\infty \leqslant x_2 \leqslant \infty\},$$

unde $\max_D k_U$ reprezintă valoarea maximă a coeficientului de transmisie a tensiunii, în domeniul D, care se obține atunci cînd:

$$r_2 = r_{2\max_D k_U} = 0, \quad x_2 = x_{2\max_D k_U} = B^2/\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}}) = -1/b_{2sc} \tag{21}$$

iar $\max_D k_I$ reprezintă valoarea maximă a coeficientului de transmisie a curentului, în același domeniu, care se realizează în cazul cînd:

$$r_2 = r_{2\max_D k_I} = 0, \quad x_2 = x_{2\max_D k_I} = \mathcal{I}m(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}})/C^2 = -x_{20}. \tag{22}$$

Din analiza relaţiilor (20) rezultă că un cuadripol alimentînd o sarcină pasivă se comportă ca un amplificator de tensiune ($k_U > 1$) dacă:

$$B > |\mathcal{R}e\,(A\overset{*}{B})|, \tag{23}$$

sau ca un amplificator de curent ($k_I > 1$) dacă:

$$C > |\mathcal{R}e\,(C\overset{*}{D})|. \tag{24}$$

Se observă cu uşurinţă că dacă $A < 1$, (adică $U_{10} < U_2$), inegalitatea (23) este satisfăcută, iar dacă $D > 1$, adică ($I_{1sc} < I_2$), are loc inegalitatea (24), oricare ar fi tipul cuadripolului considerat. Am stabilit astfel următoarele *condiţii suficiente pentru aprecierea capacităţii unui cuadripol de a amplifica fie tensiunea, fie curentul:* a) *dacă un cuadripol avînd o sarcină pasivă amplifică tensiunea la funcţionarea la gol, atunci există cel puţin încă un regim de funcţionare în care cuadripolul este capabil să amplifice tensiunea;* b) *dacă un cuadripol avînd o sarcină pasivă amplifică curentul la funcţionarea în scurtcircuit, atunci există cel puţin încă un regim de funcţionare în care cuadripolul este capabil să amplifice curentul.*

Observaţii. 1° În regim staţionar condiţiile de mai sus sînt totodată şi necesare. 2° Dacă un cuadripol simetric ($A = D$) amplifică tensiunea la funcţionarea la gol, atunci amplifică şi curentul la funcţionarea în scurtcircuit şi reciproc. 3° Rezultă o posibilitate extrem de simplă de predeterminare experimentală a capacităţii unui cuadripol, alimentînd un receptor pasiv, de a amplifica fie tensiunea, fie curentul. 4° Evident, un cuadripol alimentînd un receptor pasiv este apt să amplifice tensiunea chiar dacă $A < 1$ în cazul în care coeficienţii săi satisfac inegalitatea (23); de asemenea cuadripolul considerat este capabil să amplifice curentul chiar dacă $D < 1$, în cazul în care coeficienţii săi satisfac inegalitatea (24). 5° Condiţiile (23) şi (24) pot fi urmărite şi pe cale experimentală cu ajutorul încercărilor cuadripolului la gol şi în scurtcircuit. Într-adevăr, ţinînd seama de relaţiile (11), inegalităţile (23) şi (24) se pot scrie şi sub forma echivalentă:

$$U_2 > U_{10} \cos \varphi_{2sc}, \tag{25}$$

$$I_2 > I_{1sc} \cos \varphi_{20}. \tag{26}$$

Rezultatele obţinute în acest paragraf, ca şi în cel precedent, sînt valabile atît pentru cuadripoli reciproci cît şi pentru cei nereciproci

4. Scopul acestui paragraf este de a determina expresiile coeficienţilor de transmisie a tensiunii şi a curentului printr-un cuadripol reciproc în cazul cînd regimul de funcţionare este cel corespunzător transmisiei energiei cu randament maxim. În acest caz parametrii receptorului sînt [4] (notaţiile fiind modificate):

$$\begin{cases} r_2 = r_{2\eta}^{(12)} = \sqrt{[\mathcal{R}e\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C})]^2 - 1}/[2\,\mathcal{R}e\,(A\overset{*}{C})], \\ x_2 = x_{2\eta}^{(12)} = \mathcal{I}m\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C})/[2\mathcal{R}e\,(A\overset{*}{C})]. \end{cases} \tag{27}$$

Introducînd aceste expresii în relațiile (8) și (9) se obține:

$$(28)\quad k_{U_{\eta max}} = \sqrt{[\mathcal{R}e(\underline{B}\overset{*}{\underline{D}})/\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{B}})]\left\{\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{D}}+\underline{B}\overset{*}{\underline{C}})-\sqrt{[\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{D}}+\underline{B}\overset{*}{\underline{C}})]^2-1}\right\},$$

$$(29)\quad k_{I_{\eta max}} = \sqrt{[\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{C}})/\mathcal{R}e(\underline{C}\overset{*}{\underline{D}})]\left\{\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{D}}+\underline{B}\overset{*}{\underline{C}})-\sqrt{[\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{D}}+\underline{B}\overset{*}{\underline{C}})]^2-1}\right\}.$$

Dacă cuadripolul reciproc este simetric, din (28) și (29) rezultă

$$(30)\quad k'_{U_{\eta max}} = k'_{I_{\eta max}} = k'_{\eta max} = \sqrt{A^2 + \mathcal{R}e(\underline{B}\overset{*}{\underline{C}}) - \sqrt{[A^2 + \mathcal{R}e(\underline{B}\overset{*}{\underline{C}})]^2 - 1}}.$$

Or, randamentul maxim al transmisiei energiei printr-un cuadripol reciproc simetric fiind [5]:

$$(31)\quad \eta'_{max} = A^2 + \mathcal{R}e(\underline{B}\overset{*}{\underline{C}}) - \sqrt{[A^2 + \mathcal{R}e(\underline{B}\overset{*}{\underline{C}})]^2 - 1}$$

avem:

$$(32)\quad k'_{\eta max} = \sqrt{\eta'_{max}}.$$

Egalitatea coeficienților $k'_{U_{\eta max}}$, $k'_{I_{\eta max}}$ precum și relația (32) se pot justifica cu ajutorul cîtorva considerente simple referitoare la unele rezultate obținute anterior. Anume, în [4] am arătat că în regimul de transmisie cu randament maxim a energiei printr-un cuadripol reciproc, parametrii la cele două perechi de borne ale cuadripolului sînt dați (notațiile fiind modificate) de:

$$(33)\quad Z_{1\eta}^{(12)} = \sqrt{\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{B}})/\mathcal{R}e(\underline{C}\overset{*}{\underline{D}})},\quad Z_{2\eta}^{(12)} = \sqrt{\mathcal{R}e(\underline{B}\overset{*}{\underline{D}})/\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{C}})},$$

$$(34)\quad \begin{cases} \varphi_{1\eta}^{(12)} = \arcsin\left\{\mathcal{I}m(\underline{A}\overset{*}{\underline{D}} + \underline{B}\overset{*}{\underline{C}})/\left[2\sqrt{\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{B}})\,\mathcal{R}e(\underline{C}\overset{*}{\underline{D}})}\right]\right\}, \\ \varphi_{2\eta}^{(12)} = \arcsin\left\{\mathcal{I}m(\underline{A}\overset{*}{\underline{D}} + \underline{B}\overset{*}{\underline{C}})/\left[2\sqrt{\mathcal{R}e(\underline{B}\overset{*}{\underline{D}})\,\mathcal{R}e(\underline{A}\overset{*}{\underline{C}})}\right]\right\}. \end{cases}$$

Or, în cazul unui cuadripol reciproc simetric rezultă $Z_{1\eta}^{(12)} = Z_{2\eta}^{(12)}$ adică $(U_1/I_1)_\eta^{(12)} = (U_2/I_2)_\eta^{(12)}$ sau $(U_2/U_1)_\eta^{(12)} = (I_2/I_1)_\eta^{(12)}$, adică (30). De asemenea în aceleași condiții rezultă $\varphi_{1\eta}^{(12)} = -\varphi_{2\eta}^{(12)}$, așadar $\cos\varphi_{1\eta}^{(12)} = \cos\varphi_{2\eta}^{(12)}$ și deci $\eta'_{max} = (U_2 I_2 \cos\varphi_2)_\eta^{(12)}/(U_1 I_1 \cos\varphi_1)_\eta^{(12)} = (U_2/U_1)_\eta^{(12)}(I_2/I_1)_\eta^{(12)}$, de unde, ținînd seama de (30), rezultă relația (32).

Deoarece pentru orice cuadripol reciproc simetric $\eta'_{max} \leqslant 1$, rezultă că în cazul unui astfel de cuadripol:

(35) $$\eta'_{\max} \leqslant k'_{U_{\eta\max}} = k'_{I_{\eta\max}} = k'_{\eta\max} \leqslant 1.$$

Aşadar *un cuadripol reciproc simetric funcţionînd în regimul de transmisie a energiei cu randament maxim, are coeficienţii de transmisie a tensiunii şi a curentului egali şi subunitari; în acest regim cuadripolul reciproc simetric nu este capabil să amplifice nici tensiunea nici curentul.*

Expresiile (28) şi (29) ale coeficienţilor $k_{U_{\eta\max}}$ şi $k_{I_{\eta\max}}$ se pot predetermina experimental cu ajutorul încercărilor cuadripolului la gol şi în scurtcircuit. Într-adevăr:

(36) $$\mathcal{R}e\,(\underline{B}\underline{\overset{*}{D}}) = P_{1sc}/I_2^2,\ \mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}}) = P_{2sc}/I_1^2,\ \mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}}) = P_{10}/U_1^2,\ \mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) = P_{20}/U_1^2,$$

iar

(37) $$\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) = (\varrho + 1)/(\varrho - 1),\ \varrho = r^{(12)}_{1\max}/r^{(12)}_{1\min},$$

unde $r^{(12)}_{1\max}$, $r^{(12)}_{1\min}$ reprezintă coordonatele extremităţilor diametrului cercului (10) paralel cu axa $x_1 = 0$; valorile acestor mărimi pot fi determinate experimental de asemenea cu ajutorul aceloraşi încercări ale cuadripolului, la gol şi în scurtcircuit [2]. Deci:

(38) $$k_{U_{\eta\max}} = (I_1/I_2)\sqrt{P_{1sc}/P_{2sc}}\,\sqrt{(\sqrt{\varrho} - 1)/(\sqrt{\varrho} + 1)},$$

(39) $$k_{I_{\eta\max}} = (U_1/U_2)\sqrt{P_{10}/P_{20}}\,\sqrt{(\sqrt{\varrho} - 1)/(\sqrt{\varrho} + 1)}.$$

În cazul cuadripolilor reciproci simetrici:

(40) $$k'_{\eta\max} = \sqrt{(\sqrt{\varrho} - 1)/(\sqrt{\varrho} + 1)},$$

reprezentată în fig. 2.

În regim staţionar coeficienţii $k_{U_{\eta\max}}$ şi $k_{I_{\eta\max}}$ sînt daţi de relaţiile:

(41) $$k_{U_{\eta\max}} = \sqrt{D/A}\,(\sqrt{AD} - \sqrt{BC}),$$ (42) $$k_{I_{\eta\max}} = \sqrt{A/D}\,(\sqrt{AD} - \sqrt{BC}).$$

Din (41) şi (42) rezultă că după cum $A \gtrless D$, avem $k_{I_{\eta\max}} \gtrless k_{U_{\eta\max}}$.

Dacă cuadripolul este simetric ($A = D \geqslant 1$):

(43) $$k'_{U_{\eta\max}} = k'_{I_{\eta\max}} = k'_{\eta\max} = \sqrt{\eta'_{\max}} = A - \sqrt{A^2 - 1}.$$

Graficul funcţiei $k'_{\eta\max}(A)$ este reprezentat în fig. 3.

5. Într-un mod analog se pot determina coeficienţii de transmisie a tensiunii şi a curentului printr-un cuadripol reciproc în regimul de

transfer către receptor a puterii active maxime. În [5] am arătat că în acest regim de funcționare parametrii receptorului sînt dați de:

$$(44)\quad r_2 = r_{2P_2}^{(12)} = \mathcal{R}e\,(\underline{B}/\underline{A}) = r_{2sc},\quad x_2 = x_{2P_2} = -\mathcal{I}m\,(\underline{B}/\underline{A}) = -x_{2sc}.$$

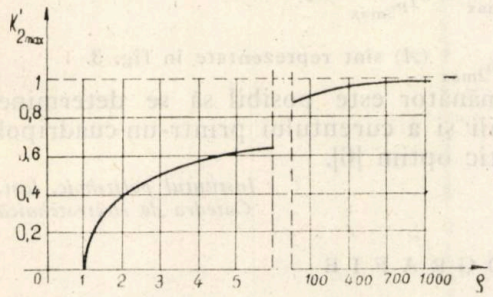


Fig. 2

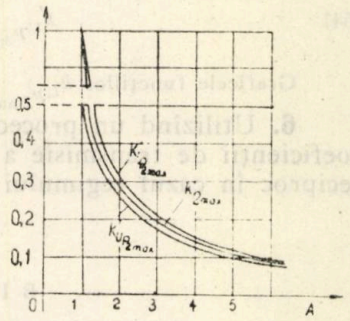


Fig. 3

În acest caz relațiile (14) și (15) devin:

$$(45)\quad k_{U_{P_{2max}}} = B/[2\,\mathcal{R}e\,(\underline{A}\overset{*}{\underline{B}})] = 1/(2A\cos\varphi_{2sc}),$$

$$(46)\quad k_{I_{P_{2max}}} = A/|\underline{A}\overset{*}{\underline{D}} + \underline{B}\overset{*}{\underline{C}}| = 1\Big/\Big[C\sqrt{(r_{20}+r_{2sc})^2+(x_{20}+x_{2sc})^2}\Big].$$

Confruntînd relațiile (20_1) și (45) rezultă:

$$(47)\quad k_{U_{P_{2max}}} = \frac{1}{2}\max_D k_U,$$

adică, *coeficientul de transmisie a tensiunii printr-un cuadripol reciproc, în regimul de transfer către receptor a puterii active maxime, este egal cu jumătatea valorii sale maxime.*

Și în acest caz valorile coeficienților $k_{U_{P_{2max}}}$, $k_{I_{P_{2max}}}$ pot fi predeterminate experimental. Se obține:

$$(48)\quad k_{U_{P_{2max}}} = U_2/(2U_1\cos\varphi_{2sc}),$$

$$(49)\quad k_{I_{P_{2max}}} = U_2\Big/\Big[I_{10}\sqrt{(r_{20}+r_{2sc})^2+(x_{20}+x_{2sc})^2}\Big].$$

În regim staționar expresiile (45), (46) devin:

$$(50)\quad k_{U_{P_{2max}}} = 1/(2A),\qquad (51)\quad k_{I_{P_{2max}}} = A/(2AD-1).$$

Din (50) și (51) rezultă că: a) dacă $D > \sqrt{2}$, atunci: $1^\circ\ k_{U_{P_{2max}}} \geqslant k_{I_{P_{2max}}}$ pentru $(D-\sqrt{D^2-2})/2 \leqslant A \leqslant (D+\sqrt{D^2-2})/2$; $2^\circ\ k_{U_{P_{2max}}} < k_{I_{P_{2max}}}$ pentru $A < (D-\sqrt{D^2-2})/2$ sau $A > (D+\sqrt{D^2-2})/2$; b) dacă $D \leqslant \sqrt{2}$ atunci $k_{U_{P_{2max}}} < k_{I_{P_{2max}}}$.

Dacă cuadripolul este simetric :

(52) $$k'_{U_{P_{2max}}} = 1/(2A),$$ (53) $$k'_{I_{P_{2max}}} = 1/(2A - 1/A).$$

Din (43), (52) şi (53) rezultă că în regim staţionar :

(54) $$k'_{U_{P_{2max}}} \leqslant k'_{\eta_{max}} \leqslant k'_{I_{P_{2max}}} \leqslant 1.$$

Graficele funcţiilor $k'_{U_{P_{2max}}}(A)$, $k'_{I_{P_{2max}}}(A)$ sînt reprezentate în fig. 3.

6. Utilizînd un procedeu asemănător este posibil să se determine coeficienţii de transmisie a tensiunii şi a curentului printr-un cuadripol reciproc în cazul regimului energetic optim [6].

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Атабеков Г. И., *Теоретические основы электротехники.* Ч. I, ГЭИ, М. — Л., 1962, стр. 131.
2. Rosman H., Braier A., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1 — 2*, pp. 1293 —136.
3. Braier A., Rosman H., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3 — 4*, pp. 186 — 208
4 Rosman H., Braier A., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1952, **III**, *1 — 4*, pp. 57 — 70.
5. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1955, **I (V)**, *1 — 2*, pp. 159 — 172.
6. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1 — 2*, pp. 283 — 288.

О КОЭФФИЦИЕНТАХ ПЕРЕДАЧИ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА ЧЕРЕЗ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

(Резюме)

Устанавливаются следующие достаточные условия для оценки способности четырехполюсника усилять напряжение или ток: а) если четырехполюсник, имея пассивную нагрузку, усиливает напряжение при холостом ходе, это указывает, что существует по крайней мере еще один режим работы в котором четырехполюсник способен усилить напряжение: б) если четырехполюсник имея пассивную нагрузку усиливает ток при коротком замыкании, то существует хотя бы еще один режим работы, при котором четырехполюсних способен усилить ток.

SUR LES COEFFICIENTS DE LA TRANSMISSION DE LA TENSION ET DU COURANT PAR DES QUADRIPÔLES

(Résumé)

On établit des conditions suffisantes concernant la capacité d'un quadripôle d'amplifier soit la tension, soit le courant, à savoir: a) si un quadripôle ayant une charge passive amplifie la tension lorsqu'il fonctionne au vide, alors il y a au moins encore un régime de fonctionnement dans lequel le quadripôle est capable d'amplifier la tension; b) si un quadripôle ayant une charge passive amplifie le courant lorsqu'il fonctionne en court-circuit, alors il y au moins encore un régime de fonctionnement dans lequel le quadripôle est capable d'amplifier la tension. On montre que les coefficients de transmission de la tension et du courant d'un quadripôle réciproque symétrique sont égaux et sousunitaires lorsque le régime de fonctionnement coïncide avec celui du transfer de l'énergie avec un rendement maximum. Dans ce régime le quadripôle n'est capable d'amplifier ni la tension, ni le courant. Enfin on prouve que le coefficient de transmission de la tension par un quadripôle réciproque est égale à la moitié de sa valeur maximum, lorsque le régime de fonctionnement coïncide avec celui du transfer de la puissance active maximum.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621.317.382 ; 621.317.372

MĂSURAREA PUTERILOR ŞI A UNGHIULUI DE DEFAZAJ DINTRE TENSIUNE ŞI CURENT CU WATTMETRUL ELECTRODINAMIC FOLOSIND UN CIRCUIT REPREZENTÎND O IMPEDANŢĂ DE MODUL CONSTANT ŞI ARGUMENT VARIABIL

DE

D. BĂRBULESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Se ştie că wattmetrul electrodinamic este folosit mai ales pentru măsurarea puterii active în circuitele de curent alternativ. Datorită preciziei în măsurare pe care o oferă instrumentele electrodinamice, diferiţi cercetători au căutat să extindă posibilităţile de utilizare ale acestora.

Astfel, unii cercetători au utilizat un wattmetru electrodinamic sensibil pentru măsurarea pierderilor în dielectric, destinat încercării cablurilor la tensiune ridicată [1], unii l-au folosit ca sincronoscop [2], iar alţii au indicat scheme de utilizare a wattmetrului electrodinamic pentru determinarea unghiului de defazaj dintre tensiune şi curent [3]...[5]. Este clasic studiul posibilităţii utilizării wattmetrului electrodinamic pentru măsurarea puterii reactive [6]...[8].

Toate exemplele indicate arată că wattmetrul electrodinamic poate fi adaptat pentru măsurarea altor mărimi decît puterea activă, fiecărei adaptări însă corespunzîndu-i posibilitatea măsurării unei singure mărimi.

Asociind unui wattmetru electrodinamic un circuit derivaţie cu reactanţe semicompensate se extind posibilităţile de măsurare ale instrumentului, anume, cu acelaşi instrument se pot măsura puterile aparentă, activă şi reactivă, precum şi unghiul de defazaj dintre tensiune şi curent.

2. Principiul metodei

După cum s-a arătat într-o lucrare anterioară [9], circuitul derivaţie cu reactanţe semicompensate (fig. 1) ai cărui parametri îndeplinesc condiţia $LC\omega^2 = 1/2$ este echivalent unei inpedanţe de modul constant

şi argument variabil pe interval unghiular de 180° : $\underline{Z} = Z\angle\varphi(R)$, unde $Z = 1/(\omega C) = \text{const.}$ şi (1) $\varphi = \text{arc tg}\,\{[L\omega/R - R/(L\omega)]/2\}$.

Relaţia (1) se poate scrie şi sub forma $\varphi = 2\psi - 90°$, unde $\text{tg}\,\psi = L\omega/R$.

Astfel, circuitul considerat reprezintă un defazor de curent, putînd defaza curentul nederivat cu $\pm 90°$ în raport cu tensiunea aplicată prin variaţia rezistenţei R din ramura inductivă. Această proprietate remarcabilă a circuitului derivaţie amintit a şi fost utilizată la crearea unui compensator în coordonate rectangulare [10].

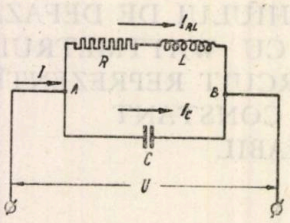


Fig. 1

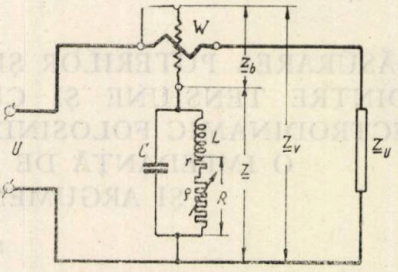


Fig. 2

În scopul măsurării puterilor şi unghiului de defazaj dintre tensiune şi curent, în serie cu bobina volt a wattmetrului se introduce circuitul defazor cu reactanţe semicompensate (fig. 2). Conform celor arătate, la variaţia rezistenţei R din ramura inductivă a circuitului defazor se modifică unghiul de defazaj al curentului din bobina volt în raport cu tensiunea aplicată, modulul impedanţei circuitului defazor rămînînd constant, indiferent de valoarea rezistenţei.

Astfel, dacă se consideră impedanţa bobinei volt (Z_b) neglijabilă în raport cu impedanţa circuitului defazor (Z), curentul din bobina volt a wattmetrului rămîne constant în modul, putînd fi defazat înaintea sau în urma tensiunii cu un unghi pînă la 90°.

Valoarea instantanee a cuplului care acţionează asupra bobinei volt a wattmetrului electrodinamic este dată de relaţia [7, p. 65] :

$$m = i_A i_V (\mathrm{d}M_{A,V}/\mathrm{d}\alpha),$$

unde : $i_A = \sqrt{2} I_A \sin(\omega t - \varphi)$, $i_V = \sqrt{2} I_V \sin(\omega t - \varphi_V)$ reprezintă valorile instantanee ale curenţilor prin bobina amper, respectiv bobina volt, iar cu φ, φ_V s-a notat unghiul de defazaj dintre tensiunea şi curentul din bobina amper, respectiv bobina volt. Valoarea medie a cuplului rezultă :

$$M = (1/Z_V) \cdot (\mathrm{d}M_{A,V}/\mathrm{d}\alpha)\, UI \cos(\varphi - \varphi_V),$$

dacă se efectuează substituţiile evidente : $I_A = I$, $I_V = U/Z_V$.

Considerînd impedanţa circuitului volt (Z_V) constantă în modul şi notînd $k_1 = (1/Z_V) \cdot (\mathrm{d}M_{A,V}/\mathrm{d}\alpha)$, relaţia cuplului mediu devine :

$$M = k_1 UI \cos(\varphi - \varphi_V).$$

Pentru un anume unghi α cuplul activ este echilibrat de cuplul rezistent $M = M_{rez} = C\alpha$. Cu notaţia $K = C/k_1$ se poate scrie:

(2) $$UI \cos(\varphi - \varphi_V) = K\alpha.$$

Argumentul curentului din bobina volt (φ_V) poate căpăta diferite valori în funcţie de rezistenţa R din circuitul defazor. Astfel, curentul din bobina mobilă poate fi adus, după cum se arată în fig. 3, în una din situaţiile: a) în fază cu curentul din bobina amper (I_{V1}); b) în fază cu tensiunea aplicată (I_{V2}); c) în cuadratură cu tensiunea aplicată (I_{V3} şi I'_{V3}); d) în cuadratură cu curentul din bobina amper (I_{V4}).

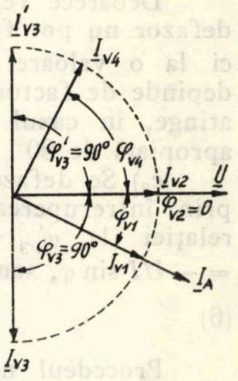


Fig. 3

Folosind relaţia (2) şi diagrama vectorială din fig. 3, se arată în cele ce urmează că wattmetrul asociat cu circuitul defazor cu reactanţe semicompensate poate măsura puterile şi unghiul de defazaj dintre tensiune şi curent.

a) *Măsurarea puterii aparente S*

Se aduce curentul din bobina volt în fază cu curentul din bobina amper. În acest scop se modifică rezistenţa R din circuitul defazor pînă cînd acul wattmetrului indică deviaţia maximă. În acest caz curentul din bobina volt (I_V) este în fază cu curentul din bobina amper (I_A), adică $\varphi_{V1} = \varphi$ şi conform cu relaţia (2), $K\alpha_1 = UI \cos(\varphi - \varphi_{V1}) = UI$ sau:

(3) $$S = K\alpha_1.$$

b) *Măsurarea puterii active P*

Se aduce curentul din bobina volt în fază cu tensiunea aplicată. În acest scop se modifică rezistenţa R, realizînd egalitatea $R = L\omega$. În acest caz, conform relaţiei (1), argumentul impedanţei de modul constant se anulează, respectiv $\varphi_{V2} = 0$, şi, conform cu relaţia (2), $K\alpha_2 = UI \cos(\varphi - \varphi_{V2}) = UI \cos\varphi$, sau:

(4) $$P = K\alpha_2.$$

c) *Măsurarea puterii reactive Q*

Puterea reactivă poate fi măsurată aducînd curentul din bobina volt în cuadratură cu tensiunea aplicată. Există două posibilităţi:

c_1) Se defazează curentul din bobina volt în urma tensiunii cu 90°. Pentru aceasta se anulează rezistenţa circuitului defazor ($R = 0$) şi, în virtutea relaţiei (1), se obţine $\varphi_{V3} = 90°$.

Conform cu relaţia (2), $K\alpha_3 = UI \cos(\varphi - \varphi_{V3}) = UI \sin \varphi$, sau:

$$Q = K\alpha_3. \tag{5}$$

Deoarece rezistenţa cadrului mobil cît şi a bobinei din circuitul defazor nu pot fi anulate, nu se poate ajunge la egalitatea $\varphi_{V3} = +90°$, ci la o valoare apropiată, totdeauna mai mică. Unghiul de defazaj depinde de factorul de calitate al bobinei din circuitul defazor, putînd atinge, în cazul unei bobine cu factor de calitate ridicat, o valoare apropiată de 90°.

c_2) Se defazează curentul din bobina volt înaintea tensiunii cu 90° prin întreruperea ramurii inductive ($R = \infty$). Prin urmare, conform relaţiei (1), $\varphi'_{V3} = -90°$ şi, în baza relaţiei (2), $K\alpha'_3 = UI \cos(\varphi - \varphi'_{V3}) = -UI \sin \varphi$, sau:

$$Q = -K\alpha'_3. \tag{6}$$

Procedeul necesită schimbarea sensului curentului în bobina volt sau amper, deoarece faza a fost rotită cu 180°. Curentul este defazat înaintea tensiunii cu un unghi totdeauna mai mic decît 90° datorită prezenţei rezistenţei bobinei volt a wattmetrului.

d) *Determinarea unghiului de defazaj dintre tensiune şi curent*

Se aduce curentul din bobina volt în cuadratură cu curentul din bobina amper. În acest scop se modifică rezistenţa R pînă la anularea deviaţiei acului indicator al wattmetrului. În acest caz curenţii din cele două bobine sînt în cuadratură, deci $\varphi - \varphi_{V4} = 90°$, şi conform relaţiei (2), $K\alpha_4 = UI \cos(\varphi - \varphi_{V4}) = 0$. Deoarece relaţia (1) poate fi pusă sub forma $\varphi_{V4} = 2\psi - 90°$, în care $\operatorname{tg} \psi = L\omega/R$, rezultă:

$$\varphi = 2\psi. \tag{7}$$

Întrucît produsul $L\omega$ este constant, argumentul φ se deduce uşor numai prin cunoaşterea rezistenţei R.

Se poate observa că: a) puterile S, P, Q pot fi citite direct pe aceeaşi scală a instrumentului, deoarece pentru determinarea fiecăreia din mărimile considerate este valabilă aceeaşi constantă; b) determinarea unghiului de defazaj se efectuează printr-o metodă de zero, valoarea rezultată a acestui unghi fiind funcţie numai de rezistenţa luată pe o cutie standard.

3. Influenţa rezistenţei interne a bobinei volt

Dacă se consideră că impedanţa internă a bobinei volt a wattmetrului nu este neglijabilă, rezultă că la măsurarea unora dintre mărimile indicate se introduc erori.

Neglijînd inductanţa bobinei volt ca fiind foarte mică în raport cu rezistenţa acesteia, se poate considera că impedanţa circuitului volt ($\underline{Z}_V$) este formată numai din rezistenţa bobinei (r) şi impedanţa circui-

tului defazor ($\underline{Z}$), adică: $\underline{Z}_V = r + \underline{Z}$. Introducînd expresia impedanţei circuitului defazor, relaţia devine:

$$(8) \qquad \underline{Z}_V = r + 4RL^2\omega^2/(R^2 + L^2\omega^2) + j\,2L\omega(L^2\omega^2 - R^2)/(R^2 + L^2\omega^2).$$

Din relaţia (8) se poate deduce modulul şi argumentul impedanţei circuitului volt. Modulul se exprimă prin relaţia:

$$(9) \qquad Z_V = Z\sqrt{1 + (r/Z)^2 + 8(r/Z)(R/Z)/[1 + 4(R/Z)^2]}.$$

Introducînd în relaţia (9) notaţiile $m = r/Z$ şi $x = R/Z$ şi neglijînd termenul m^2 (deoarece $m^2 > 10^{-3}$) se obţine:

$$(10) \qquad Z_V = Z\sqrt{1 + 8mx/(1 + 4x^2)}.$$

Din diagrama vectorială, care ia în considerare existenţa rezistenţei bobinei volt (fig. 4), se observă că în timp ce modulul circuitului defazor (Z) rămîne constant pentru orice argument, modulul impedanţei circuitului volt (Z_V) are valoarea maximă pentru $\varphi_0 = 0$ şi minimă pentru $\varphi_0 = \pm 90°$ (cu φ_0 s-a notat argumentul impedanţei circuitului defazor). Valorile extreme ale modulului impedanţei circuitului volt sînt:

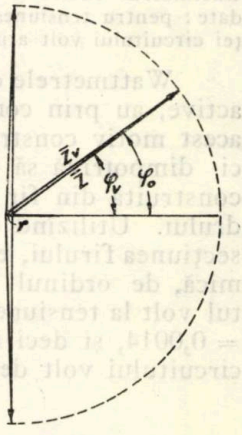


Fig. 4

$$Z_{V\max} = r + Z, \qquad Z_{V\min} = \sqrt{r^2 + Z^2}.$$

După cum se observă impedanţa circuitului volt este mai mare decît impedanţa circuitului defazor, abaterea fiind totdeauna pozitivă. Pentru a micşora abaterea modulului impedanţei circuitului volt (Z_V) în raport cu modulul impedanţei auxiliare (Z), acesta din urmă trebuie ales corespunzător valorii medii a impedanţei circuitului volt, adică din condiţia:

$$Z_{V\text{med}} = (r + Z + \sqrt{r^2 + Z^2})/2,$$

de unde rezultă modulul impedanţei circuitului defazor:

$$(11) \qquad Z = 2Z_{V\text{med}}\,(Z_{V\text{med}} - r)/(2Z_{V\text{med}} - r),$$

unde: $Z_{V\text{med}} = U/I_V$, U — tensiunea la bornele circuitului volt şi I_V — — curentul nominal din bobina volt.

Prezenţa rezistenţei bobinei volt (r) are drept efect, în afara abaterii în modul, şi o abatere în argument. Argumentul impedanţei circuitului volt (φ_V) rezultă din relaţia (8):

$$\operatorname{tg}\varphi_V = (L^2\omega^2 - R^2)/\{2L\omega\,[1 + r(R^2 + L^2\omega^2)/(4RL^2\omega^2)]\}.$$

Deoarece argumentul φ_0 al impedanţei circuitului defazor (Z), conform relaţiei (1), se poate deduce din relaţia $\operatorname{tg}\varphi_0 = (L^2\omega^2 - R^2)/(2RL\omega)$,

relaţia din care rezultă argumentul impedanţei circuitului volt (φ_V) se poate pune sub forma:

$$\operatorname{tg} \varphi_V = \operatorname{tg} \varphi_0/(1 + k),$$

unde: $k = r(R^2 + L^2\omega^2)/(4RL^2\omega^2) = (r/Z)(R/Z) + (r/Z)/[4(R/Z)]$, sau, cu notaţiile anterioare, $k = m[x + 1/(4x)]$ şi deci:

$$\operatorname{tg} \varphi_V = \operatorname{tg} \varphi_0/\{1 + m[x + 1/(4x)]\}. \quad (12)$$

Rezultă aşadar că abaterea impedanţei circuitului volt de la valoarea medie calculată, precum şi abaterea argumentului de la valoarea reală, sînt cu atît mai mici cu cît rezistenţa bobinei volt este mai mică în raport cu impedanţa auxiliară, respectiv cu cît m este mai mic (relaţiile (10) şi (12)).

Calculînd abaterile în modul şi argument datorite rezistenţei bobinei volt, pentru wattmetrul Metra ($r = 72\ \Omega$) cu care s-a lucrat în laborator, s-a ajuns la următoarele date: pentru tensiunea de lucru de 220 V, $m = 0,0098$, iar abaterea maximă a impedanţei circuitului volt atinge 0,5 % în cazuri extreme ($R = 0$ sau $R = \infty$).

Wattmetrele electrodinamice curente fiind destinate măsurării puterii active, au prin construcţie circuitul volt de rezistenţă relativ mare. Din acest motiv constructorii nu caută să micşoreze rezistenţa bobinei volt, ci dimpotrivă să o majoreze. De obicei wattmetrele au bobina mobilă construită din fir de aluminiu, fapt care atrage creşterea rezistenţei cadrului. Utilizînd un material de mare conductibilitate şi crescînd uşor secţiunea firului, este posibilă realizarea unor bobine mobile cu rezistenţă mică, de ordinul 10...15 Ω. Un asemenea wattmetru, lucrînd cu circuitul volt la tensiunea de 220 V, ar fi caracterizat printr-un coeficient $m = 0,0014$, şi deci influenţa rezistenţei bobinei mobile asupra impedanţei circuitului volt devine cu totul neînsemnată.

4. Rezultate experimentale

a) *Realizarea circuitului defazor*

Măsurările s-au efectuat cu un wattmetru electrodinamic Metra 60...240 V/0,5... 1 A, cls. 0,5 la care s-a făcut accesibil al doilea capăt al bobinei volt. S-a măsurat în punte rezistenţa bobinei mobile (r) şi s-a determinat experimental curentul nominal rezultînd: $r = 72\ \Omega$, $I_V = 30$ mA.

Tabelul 1

Tensiunea V	$Z_{V\text{med}}$ Ω	Z Ω	C μF	L H
60	2 000	1 960	1,625	3,12
220	7 340	7 300	0,435	11,66

Măsurările s-au efectuat la tensiunile de 60 V şi 220 V. Pentru fiecare din tensiunile de lucru s-a folosit un circuit defazor corespunzător. Folosind relaţiile date în paragrafele precedente s-au calculat elementele circuitului defazor care sînt trecute în tabelul 1.

Inductanţa circuitului defazor trebuie să îndeplinească o serie de condiţii dificile, anume: a) să prezinte o inductanţă mare într-un volum redus; b) valoarea inductanţei să se menţină constantă la variaţia curentului, de la valori mici pînă la dublul curentului nominal din circuitul volt; c) să posede o rezistenţă activă cît mai mică, deoarece această rezistenţă neputînd fi scoasă din circuit, limitează domeniul de variaţie al argumentului impedanţei circuitului defazor adiţional.

Construcţia bobinei trebuie să satisfacă acestor condiţii. Inductanţa mare necesită număr mare de spire pe miez din material feromagnetic de permeabilitate ridicată. Constanţa inductanţei la variaţia curentului necesită un întrefier a cărui reluctanţă să fie mult mai mare decît a fierului [11]. În sfîrşit pentru a se realiza o rezistenţă activă redusă trebuie ca înfăşurarea să posede o rezistenţă neînsemnată iar miezul din material feromagnetic să aibă pierderi reduse la frecvenţa de lucru. Aceste criterii au dus la construcţia miezului bobinei, necesare la tensiunea de 60 V, din tole de mumetal, material de mare permeabilitate şi pierderi reduse [12]. Folosind o metodă de rezonanţă [13] s-a măsurat inductanţa L a bobinei, verificînd că aceasta se menţine constantă la variaţia curentului pînă la dublul valorii curentului nominal din bobina mobilă a wattmetrului.

b) *Schema de verificare experimentală*

Determinările s-au efectuat utilizînd schema din fig. 5, în care un comutator K permite introducerea în circuitul utilizării fie a unui wattmetru tip Metra (K în poziţia *I*), fie a unui fazmetru monofazat tip ЭЛФ (K în poziţia *II*). În cazul introducerii wattmetrului în circuit, bobina volt a acestuia poate fi legată, prin manevrarea comutatorului k, fie cu un circuit defazor cu reactanţe semicompensate (poziţia *1*), fie cu propria

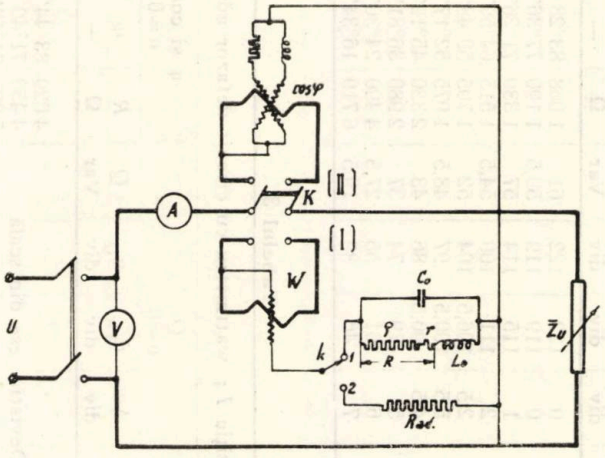


Fig. 5

rezistenţă adiţională (poziţia *2*). Introducerea în serie cu bobina mobilă a circuitului defazor (poziţia *1*) permite wattmetrului să măsoare puterile şi să determine unghiul de defazaj dintre tensiune şi curent sau factorul de putere. Cuplarea bobinei volt pe rezistenţa adiţională (poziţia *2*) permite verificarea cu acelaşi wattmetru a măsurării puterii active, iar introducerea fazmetrului serveşte pentru verificarea unghiului de defazaj (factorului de putere).

Utilizînd schema din fig. 5 s-a măsurat cu wattmetrul cu circuit defazor adiţional, puterea activă şi reactivă şi s-a determinat unghiul de defazaj φ, respectiv $\cos\varphi$, pentru factori de putere cuprinşi între 0,11 şi 0,95, căutînd a menţine acelaşi curent în circuit. Rezultatele măsurărilor sînt trecute în tabelele 2 şi 3. Pentru comparaţie s-au trecut în acelaşi tabel şi datele referitoare la măsurarea puterii active cu wattmetrul cu rezistenţă adiţională (K în poziţia *I*, k în poziţia *2*) şi a unghiului de defazaj φ cu fazmetrul monofazat (K în poziţia *II*).

c) *Procedeu de corecţie a măsurării puterii reactive*

Puterea reactivă Q poate fi măsurată corect numai în situaţia în care rezistenţa bobinei volt şi cea a circuitului defazor sînt nule. Se poate

Tabelul 2

Nr. crt.	Poziţia comutat.		K în poziţia *1*; k în poziţia *1*; wattmetru cu circuit defazor adiţional											K în poziţia *I* k în poziţia *2*			K în poziţia *II*	
	Se măsoară		P $R=L\omega=980\ \Omega$			Q $\varrho=0$					φ şi cos φ $\alpha=0$			P wattmetru			φ şi cos φ fazmetru	
	U V	I A	α_P div	K w/div	P w	$\Delta\varrho$ Ω	$\Delta\alpha$ div	$\alpha_{cit.}$ div	α_Q div	Q Var	R Ω	φ —	cos φ —	α_W div	K_W w/div	P w	φ	cos φ
1	60	1	13,5	0,5	6,75	30	0	122	122	61	1 068	83°28′	0,114	13,8	0,5	6,9	83,8°	0,11
2	60	1	25	0,5	12,5	30	0	119	119	59,5	1 190	77°36′	0,215	25,4	0,5	12,7	78°	0,21
3	60	1	37	0,5	18,5	30	1	115	114	57	1 330	71°26′	0,318	37,7	0,5	18,8	72°	0,3
4	60	1	48,6	0,5	24,3	30	2	111	109	54,5	1 515	64°50′	0,425	49,6	0,5	24,8	65,8°	0,41
5	60	1	58	0,5	29,0	30	2,5	106,5	104	52	1 705	59°48′	0,503	59,0	0,5	29,5	60°	0,5
6	60	1	69,5	0,5	34,75	30	3,5	100,5	97	48,5	1 975	52°17′	0,611	70,5	0,5	35,25	53°	0,6
7	60	1	80	0,5	40,0	30	4,5	90,5	86	43	2 350	45°12′	0,705	81,2	0,5	40,6	45,5°	0,71
8	60	1	90,3	0,5	45,15	30	5	79	74	37	2 980	36°81′	0,807	91,8	0,5	45,9	37°	0,8
9	60	1	103	0,5	51,5	30	6	61	55	27,5	4 490	24°30′	0,909	104,5	0,5	52,25	25,5°	0,9
10	60	1	108,5	0,5	54,25	30	7	46	39	19,5	6 710	16°34′	0,958	110	0,5	55,0	17,5°	0,95

Tabelul 3

Nr. crt.	Poziţia comutat.		K în poziţia *1*; k în poziţia *1*; wattmetru cu circuit defazor adiţional											K în poziţia *I* k în poziţia *2*			K în poziţia *II*	
	Se măsoară		P $R=L\omega=3\,660\ \Omega$			Q $\varrho=0$					φ şi cos φ $\alpha=0$			P wattmetru			φ şi cos φ fazmetru	
	U V	I A	α_P div	K w/div	P w	$\Delta\varrho$ Ω	$\Delta\alpha$ div	$\alpha_{cit.}$ div	α_Q div	Q Var	R Ω	φ —	cos φ —	α_W div	K_W w/div	P w	φ	cos φ
1	230	1	12	1,83	22						4 020	83°44′	0,109	11,3	2	22,6	84°	0,1
2	230	1	24,8	1,83	45,5	Deviaţia iese din scală					4 450	71°40′	0,213	23,1	2	46,2	78,1°	0,2
3	230	1	38,2	1,83	70						5 005	71°50′	0,311	35,7	2	71,4	72°	0,31
4	230	1	53,0	1,83	97	130	3	118	115	211	5 630	66°4′	0,405	47,5	2	95	66°	0,4
5	230	1	62,0	1,83	113,6	130	3,5	110	106,5	195	6 320	60°8′	0,498	58	2	116	60°	0,5
6	230	1	72,8	1,83	133,5	130	4	103	99	181,5	7 240	53°42′	0,592	68	2	136	53°	0,6
7	230	1	84,5	1,83	155	130	5,5	93,5	88	161,2	8 530	45°58′	0,695	78,5	2	157	45,5°	0,7
8	230	1	96,6	1,83	177	130	6	80	74	135,5	10 730	37°34′	0,793	90	2	180	37°	0,8
9	230	1	104	1,83	191	130	7,5	60	52,5	96,2	15 600	26°24′	0,896	97	2	194	26°	0,9

corecta influenţa rezistenţei bobinei din circuitul defazor prin următorul artificiu.

Pentru măsurarea puterii reactive, conform celor indicate în § 2 c$_1$), trebuie anulată rezistenţa ramurii inductive ($R = 0$). Deoarece rezistenţa R este formată din rezistenţa exterioară R_e şi rezistenţa internă a bobinei r_b, ($R = R_e + r_b$), ea nu se poate anula. Anulînd rezistenţa exterioară ($R_e = 0$) în ramura inductivă rămîne rezistenţa bobinei ($R = r_b$) şi wattmetrul indică o deviaţie α proporţională cu puterea reactivă Q, dar afectată de eroare, deoarece nu a fost realizată condiţia $R = 0$. În scopul corecţiei erorii introduse de existenţa rezistenţei bobinei se procedează astfel. Se introduce în ramura inductivă a defazorului o rezistenţă din cutie egală cu rezistenţa interioară a bobinei: $\Delta R_e = r_b$; corespunzător deviaţia creşte la valoarea $\alpha + \Delta\alpha$. Admiţînd că deviaţia acului wattmetrului este proporţională cu rezistenţa introdusă în circuit, rezultă că pentru a elimina influenţa rezistenţei bobinei urmează a se scădea din prima indicaţie a wattmetrului (α) deviaţia corespunzătoare unei variaţii a rezistenţei exterioare, egală cu rezistenţa bobinei. Se poate considera că puterea reactivă este dată de deviaţia corectată $\alpha_Q = \alpha - \Delta\alpha$, unde: α — deviaţia acului wattmetrului care corespunde pentru $R_e = 0$, ($R = r_b$), $\Delta\alpha$ — deviaţia acului wattmetrului la o variaţie a rezistenţei exterioare ΔR egală cu rezistenţa internă a bobinei din circuitul defazor. Relaţia de proporţionalitate dintre deviaţia acului wattmetrului (α) şi valoarea rezistenţei din circuitul inductanţei (R) a fost verificată experimental.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică

BIBLIOGRAFIE

1 L. B., Lum. électr., 1912, **XVII**, *5*, p. 150.
2 Drysdale V., Lum. électr., 1912, **XVII**, *9*, p. 266.
3. Walton E. C., R.G.E., 1929, **XXV**, *9*, p. 347.
4. Arnold A., Inst. Electr. Eng., 1929, **LXVII**, p. 204.
5. Lulofs W., E. T. Z., 1908, **XXIX**, S. 227, 971.
6. Linker A., *Elektrotechnische Messkunde.* J. Springer, Berlin, 1932, S. 135.
7. Baida L. I., *Curs general de măsurări electrice.* EES, Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
8. Шрамков Е. Г., *Электрические и магнитные измерения.* ОНТИ, М., 1937, стр. 393.
9. Bărbulescu D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1–2*, pp. 201–215.
10. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3–4*, pp. 203–210.
11. Constantinescu S., *Radiotehnica teoretică şi practică.* Vol. I, Ed. tehn., Buc., 1960, p. 152.
12. Zaimovski A. S., Usov V. V., *Metale şi aliaje electrotehnice.* EES, Buc., 1954, pp. 116 şi 129, (trad. din l. rusă)
13. Скитальцев В. С., Электр. станции, 1951, *5*, стр. 57.

ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМ ВАТТМЕТРОМ МОЩНОСТИ И УГЛА РАЗНОСТИ ФАЗ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЕМ И ТОКОМ ПОЛЬЗУЯ ИМПЕДАНС С ПОСТОЯННЫМ МОДУЛЕМ И ПЕРЕМЕННЫМ АРГУМЕНТОМ

(Резюме)

Заменяется добавочное сопротивление электродинамического ваттметра параллельной цепью, имеющей полукомпенсированный реактанс [9], параметр которой удовлетворяют условия $LC\omega^2 = 1/2$. Учтенная цепь эквивалентная импедансу с постоянным модулем

и переменным аргументом представляет собой фазовращающую цепь тока. Изменение сопротивления добавочной вращающей цепи позволяет получение разности фаз между током подвижной катушки и примененным напряжением на интервал угла в 180°.

Реализуя совпадение разности фаз, или квадратуру между током подвижной катушки и напряжением становится возможным измерение активной и реактивной мощностей.

Реализуя же квадратуру между токами подвижной и неподвижной катушек появляется возможность измерения разности фаз между напряжением и током.

LA MESURE DES PUISSANCES ET DE L'ANGLE DE DÉPHASAGE ENTRE LA TENSION ET LE COURANT AVEC LE WATTMÈTRE ÉLECTRODYNAMIQUE EN UTILISANT UN CIRCUIT AYANT UNE IMPÉDANCE À MODULE CONSTANT ET ARGUMENT VARIABLE

(Résumé)

On substitue la résistance additionnelle d'un wattmètre électrodynamique par un circuit dérivation à réactance semicompensée [9] dont les paramètres satisfont à la condition $LC\omega^2 = 1/2$. Le circuit considéré est équivalent à une impédance à module constant et argument variable, en représentant un déphaseur de courant. La substitution de la résistance du circuit déphaseur additionnel permet à réaliser un déphasage du courant de la bobine mobile par rapport à la tension appliquée dans un intervalle angulaire de 180°.

En portant le courant de la bobine volt en phase ou en quadrature avec la tension, on peut mesurer les puissances actives et réactives ; toutefois en portant le même courant en quadrature avec celui de la bobine ampère, on peut déterminer l'angle de déphasage entre la tension et le courant. On peut donc mesurer les puissances et le déphasage entre la tension et le courant à l'aide d'un même instrument.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621-83

CONSIDERAŢII TEORETICE PRIVIND ALEGEREA RAPORTULUI DE TRANSMISIE AL REDUCTORULUI DINTRE MOTORUL DE EXECUŢIE ŞI ELEMENTUL DE MĂSURĂ LA UN SISTEM DE URMĂRIRE

DE

LEOPOLD SEBASTIAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Una din condiţiile de bază care se impun în cadrul unui sistem de urmărire este aceea ca viteza maximă de urmărire să fie egală cu viteza maximă a axului de comandă şi nu mai mică decît aceasta şi, de asemenea, ca acceleraţia maximă a organului urmăritor şi deci şi a elementului de măsură să fie egală cu acceleraţia maximă a axului de comandă. Aceasta impune o alegere corespunzătoare a reductorului dintre motorul de execuţie şi elementul de măsură în special, precum şi a reductorului între motor şi axul de execuţie.

În fig. 1 este redată schema principială a unui sistem de urmărire de tip aparat de măsură, cu motor de execuţie de curent continuu, cu excitaţie separată.

2. Vitezei unghiulare maxime a selsinului receptor S, care în cazul unei urmăriri de calitate trebuie să fie egală cu viteza maximă $\omega_{c\max}$ a selsinului emiţător S_e, îi corespunde viteza sa de rotaţie maximă:

$$n_{S\max} = 60\,\omega_{c\max}/360 = \omega_{c\max}/6 \quad [\text{rot/min}]. \tag{1}$$

În cazul cînd motorul de execuţie al sistemului de urmărire este de curent continuu cu excitaţie separată, avînd indusul alimentat de la un amplificator, raportul de transmisie între motor şi selsinul receptor este:

$$i_S = n_m/n_{S\max} = 6\,n_m/\omega_{c\max} = (6/\omega_{c\max})\,[U/(k_e\Phi) - M_m\,R_a/(k_e\,k_m\,\Phi^2)] = \\ = (6/\omega_{c\max})\,(AU - BM_m), \tag{2}$$

unde: U — tensiunea la periile motorului de execuţie, Φ — fluxul său de excitaţie, R_a — rezistenţa înfăşurării indusului şi M_m — cuplul dezvoltat de motor.

Rezultă deci:

$$M_m = (A/B)\, U - [\omega_{c\,max}/(6B)]\, i_S \,. \tag{3}$$

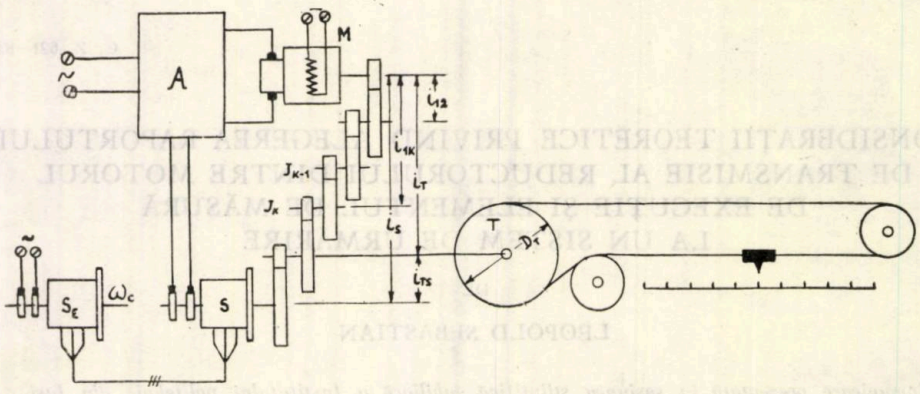


Fig. 1

Pe de altă parte $i_S = i_T i_{TS}$. Admitem că i_{TS} are o valoarea iniţial fixată, constantă. Atunci:

$$M_m = (A/B)\, U - [\omega_{c\,max}\, i_{TS}/(6B)]\, i_T \,. \tag{3'}$$

Alegem drept axă de referinţă, axa tobei motoare T. În acest caz cuplul motor la axul tobei este dat de relaţia $M_{mT} = M_m\, i_T$, deci·

$$M_{mT} = (A/B)\, U i_T - [\omega_{c\,max}\, i_{TS}/(6B)]\, i_T^2 \,. \tag{4}$$

Acest cuplu se anulează pentru valori ale raportului de transmisie, date de:

$$i_T' = 6AU/(\omega_{c\,max}\, i_{TS}) = n_0/(n_{S\,max}\, i_{TS}) = n_0/n_{T\,max} = i_{T\,max}\,, \quad i_T'' = 0, \tag{5}$$

prima corespunzînd punctului de funcţionare la gol de pe caracteristica respectivă, iar a doua vitezei $n_m = 0$, respectiv punctului de scurtcircuit de pe caracteristică. În al doilea caz se are în vedere că reductorul devine infinit multiplicator.

Valoarea raportului de transmisie pentru care se obţine valoarea maximă a cuplului M_{mT} rezultă din relaţia:

$$\mathrm{d}M_{mT}/\mathrm{d}i_T = (A/B)\, U - [2\omega_{c\,max}\, i_{TS}/(6B)]\, i_T = 0. \tag{6}$$

Rezultă:

$$i_T = 6AU/(2\,\omega_{c\,max}\, i_{TS}) = n_0/(2n_{S\,max}\, i_{TS}) = n_0/(2n_{T\,max}) = i_{T\,max}/2. \tag{7}$$

Valoarea maximă a cuplului M_{mT} este:

$$M_{mT\max} = (A/B)\, U[6AU/(2\omega_{c\max} i_{TS})] - [\omega_{c\max} i_{TS}/(6B)] \times$$
$$\times [36(AU)^2/(2\omega_{c\max} i_{TS})^2] = 3A^2 U^2/(2B\omega_{c\max} i_{TS}) = (n_0^2/(4Bn_{T\max}). \quad (8)$$

Legea de variaţie a cuplului $M_{mT\max}$ funcţie de i_T se deduce înlocuind produsul AU din relaţia (8) cu valoarea sa dedusă din relaţia (7). Se obţine:

$$M_{mT\max} = [\omega_{c\max} i_{TS}/(6B)]\, i_T^2 . \quad (9)$$

În fig. 2 curbele *6*, *7*, *8*, *9* şi *10* reprezintă variaţia cuplului motor M_{mT} funcţie de i_T, variaţie care trebuie să aibă loc pentru a obţine o viteză de urmărire $n_S = n_{S\max} = n_{T\max}/i_{TS}$, respectiv în cazul valorilor tensiunii de alimentare $U_1 < U_2 < U_3 < U_4 < U_5$ sau a valorilor unghiului de neconcordanţă $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_4 < \theta_5$. Oricare din curbele amintite este simetrică faţă de verticala care trece prin $i_{T\max}/2$ deoarece pentru valori $i_T = i_{Ti}$ şi $i_T = i_{T\max} - i_{Ti}$ cuplul M_{mT} capătă aceleaşi valori.

Curba *11* reprezintă variaţia valorii maxime a cuplului motor la axul tobei, funcţie de raportul de transmisie i_T.

Pentru a putea determina raportul de transmisie i_S, respectiv i_T, cînd i_{TS} a fost ales iniţial, este necesar să se cunoască totodată şi variaţia reală a cuplului rezistent total la axul tobei motoare (M_T) funcţie de i_T, respectiv funcţie de i_S. În acest scop se utilizează relaţia:

$$M_T = M_{rT} \pm M_{jT}, \quad (10)$$

unde: M_{rT} — cuplul static la axul tobei motoare iar M_{jT} — cuplul dinamic rezultant la axul aceleiaşi tobe. Acest din urmă cuplu se compune dintr-o serie de cupluri dinamice reduse la axul tobei, necesare pentru a asigura acceleraţia dorită: a) elementelor în mişcare de translaţie (M'_{jT}); b) roţilor dinţate ale reductorului (M'_{jr}), excluzînd roţile fixate coaxial cu toba motoare şi cele fixate coaxial cu rotorul selsinului; c) rotorul elementului de măsură, în cazul nostru a selsinului S (M'_{jS}); d) rotorului însuşi al motorului de execuţie (M'_{jm}); e) eventual celorlalte piese în mişcare de rotaţie, în cazul nostru axului tobei T şi rolelor de ghidare (M'_{jT}).

Deci:

$$M_{jT} = M'_{jt} + M'_{jr} + M'_{jS} + M'_{jm} + M'_{jT}, \quad (11)$$

unde:

$$
(12)\quad
\begin{cases}
M'_{jt} = \mathcal{J}'_t(\mathrm{d}\omega_T/\mathrm{d}t) = (mv^2/\omega_T^2)(\mathrm{d}\omega_T/\mathrm{d}t) = maR_T\,, \\
M'_{jS} = \mathcal{J}'_S(\mathrm{d}\omega_T/\mathrm{d}t) = (\mathcal{J}_S/R_T)(1/i_{TS}^2)\,a, \\
M'_{jr} = (\mathcal{J}_k/i_{1k}^2 + \mathcal{J}_{k-1}/i_{1(k-1)}^2 + \cdots + \mathcal{J}_2/i_{12}^2)(1/R_T)\,ai_T^2\,, \\
M'_{jm} = \mathcal{J}'_m(\mathrm{d}\omega_T/\mathrm{d}t) = (\mathcal{J}_m/R_T)\,i_T^2\,a, \\
M'_{jT} = (\mathcal{J}_T/R_T)\,a + \sum_i \mathcal{J}_{Ri}(R_T/R_i)^2(1/R_T)\,a.
\end{cases}
$$

În aceste relaţii: m—masa pieselor în mişcare de translaţie, a—acceleraţia liniară a acestor piese, R_T – raza tobei motoare, R_i — raza rolei de ghidare, $\mathcal{J}_S$, $\mathcal{J}_m$, $\mathcal{J}_T$ şi $\mathcal{J}_{Ri}$ — momentele de inerţie respectiv al rotorului elementului de măsură (al selsinului) incluzînd şi roata reductorului fixată de el, al motorului, avînd de asemenea roata reductorului fixată coaxial, al tobei motoare şi al rolelor de ghidare, $\mathcal{J}'_S$, $\mathcal{J}'_t$, $\mathcal{J}'_m$ — momentele de inerţie respective, raportate la axa tobei motoare.

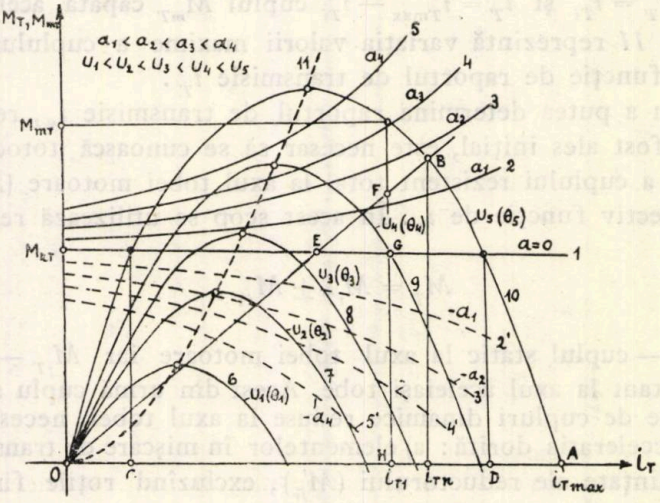


Fig. 2

Aşadar expresia cuplului dinamic rezultant la axul tobei motoare devine

$$
(13)\quad
\begin{aligned}
M_{jT} = {} & [m R_T + (\mathcal{J}_S/R_T)(1/i_{TS}^2) + \mathcal{J}_T/R_T + \sum_i \mathcal{J}_{Ri}(R_T/R_i)^2(1/R_T)]\,a + \\
& + (a/R_T)(\mathcal{J}_k/i_{1k}^2 + \mathcal{J}_{k-1}/i_{1(k-1)}^2 + \cdots + \mathcal{J}_2/i_{12}^2 + \mathcal{J}_m)\,i_T^2\,.
\end{aligned}
$$

În ultima relaţie termenii din paranteze sînt determinaţi dacă selsinul, motorul de execuţie, toba motoare şi tobele de ghidare au fost alese în prealabil. Dacă în plus se ţine seama că $i_{1k} > i_{1(k-1)} > i_{1(k-2)} > \ldots$ $\ldots > i_{12} > 1$, ceea ce permite să se neglijeze primii termeni din paranteza a doua din membrul drept al relaţiei (13), atunci relaţia poate fi scrisă sub forma:

$$M_{jT} = Ka + (\mathcal{J}_m/R_T)\, a i_T^2, \tag{13'}$$

respectiv:

$$M_T = M_{rT} \pm [Ka + (\mathcal{J}_m/R_T)\, a i_T^2]. \tag{14}$$

Variaţia cuplului M_T funcţie de i_T, pentru diferite valori ale acceleraţiei elementului urmăritor, este reprezentată în fig. 2 prin curbele *2*, *3*, *4*, *5* în cazul pornirii ($a > 0$) şi prin curbele *2'*, *3'*, *4'* şi *5'* în cazul opririi ($a < 0$).

În aceeaşi figură dreapta *OB*, dată de relaţia $M_{mTn} = M_{mn}\, i_T$, reprezintă variaţia cuplului motor la axul tobei, funcţie de i_T, atunci cînd motorul de execuţie dezvoltă la axul său cuplul nominal, independent de tensiunea de alimentare.

Raportul de transmisie necesar pentru ca motorul să deplaseze elementul urmăritor cu viteza de urmărire maximă şi să dezvolte un cuplu nominal este dat de intersecţia dreptei *OB* cu curba respectivă (punctul *B* cînd $U = U_5$) şi are valoarea:

$$i_{Tn} = 6AU/(\omega_{cmax}\, i_{TS}) - [6B/(\omega_{cmax}\, i_{TS})] M_{mn} = i_{Tmax} - [6B/(\omega_{cmax} i_{TS})] M_{mn}. \tag{15}$$

3. La analiza curbelor din fig. 2 trebuie să se ţine seama mai întîi de următoarele considerente. Curbele *6* ... *10* au fost trasate pentru valoarea maximă a vitezei de urmărire; în acest caz acceleraţia de urmărire este nulă, deci aceste curbe trebuie analizate în raport cu curba *1* care furnizează valoarea cuplului rezistent în regim stabilizat. În acest caz din analiza curbelor rezultă următoarele concluzii:

a) Pentru valori ale tensiunii de alimentare cuprinse între zero şi o anume valoare, respectiv pentru unghiuri de neconcordanţă cuprinse între zero şi o anume valoare, motorul de execuţie nu poate asigura organului urmăritor viteza de urmărire maximă impusă, deoarece valoarea cuplului motor la tobă este inferioară celei a cuplului static pentru toate valorile raportului de transmisie (curbele *6* şi *7*).

b) În cazul cînd, de exemplu, $U = U_5$, (respectiv $\theta = \theta_5$), motorul este capabil să asigure viteza de urmărire maximă impusă, sub cupluri mai mari chiar decît cuplul rezistent, numai pentru valori ale raportului de transmisie corespunzătoare porţiunii de curbă cuprinsă între punctele *C* şi *D*. Aceste două puncte delimitează deci zona rapoartelor de transmisie posibile.

c) Zona rapoartelor posibile este cu atît mai restrînsă cu cît valoarea unghiului de neconcordanţă, admis în cazul vitezei maxime de urmărire, este mai mică.

d) La o aceeaşi valoare a unghiului de neconcordanţă zona rapoartelor de transmisie posibile se restrînge cu atît mai mult cu cît valoarea vitezei maxime a axului de comandă este mai mare.

e) Pentru valori ale raportului de transmisie situate, în general, în zona din dreapta punctului de intersecţie al dreptei OB cu curba $M_T = f(i_T)$ respectivă (în cazul considerat punctul E), viteza maximă de urmărire se va obţine sub un cuplu la axul motorului mai mic decît cuplul nominal, iar pentru valori situate în zona din stînga acelui punct — sub un cuplu superior celui nominal. Bineînţeles motorul nu poate asigura viteza maximă de urmărire sub cuplul nominal decît pentru o anume valoare a raportului de transmisie şi a unghiului de neconcordanţă.

f) O dată raportul de transmisie ales (de exemplu $i_T = i_{T1}$), rezultă imediat valoarea tensiunii şi deci a unghiului de neconcordanţă, la care urmărirea are loc cu viteza maximă impusă. În cazul considerat, cînd $i_T = i_{T1}$, obţinem $U = U_4$, respectiv $\theta = \theta_4$, deoarece curba respectivă trece prin punctul G. Valoarea acestei tensiuni este dată de relaţia:

$$M_{mT} = M_{rT} = (A/B)\, U i_{T1} - [\omega_{c\max} i_{TS}/(6B)]\, i_{T1}^2 . \tag{16}$$

4. Dacă se urmăreşte să se verifice motorul şi reductorul ales în regim dinamic, pentru a stabili dacă motorul poate imprima organului urmăritor o acceleraţie egală cu acceleraţia maximă a axului de comandă, atunci trebuie să se considere curba $M_T = f(i_T)$ corespunzătoare acelei acceleraţii (respectiv deceleraţii) şi curbele $M_{mT} = \varphi(i_T)$ trasate pentru viteza axului de comandă, corespunzătoare acceleraţiei impuse. Valorile acceleraţiei maxime şi a vitezei de urmărire corespunzătoare se obţin din graficul procesului tranzitoriu al axului de comandă $\alpha_c = f_1(t)$, $\omega_c = \mathrm{d}\alpha_c/\mathrm{d}t = f_2(t)$. În acest caz curba $M_{mT} = \varphi(i_T)$ care trece prin punctul de intersecţie al curbei $M_T = f(i_T)$ corespunzătoare acceleraţiei maxime cu verticala prin $i_T = i_{T1}$, dă valoarea tensiunii, respectiv a unghiului de neconcordanţă sub care poate avea loc accelerarea organului urmăritor cu acceleraţia impusă şi cu viteza de urmărire corespunzătoare.

În general curbele din fig. 2 oferă o imagine clară a acestor aspecte. Ele permit: a) alegerea reductorului astfel ca în condiţiile de viteză şi acceleraţie impuse, motorul să dezvolte un cuplu mai mare sau mai mic decît cel nominal şi b) determinarea raportului dintre cuplul dezvoltat şi cel nominal. Astfel, în cazul considerat acest raport este $\lambda_M = M_m/M_{mn} = \overline{GH}/\overline{FH}$. De asemenea curbele din fig. 2 pun în evidenţă rezerva de cuplu pînă la valoarea maximă admisă a unghiului de neconcordanţă.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Джеймс Х., Николье Н., Филлипс Р. (ред.), *Теория следящих систем.* ИИЛ, М., 1953, (пер. с англ.).
2. Честнат Т., Майер Р. В., *Проектирование и расчет следящих систем и систем регулирования.* ГЭИ, М.-Л., 1959, (пер. с англ.).

3. Башарин А. В., *Расчет динамики и синтез нелинейных систем управления.* ГЭИ, М.-Л., 1960.
4. Бесекерский В. А. и др., *Проектирование следящих систем малой мощности.* ГСИСП, Л., 1958.
5. Арендт В. Р., *Практика следящих систем.* ГЭИ, М.-Л., 1960, (пер. с англ.).

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ В СВЯЗИ С ВЫБОРОМ ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА РЕДУКТОРА СВЯЗЫВАЮЩЕГО ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ В СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМАХ

(Резюме)

Как известно, одно из условий правильной работы следящих систем требует чтобы максимальная скорость слежения следящего органа была бы равной максимальной скорости командного вала, а также, чтобы следящий орган и, соответственно, измерительный элемент, могли бы развить ускорение равное максимальному ускорению командного вала.

Для удовлетворения этих требований необходимо правильно определить передаточное число редуктора связывающего исполнительный двигатель с измерительным элементом и следящим органом.

Именно этой проблемой занимается настоящая статья. В работе, на основании выведенного уравнения (4), дающего зависимость между моментом исполнительного двигателя и передаточным числом, при определенной максимальной скорости слежения, дан ряд кривых (*6...10*) соответствующих определенным значениям угла рассогласования при установившемся слежении.

Даны также кривые результирующего момента приложенного к валу следящего органа для слежения с определенным максимальным ускорением (*2...5* и *2'...5'*). На основании кривых автор выводит ряд заключений в связи с зоной возможных передаточных чисел, с расширением и съуживанием этой зоны при изменении угла рассогласования или максимальной скорости слежения.

При выбранном передаточном числе кривые дают возможность установить напряжение, а значит и угол рассогласования при котором слежение происходит с максимальной скоростью.

CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES CONCERNANT LE CHOIX DU RAPPORT DE TRANSMISSION DU RÉDUCTEUR PLACÉ ENTRE LE MOTEUR ET L'ÉLÉMENT DE MESURE D'UN SERVOMÉCANISME

(Résumé)

Dans cette Note l'Auteur aborde la problème du choix correcte du rapport de transmission du réducteur placé entre le servomécanisme et l'axe de commande, respectivement l'élément de mesure, tel que la vitesse maximum et l'accélération maximum du servomécanisme soient égales à la vitesse et respectivement à l'accélération de l'axe de commande.

On déduit, dans ce but, la relation (4) qui permet à établir la dépendence entre le couple du moteur et le rapport de transmission pour la vitesse maximum d'asservissement. Compte tenu de la relation (4) on trace les courbes *6...10*, qui correspondent aux différentes valeurs de l'angle de nonconcordance lorsque l'asservissement est stabilisé. On donne toutefois les courbes qui représentent la variation du couple nécessaire pour obtenir l'asservissement avec une accélération maximum (*2...5* et *2'...5'*).

Les courbes ainsi obtenues permettent à aboutir aux conclusions quant à la zône des rapports de transmission possibles, l'augmentation et la diminution de cette zône lorsque la vitesse d'asservissement ou bien l'angle de nonconcordance varient. Le rapport de transmission étant choisi, les courbes ci-dessus permettent à établir les valeurs de la tension et de l'angle de nonconcordance qui assurent la vitesse d'asservissement maximum.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 771.447.4

CONTRIBUŢIUNI LA CALCULUL ILUMINĂRII CU LĂMPI FLUORESCENTE

DE

V. PRISĂCARU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Pentru iluminatul artificial se utilizează din ce în ce mai mult lămpi fluorescente tubulare cu electrozi preîncălziţi, prevăzute cu dispozitive auxiliare de pornire: startere, bobine de şoc sau capacităţi.

Diametrul acestor tuburi variază între 25 şi 54 mm, iar lungimea între 380 şi 1 500 mm, în funcţie de puterea lămpii. În afară de tubul fluorescent propriu-zis, lampa este asociată cu un corp de iluminat, cu scopul de a emite fluxul luminos într-o anumită direcţie, de a face posibilă alimentarea lămpii cu energie electrică de la reţea şi citeodată de a o apăra împotriva agenţilor atmosferici sau a mediului înconjurător.

Cele mai răspîndite corpuri de iluminat, în special în cazul încăperilor industriale, sînt de tipul cu reflexie difuză, confecţionate din tablă, emailată în interior, purtînd denumirea de corpuri de iluminat cu lumină directă, datorită faptului că aproape întreg fluxul luminos emis de lampă cade pe suprafaţa de iluminat.

În cazul tuburilor fluorescente distribuţia intensităţii luminoase în diverse planuri ce trec prin axa tubului, se face după cercuri tangente la această axă [1], corpul fotometric fiind un tor circular a cărui rază interioară este egală cu zero. În plan perpendicular pe axa tubului, curba fotometrică apare sub forma unui cerc, cu centrul în axa de simetrie a tubului (fig. 1).

În literatura de specialitate s-au stabilit o serie de relaţii cu care se poate determina iluminarea într-un anumit punct de pe suprafaţa de utilizare [1] ... [3], lămpile fluorescente fiind dispuse în şiruri paralele cu suprafaţa de iluminat. Aceste relaţii s-au stabilit pornind de la faptul că forma corpului fotometric este un tor.

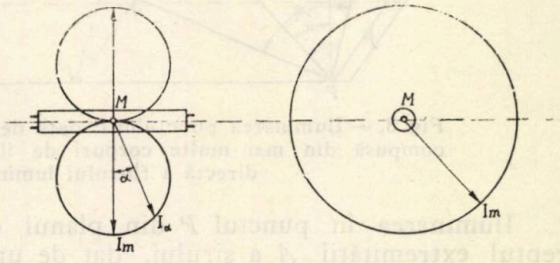


Fig. 1. — Distribuţia intensităţii luminoase dată de un tub fluorescent într-un plan ce conţine axa tubului şi într-un plan perpendicular pe axa tubului

Avînd în vedere că corpul de iluminat modifică distribuţia fluxului luminos în spaţiu, forma corpului fotometric fiind diferită de un tor, relaţiile amintite mai sus nu pot fi aplicate în aceste cazuri. Astfel în

cazul corpurilor de iluminat cu lumină directă şi a căror suprafaţă interioară reflectă difuz lumina, forma corpului fotometric este apropiată de o sferă, tangentă la axa corpului de iluminat şi în consecinţă intensitatea luminoasă I_α sub un unghi oarecare α, în funcţie de intensitatea luminoasă maximă I_m, perpendiculară pe axa corpului de iluminat, variază după legea cosinusului sau legea lui Lambert (fig. 2):

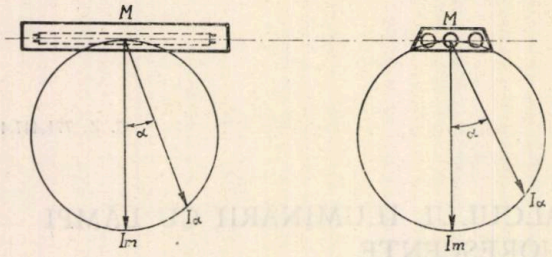


Fig. 2. — Distribuţia intensităţii luminoase dată de un corp de iluminat cu reflexie difuză.

$$(1) \qquad I_\alpha = I_m \cos \alpha .$$

Ţinîndu-se seama de cele de mai sus s-a stabilit o relaţie cu ajutorul căreia se poate determina iluminarea într-un anumit punct de pe suprafaţa de iluminat, dată de un şir sau de mai multe şiruri de lămpi fluorescente prevăzute cu corpuri de iluminat cu lumină directă.

2. Presupunem că avem un astfel de şir de corpuri de iluminat, prevăzut cu lămpi fluorescente, a căror axă este paralelă cu planul de iluminat (fig. 3). Cunoscînd randamentul corpului de iluminat şi fluxul luminos pe lampă se poate determina fluxul luminos pe metru de lungime a şirului, considerat continuu.

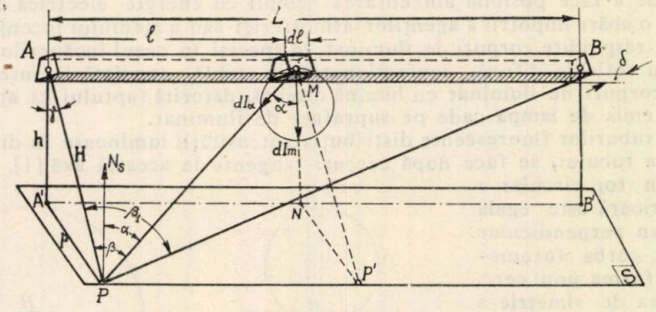


Fig. 3. — Iluminarea punctului P dată de o fîşie de lungime L compusă din mai multe corpuri de iluminat cu distribuţie directă a fluxului luminos.

Iluminarea în punctul P din planul orizontal S, care se află în dreptul extremităţii A a şirului, dat de un element de lungime dl, la distanţa l de extremitatea A a şirului, se poate exprima prin relaţia:

$$(2) \qquad dE = (dI_\alpha \cos \alpha)/\overline{MP}^2 ,$$

în care: dI_α — intensitatea luminoasă în direcţia punctului P dată de lungimea elementară dl a fîşiei (sau a şirului), α — unghiul dintre normala la suprafaţa de iluminat S ridicată din punctul P şi direcţia intensităţii luminoase dI_α, $\overline{MP}$ — distanţa de la elementul de lungime dl şi punctul P.

Ţinînd seama de relaţia (1) şi că în cazul reflexiei difuze $dI_m = BdS = B\delta dl$, în care B — strălucirea deschiderii corpului de iluminat sau a fîşiei de lăţime δ şi lungime dl, relaţia (2) poate fi scrisă sub forma:

$$(3) \qquad dE = (dI_\alpha \cos\alpha)/\overline{MP}^2 = (dI_m \cos^2\alpha)/\overline{MP}^2 = (B\delta\, dl \cos^2\alpha)/\overline{MP}^2.$$

Din fig. 3 se observă că:

$$(4) \quad \begin{cases} l = H\operatorname{tg}\beta,\ dl = H\,d\beta/\cos^2\beta,\ dl/\overline{MP}^2 = d\beta/H = (d\beta\cos\gamma)/h, \\ \cos\alpha = h/\overline{MP} = (H\cos\gamma)/(H/\cos\beta) = \cos\gamma\cos\beta. \end{cases}$$

Introducînd în relaţia (3) expresiile (4) ale lui $dl/\overline{MP}^2$ şi $\cos\alpha$, se obţine:

$$dE = B\delta\cos^3\gamma\cos^2\beta\,d\beta/h = (I_0/h)\cos^3\gamma\cos^2\beta\,d\beta,$$

în care I_0 — intensitatea luminoasă dată de unitatea de lungime a fîşiei luminoase.

Iluminarea dată de întreaga fîşie de lungime L va fi:

$$(5) \qquad E = \frac{I_0}{h}\cos^3\gamma\int_0^{\beta_1}\cos^2\beta\,d\beta = \frac{I_0}{2h}\left(\frac{LH}{L^2+H^2} + \operatorname{arctg}\frac{L}{H}\right)\cos^3\gamma,$$

sau:

$$(6) \qquad E = [I_0/(2h)]\,e$$

în care:

$$e = [LH/(L^2+H^2) + \operatorname{arctg}(L/H)]\cos^3\gamma.$$

Luînd în considerare parametrii geometrici care intervin în relaţia (5) se pot trasa o serie de diagrame care pun în evidenţă modul în care variază valoarea lui e pentru diferite valori ale unghiului γ şi a raportului L/H (fig. 4). Ştiind că forma curbei fotometrice a corpului de iluminat considerat este un semicerc, corpul fotometric fiind o sferă tangentă la axa corpului de iluminat şi considerînd şirul continuu deşi corpurile de iluminat se află la o anumită distanţă unele de altele, se poate scrie: $\Phi_c = \pi I_0 L$ de unde $I_0 = \Phi_c/(\pi L) = \Phi_L\eta/(\pi L) = \Phi_0\eta/\pi$, în care: Φ_c — fluxul luminos dat de întregul şir de lungime L (de corpurile de iluminat), η—randamentul corpurilor de iluminat, Φ_L — fluxul luminos dat de tuburile fluorescente ale fîşiei respective, Φ_0 — fluxul luminos pe unitatea de lungime, dat de tuburile fluorescente ale şirului respectiv.

Înlocuind valoarea lui I_0 în relaţia (6) şi ţinînd seama şi de coeficientul de depreciere K, se obţine relaţia definitivă:

$$(7) \qquad E = [\Phi_L\eta/(2\pi hLK)]\,e = [\Phi_0\eta/(2\pi hK)]\,e.$$

Această relaţie permite determinarea iluminării într-un anumit punct situat pe planul de utilizare atunci cînd se cunoaşte poziţia relativă a

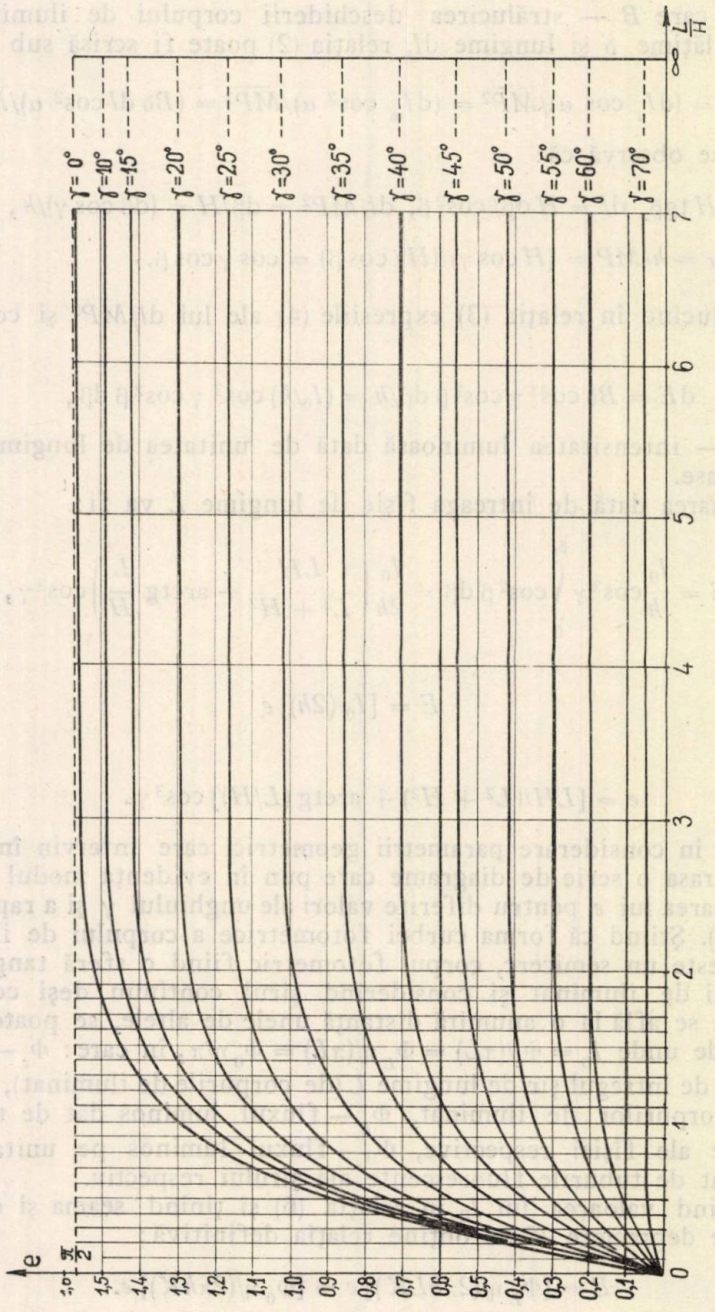


Fig. 4 — Valoarea lui $e = f(L/H)$ pentru diferite valori ale unghiului γ.

punctului de iluminat față de fîșie (e), fluxul luminos emis de tuburile fluorescente (Φ_L) ale șirului de lungime L sau fluxul luminos emis pe unitate de lungime (Φ_0), precum și randamentul corpurilor de iluminat (η).

Dacă avem mai multe fîșii care contribuie la iluminarea acelui punct se poate scrie: $E = \sum_{k=1}^{n} E_k$, în care $E_1, E_2, \ldots E_n$ sînt iluminările date în punctul P de fîșiile respective. Așadar:

$$E = \frac{\Phi_0 \eta}{2\pi K h} \sum_{k=1}^{n} e_k . \tag{8}$$

În cazul cînd fîșiile sînt de aceeași lungime, relația (8) se poate pune sub forma:

$$E = \frac{\Phi_L \eta}{2\pi h K L} \sum_{k=1}^{n} e_k . \tag{9}$$

Relațiile (8) sau (9) permit rezolvarea problemei și invers, adică permit determinarea fluxului luminos al tuburilor fluorescente, respectiv puterea lor, atunci cînd se impune realizarea unei anumite iluminări într-un punct P, convențional ales pe planul de utilizare, caz care se întîlnește cel mai des în practica proiectării, adică:

$$\Phi_0 = 2\pi h K E \Big/ \left(\eta \sum_{k=1}^{n} e_k \right) \text{ sau } \Phi_L = 2\pi h K L E \Big/ \left(\eta \sum_{k=1}^{n} e_k \right). \tag{10}$$

Dacă se cunoaște și numărul corpurilor de iluminat pe șir se poate determina ușor fluxul luminos al tuburilor fluorescente pe corp de iluminat deci și puterea lor.

3. *Exemplu de calcul.* Să presupunem o încăpere avînd dimensiunile de 32 m × 12 m, iluminată cu lămpi fluorescente atîrnate la o înălțime de 5 m față de planul de lucru.

Încăperea este iluminată de un număr de 48 corpuri de iluminat, cu lumină directă, distribuite uniform în încăpere. Distanța între șiruri este de 3 m și între centrele a două corpuri de iluminat vecine de 2,6 m (fig. 5). Se cere să se determine puterea lămpilor fluorescente în așa fel ca iluminarea impusă să fie de minimum 200 lucși. Punctul de iluminare minimă se află la mijlocul distanței dintre două șiruri laterale și la distanța de 2 m de perete, randamentul corpurilor de iluminat fiind $\eta = 0{,}7$ și coeficientul de depreciere $K = 1{,}3$.

Se va determina mai întîi fluxul luminos necesar dat de o fîșie, aplicînd relația (10).

Se va duce un plan perpendicular pe axa fîșiilor și respectiv pe planul de utilizare, care să treacă prin punctul P și care va împărți fîșiile în două părți, una de lungime $L_1 = 29{,}6$ m și a doua de lungime $L_1' = 1{,}6$ m, lungimea totală a fîșiei fiind de 31,2 m.

În acest caz $\sum_{k=1}^{n} e_k = e_1 + e_1' + e_2 + e_2' + e_3 + e_3' + e_4 + e_4'$, corespunzător lungimilor de fîșie: $L_1, L_1', L_2, L_2', L_3, L_3', L_4$ și L_4'.

Utilizînd curbele din fig. 4 se vor determina valorile lui e în funcție de valoarea raportului L/H și a unghiului γ.

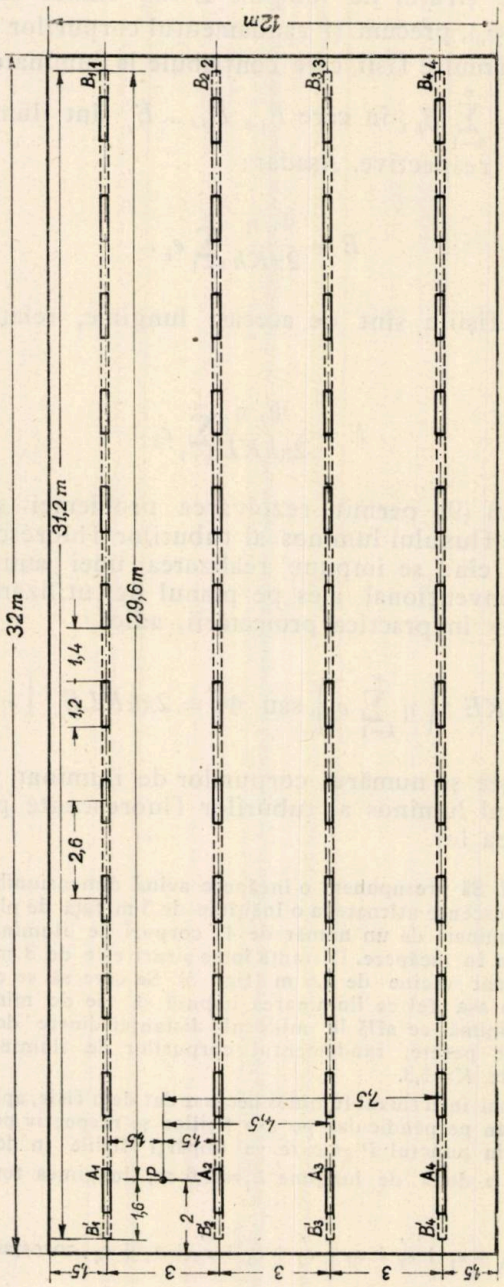


Fig. 5. — Amplasarea corpurilor de iluminat pentru exemplul de calcul.

a) Pentru e_1 avem : $L_1/H_1 = L_1/\sqrt{h^2 + p_1^2} = 29{,}6/\sqrt{5^2 + 1{,}5^2} = 5{,}67$ şi $\gamma_1 = \text{arctg}\,(p_1/h_1) =$ $= \text{arctg}\ 0{,}3 = 16°\,15'$, la care corespunde, după curbele din fig. 4, $e_1 = 1{,}385$.

b) Pentru e_1' avem :

$$L_1'/H_1 = 1{,}6/5{,}22 = 0{,}307 \quad \text{şi} \quad \gamma_1' = 16°\,15',$$

de unde rezultă din fig. 4, $e_1' = 0{,}53$.

c) Fîşiile *1* şi *2* fiind simetrice faţă de punctul P rezultă că :

$$e_2 = 1{,}385 \text{ şi } e_2' = 0{,}53.$$

d) În mod analog se determină valorile lui :

$$e_3 = 0{,}65\,, \quad e_3' = 0{,}22\,, \quad e_4 = 0{,}28 \text{ şi } e_4' = 0{,}07,$$

de unde rezultă că $\sum_{k=1}^{n} e_k = 5{,}05$.

Introducînd valoarea lui $\sum_{k=1}^{n} e_k$ în relaţia (10) se determină fluxul luminos pe fîşie, celelalte date fiind cunoscute :

$$\phi_L = 2\pi hKLE \Big/ \left(\eta \sum_{k=1}^{n} e \right) = 6{,}28 \,.\, 1{,}3 \,.\, 31{,}2 \,.\, 200 \,/\, (0{,}7 \,.\, 5{,}05) = 72\,100 \text{ lumeni.}$$

Fiecare fîşie fiind formată din 12 corpuri de iluminat se determină apoi fluxul luminos total al tuburilor fluorescente pentru fiecare corp de iluminat :

$$\Phi_L' = \Phi_L / n = 72\,100/12 = 6\,100 \text{ lumeni.}$$

Se vor alege trei tuburi fluorescente pentru fiecare corp de iluminat de putere 40 w, avînd fiecare un flux luminos de 2000 lumeni, lampa fluorescentă tubulară fiind de tipul EE.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Gheorghiu N., Militaru P., *Iluminatul electric.* EES, Buc., 1952.
2. Knorring G. M., *Proiectarea iluminatului electric.* EES, Buc. 1950, (trad. din l. rusă).
3. Cohu M., *Rayonnement, photométrie et éclairage.* Paris, Gauthier Villars, 1949.
* * * *Manualul inginerului electrician.* Vol. V, Ed. tehn., Buc., 1957.

О РАСЧЕТЕ ОСВЕЩЕННОСТИ ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ЛЮМИНИСЦЕНТНЫХ ЛАМП

(Резюме)

Выводится выражение для расчета освещения люминисцентными лампами, с осветительными приборами с отраженным рассеиванием, принимая во внимание особенности распределения светового потока в пространстве. Установленное выражение позволяет определить освещенность на рабочей поверхности, зная мощность ламп, а также мощность ламп если дается освещенность. Приводится диаграмма облегчающая соответствующие расчеты. Дается также численный пример.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Светораспределение люминесцентной лампы в плане содержащем ось лампы и в поперечном плане оси лампы.

Рис. 2. — Светораспределение светильника с диффузным отражателем.

Рис. 3. — Освещенность точки P, полученной от полосы длиною L, состоящей из большого числа светильников прямого света.

Рис. 4. — Значение $e = f(L/H)$ для различных величин угла γ.

Рис. 5. — Распределение светильников для расчетного примера.

CONTRIBUTION CONCERNANT LE CALCUL DE L'ÉCLAIRAGE À LAMPES FLUORESCENTES

(Résumé)

On établit une relation de calcul pour les lampes fluorescentes pourvues de corps d'éclairage à réflexion diffuse tenant compte du mode de distribution du flux lumineux dans l'espace. Cette relation permet à déterminer l'éclairage sur le plan d'utilisation connaissant la puissance des lampes, ou réciproquement, la puissance des lampes lorsqu'on connaît l'éclairage. On trace un diagramme qui facilite sensiblement les calculs. On donne aussi un exemple de calcul.

Explication des figures

Fig. 1. — La distribution de l'intensité lumineuse donné par un tube fluorescent dans un plan qui contient l'axe du tube et dans un plan perpendiculaire sur l'axe du tube.

Fig. 2. — La distribution de l'intensité lumineuse donnée par un corps d'éclairage à reflexion diffuse.

Fig. 3. — L'éclairage du point P donné par une bande de longueur L composée de plusieurs corps d'éclairage à distribution directe du flux lumineux.

Fig. 4. — La valeur de $e = f(L/H)$ pour différentes valeurs de l'angle γ.

Fig. 5. — L'emplacement des corps d'éclairage pour l'exemple de calcul considéré.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621.3 072.7

DEFAZOR REGLABIL ÎN LIMITELE 0°...360°

DE

NINA POEATĂ

1. Introducere

În literatură se expun o serie de procedee pentru obţinerea unei surse de tensiune avînd faza reglabilă pînă la 360°, făcînd apel la următoarele metode: a) defazor inductiv; b) circuite defazoare.

Defazorul inductiv constă în general din două înfăşurări. Una din înfăşurări, fixă, alimentată de obicei cu sistemul trifazat simetric de tensiuni, crează un cîmp învîrtitor; cealaltă înfăşurare este mobilă şi poate lua orice poziţie în cîmpul magnetic creat de prima. Rotind această ultimă bobină cu un unghi $0° < \alpha < 360°$, se obţine la bornele ei o f.e.m. de orice fază.

Circuitele defazoare se folosesc în special pentru obţinerea unor defazaje avînd valori cuprinse între 0° şi 180°. Se poate realiza un defazaj $\alpha > 180°$ cu ajutorul acestor circuite, grupîndu-le în cascadă [2]. Procedeul are dezavantajul că primele elemente defazoare din cascadă funcţionează în sarcină chiar atunci cînd defazorul este la gol.

Alt procedeu constă în alimentarea unui autotransformator trifazat cu conexiunea în triunghi. Fiecare fază a autotransformatorului este divizată într-un număr foarte mare de secţiuni. Alegînd în mod convenabil două secţiuni din două faze diferite, se poate obţine la ieşire o tensiune de orice fază, dar de modul variabil [3].

În mod similar se poate folosi un reostat în inel, alimentat cu sistemul trifazat de tensiuni în trei noduri simetrice. Două cursoare ce lunecă pe acest reostat pot culege tensiuni de orice fază, dar de modul variabil [2].

Defazoare reglabile de 360° se mai pot realiza cu ajutorul a trei rezistenţe inegale legate în stea [1]. Prin modificarea simultană, în mod adecvat, a valorilor celor trei rezistenţe, se poate obţine o tensiune între punctul neutru al celor trei rezistenţe şi cel al reţelei, avînd modulul constant şi faza reglabilă între 0° şi 360°.

În cele ce urmează se propune folosirea unui defazor monofazat care să fie alimentat succesiv de la fazele sistemului trifazat.

2. Principiul metodei

Circuitul defazor cel mai obişnuit este cel în punte (fig. 1).

Pentru a obţine expresia $\underline{U}_2 = f(\underline{U}_1)$ se are în vedere că:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_2/(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2), \quad \underline{I}_2 = \underline{U}_1/(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4), \tag{1}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_3 \underline{I}_2 - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = \underline{Z}_2 \underline{I}_1 - \underline{Z}_4 \underline{I}_2. \tag{2}$$

Ţinînd seama de relaţiile (1), expresia (2) devine:

$$\underline{U}_2 = \{(\underline{Z}_3\,\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1\,\underline{Z}_4)/[(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)]\}\,\underline{U}_1 . \tag{3}$$

Punînd condiţia (fig. 2):

$$\underline{Z}_1 = R_1\,,\ \underline{Z}_2 = R_1\,,\ \underline{Z}_3 = 1/(\mathrm{j}C\omega)\,,\ \underline{Z}_4 = R\,, \tag{4}$$

se obţine:

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1\,[\underline{R}/(\mathrm{j}C\omega) - R_1 R]/\{[R + 1/(\mathrm{j}C\omega)]\,2\,R_1\}. \tag{5}$$

Alegînd $\underline{U}_1$ origine de fază se obţine:

$$\underline{U}_2 = (U_1/2)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\,\mathrm{arctg}\,RC\omega}\,, \tag{6}$$

cu argumentul:

$$\psi = -2\,\mathrm{arctg}\,RC\omega. \tag{7}$$

Rezultă că $\underline{U}_2$ are modulul constant şi egal cu jumătatea modulului lui U_1 iar argumentul său variază în funcţie de R. Deci prin variaţia lui R între 0 şi ∞ argumentul ψ variază între 0 şi $-\pi$.

La acelaşi rezultat se ajunge dacă se construieşte diagrama vectorială (fig. 3).

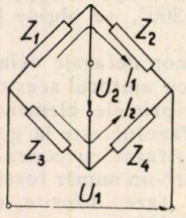


Fig. 1

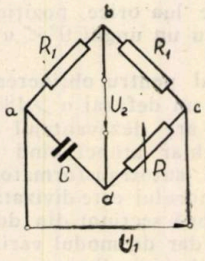


Fig. 2

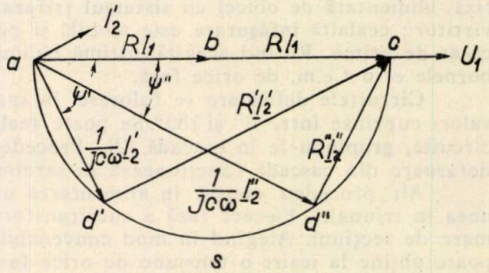


Fig. 3

Se observă că la variaţia lui R, punctul d descrie semicercul s.

Analizînd diagrama vectorială din figură s-ar părea că extinzînd defazorul descris mai sus, este posibilă realizarea unui defazaj reglabil pînă la 360°, dacă se inversează sensul tensiunii de alimentare (fig. 4 a).

În cazul cînd inversorul este în poziţia 2 diagrama vectorială capătă forma reprezentată în fig. 4 b. Punctul d descrie semicercul s'. Se ştie însă că funcţia arctg tinde către 90° asimptotic, deci niciodată nu se va putea atinge prin variaţia lui R valoarea $|\psi| = 180°$ şi nici valori în imediata vecinătate a acesteia. Din grafice [2] rezultă că pentru a mări $|\psi|$ pînă la 160° trebuie mărită rezistenţa foarte mult. De asemenea din aceleaşi grafice rezultă că pentru valori mici ale lui R, $|\psi|$ variază foarte repede, motiv pentru care nu se poate realiza o gradare satisfăcătoare a defazorului pentru valori foarte mici ale lui ψ. Din aceste motive în utilizarea acestui tip de defazor nu se pot realiza defazaje avînd valori în imediata vecinătate a unghiurilor 0° şi 180°.

Aceste observaţii ne-au condus la ideea de a realiza un circuit defazor bazat pe schema de mai sus, dar folosit numai pe intervalul de 120° şi anume între 30° şi 150°. Lărgirea limitelor unghiului reglat se

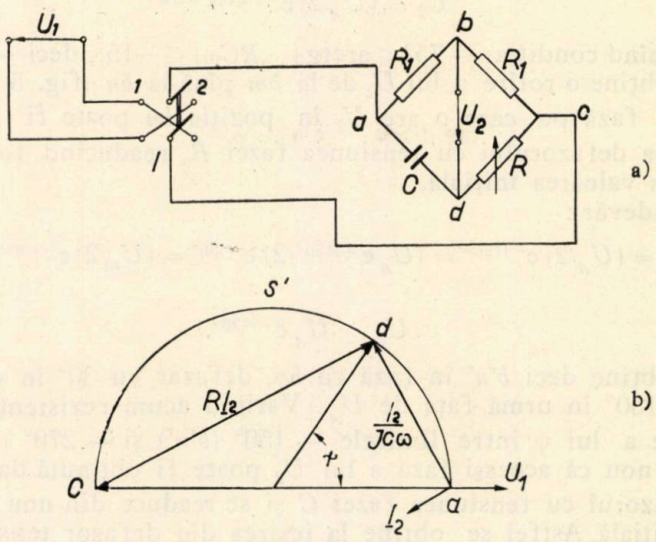


Fig. 4

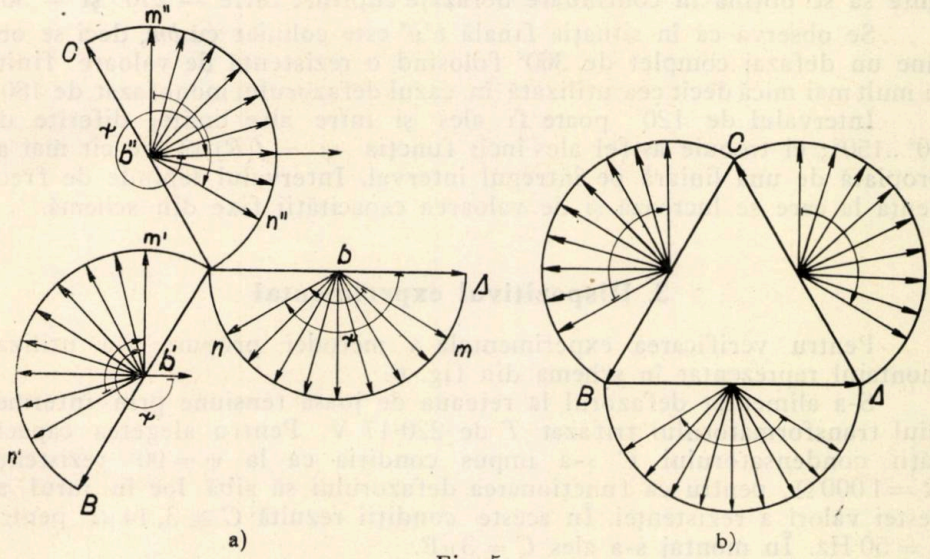


Fig. 5

realizează prin alimentarea acestui defazor, pe rînd, de la tensiunile simple (fig. 5 a) sau compuse (fig. 5 b) ale sistemului de tensiuni trifazat simetric.

Se presupune de exemplu că s-a ales drept origine de fază tensiunea fazei A cu care s-a alimentat defazorul între bornele a şi c. Ţinînd seama de (6), tensiunea de la ieşirea din defazor este:

$$\underline{U}_2 = (\underline{U}_A/2)\, e^{-j \operatorname{arctg} RC\omega} \tag{8}$$

Impunînd condiţia: $-75° < \operatorname{arctg}(-RC\omega) < -15°$, deci $-150° < \psi < -30°$, se obţine o rotire a lui $\underline{U}_2$ de la bm pînă la bn (fig. 5 a). Se observă că aceeaşi fază pe care o are $\underline{U}_2$ în poziţia bn poate fi obţinută prin alimentarea defazorului cu tensiunea fazei B, readucînd totodată rezistenţa R la valoarea iniţială.

Întradevăr:

$$\underline{U}_{bn} = (\underline{U}_A/2)\, e^{-j150°} = (\underline{U}_A e^{-j120°}/2)\, e^{-j30°} = (\underline{U}_B/2)\, e^{-j30°} = \underline{U}_{b'n'}, \tag{9}$$

deoarece

$$\underline{U}_B = \underline{U}_A e^{-j120°}.$$

Se obţine deci $b'n'$ în fază cu bn, defazat cu 30° în urmă faţă de $\underline{U}_B$ şi cu 150° în urmă faţă de $\underline{U}_A$. Variind acum rezistenţa R se obţine o variaţie a lui ψ între limitele — 150° ($b'n'$) şi — 270° ($b'm'$). Se observă din nou că aceeaşi fază a lui $\underline{U}_2$ poate fi obţinută dacă se alimentează defazorul cu tensiunea fazei C şi se readuce din nou reostatul R în poziţia iniţială. Astfel se obţine la ieşirea din defazor tensiunea $\underline{U}_2$, reprezentată de $b''m''$. Variaţia ulterioară a lui R între aceleaşi limite permite să se obţină în continuare defazaje cuprinse între — 270° şi — 30°.

Se observă că în situaţia finală $b''n''$ este coliniar cu bm, deci se obţine un defazaj complet de 360° folosind o rezistenţă de valoare finită şi mult mai mică decît cea utilizată în cazul defazorului monofazat de 180°.

Intervalul de 120° poate fi ales şi între alte limite, diferite de 30°...150°; el trebuie astfel ales încît funcţia $|\psi| = f(R)$ să fie cît mai apropiată de una liniară pe întregul interval. Intervalul depinde de frecvenţa la care se lucrează şi de valoarea capacităţii fixe din schemă.

3. Dispozitivul experimental

Pentru verificarea experimentală a metodei propuse s-a utilizat montajul reprezentat în schema din fig. 6.

S-a alimentat defazorul la reţeaua de joasă tensiune prin intermediul transformatorului trifazat T de 220/17 V. Pentru alegerea capacităţii condensatorului C s-a impus condiţia ca la $\psi = 90°$ rezistenţa $R = 1\,000\,\Omega$, pentru ca funcţionarea defazorului să aibă loc în jurul acestei valori a rezistenţei. În aceste condiţii rezultă $C \cong 3,14\,\mu F$ pentru $f = 50$ Hz. În montaj s-a ales $C = 3\,\mu F$.

S-au calculat apoi limitele între care trebuie să varieze R pentru a obţine pentru fiecare fază de alimentare un defazaj cuprins între 30° şi 150°, impunînd condiţia: $\operatorname{tg} 15° \leqslant RC\omega \leqslant \operatorname{tg} 75°$, de unde rezultă limitele lui R:

$$284\,\Omega \leqslant R \leqslant 3\,962\,\Omega.$$

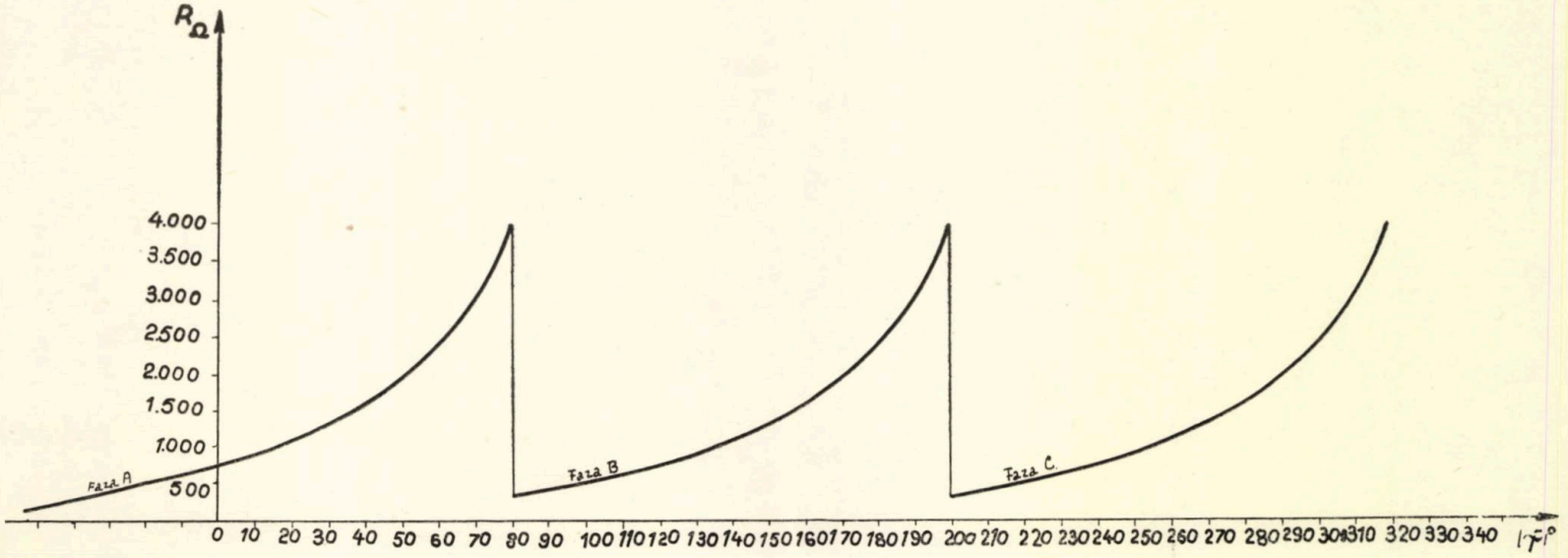
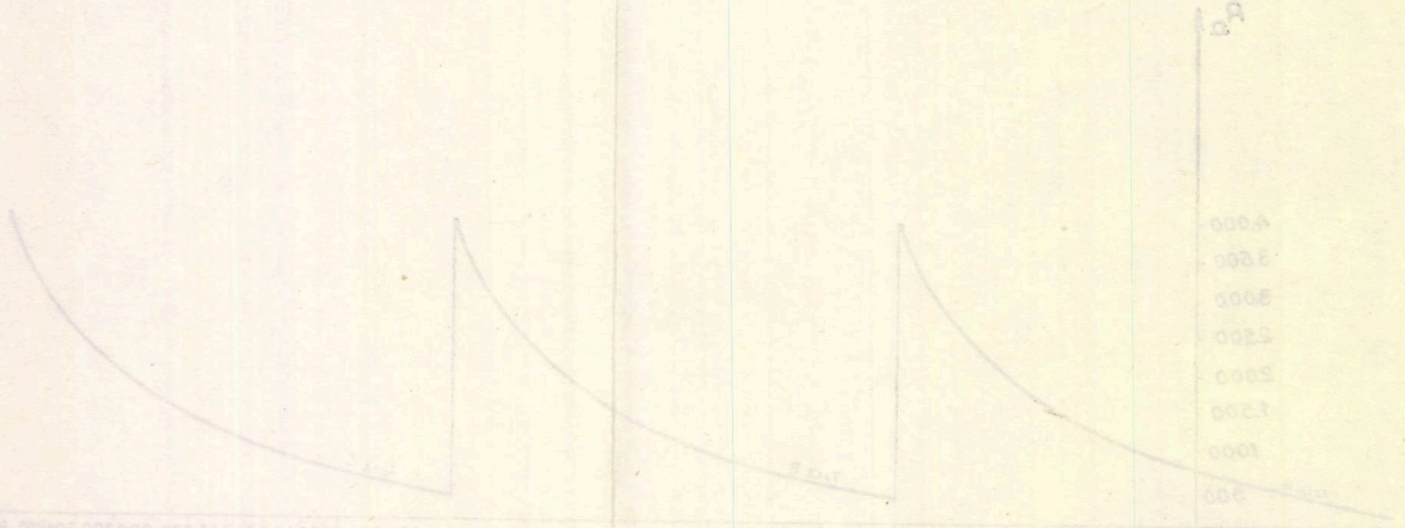

R_Ω
4.000
3.500
3.000
2.500
2.000
1.500
1.000
500
Faza A
Faza B
Faza C
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200 210 220 230 240 250 260 270 280 290 300 310 320 330 340 φ°

Fig. 7



Rezistenţele R_1 s-au ales de cîte 5 kΩ. Drept rezistenţă reglabilă s-a folosit o cutie de rezistenţe de 10 000 Ω. Tensiunea de referinţă s-a luat de la un stabilizator de tensiune. Comutarea alimentării defazorului de pe o fază pe alta s-a realizat cu ajutorul comutatorului *K*. Tensiunea

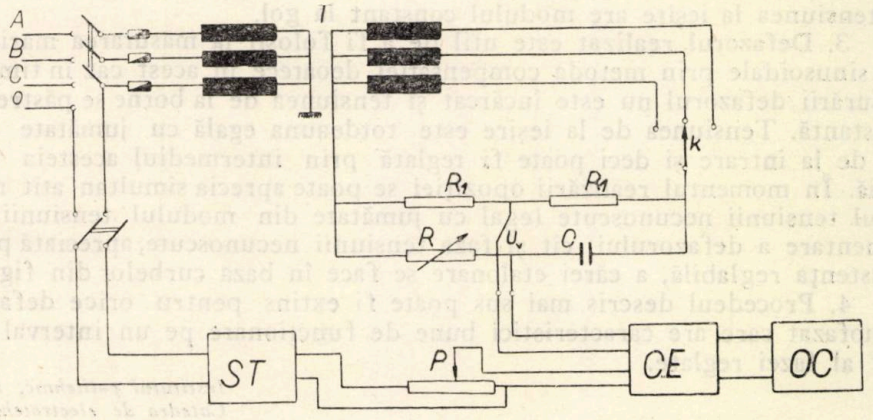


Fig. 6

U_2 de la ieşirea din defazor şi tensiunea de referinţă furnizată de stabilizator s-au introdus în comutatorul electronic *CE*. Cu ajutorul potenţiometrului *P* şi a potenţiometrelor comutatorului s-au reglat cele două tensiuni astfel ca amplitudinile lor să fie egale şi să se înscrie în dreptunghiul de pe ecranul osciloscopului catodic *OC*. De asemenea s-a reglat baza de timp a osciloscopului astfel ca imaginea să nu depăşească limitele verticale ale dreptunghiului de pe ecran. S-a măsurat apoi distanţa între două treceri prin zero succesive şi în acelaşi sens, a celor două fenomene, pentru diferite valori ale rezistenţei *R* şi pentru diferite tensiuni de alimentare a defazorului. În fig. 7 sînt reprezentate curbele de variaţie a defazajului în funcţie de rezistenţă, pe diferite faze.

Punctele obţinute experimental sînt situate în apropierea curbelor calculate teoretic. Abaterile sînt destul de mari deoarece şi sursele de erori, atît sistematice cît şi întîmplătoare, au fost destul de numeroase. Astfel: a) atît transformatorul cît şi stabilizatorul conţin miezuri de fier, deci curbele ce se obţin la osciloscop nu sînt perfect sinusoidale. Deformarea nu a apărut totuşi exagerată, datorită rezistenţelor ohmice din schemă, atît la bornele stabilizatorului (potenţiometrul *P*) cît şi la bornele fazei transformatorului (rezistenţele defazorului); b) sistemul de alimentare nu este perfect simetric; c) amplificatoarele osciloscopului şi comutatorului introduc erori de fază şi amplitudine.

De asemenea erorile introduse în mod subiectiv sînt foarte mari la aprecierea defazajului cu ajutorul comutatorului şi a osciloscopului. S-a preferat totuşi acest procedeu de măsurare deoarece în acest mod se poate urmări foarte clar fenomenul din punct de vedere calitativ, ceea ce a constituit obiectivul principal al lucrării experimentale.

4. Concluzii

1. Defazorul obţinut este economic şi permite realizarea unui defazaj reglabil fin între limitele 0°...360°.

2. Faţă de alte tipuri de defazoare trifazate, citate în literatură, cu rezistenţe închise sau cu autotransformator trifazat, prezintă avantajul că tensiunea la ieşire are modulul constant la gol.

3. Defazorul realizat este util de a fi folosit la măsurarea mărimilor sinusoidale prin metoda compensaţiei, deoarece în acest caz în timpul măsurării defazorul nu este încărcat şi tensiunea de la borne se păstrează constantă. Tensiunea de la ieşire este totdeauna egală cu jumătate din cea de la intrare şi deci poate fi reglată prin intermediul acesteia din urmă. În momentul realizării opoziţiei se poate aprecia simultan atît modulul tensiunii necunoscute (egal cu jumătate din modulul tensiunii de alimentare a defazorului) cît şi faza tensiunii necunoscute, apreciată prin rezistenţa reglabilă, a cărei etalonare se face în baza curbelor din fig. 7.

4. Procedeul descris mai sus poate fi extins pentru orice defazor monofazat care are caracteristici bune de funcţionare pe un interval de 120° al fazei reglate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Dehors M. R., RGE, 1949, **58**, 2, pp. 76—80.
2. Асеев Б. П., *Фазовые соотношения в радиотехнике.* Связьиздат, М., 1959.
3. Тетельбаум И. М., *Электрическое моделирование.* Физматгиз, М., 1959.
4. Вишенчук И. М., Котюк А. Ф., Мизюк Л. Я., *Электромеханические и электронные фазометры.* ГЭИ, М.-Л., 1962.

ПОЛУЧЕНИЕ ПЕРЕМЕННОГО СДВИГА ФАЗ ДО 360°

(Резюме)

Предлагается принцип работы для простой вращающейся цепи с фазой регулируемой в пределах 0°...360°, на основе использования трехфазной системы напряжений.

DÉPHASEUR RÉGLABLE ENTRE LES LIMITES 0°...360°

(Résumé)

On expose le principe de functionnement d'un déphaseur simple, ayant la phase réglable entre les limites 0°...360°, basé sur l'utilisation d'un système triphasé de tensions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Mecanică tehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 1—2, 1963

Техническая механика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Mechanical Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. D. 531.132–2

ÉLÉMENTS CINÉMATIQUES D'ORDRE ARBITRAIRE DANS LE MOUVEMENT RELATIF D'UNE FIGURE PLANE DANS SON PLAN

PAR

V. V. TOPENTCHAROV

1. Les recherches du XIX-e siècle [1]...[4], concernant les accélérations d'ordre arbitraire, ont été reprises dernièrement dans les travaux de Melchior [5], Meyer zur Capellen [6], [7], Mangeron et ses collaborateurs [8]...[12]. Un essai concernant ces mêmes questions a été fait dans [13], [14].

Dans la présente Note est traité le problème des éléments cinématiques et des invariants cinématiques d'une figure plane en mouvement relatif dans son plan.

2. Soit les mouvements Π_1/Π_0 et Π_2/Π_0. Nous cherchons les éléments cinématiques de Π_2/Π_1. Si $O \in \Pi_1$ est le point correspondant (projection) dans Π_1 de $M \in \Pi_2$, l'élément cinématique d'ordre n de M est:

$$\vec{w}_M = \vec{w}_0 + \vec{w}_{M0}, \tag{1}$$

où $\vec{w}_{M0}$ est l'élément cinématique de M par rapport à O, choisi comme repère. En appliquant les relations :

$$\vec{w}_M = \alpha_2 (\vec{k} \times \overrightarrow{Q_2M}) + \beta_2 \overrightarrow{Q_2M}, \quad \vec{w}_0 = \alpha_1 (\vec{k} \times \overrightarrow{Q_1M}) + \beta_1 \overrightarrow{Q_1M},$$

où α_1, α_2, β_1, β_2 sont donnés par les formules de récurrence de [8] ou [13], Q_1 et Q_2 — les centres instantannés des éléments cinématiques d'ordre n dans Π_1/Π_0 et Π_2/Π_0, pour $\vec{w}_{M0}$ on peut écrire :

$$\vec{w}_{M0} = \beta_2 \{\operatorname{tg}\mu_2 [\vec{k} \times (\vec{p} - \vec{q}_2)] + (\vec{p} - \vec{q}_2)\} - \beta_1 \{\operatorname{tg}\mu_1 [\vec{k} \times (\vec{p} - \vec{q}_1)] + (\vec{p} - \vec{q}_1)\}, \tag{2}$$

où on a posé $\operatorname{tg}\mu = \alpha/\beta$, $\overrightarrow{I_r Q} = \vec{q}$, $\overrightarrow{I_r O} \equiv \overrightarrow{I_r M} \equiv \vec{p}$, (fig. 1).

3. Si on applique aux projections de $\vec{w}_{M0}$ sur la tangente et la normale de la trajectoire relative de M des relations linéaires, on obtient des lieux géométriques qui ont un sens cinématique.

a) Le lieu des points $M \in \Pi_2$ pour lesquels $\vec{w}_{M0} \times \vec{p} = 0$ est la circonférence C_r^* (fig. 2) d'équation :

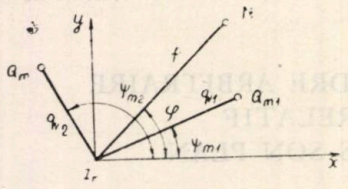


Fig. 1

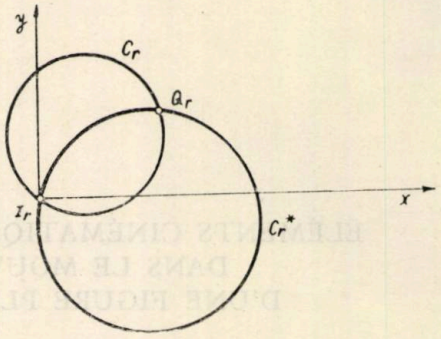


Fig. 2

$$x^2+y^2-\{[(q_1\beta_1/\cos\mu_1)\sin(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\sin(\psi_2+\mu_2)]/(\alpha_1-\alpha_2)\}x+ \tag{3}$$
$$+\{[q_1\beta_1/\cos\mu_1)\cos(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\cos(\psi_2+\mu_2)]/(\alpha_1-\alpha_2)\}y=0.$$

b) Le lieu des points $M \in \Pi_2$ pour lesquels $\vec{w}_{M0} \cdot \vec{p} = 0$ est la circonférence :

$$x^2+y^2+\{[(q_1\beta_1/\cos\mu_1)\cos(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\cos(\psi_2+\mu_2)]/(\beta_2-\beta_1)\}x+ \tag{4}$$
$$+\{[(q_1\beta_1/\cos\mu_1)\sin(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\sin(\psi_2+\mu_2)]/(\beta_2-\beta_1)\}y=0.$$

c) Le lieu des points $M \in \Pi_2$ pour lesquels :

$$Aw_t + Bw_n + C = 0 \tag{5}$$

est la limace de Pascal K_r [15].

d) Le lieu des points $M \in \Pi_2$ pour lesquels $|w_{M0}| = \lambda$ est une famille de circonférences Λ à paramètre λ :

$$E(x^2+y^2)+2Ay+2Bx+C=\lambda^2, \tag{6}$$

où on a posé :

$$A=(\beta_1-\beta_2)[(q_1\beta_1/\cos\mu_1)\sin(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\sin(\psi_2+\mu_2)]+$$
$$+(\alpha_1-\alpha_2)[(q_1\beta_1/\cos\mu_1)\cos(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\cos(\psi_2+\mu_2)],$$

$$B=(\beta_1-\beta_2)[(q_1\beta_1/\cos\mu_1)\cos(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\cos(\psi_2+\mu_2)]-$$
$$-(\alpha_1-\alpha_2)[(q_1\beta_1/\cos\mu_1)\sin(\psi_1+\mu_1)-(q_2\beta_2/\cos\mu_2)\sin(\psi_2+\mu_2)],$$

$$C = q_1^2\beta_1^2/\cos^2\mu_1 + q_2^2\beta_2^2/\cos^2\mu_2 - 2[\beta_1\beta_2 q_1 q_2/(\cos\mu_1\cos\mu_2)]\cos(\psi_1+\mu_1-\psi_2-\mu_2),$$

$$E = (\beta_1 - \beta_2)^2 + (\alpha_1 - \alpha_2)^2.$$

e) Le lieu des points $M \in \Pi_2$ pour lesquels $|\vec{w}_{M\in\Pi_2}| = |\vec{w}_{0\in\Pi_1}|$ est la circonférence W:

$$x^2 + y^2 + [2a/(\nu^2 - 1)]\,y = a^2/(\nu^2 - 1), \tag{7}$$

où $a = \overline{O_1O_2}$ et $\nu^2 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)/(\beta_1^2 + \beta_2^2)$.

f) Le lieu des points $M \in \Pi_2$ pour lesquels $\vec{w}_M \cdot \vec{w}_0/(|\vec{w}_M| \cdot |\vec{w}_0|) = \cos\varphi$, ($\varphi$ = const.), est une famille de circonférences W^* à paramètre φ.

Les lieux ainsi obtenus sont invariants par rapport aux transformations linéaires des coordonnées du groupe de déplacements, mais leurs diamètres varient dans un changement de la loi du temps ($t = \varphi(t^*)$). Cette propriété justifie le nom d'*invariants cinématiques*.

4. Quelques cas particuliers sont d'un certain intérêt.

Les plans Π_1 et Π_2 ont un point commun. G et G^* dégénèrent en un point qui est I_r (centre instantanné des vitesses dans le mouvement Π_2/Π_1).

Les plans Π_1 et Π_2 ont une droite commune qui permet un glissement relatif. Les invariants cinématiques sont des segments de droite.

Les plans Π_1 et Π_2 ont deux points communs. Le mouvement relatif Π_2/Π_1 n'existe pas; on obtient les résultats connus pour le mouvement absolu [8], [13].

5. Les résultats ci-dessus représentent une extension pour les éléments cinématiques d'ordre arbitraire des résultats de [16], qu'on peut obtenir à l'aide des équations (2),...,(7) en posant $n = 1$.

L'analyse des invariants G, G^*, Λ, K_r, W, W^* montre que G et G^* sont des éléments fondamentaux, tandis que les autres peuvent être obtenus au moyen d'une combinaison linéaire de G et G^*. Ce résultat est en plein accord avec un théorème de Lie (v. [17] ou [18]), d'après lequel le nombre des invariants différentiels est égal au nombre cardinal de l'espace (dans le cas du plan = 2).

Les invariants ainsi obtenus permettent de trouver, posant $n = 2$, les lieux du minimum des suraccélérations tangentielles et normales, étudiés dans le mouvement absolu par Meyer zur Capellen [6]. Ces lieux ont une certaine application dans l'analyse et la synthèse des mécanismes.

Reçu le 19 III 1962

Institut de Mécanique appliquée et d'Électricité, Sofia, République Populaire Bulgarie

BIBLIOGRAPHIE

1. Resal J., *Traité de Cinematique pure.* Paris, 1863.
2. Сомов Л., Прил. зап. Импер. акад. наук. Петербург, 1864, V, 5.
3 Koenigs G., *Cours de Cinématique.* Paris, 1894.
4. Schoenfliss A., *Önziklopedie...* Leipzig, 1910.

5. Melchior A., VDI, 1928, **72**.
6. Meyer zur Capellen W., Ing. Archiv, 1958, **28**, *1*.
7. — Ing. Archiv, 1958, **28**, *2*.
8. Манжерон Д., ДАН СССР, 1957, **112**, *1*.
9. — ДАН СССР, 1955, **102**, *4*.
10. — ДАН СССР, 1955, **102**, *5*.
11. Манжерон Д., Ясуленис А. И., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *1–2*.
12. Mangeron D., Drăgan C., Svijevski V., Rev. Méc. appl., 1957, **2**, *1*.
13. Топенчаров В. В., Бъчваров С. Н., Год. на МЕИ, 1962, **X**, *1*.
14. Топенчаров В. В., Год. на МЕИ, 1962, **X**, *1*.
15. — Год. на МЕИ, 1961, **IX**, *1*.
16. Константинов М. С., Янев Т., Год. на МЕИ, 1961, **VIII**, *1*.
17. Favard J., *Cours de Géometrie différentielle locale*. Paris, 1958.
18. Номидзу К., *Группы Ли и дифференциальная геометрия*. М., 1960.

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЛЮБОГО ПОРЯДКА В ОТНОСИТЕЛЬНО ДВИЖЕНИИ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ В СВОЕЙ ЖЕ ПЛОСКОСТИ

(Резюме)

Автор, используя ряд недавних работ Д. Манжерона и его сотрудников [8]...[12] а также некоторые результаты полученные В. Майер цур Капеллен [6], [7], исследует в настоящей заметке задачу кинематических элементов и кинематических инвариантов плоской фигуры в относительном движении в своей же плоскости. Доказывается, что G и G^* основные элементы а Λ, K_r, W, W^* их линейные комбинации. Это соответствует классической теореме Ли.

ELEMENTE CINEMATICE DE ORDIN OARECARE ÎN MIŞCAREA RELATIVĂ A UNEI FIGURI PLANE ÎN PLANUL SĂU

(Rezumat)

Autorul, folosind şirul de lucrări recente ale lui D. Mangeron şi colaboratori [8]...[12], precum şi unele rezultate obţinute de către W. Mayer zur Capellen [6], [7], studiază în această Notă problema elementelor cinematice şi a invarianţilor cinematici ale unei figuri plane în mişcare relativă în planul său. Analiza invarianţilor G, G^*, Λ, K_r, W, W^*, obţinuţi în textul original, arată că G şi G^* sînt elemente fundamentale, celelalte deducîndu-se prin combinaţii liniare din G şi G^*, în concordanţă cu o teoremă clasică a lui Lie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

D. K. 531.32 ; 539.413 ; 621.824

FLEXURAL VIBRATIONS OF A ROTATING SHAFT WITH A FLYWHEEL

BY

J. KOŻEŠNÍK

1. In this paper we shall analyze forced stationary flexural vibration of a frictionless rotating shaft which is acted on by a periodically changing external force in addition to inertial force and moments. The main purpose of the paper is to derive the effect of a gyroscopic moment of a flywheel under different working conditions. Similar problems have been solved in various papers many times [1, p. 66]. However so far very little attention has been paid to the conditions under which a given kind of precession motion can appear in flywheels.

In examining gyroscopic effects we shall restrict ourselves to very small deflections and small deviations of the axis of the shaft which will substantially simplify our calculations without making it too inaccurate.

2. The situation is shown in fig. 1 a. XY is the plane of the flywheel; its mass is m. The flywheel is centred on the shaft. The instantaneous displacements of the centre of gravity of the flywheel in motion are x_0 and y_0. The instantaneous deflections of the axis of the shaft at the origin O are φ_x and φ_y. The (central) moment of inertia of the mass of the flywheel is C and its equatorial moment is A. The angular velocity of the rotation of the shaft ω is assumed to be constant.

The shaft is fixed in two rigid bearings *1*, *2*. Let periodically variable forces P_{ix} and P_{iy} act upon the shaft at the point i; further let there be on the axis of the shaft at the point k a particle of mass m_k. The instantaneous deflections of this point from its equilibrium position during the motion of the shaft will be denoted by x_k and y_k.

The resulting components of the moment of the flywheel are shown in Fig 1 b. Evidently we have:

$$M_x = -C\omega\dot{\varphi}_y - A\ddot{\varphi}_x, \quad M_y = C\omega\dot{\varphi}_x - A\ddot{\varphi}_y. \tag{1 ab}$$

The components of the individual forces are evident from Fig. 1 a:

$$P_{0x} = -m\ddot{x}_0, \quad P_{0y} = -m\ddot{y}_0; \quad P_{kx} = -m_k\ddot{x}_k, \quad P_{ky} = -m_k\ddot{y}_k.$$

Forces at the points i and k must be regarded as representatives of forces which may be present in a large number in the general case.

We shall now compute the displacements and deflections at the origin and the deflections at the point k on the basis of the acting forces and moments. We have:

(2 abcd)
$$\begin{cases} x_0 = \beta_{00} M_y + \alpha_{00} P_{0x} - \alpha_{0i} P_{ix} - \alpha_{0k} P_{kx}, \\ y_0 = -\beta_{00} M_x + \alpha_{00} P_{0y} - \alpha_{0i} P_{iy} - \alpha_{0k} P_{ky}, \\ \varphi_x = \gamma_{00} M_x - \delta_{00} P_{0y} + \delta_{0i} P_{iy} + \delta_{0k} P_{ky}, \\ \varphi_y = \gamma_{00} M_y + \delta_{00} P_{0x} - \delta_{0i} P_{ix} - \delta_{0k} P_{kx}; \end{cases}$$

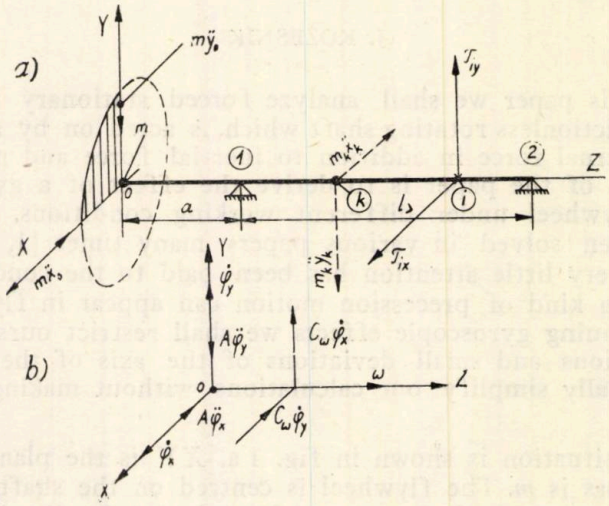


Fig. 1

(3 ab)
$$\begin{cases} x_k = -\delta_{k0} M_y + \alpha_{ki} P_{ix} - \alpha_{k0} P_{0x} + \alpha_{kk} P_{kx}, \\ y_k = \delta_{k0} M_x + \alpha_{ki} P_{iy} - \alpha_{k0} P_{0y} + \alpha_{kk} P_{ky}. \end{cases}$$

In equations (2 abcd), (3 ab) we assume all influence factors positive ($\alpha_{mn} > 0$).

For simplicity we shall investigate the case when $m_k = 0$. The equations (2 abcd) assume the form:

(3 abcd)
$$\begin{cases} x_0 = \beta_{00} M_y + \alpha_{00} P_{0x} - \alpha_{0i} P_{ix}, \quad y_0 = -\beta_{00} M_x + \alpha_{00} P_{0y} - \alpha_{0i} P_{iy}, \\ \varphi_x = \gamma_{00} M_x - \delta_{00} P_{0y} + \delta_{0i} P_{iy}, \quad \varphi_y = \gamma_{00} M_y + \delta_{00} P_{0x} - \delta_{0i} P_{ix}. \end{cases}$$

Equations (3 ab) are then superfluous. We set:

$$x_0 + jy_0 = z_0, \quad M_x + jM_y = M, \quad P_{ix} + jP_{iy} = P_i,$$

$$\varphi_x + j\varphi_y = \Phi, \quad P_{0x} + jP_{0y} = P_0, \quad j = \sqrt{-1}.$$

Multiplying (4 b) and (4 d) by j and adding them to (4 a) or (4 c) we obtain:

(5 ab) $$z_0 = -j\beta_{00} M + \alpha_{00} P_0 = \alpha_{0i} P_i, \quad \Phi = \gamma_{00} M + j\delta_{00} P_0 - j\delta_{0i} P_i.$$

According to (1 ab) we may write:

$$M = M_x + jM_y = -C\omega\dot{\varphi}_y - A\ddot{\varphi}_x + jC\omega\dot{\varphi}_x - jA\ddot{\varphi}_y = jC\omega\dot{\Phi} - A\ddot{\Phi}$$

and therefore:

(6) $$M = jC\omega\dot{\Phi} - A\ddot{\Phi}.$$

Similarly from (1 cd) we have:

$$P_0 = P_{0x} + jP_{0y} = -m\ddot{x}_0 - jm\ddot{y}_0 = -m\ddot{z}_0.$$

and hence:

(7) $$P_0 = -m\ddot{z}_0.$$

Substituting (6), (7) in (5 ab) we find:

(8 ab) $$\begin{cases} j\beta_{00} A\ddot{\Phi} + \beta_{00} C\omega\dot{\Phi} - z_0 - \alpha_{00} m\ddot{z}_0 = \alpha_{0i} P_i, \\ j\gamma_{00} A\ddot{\Phi} + \gamma_{00} C\omega\dot{\Phi} + j\Phi - \delta_{00} m\ddot{z}_0 = \delta_{0i} P_i. \end{cases}$$

Les us further assume that:

(9) $$P_i = P_{\nu i} \exp(j\nu\omega t),$$

so that the particular solution of (8 ab) will similarly be:

(10 ab) $$z_0 = z_{0\nu} \exp(j\nu\omega t), \quad \Phi = \Phi_\nu \exp(j\nu\omega t).$$

Then we must have:

(11 ab) $$\begin{cases} j\Phi_\nu \beta_{00} \nu\omega^2 (C - \nu A) - z_{0\nu} (1 - \alpha_{00} m\nu^2 \omega^2) = \alpha_{0i} P_{\nu i}, \\ j\Phi_\nu [1 + \gamma_{00} \omega^2 \nu (C - \nu A)] + z_{0\nu} \delta_{00} m\nu^2 \omega^2 = \delta_{0i} P_{\nu i}. \end{cases}$$

(The unknown quantities are the amplitudes $z_{0\nu}$ and Φ_ν).

Let us denote the determinant of the system of equations (11 ab) by Δ; evidently

(12) $$\Delta = j \begin{vmatrix} \beta_{00} \omega^2 \nu (C - \nu A) & \alpha_{00} m\nu^2 \omega^2 - 1 \\ 1 + \gamma_{00} \omega^2 \nu (C - \nu A) & \delta_{00} m\nu^2 \omega^2 \end{vmatrix}.$$

Further let:

$$D_{z0} = \mathrm{j} P_{\nu i} \begin{vmatrix} \beta_{00}\omega^2\nu\,(C-\nu A) & \alpha_{0i} \\ 1+\gamma_{00}\omega^2\nu\,(C-\nu A) & \delta_{0i} \end{vmatrix}, \tag{13}$$

$$D_{\Phi} = P_{\nu i} \begin{vmatrix} \alpha_{0i} & \alpha_{00} m\nu^2\omega^2 - 1 \\ \delta_{0i} & \delta_{00} m\nu^2\omega^2 \end{vmatrix}. \tag{14}$$

Jf $\Delta = 0$ without D_{Φ}, D_{z0} vanishing simultaneously, $z_{0\nu}$ and Φ_{ν} will increase above all bounds. We must then have:

$$\omega^4\nu^3 m\,(C-\nu A)\,(\beta_{00}\delta_{00}-\alpha_{00}\gamma_{00}) - \omega^2\,[\alpha_{00} m\nu^2 - \gamma_{00}\nu\,(C-\nu A)] + 1 = 0,\ldots, \tag{15}$$

or arranging the members according to the powers of ν:

$$\begin{aligned} &\nu^4\omega^4 mA\,(\beta_{00}\delta_{00} - \alpha_{00}\gamma_{00}) - \nu^3\omega^4 mC\,(\beta_{00}\delta_{00} - \alpha_{00}\gamma_{00}) + \\ &+ \nu^2\omega^2\,(\alpha_{00} m + \gamma_{00} A) - \nu\omega^2\gamma_{00} C - 1 = 0. \end{aligned} \tag{16}$$

Equation (15) which is biquadratic with regard to ω has different roots ω according to whether $C \gtrless \nu A$ and according to the signs of the factors in square brackets in equation (15).

If $C = \nu A$ i. e. $\nu = C/A$ we must have $\nu\omega = 1/\sqrt{\alpha_{00} m}$. The angular velocity of parallel synchronous precession follows from (15) if we set $\nu = 1$; the angular velocity of antiparallel precession corresponds to $\nu = -1$.

Let us introduce the substitution $\nu\omega = \Omega$, then (16) will assume the form:

$$\begin{aligned} &\Omega^4 mA\,(\alpha_{00}\gamma_{00} - \beta_{00}\delta_{00}) - \Omega^3 mC\omega\,(\alpha_{00}\gamma_0 - \beta_{00}\delta_{00}) - \\ &- \Omega^2\,(\gamma_{00} A + m\alpha_{00}) + \Omega\gamma_{00} C\omega + 1 = 0. \end{aligned} \tag{16 a}$$

In order to estimate the order of magnitude and the significance of the individual quantities and factors in (16 a) we calculate:

$$\begin{cases} \alpha_{00} = a^3/(3EI) + a^2 l/(3EI), & \beta_{00} = a^2/(2EI) + al/(3EI), \\ \gamma_{00} = a/(EI) + l/(3EI), & \delta_{00} = a^2/(2EI) + al/(3EI). \end{cases} \tag{16 bcde}$$

In these formulae EI is the flexural rigidity of the shaft, a – the lenght of the free end and l — the lenght of the shaft between the bearings. We evidently have:

$$\alpha_{00}\gamma_{00} - \beta_{00}\delta_{00} = [a^3/(3E^2I^2)]\,(a/4 + l/3) \overset{!}{=} \varepsilon > 0. \tag{16 f}$$

Now we calculate the angular velocity ω from equation (16 a); then

$$\omega = [\Omega^4 mA\varepsilon - \Omega^2\,(\gamma_{00} A + \alpha_{00} m) + 1]/(\Omega^3 mC\varepsilon - \Omega\gamma_{00} C). \tag{16 g}$$

Formula (16 g) gives the relation between the angular velocity of: the rotation ω and the angular velocity $\Omega = \nu\omega$ of the rotation of the vector P_i for resonance. Thus Ω is also a proper frequency of the system and hence a proper value of the given problem. For the system

to be stable ω is given, all four roots $\Omega_{1,\ldots,4}$ of equation (16a) must be real. If under any conditions complex or pure imaginary roots were possible, the system would be unstable.

3. F. M. Dimentberg (*l. c.*, pp. 70, 71) plotted the relation between ω and Ω for two special and numerical given cases. He did not deal with the problem of whether instability could set in. Here we wish deal with this problem more generally and in more detail. We start from equation (16g).

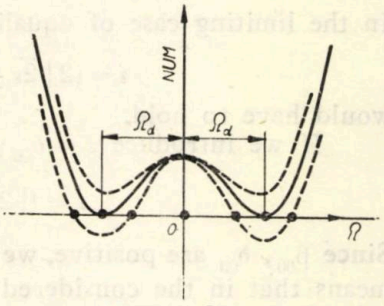


Fig. 2

First of all we can see that the numerator in (16g) varies with Ω in the way generally shown by Fig. 2.

The limiting case is reached when the numerator has a double root for Ω i. e.:

$$\Omega_{1,\ldots,4} = \pm \sqrt{(\gamma_{00} A + \alpha_{00} m)/(2mA\varepsilon)} = \pm \Omega_d . \tag{16h}$$

Then the curve showing the numerator as a function of Ω will be tangent to the Ω-axis. The condition for this double root to exist is:

$$(\gamma_{00} A + \alpha_{00} m)^2 - 4mA\varepsilon = 0$$

i. e.:

$$(\gamma_{00}/\sqrt{\varepsilon})\sqrt{A/m} + (\alpha_{00}/\sqrt{\varepsilon})\sqrt{m/A} = 2. \tag{16i}$$

If the left side is greater than 2, the curve in fig. 2 will intersect the Ω-axis four times. The corresponding roots are then:

$$\Omega_{1,\ldots,4} = \pm (\Omega_d^2 \pm \sqrt{\Omega_d^4 - 1/(mA\varepsilon)})^{1/2}. \tag{16j}$$

($\Omega_{1,\ldots,4}$ are the proper angular velocities for $\omega = 0$).

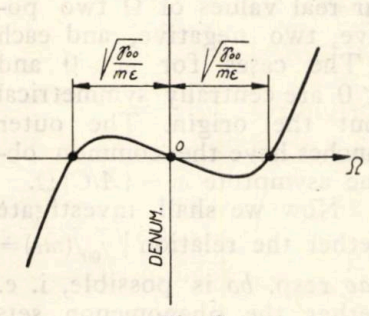


Fig. 3

Similarly plotting the denumerator in equation (16c) as a function of Ω we obtain Fig. 3. The curve passes through the origin O and intersects the Ω-axis in points with abscissas

$$\Omega_{1,2} = \pm \sqrt{\gamma_{00}/(m\varepsilon)}.$$

The angular velocity ω is then given by the ratio of corresponding ordinates in Fig. 2 and 3. It is evident that in all cases the first condition for Ω to be real for given ω is that the curve in Fig. 2 should intersect the Ω-axis. Thus the first condition for the solution to be stable is that the inequality:

$$(\gamma_{00}/\sqrt{\varepsilon})\sqrt{A/m} + (\alpha_{00}/\sqrt{\varepsilon})\sqrt{m/A} > 2 \tag{16k}$$

be satisfied.

If we denote $A/m = i^2/2$ we may write instead of (16 k) the inequality:

$$\gamma_{00}\, i/(\sqrt{2\varepsilon}) + \alpha_{00}\sqrt{2}/(i\sqrt{\varepsilon}) > 2$$

or:

$$\gamma_{00}\, i + 2(\alpha_{00}/i) > 2\sqrt{2\varepsilon}\,. \tag{16 l}$$

In the limiting case of equality the relation:

$$i = (2\sqrt{2\varepsilon} \pm \sqrt{8\varepsilon - 8\alpha_{00}\gamma_{00}})/(2\gamma_{00})$$

would have to hold.

If we introduce $\varepsilon = \alpha_{00}\gamma_{00} - \beta_{00}\delta_{00}$ (see (16 f)), we have:

$$i = (\sqrt{2\varepsilon} \pm \sqrt{-2\beta_{00}\delta_{00}})/\gamma_{00}\,.$$

Since β_{00}, δ_{00} are positive, we obtain the complex expression for i, which means that in the considered case the curve in Fig. 2 will intersect the axis always four times.

4. The condition for the mentioned curve to intersect the Ω-axis is necessary for stability, however it is not sufficient. The further necessary condition is that the mutual position of two curves in Fig. 2 and Fig. 3 should be such as shown in Fig. 4. This means that the relation:

$$\overline{ao} < \sqrt{\gamma_{00}/(m\varepsilon)} < \overline{bo} \tag{16 m}$$

must hold, for only then the simple branches of the curves giving the relation between ω and Ω, appear. There will be a unique correspodence between four real values of Ω two positive, two negative, and each ω. The cases for $\omega > 0$ and $\omega < 0$ are centrally symmetrical about the origin. The outer branches have the common oblique asymptote $\omega = (A/C)\,\Omega$.

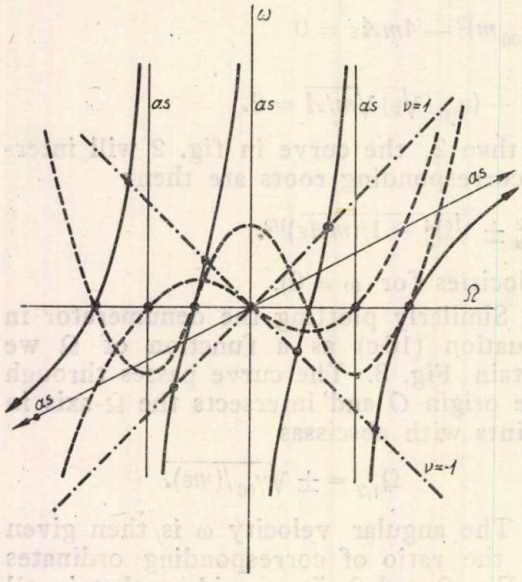


Fig. 4

Now we shall investigate whether the relation $\sqrt{\gamma_{00}/(m\varepsilon)} = \overline{ao}$ resp. $\overline{bo}$ is possible, i. e. whether the phenomenon sets in on the limit of stability. In this case we should have the relations:

$$[\gamma_{00}/(m\varepsilon)]_{1,2} = \Omega_d \pm \sqrt{\Omega_d^4 - 1/(mA\varepsilon)}$$

or:

$$[\gamma_{00}/(m\varepsilon)]^2 - 2\Omega_d^2\,[\gamma_{00}/(m\varepsilon)] + 1/(mA\varepsilon) = 0.$$

Substituting for Ω_d from (16 h) after some manipulations we obtain:

$$[\gamma_{00} A/(mA\varepsilon)]^2 - [(\gamma_{00} A + \alpha_{00} m)/(mA\varepsilon)]\,[(\gamma_{00} A/(mA\varepsilon)] + 1/(mA\varepsilon) = 0,$$

so that we should obtain $\gamma_{00}\alpha_{00} = \varepsilon$ which by definition of ε is not possible for $\beta_{00}\delta_{00} \neq 0$.

We thus reach the conclusion that the condition (16 m) will always be fulfilled and that the characteristic curves will always have a form as in Fig. 4. Instability can never set in.

For calculation of angular velocity of synchronous parallel or opposite precession we have the formula derived from (15) for:

$$(17)\quad \omega_{s,p} = \left\{ \frac{\alpha_{00} m \mp \gamma_{00}(C \mp A) \pm \{[\alpha_{00} m \mp \gamma_{00}(C \mp A)]^2 \pm 4m\varepsilon(C \mp A)\}^{1/2}}{\mp 2m\varepsilon(C \mp A)} \right\}^{1/2}.$$

The upper signs (exc. $\pm$) employ to parallel precession and the lower to opposite precession.

5. The above case corresponds to the situation in which the rotation of the shaft is governed by a determined force, the bearer of which rotates about the axis of the shaft with the velocity $\nu\omega$. Let us now investigate what happens if the shaft is excited by a harmonically variable force $P_{i\sim}$ the bearer of which has a constant direction in space, which coincides with the X-axis. The force $P_{i\sim}$ may be expressed by the formula:

$$P_{i\sim} = P_{i\nu}\,[\exp(j\nu\omega t) + \exp(-j\nu\omega t)]/2,$$

so that we may obtain the solution for this case from the former case by a superposition of both solutions, one of which corresponds to ν and the other to $-\nu$. Thus for instance for deflection $z_{0\nu}$ we have:

$$z_{0\nu} = P_{i\nu}\{[D_{z0}(\nu)/\Delta(\nu)]\exp(j\nu\omega t) + [D_{z0}(-\nu)/\Delta(-\nu)]\exp(-j\nu\omega t)\}/2.$$

The free end of the shaft will then describe an ellipse for in general we have:

$$D_{z0}(\nu)/\Delta(\nu) \neq D_{z0}(-\nu)/\Delta(-\nu).$$

Only if $C = 0$ and $A = 0$ we shall have $D_{z0}(\nu) = D_{z0}(-\nu)$ and also $\Delta(\nu) = \Delta(-\nu)$ so that:

$$z_{0\nu} = P_{i\nu}\,[D_{z0}(\nu)/\Delta(\nu)]\cos\nu\omega t.$$

The free end of the rotating shaft will then vibrate in space in the same plane as that containing the exciting force since there is no other coupling between the mouvement in the ZX and ZY planes.

By exciting with a harmonically variable force resonance will set in, if the angular velocity of rotation ω satisfies one of the following two conditions:

(16 ab) $$\Delta(\nu) = 0 \quad \text{resp.} \quad \Delta(-\nu) = 0.$$

In the special case when $\nu = 1$, the satisfying of one of the two equations (19 ab) means that the resonance frequency ω is equal to either the frequency of the parallel or the opposite precession.

If there are no gyroscopic effects (i. e. for $C = 0$, $A = 0$) then owing to the variable force of constant direction resonance will set in if:

$$\omega = (1/\nu)\,(1/\sqrt{\alpha_{00}\, m}).$$

Let us now find the critical revolutions on a shaft with one flywheel fixed freely with an excentricity e. The basic equations are (cf. (8 ab)):

$$\text{(20 ab)} \qquad \begin{cases} \mathrm{j}\beta_{00} A\ddot{\Phi} + \beta_{00} C\omega\dot{\Phi} - z_0 - \alpha_{00} m\ddot{z}_0 = \alpha_{00} m\ddot{e}, \\ \mathrm{j}\gamma_{00} A\ddot{\Phi} + \gamma_{00} C\omega\dot{\Phi} + \mathrm{j}\Phi - \delta_{00} m\ddot{z}_0 = \delta_{00} m\ddot{e}. \end{cases}$$

If $e = e_0 \exp(\mathrm{j}\omega t)$, particular integrals of that equations are:

$$\Phi = \Phi_0 \exp(\mathrm{j}\omega t), \quad z_0 = Z_0 \exp(\mathrm{j}\omega t).$$

For the amplitudes Φ_0 and Z_0 similar equations as (11 ab) hold. The determinant of the system of two equations is the same as (12) so that the condition for the critical angular velocity will be the same as (15) if we set $\nu = 1$.

6. Finally we shall find the critical revolutions of the shaft from Fig. 5. On the shaft there is a flywheel of mass m fixed freely and a particle of mass m_k. To determine the critical revolutions we use the equations (cf. (2 abcd), (3 ab)):

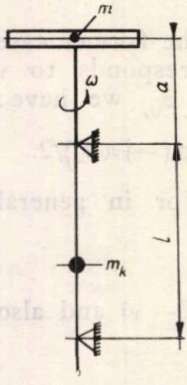


Fig. 5

$$x_0 = \beta_{00} M_y + \alpha_{00} P_{0x} + \alpha_{0k} m_k \ddot{x}_k,$$

$$y_0 = -\beta_{00} M_x + \alpha_{00} P_{0y} + \alpha_{0k} m_k \ddot{y}_k,$$

$$x_k = -\delta_{k0} M_y - \alpha_{k0} P_{0x} - \alpha_{kk} m_k \ddot{x}_k,$$

$$y_k = \delta_{k0} M_x - \alpha_{k0} P_{0y} - \alpha_{kk} m_k \ddot{y}_k,$$

$$\varphi_x = \gamma_{00} M_x - \delta_{00} P_{0y} - \delta_{0k} m_k \ddot{y}_k,$$

$$\varphi_y = \gamma_{00} M_y + \delta_{00} P_{0x} + \delta_{0k} m_k \ddot{x}_k.$$

These six equations may be transformed to three equations with the aid of former substitutions for M, P_0, z_0, Φ, z_k; for z_k we have $z_k = x_k + \mathrm{j}y_k$. We thus obtain the equations:

$$z_0 = -\mathrm{j}\beta_{00} M + \alpha_{00} P_0 + \alpha_{0k} m_k \ddot{z}_k, \quad \Phi = \gamma_{00} M + \mathrm{j}\delta_{00} P_0 + \mathrm{j}\delta_{0k} m_k \ddot{z}_k,$$

$$z_k = \mathrm{j}\delta_{k0} M - \alpha_{k0} P_0 - \alpha_{kk} m_k \ddot{z}_k.$$

We introduce now relations (6), (7) into these equations and we obtain:

$$(21\text{ abc})\quad \begin{cases} \mathrm{j}\,\beta_{00} A\ddot{\Phi} + \beta_{00} C\omega\,\dot{\Phi} - z_0 - \alpha_{00} m \ddot{z}_0 + \alpha_{0k} m_k \ddot{z}_k = 0, \\ \mathrm{j}\,\gamma_{00} A\ddot{\Phi} + \gamma_{00} C\omega\,\dot{\Phi} + \mathrm{j}\Phi - \delta_{00} m \ddot{z}_0 + \delta_{0k} m_k \ddot{z}_k = 0, \\ \mathrm{j}\,\delta_{k0} A\ddot{\Phi} + \delta_{k0} C\omega\,\dot{\Phi} - \alpha_{k0} m\ddot{z}_0 + z_k + \alpha_{kk} m_k \ddot{z}_k = 0. \end{cases}$$

In order to find integrals of the type:

$$(22\text{ abc})\qquad \Phi = \Phi_0 \exp(\mathrm{j}\nu\omega t),\quad z_0 = Z_0 \exp(\mathrm{j}\nu\omega t),\quad z_k = Z_k \exp(\mathrm{j}\nu\omega t)$$

and the corresponding amplitudes Φ_0, Z_0, Z_k, we introduce the expressions (22 abc) into (21 abc). For the amplitudes we then find the following linear equations:

$$(23\text{ abc})\quad \begin{cases} \mathrm{j}\,\beta_{00}\nu\omega^2\Phi_0 (C - \nu A) - Z_0(1 - m\alpha_{00}\nu^2\omega^2) - Z_k m_k \alpha_{0k}\nu^2\omega^2 = 0, \\ \mathrm{j}\,\Phi_0[\gamma_{00}\nu\omega^2(C - \nu A) + 1] + Z_0 m\delta_{00}\nu^2\omega^2 - Z_k m_k \delta_{0k}\nu^2\omega^2 = 0, \\ \mathrm{j}\,\Phi_0\delta_{k0}\nu\omega^2(C - \nu A) + Z_0 m\alpha_{k0}\nu^2\omega^2 + Z_k(1 - m_k\alpha_{kk}\nu^2\omega^2) = 0. \end{cases}$$

These equations are homogenous with respect to unknown quantities $\mathrm{j}\Phi_0, Z_0, Z_k$. This means that either the trivial case sets in when all amplitudes vanish or the amplitudes are different from zero, which will be the case if the equations (23 abc) are mutually linearly dependent i. e. if the determinant of the factors at the unknown amplitudes in equations (23 abc) equals zero. The determinant in question is:

$$(24)\qquad \begin{vmatrix} \beta_{00}\nu\omega^2(C - \nu A) & m\alpha_{00}\nu^2\omega^2 - 1 & m_k\alpha_{0k}\nu^2\omega^2 \\ \gamma_{00}\nu\omega^2(C - \nu A) + 1 & m\delta_{00}\nu^2\omega^2 & m_k\alpha_{kk}\nu^2\omega^2 \\ \delta_{k0}\nu\omega^2(C - \nu A) & m\alpha_{k0}\nu^2\omega^2 & m_k\alpha_{kk}\nu^2\omega^2 - 1 \end{vmatrix} = 0.$$

From (24) we may calculate either $\nu\omega$ if ω is given or ω if $\nu\omega$ is prescribed. For ω the equation is triquadratic.

A special case sets in if $C = \nu A$. The condition (24) is then reduced to the form:

$$(25)\qquad \begin{vmatrix} 1 - m\alpha_{00}\nu^2\omega^2 & m_k\alpha_{0k}\nu^2\omega^2 \\ m\alpha_{k0}\nu^2\omega^2 & 1 - m_k\alpha_{kk}\nu^2\omega^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Denoting by Ω the proper frequency of the shaft with two particles m, m_k at the points θ and k we have evidently in this exceptional case (when $C = \nu A$) $\nu\omega = \Omega$.

As long as ν has a certain value we find from (25) in general three different values of ω (no distinction is made between the sense of ω!). If $\nu = \pm 1$ then we have either parallel or antiparallel precession. The corresponding critical velocity is then found from (23) by setting $\nu = \pm 1$.

The problem is substantially simplified if there is only one flywheel on the shaft $m_k = 0$. We then obtain a case which we solved at the beginning of this paper.

7. In conclusion we may say on the basis of the cases analyzed above that in forced rotating vibration a certain „proper frequency" $\Omega = \nu\omega$ will appear only if an exciting force rotates with the angular velocity $\nu\omega$. If the excitation is caused only by centrifugal forces of unbalanced masses on the shaft, $\nu = 1$ and only parallel synchronous precession need be considered. The excitation by a harmonically variable force with the constant direction in space is equivalent to excitation by two forces rotating synchronous opposite about the axis of the shaft.

Academy of Sciences, Prague,
Czechoslovak Socialist Republic

Received the 24 I 1962

REFERENCES

1. Диментберг Ф. М., *Изгибные колебания вращающихся валов.* Изд. АН СССР, М., 1959.

ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ ВАЛОВ СО СВОБОДНО НАДЕТОЙ ШАЙБОЙ

(Резюме)

Исследуется задача изгибных колебаний вращающихся валов со свободно надетой шайбой. Главная цель работы — установить гироскопический момент свободно надетой шайбы, принимая во внимание различные рабочие условия.

Отмечается, что подобные задачи рассматривались (см., напр., [1]), но не уделялось внимание определению условий заставляющих свободно надетую шайбу приходить в прецессионное движение определенного вида.

Допущения малости некоторых величин не умаляют строгости полученных выкладок.

VIBRAŢII FLEXIONALE ALE ARBORILOR ÎN ROTAŢIE PREVĂZUŢI CU UN DISC LIBER

(Rezumat)

În lucrare se analizează problema vibraţiilor flexionale staţionare forţate ale unui arbore în rotaţie fără frecare, supus la o forţă exterioară periodică variabilă precum şi la forţa de inerţie şi momente.

Scopul principal al lucrării constă în deducerea efectului momentului giroscopic al unui disc liber situat pe arbore, ţinîndu-se seamă de condiţiile de lucru. Se menţionează că astfel de probleme au fost studiate (de ex. [1]), însă nu s-a acordat atenţie condiţiilor care fac ca discul liber să capete o mişcare de precesie de un anume fel. Fără a se pierde din rigoarea necesară, s-au făcut unele supoziţii restrictive relative la mărimea neglijabilă a flexionării şi la mărimea deviaţiei axei arborelui.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 539.41

ASUPRA CALCULULUI LUCRULUI MECANIC ELASTIC ÎNMAGAZINAT ÎNTR-O BARĂ CURBĂ

DE

VICTOR BAUŞIC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9–11 noiembrie 1962

Calculul lucrului mecanic elastic înmagazinat într-o bară curbă plană încărcată cu forţe axiale şi momente încovoietoare în planul barei, se efectuează [1], [2] pornind de la lucrul mecanic ce produce translaţia şi rotirea secţiunii. De exemplu [1] lucrul mecanic ce produce translaţia secţiunii este:

$$\mathrm{d}L_1 = \frac{1}{2} N \Delta \mathrm{d}s_0 = \frac{1}{2} [N/(EA)] (N + M/R_m) \mathrm{d}s_0,$$

iar lucrul mecanic ce produce rotirea secţiunii:

$$\mathrm{d}L_2 = \frac{1}{2} M \Delta \mathrm{d}\varphi = [M/(2AER_m)] [N + M/R_m + M/(kR_m)] \mathrm{d}s_0,$$

lucrul mecanic total pe secţiune fiind:

$$\mathrm{d}L = \mathrm{d}L_1 + \mathrm{d}L_2 = [1/(2EA)] [N^2 + M^2 (k + 1)/(R_m^2 k) + 2MN/R_m] \mathrm{d}s_0.$$

Rezultă că lucrul mecanic elastic înmagazinat în bară este:

$$L = \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{EA} \mathrm{d}s_0 + \int \frac{MN}{R_m EA} \mathrm{d}s_0 + \frac{1}{2} \int \frac{M^2 (k + 1)}{EAR_m^2 k} \mathrm{d}s_0. \tag{1}$$

În cele ce urmează ne propunem să arătăm că relaţia:

$$L = \iiint \frac{\sigma^2}{2E} \mathrm{d}v, \tag{2}$$

la deducerea căreia nu s-a impus nici o condiţie în legătură cu forma barei, permite calculul lucrului mecanic elastic înmagazinat într-o bară curbă, într-un mod mult mai general.

Efortul unitar normal într-o fibră oarecare (situată la o distanţă y de axa barei) a unei bare curbe plane este [1]:

$$\sigma = \{N + M/R_m + M/(R_m k)\,[y/(R_m + y)]\}/A. \tag{3}$$

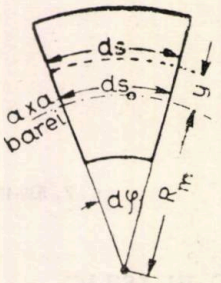


Fig. 1

Introducînd în (2) rezultă:

$$L = \frac{1}{2}\iiint \frac{1}{EA^2}\left[N^2 + \frac{M^2}{R_m^2} + \frac{M^2 y^2}{R_m^2 k^2 (R_m + y)^2} + \frac{2NM}{R_m} + \right. \tag{4}$$
$$\left. + \frac{2NMy}{R_m k (R_m + y)} + \frac{2M^2 y}{R_m^2 k (R_m + y)}\right] dv.$$

Făcînd: $dv = dA\,ds$; $ds = (R_m + y)\,d\varphi$ și $ds_0 = R_m d\varphi$, vom avea: $dv = [(R_m + y)/R_m]\,dA\,ds_0$ și relația (4) devine:

$$L = \frac{1}{2}\left\{\int \frac{N^2}{EA^2} ds_0 \iint \frac{R_m + y}{R_m} dA + \int \frac{M^2}{R_m^2 EA^2} ds_0 \iint \frac{R_y + y}{R_m} dA + \right.$$
$$+ \int \frac{M^2}{R_m^2 k^2 EA^2} ds_0 \iint \frac{y^2}{R_m (R_m + y)} dA + \int \frac{2MN}{R_m EA^2} ds_0 \iint \frac{R_m + y}{R_m} dA + \tag{5}$$
$$\left. + 2\int \frac{NM}{R_m EA^2} ds_0 \iint \frac{y}{R_m} dA + 2\int \frac{M^2}{R_m^2 kEA^2} ds_0 \iint \frac{y}{R_m} dA\right\}.$$

Ținînd seama că

$$\iint y\,dA = 0, \tag{6}$$

iar după (3) avem:

$$\iint \frac{y^2}{R_m (R_m + y)} dA = kA, \tag{7}$$

rezultă (1).

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de rezistența materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Nădășan Șt., *Rezistența materialelor.* Vol. **III**, Ed. tehn., Buc., 1961, pp. 105—106.
2. Беляев Н. М., *Сопротивление материалов.* М.—Л., 1953, стр 604—605.
3. Teodorescu C. C., *Curs de Rezistența materialelor.* Ed. II, Impr. C. F. R., Buc., 1945, p. 333.

О РАСЧЕТЕ УПРУГОЙ РАБОТЫ НАКОПЛЯЮЩЕЙСЯ В КРИВОЙ БАЛКЕ

(Резюме)

Применяется для кривых балок общее уравнение (2) упругой работы, вызванной нормальными унитарными усилиями, что приводит к известному уравнению полученному некоторыми частными методами.

SUR LE CALCUL DU TRAVAIL ÉLASTIQUE ACCUMULÉ DANS UNE BARE COURBE

(Résumé)

On applique, pour les bares courbes, l'équation générale (2) du travail élastique produit par les efforts unitaires normaux et on obtient l'expression connue du travail, obtenue par des méthodes particulaires.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

D. C. 621.833

ON THE DYNAMIC LOAD IN CYLINDRICAL GEARS

BY

JAN ODERFELD

1. Introduction

Dynamic load P_d in gears can be defined in the following manner. Denote by P and P_s, respectively, the maximum and the static force between two mating gears, both forces being measured in the direction tangent to the pitch circle. Then, by definition, $P_d = P - P_s$.

Dynamic load in cylindrical gears has been investigated at least for 30 years by experimenters in many countries. Generally known are the results obtained by E. Buckingham in U.S.A., A. Petrusewicz in Soviet Union, H. Retting and G. Niemann in Germany and by many other investigators. Between 1955 and 1960 a very extensive research in this field was carried on by A. Morecki in Poland.

Notwithstanding the immense amount of accumulated facts the situation seems not to be quite clear. Among many questions not definitely solved may be that the most important is the relation between the dynamic load P_d and the pitch velocity v.

In 1961 A. Morecki [1] has found an empirical relation:

$$P_d = \begin{cases} A_1 v & \text{for } v \leqslant v_0, \\ A_2 & \text{for } v > v_0, \end{cases} \tag{1}$$

where A_1, A_2 and v_0 are constants depending on many factors, for ex. on the dimensions of the gears, the mean pitch error, the dynamical parameters of the gears, the statical load etc.

Function (1) may be represented by a broken line (cf. Fig. 1 a).

Trying to explain the character of the function (1) Morecki conjectures: „presumably one of its causes is the short time of engagement of teeth and change of some of elastic constants by great velocities of impact".

In the earlier experiments of G. Niemann the following type of relation has been proposed:

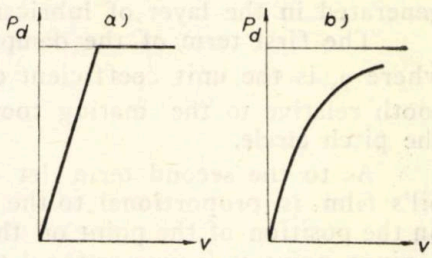


Fig. 1

$$P_d = A_3 v / \sqrt{v^2 + A_4}, \tag{2}$$

where A_3 and A_4 depend on stiffness and mass of the gear train and on the mean pitch error but not on the statical load.

A graphical representation of formula (2) is shown in Fig. 1 b. It is seen that for small velocities the relation is very nearly linear; for great velocities there exists an asymptotic limit.

Formula (2) is quoted in the text-book on gears published in 1959 by K. Ochedusz ko [2], where the following explanation is attributed to Niemann: „...dynamic load is approximately proportional to the velocity up to a certain limiting value; above it the teeth are not given enough time to disengage so that a further increasing of velocity causes only a slight increase of dynamic load".

In a recent text-book published by G. Niemann in 1961 (cf. [3, p. 116]), a graphical relation between P_d and v is given in the form of a family of curves. It is recommended by Niemann as a first approximation for spur and helical gears. The choice of a curve depends on the dimensions of the gear, on the error and on the statical load. For small static loads the shape of curves is similar to that shown in Fig. 1 b and for great statical loads, in Fig. 1 a.

It is not my intention to review opinions of other investigators; in the majority of cases they agree with the statements exposed in the quoted references but they do not explain satisfactorily the type of experimental relation between P_d and v.

The aim of this Note is to deduce the form of the relation in question from a simple model.

2. Model

The following assumptions are made: a) changes of the dynamic load can be described as a transcient process ruled by a linear differential equation; b) the damping factor is a linear function of the pitch velocity; c) the load is applied in the form of a short rectangular impulse; d) the dynamic parameters of the system (stiffness and masses) are constant.

The model is a very crude one and each of the four assumptions could be easily refined at the cost of complications in the mathematical analysis. This is not necessary in our case and only a heuristic discussion of the assumptions will be made.

Assumption a) is justified by the known fact that linear models often give a satisfactory approximation if only the value of damping is selected in a judicious manner.

Assumption b) is based on the hypothesis that some damping is caused by the internal friction in the material of gears and another is generated in the layer of lubricant separating the teeth.

The first term of the damping factor will be represented by $\varrho_0 \dot{x}$, where ϱ_0 is the unit coefficient of damping and $\dot{x}$ – the velocity of the tooth relative to the mating tooth taken in the direction tangent to the pitch circle.

As to the second term let us consider that the pressure in the oil's film is proportional to the sliding velocity. This velocity depends on the position of the point on the path of contact of two teeth but for a given point it is proportional to the pitch velocity v. Introducing for the sake of simplicity a mean sliding velocity α_v and bearing in mind that the damping factor is proportional to the pressure and hence (with a coefficient β) to the mean sliding velocity and to the value $\dot{x}$ defined as above, we can represent the second term of the damping

factor in the form $\beta\alpha v\dot{x} = k_1 v\dot{x}$, where k_1 is constant for a given set of conditions (dimensions of the teeth, error, static load, viscosity, etc.).

Eventually we represent the damping factor by $(\varrho_0 + k_1 v)\dot{x}$.

Heuristic reasons for adopting the assumption c) are the following. The load is really applied very quickly. Now it is a well known fact that for very short impulses the transcient process is not very sensitive to the deviations of the impulse from the rectangular form. That's why no attempt has been made to improve assumption c) by considering changes in the position of the point of contact and in the repartition of the force among more than one pair of teeth. This repartition would depend on the errors, on the deflection of the teeth, etc.

Little has to be said of the assumption d). In practice (cf. [1, pp. 176, 177]) no influence of the velocity v on the stiffness of the gears has been found. A simple computation shows that such an influence could arise for very great pitch velocities, say higher than 200 m sec^{-1}, which is not the case for the current engineering practice.

3. The transcient process

Denote: t — time measured from the moment of the first contact of the teeth, $x = x(t)$ — linear relative displacement of the teeth measured along the pitch circle and due to the impact, v — constant linear pitch velocity, $\varrho = \varrho_0 + k_1 v$ — factor of damping (here ϱ_0 refers to the internal damping in the material of the gears and k_1 depends on the static load, on the stiffness, dimensions, mass and error of the gears and on the oil's viscosity, $P_d = k_2 x_{max}$ — dynamic load (here k_2 is a constant depending only on the elastic properties of the gears), $k_3 v$ — change of the relative velocity of the teeth measured along the pitch circle and denoting the intensity of a short rectangular impulse (here k_3 depends on the dimensions and on the material of the gears, on the error and on the static load), $f(t, k_3 v)$ — function of the short rectangular impulse of intensity $k_3 v$, $A = -\varrho - \sqrt{\varrho^2 - 1}$, $B = -\varrho + \sqrt{\varrho^2 - 1}$, $(\varrho > 1)$, $\omega/(2\pi)$ — natural frequency of the system's vibrations.

Under assumptions listed in § 2 the differential equation of the system has the well known form:

$$\ddot{x} + 2\varrho\omega\dot{x} + \omega^2 x = f(t, k_3 v),$$

with the initial conditions: $t = 0$, $\dot{x} = 0$, $x = 0$.

The solution of this equation may be found in any text-book on the theory of vibrations. We obtain:

$$(3) \quad x(t) = \begin{cases} [k_3 v/(\omega\sqrt{1-\varrho^2})] \exp(-\varrho\omega t) \sin(\omega\sqrt{1-\varrho^2}\, t), & \text{for } \varrho_0 \leqslant \varrho \leqslant 1, \\ [k_3 v/(2\omega\sqrt{\varrho^2-1})] [\exp(B\omega t) - \exp(A\omega t)], & \text{for } \varrho > 1. \end{cases}$$

From (3) and from the necessary condition of extremum $dx(t)/dt = 0$ it can be easily found that:

$$x_{max} = (k_3 v/\omega) F(\varrho), \tag{4}$$

where

$$F(\varrho) = \begin{cases} \exp\left[-(\varrho/\sqrt{1-\varrho^2}) \operatorname{arc\,tg} (\sqrt{1-\varrho^2}/\varrho)\right], & \text{for } \varrho_0 \leqslant \varrho \leqslant 1, \\ [1/(2\sqrt{\varrho^2-1})]\,(A/B)^{-\varrho/(2\sqrt{\varrho^2-1})}\,[(A/B)^{1/2} - (A/B)^{-1/2}], & \text{for } \varrho \geqslant 1. \end{cases} \tag{5}$$

Remark. Formulas (5) are valid if the maximum of the function (3) is reached before the teeth are disengaged. It is easy to check by a simple calculation that this condition is fulfiled even for the greatest values of the velocity v met in practice. Moreover, this conclusion is confirmed by the oscillograms reproduced in [1].

A few values of function $F(\varrho)$ are given in Table 1.

Table 1

Values of $F(\varrho)$

ϱ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	2	4	$\to\infty$
$F(\varrho)$	1	0,750	0,600	0,502	0,413	0,368	0,324	0,276	0,218	0,118	$\to 1/(2\varrho)$

From (4) and from the definition of P_d:

$$P_d = (k_2 k_3 v/\omega) F(\varrho). \tag{6}$$

Since $\varrho = \varrho_0 + k_1 v$, the formula (6) can be put into the form:

$$P_d [k_1 \omega/(k_2 k_3)] = k_1 v F(\varrho_0 + k_1 v). \tag{7}$$

If $v \to \infty$, then the right side of (7) tends to 1/2 and $P_d \to P_{d,\,max}$. Denote by φ the relative dynamic load defined as $\varphi = P_d/P_{d,\,max}$. Hence:

$$\varphi = 2k_1 v F(\varrho_0 + k_1 v). \tag{8}$$

Thus φ is a function of two variables $k_1 v$ and ϱ_0. This relation has been shown in Fig. 2. It can be seen that for small values of $k_1 v$ the relative dynamic load φ is nearly proportional to the velocity and for great values of $k_1 v$ it tends to a limit. Thus the character of the theoretical formula (8), found in this paper, is similar to that found experimentally and covered by formulas (1) or (2).

Of course I do not recommend my model as an ultimate one. Various possible refinements were discussed in § **2**. It would not be difficult to build them into the model and to arrive to a set of equations describing the improved model. But it would be hopeless to seek for a closed solution and a numerical solution would require at least an estim-

ation of various empirical constants. Such a study would be far beyond the scope of the present paper.

Anyway, the damping in the oil film explains the experimental behaviour of the dynamic load in the gears. The explanation is plausible but is it really true? This question could be answered by an experiment consisting in running a pair of gears without oil; of course care should be taken to remove even traces of lubricant absorbed by the metal. It would not be easy to maintain such conditions especially with high velocities of say 50 m sec^{-1}. However, if the character of the curves shown in Fig. 1 persisted, it would be necessary to examine the whole matter once more.

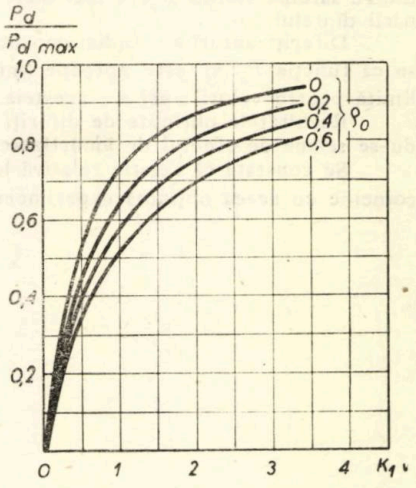


Fig. 2

Another type of experiment, perhaps more realistic, would consist in testing the influence of the oil's viscosity. If our hypothesis is true there should be a distinct influence of the viscosity upon the dynamic load.

Received the 3 V 1962

Polytechnic Institute, Warsaw,
Polish Popular Republic

REFERENCES

1. Morecki A., Archiwum Budowy Maszyn, 1961, **VIII**, *2*, pp. 139—192.
2. Ocheduszko K., *Kola zebate-konstrukcja.* PWT, Warszawa, 1959.
3. Niemann G., *Maschinenelemente.* Bd. **II.** *Getriebe.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961.

О ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

(Резюме)

Динамическая нагрузка P_d определяется в исследованиях касающихся рядов зубчатых колес как разница между максимальной нагрузкой регистрируемой в начальный период зацепления и статической нагрузкой.

Многие авторы изучали экспериментально зависимость между $P_d(v)$ и скоростью v верхушки зуба, причем было установлено, что эта зависимость почти линейна для малых значений v и имеет предел при больших значениях v.

Автор объясняет в этой заметке результаты полученные различными исследователями, принимая во внимание демпфирующий эффект масленной пленки между зубьями. Устанавливается хорошее совпадение между теоретическими выкладами и опытными данными.

ASUPRA SARCINII DINAMICE ÎN ROȚI DINȚATE CILINDRICE

(Rezumat)

Se definește drept sarcină dinamică P_d dintr-un tren de roți dințate diferența dintre sarcina statică și cea mai mare sarcină înregistrată în perioada inițială a angrenării dintelui.

Diferiți autori au studiat dependența între $P_d(v)$ și viteza în vîrf v, constatîndu-se că funcția $P_d(v)$ este aproape liniară pentru valori mici ale vitezei v și posedă o limită pentru valori mari ale acesteia.

Rezultatele obținute de diferiți experimentatori se explică în această Notă, ținîndu-se seama de efectul de amortizare al filmului de ulei între dinți.

Se constată că relația relativă la $P_d(v)$, dedusă pe baza considerațiilor teoretice, coincide cu aceea obținută experimental.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621-592.1

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA PROBLEMEI DESCĂRCĂRII ARBORELUI FRÎNELOR CU DOI SABOŢI EXTERIORI

DE
CRISTIAN LINDE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9–11 noiembrie 1962

1. Introducere

Una din cerinţele de bază impuse frînelor cu doi saboţi exteriori, folosite în construcţia maşinilor de ridicat, este şi evitarea solicitării la încovoiere a arborelui pe care este montată şaiba frînei.

În literatura consultată nu s-a găsit un studiu complet care să stabilească condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească construcţia frînei în vederea obţinerii descărcării arborelui acesteia. Efectuarea unui astfel de studiu alcătuieşte obiectul acestui articol.

Studiul se referă la frînele cu doi saboţi exteriori, montaţi rigid sau articulat, la care: a) forţele de acţionare, aplicate pe capetele libere ale pîrghiilor portsabot, au valori egale şi direcţii paralele între ele (în cele ce urmează se vor folosi denumirile convenţionale de „axă verticală" şi de „axă orizontală" pentru axa şaibei perpendiculară, respectiv paralelă la direcţia forţelor de acţionare); b) saboţii sînt simetrici faţă de axa verticală a şaibei; c) articulaţiile capetelor fixe ale pîrghiilor portsabot, iar în cazul saboţilor montaţi articulat şi articulaţiile acestora, sînt simetric amplasate faţă de axa verticală a şaibei.

Studiul este efectuat pe baza legilor de distribuţie a presiunii dintre saboţi şi şaibă stabilite de către H. Dietz [1], acceptate în literatura de specialitate [2]...[5], neglijîndu-se greutatea proprie a saboţilor şi pîrghiilor portsabot precum şi frecările din articulaţii.

2. Frîna cu saboţi montaţi rigid

a) *Legea de distribuţie a presiunii şi poziţiile forţelor rezultante radială şi de frecare*

Presiunea într-un punct al suprafeţei de lucru a sabotului este:

$$p = p_{max} \sin \alpha, \tag{1}$$

de unde:

$$p_{max} = M_F/(2\mu b R^2 \sin\alpha' \sin\theta). \tag{2}$$

Poziţia forţei rezultante radiale care apare între sabot şi şaibă este determinată de unghiul α_N dat de:

$$\operatorname{tg}\alpha_N = (2\theta - \cos 2\alpha' \sin 2\theta)/(\sin 2\alpha' \sin 2\theta). \tag{3}$$

Poziţia forţei rezultante de frecare care apare între sabot şi şaibă este determinată de raza echivalentă R_e dată de:

$$R_e = R[4 \sin\alpha' \sin\theta/(2\theta - \cos 2\alpha' \sin 2\theta)] \sin\alpha_N . \tag{4}$$

În relaţiile (1)...(4) s-au utilizat următoarele notaţii: α — unghiul care determină poziţia punctului considerat, M_F — momentul de frînare determinat prin acţiunea sabotului, μ — coeficientul de frecare dintre sabot şi şaibă, b — lăţimea suprafeţei de lucru a sabotului, R — raza şaibei, α' — unghiul care determină poziţia mijlocului sabotului, 2θ — unghiul la centrul şaibei corespunzător lungimii sabotului. Unghiurile α, α' şi α_N sînt măsurate luînd ca axă de reper dreapta care trece prin centrul şaibei şi centrul articulaţiei capătului fix al pîrghiei portsabot.

b) *Determinarea încărcării arborelui frînei*

Datorită contactului său cu şaiba, asupra fiecărui sabot acţionează o forţă rezultantă radială (N_1, respectiv N_2) şi o forţă rezultantă de frecare ($F_1=\mu N_1$, respectiv $F_2=\mu N_2$), care se pot compune într-o rezultantă totală (Z_1, respectiv Z_2). Încovoierea arborelui este provocată de forţele

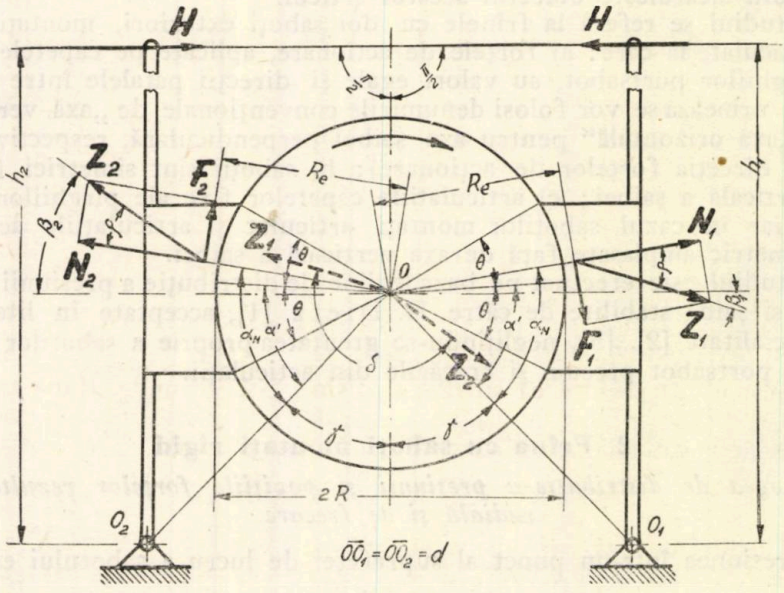


Fig. 1

rezultante totale transmise de saboţi asupra şaibei (forţele Z_1 şi Z_2 trasate cu linie întreruptă) (v. fig. 1).

Unghiul format de direcţiile forţelor rezultante totale care încarcă arborele frînei este $\delta = \pi + \beta_1 - \beta_2$, sau, observînd că $\beta_1 = \varrho - [(\gamma + \alpha_N - \pi/2]$ şi respectiv $\beta_2 = \varrho + (\gamma + \alpha_N) - \pi/2$:

$$\delta = 2\pi - 2(\gamma + \alpha_N). \tag{5}$$

Valorile forţelor rezultante totale sînt: $Z_1 = \sqrt{N_1^2 + F_1^2} = N_1\sqrt{1+\mu^2}$ şi $Z_2 = \sqrt{N_2^2 + F_2^2} = N_2\sqrt{1+\mu^2}$, sau, ţinînd seama de valorile forţelor N_1 şi N_2 determinate din condiţiile de echilibru ale pîrghiilor portsabot respective:

$$Z_1 = H\{h_1/[d\sin\alpha_N - (d\cos\alpha_N - R_e)\mu]\}\sqrt{1+\mu^2} \tag{6}$$

şi

$$Z_2 = H\{h_2/[d\sin\alpha_N + (d\cos\alpha_N - R_e)\mu]\}\sqrt{1+\mu^2}. \tag{7}$$

Toate notaţiile utilizate în acest paragraf sînt indicate în fig. 1.

c) *Stabilirea condiţiilor pentru descărcarea arborelui frînei*

Pentru a evita solicitarea la încovoiere a arborelui frînei (v. fig. 1) este necesar şi suficient ca $\delta = \pi$ şi $Z_1 = Z_2$. Prima condiţie, ţinînd seama de relaţia (5), conduce la:

$$\gamma + \alpha_N = \pi/2. \tag{8}$$

A doua condiţie, ţinînd seama de relaţiile (6) şi (7), conduce la:

$$h_1/h_2 = [d\sin\alpha_N - (d\cos\alpha_N - R_e)\mu]/[d\sin\alpha_N + (d\cos\alpha_N - R_e)\mu]. \tag{9}$$

În cazul general al frînelor la care $\gamma > 0$ (fig. 2) realizarea primei condiţii, exprimată de relaţia (8), conduce la necesitatea folosirii unor saboţi asimetrici faţă de axa orizontală a şaibei, mijloacele lor trebuind să fie deplasate sub această axă. În adevăr, respectînd condiţia (8) relaţia (3) devine:

$$\operatorname{cotg}\gamma = (2\theta - \cos 2\alpha' \sin 2\theta)/(\sin 2\alpha' \sin 2\theta), \tag{10}$$

de unde:

$$\sin(2\alpha' + \gamma)/\sin\gamma = 2\theta/\sin 2\theta.$$

Deoarece $\theta < 0$ rezultă că $\sin(2\alpha' + \gamma)/\sin\gamma > 1$, de unde, după transformări, $2\cos(\alpha' + \gamma)\sin\alpha' > 0$; deoarece $0 < \alpha' < \pi$, rezultă că $\alpha' + \gamma < \pi/2$.

A doua condiţie, exprimată de relaţia (9), capătă la aceste frîne forma:

$$h_1/h_2 = [b - (a - R_e)\mu]/[b + (a - R_e)\mu]. \tag{11}$$

Din examinarea acestei relaţii se constată necesitatea ca: a) la frînele pentru care $a \neq R_e$ (fig. 2 a) să se folosească pîrghii portsabot de

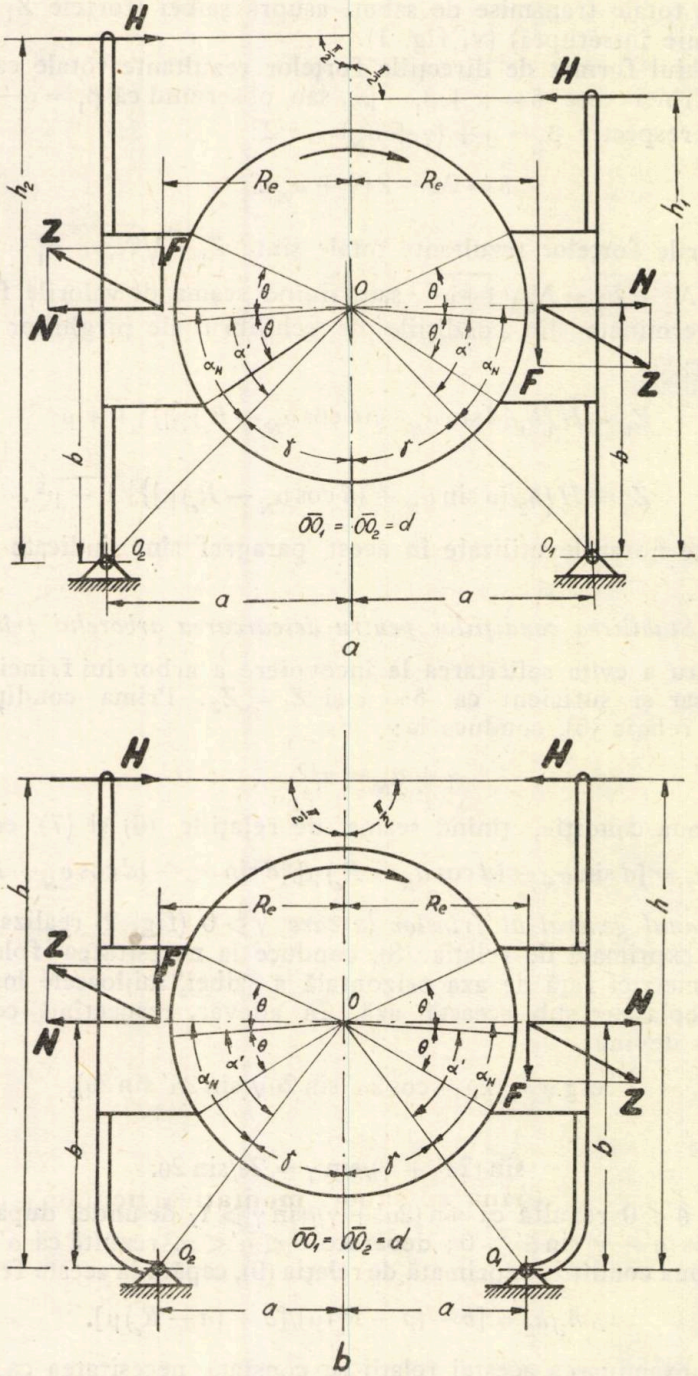

H
H
h_2
h_1
R_e
R_e
Z
F
N
N
F
Z
O
θ
θ
θ
θ
α'
α'
α_H
α_H
γ
γ
b
b
$\overline{OO_1} = \overline{OO_2} = d$
O_2
O_1
a
a
a
H
H
h
h
R_e
R_e
Z
F
N
N
F
Z
O
θ
θ
θ
θ
α'
α'
α_H
α_H
γ
γ
b
b
$\overline{OO_1} = \overline{OO_2} = d$
O_2
O_1
a
a
b

Fig. 2

lungimi diferite; b) la frînele pentru care $a = R_e$ (fig. 2 b) să se folosească pîrghii portsabot de lungimi egale.

În cazul particular al frînei la care $\gamma = 0$ (fig. 3) realizarea primei condiţii, exprimată de relaţia (8), conduce la necesitatea folosirii unor saboţi simetrici faţă de axa orizontală a şaibei. În adevăr, deoarece în acest caz $\alpha_N = \pi/2$, din relaţia (3) rezultă că $\sin 2\alpha' \sin 2\theta = 0$ de unde, ţinînd seama că $0 < \theta < \pi/2$ şi neglijînd soluţia imposibilă $\alpha' = 0$, rezultă că $\alpha' = \pi/2$.

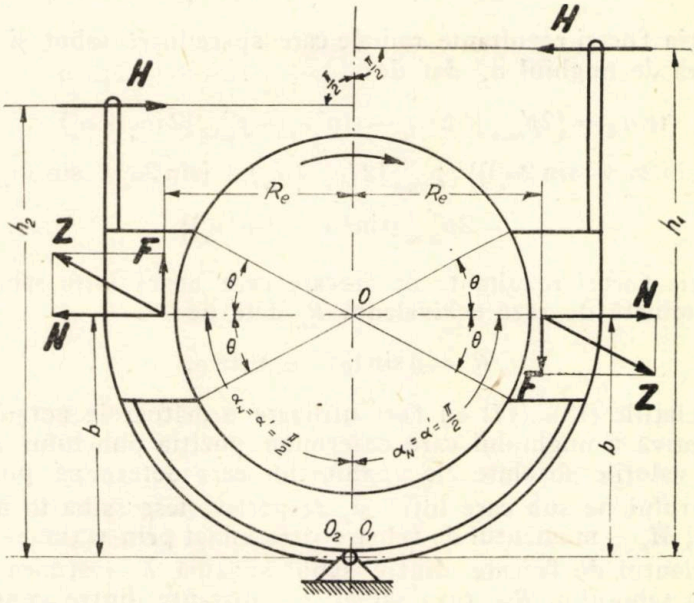


Fig. 3

A doua condiţie, exprimată de relaţia (9), capătă la această frînă forma:

$$h_1/h_2 = (b + \mu R_e)/(b - \mu R_e), \tag{12}$$

adică este necesară folosirea unor pîrghii portsabot de lungimi diferite.

De remarcat că frînele cu pîrghii portsabot de lungimi diferite (fig. 2 a şi 3) asigură descărcarea arborelui numai pentru un singur sens de rotaţie a şaibei.

3. Frîna cu saboţi montaţi articulat

a) *Legea de distribuţie a presiunii şi poziţiile forţelor rezultante radială şi de frecare*

Presiunea într-un punct al suprafeţei de lucru a sabotului este:

$$p = p'_{\max} \cos\alpha + p''_{\max} \sin\alpha, \tag{13}$$

între mărimile $p'_{\max}$ şi $p''_{\max}$ existînd relaţiile:

$$(14)\qquad p'_{max}(\sin\alpha_i + \sin\alpha_e) - p''_{max}(\cos\alpha_i - \cos\alpha_e) = M_F/(\mu b R^2)$$

şi

$$p''_{max}/p'_{max} = [2(\sin^2\alpha_i - \sin^2\alpha_e) - \mu(\sin 2\alpha_i + \sin 2\alpha_e) - 2\mu(\alpha_i + \alpha_e) +$$
$$(15)\quad + 4\mu(R/a)(\sin\alpha_i + \sin\alpha_e)]/[2\mu(\sin^2\alpha_i - \sin^2\alpha_e) + (\sin 2\alpha_i + \sin 2\alpha_e) -$$
$$- 2(\alpha_i + \alpha_e) + 4\mu(R/a)(\cos\alpha_i - \cos\alpha_e)].$$

Poziţia forţei rezultante radiale care apare între sabot şi şaibă este determinată de unghiul α_N dat de:

$$\operatorname{tg}\alpha_N = \{2p'_{max}(\sin^2\alpha_i - \sin^2\alpha_e) + p''_{max}[2(\alpha_i + \alpha_e) -$$
$$(16)\quad - (\sin 2\alpha_i + \sin 2\alpha_e)]\}/\{p'_{max}[2(\alpha_i + \alpha_e) + (\sin 2\alpha_i + \sin 2\alpha_e)] +$$
$$+ 2p''_{max}(\sin^2\alpha_i - \sin^2\alpha_e)\}.$$

Poziţia forţei rezultante de frecare care apare între sabot şi şaibă este determinată de raza echivalentă R_e dată de:

$$(17)\qquad R_e = a\sin(\varrho - \alpha_N)/\sin\varrho.$$

În relaţiile (13)...(17) au fost utilizate următoarele notaţii: α — valoarea relativă a unghiului care determină poziţia punctului considerat, α_i şi α_e — valorile absolute ale unghiurilor care determină poziţia capetelor sabotului pe sub care intră şi, respectiv, iese şaiba în mişcarea ei de rotaţie, M_F — momentul de frînare determinat prin acţiunea sabotului, μ — coeficientul de frecare dintre sabot şi şaibă, b — lăţimea suprafeţei de lucru a sabotului, R — raza şaibei, a — distanţa dintre centrul şaibei şi centrul articulaţiei sabotului, $\varrho = \operatorname{arctg}\mu$. Unghiurile α, α_N, α_i şi α_e sînt măsurate luînd ca axă de reper dreapta care trece prin centrul şaibei şi centrul articulaţiei sabotului, fiind considerate pozitive pentru acea zonă a sabotului pe sub care intră şaiba în mişcarea ei de rotaţie.

b) *Determinarea încărcării arborelui frînei*

Datorită contactului său cu şaiba, asupra fiecărui sabot acţionează o forţă rezultantă radială (N_1, respectiv N_2) şi o forţă rezultantă de frecare ($F_1 = \mu N_1$, respectiv $F_2 = \mu N_2$), care se pot compune într-o rezultantă totală (Z_1, respectiv Z_2). Încovoierea arborelui este provocată de forţele rezultante totale transmise de saboţi asupra şaibei (forţele Z_1 şi Z_2 trasate cu linie întreruptă (v. fig. 4)).

Unghiul format de direcţiile forţelor rezultante totale, care încarcă arborele frînei, este $\delta = \pi + \beta_1 - \beta_2$ sau, observînd că $\beta_1 = \varrho - (\alpha_N)_1$ şi respectiv $\beta_2 = \varrho - (\alpha_N)_2$,

$$(18)\qquad \delta = \pi - (\alpha_N)_1 + (\alpha_N)_2.$$

Valorile forţelor rezultante totale, determinate din condiţiile de echilibru ale pîrghiilor portsabot respective, observînd că:

$$\overline{O_3 A_1} = \overline{B_1 C_1} + \overline{C_1 D_1} = b \cos \beta_1 + e \sin \beta_1 = b \cos [\varrho - (\alpha_N)_1] + e \sin [\varrho - (\alpha_N)_1]$$

şi respectiv

$$\overline{O_4 A_2} = \overline{B_2 C_2} - \overline{C_2 D_2} = b \cos \beta_2 - e \sin \beta_2 = b \cos [\varrho - (\alpha_N)_2] - e \sin [\varrho - (\alpha_N)_2]$$

sînt date de:

$$Z_1 = H(h_1/\overline{O_3 A_1}) = H h_1 / \{b \cos [\varrho - (\alpha_N)_1] + e \sin [\varrho - (\alpha_N)_1]\} \tag{19}$$

şi respectiv

$$Z_2 = H(h_2/\overline{O_4 A_2}) = H h_2 / \{b \cos [\varrho - (\alpha_N)_2] - e \sin [\varrho - (\alpha_N)_2]\}. \tag{20}$$

Toate notaţiile din acest paragraf sînt indicate în fig. 4.

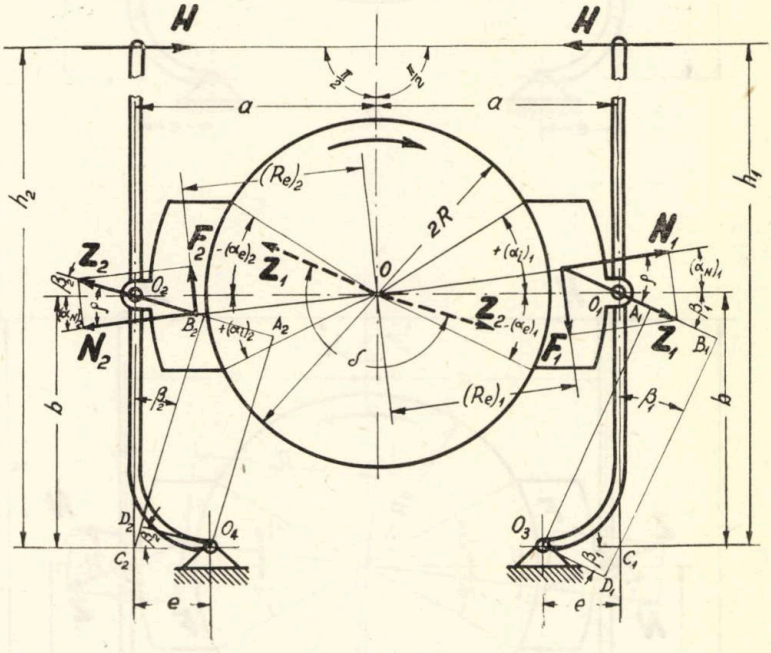


Fig. 4

c) *Stabilirea condiţiilor pentru descărcarea arborelui frînei*

Pentru a evita solicitarea la încovoiere a arborelui frînei (v. fig. 4) este necesar şi suficient ca $\delta = \pi$ şi $Z_1 = Z_2$.

Prima condiţie, ţinînd seama de relaţia (18), conduce la

$$(\alpha_N)_1 = (\alpha_N)_2 = \alpha_N. \tag{21}$$

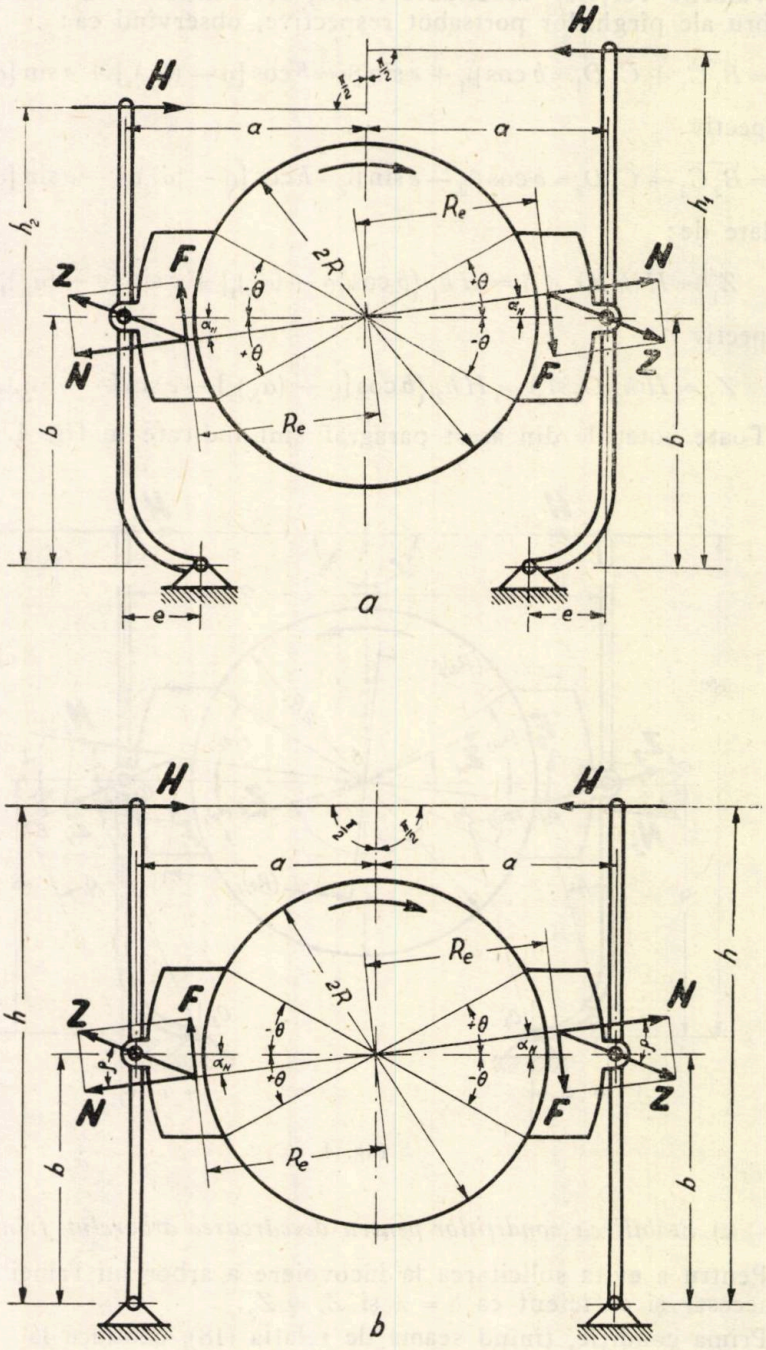

H
H
a
a
h_2
h_1
R_e
2R
F
Z
N
N
F
Z
$-\theta$
$+\theta$
α_H
b
b
e
e
a
H
H
a
a
h
h
R_e
2R
F
Z
N
N
F
Z
$-\theta$
$+\theta$
α_H
b
b
b

Fig. 5

Pentru realizarea acestei egalităţi este necesar ca saboţii să fie simetrici şi faţă de axa orizontală a şaibei. În adevăr, din examinarea relaţiilor (15) şi (16) rezultă că egalitatea (21) se obţine numai dacă $(\alpha_i)_1 = (\alpha_i)_2$ şi $(\alpha_e)_1 = (\alpha_e)_2$; cum, pe de altă parte, datorită simetriei iniţial acceptate a saboţilor faţă de axa verticală a şaibei $(\alpha_i)_1 = (\alpha_e)_2$ şi $(\alpha_e)_1 = (\alpha_i)_2$, rezultă că $(\alpha_i)_1 = (\alpha_e)_1 = (\alpha_i)_2 = (\alpha_e)_2 = \theta$, unde θ reprezintă jumătate din unghiul la centrul şaibei corespunzător lungimii unui sabot.

A doua condiţie, ţinînd seama de relaţiile (19), (20) şi (21), conduce la:

$$(22)\quad h_1/h_2 = [b\cos(\varrho - \alpha_N) + e\sin(\varrho - \alpha_N)]/[b\cos(\varrho - \alpha_N) - e\sin(\varrho - \alpha_N)].$$

Din examinarea acestei relaţii se constată necesitatea ca: a) la frînele pentru care $e \neq 0$ (fig. 5 a) să se folosească pîrghii portsabot de lungimi diferite; b) la frînele pentru care $e = 0$ (fig. 5 b) să se folosească pîrghii portsabot de lungimi egale.

De remarcat că frîna cu pîrghii portsabot de lungimi diferite asigură descărcarea arborelui numai pentru un singur sens de rotaţiei a şaibei.

4. Concluzii

1. În cazul frînelor cu doi saboţi exteriori, montaţi rigid, considerate în acest articol, descărcarea arborelui poate fi realizată de una din următoarele construcţii: a) frîne cu saboţi asimetrici faţă de axa orizontală a şaibei (poziţia mijloacelor saboţilor este dată de unghiul α' care satisface relaţia (10)) şi cu pîrghii portsabot fie de lungimi diferite (fig. 2 a) (raportul lungimilor este dat de relaţia (11)), fie de lungimi egale (fig. 2 b), după cum articulaţiile capetelor lor fixe se găsesc faţă de axa verticală a şaibei la o distanţă diferită sau egală cu valoarea razei echivalente (valoarea razei echivalente este dată de relaţia (4)); b) frîna cu saboţi simetrici şi faţă de axa orizontală a şaibei şi cu pîrghii portsabot de lungimi diferite (raportul lungimilor este dat de relaţia (12)) ale căror capete fixe sînt articulate la un punct comun amplasat pe axa verticală a şaibei (fig. 3).

2. În cazul frînelor cu doi saboţi exteriori, montaţi articulat, considerate în acest articol, descărcarea arborelui poate fi realizată prin folosirea saboţilor simetrici şi faţă de axa orizontală a şaibei şi a unor pîrghii portsabot fie de lungimi diferite (fig. 5 a) (raportul lungimilor este dat de relaţia (22)) fie de lungimi egale (fig. 5 b), după cum articulaţiile capetelor lor fixe se găsesc la o distanţă faţă de axa verticală a şaibei diferită sau egală cu distanţa la aceeaşi axă a articulaţiilor saboţilor.

3. Frînele cu pîrghii portsabot de lungimi diferite (fig. 2 a, 3 şi 5 a) realizează descărcarea arborelui numai pentru un singur sens de rotaţie a şaibei, în timp ce frînele cu pîrghii portsabot de lungimi egale (fig. 2 b şi 5 b) realizează descărcarea arborelui pentru ambele sensuri de rotaţie a şaibei.

Institutul politehnic,
Catedra de mecanisme şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Dietz H., V. D. I., 1937, **81**, S. 1437 — 1442.
2. Спиваковский А. О., Руденко Н. Ф., *Подъемно-транспортные машины*. Машгиз, М., 1949.
3. Богданов Е. С., Петухов П. З., *Тормозные устройства кранов*. Машгиз, М. - Свердловск, 1952.
4. Кифер Л. С., Абрамович И. И., *Грузоподъемные машины*. Машгиз, М., 1956.
5. Александров М. П., *Тормоза подъемно-транспортных машин*. Машгиз, М., 1958.

К ВОПРОСУ РАЗГРУЗКИ ВАЛА ТОРМОЗА С ДВУМЯ НАРУЖНЫМИ КОЛОДКАМИ

(Резюме)

Пользуя статистические обоснования, в работе устанавливаются условия необходимые при построении, с наружными двумя шарнирно или жестко укрепленными колодками, тормозов используемых в строительстве грузоподъемных машин, с целью избежания напряжения на изгиб у вала тормоза.

Эта работа основывается на законах распределения удельных давлений между шкивом и колодками, установленных Г. Дицем [1].

Среди предложенных конструктивных решений, одни (рис. 2 а, 3 и 5 а) обеспечивают разгрузку вала только в случае вращения шкива в одном направлении, другие же (рис. 2 б и 5 б) — в обоих направлениях.

BETRACHTUNGEN ÜBER DIE AUFGABE DER ENTLASTUNG DER WELLE DER MIT AUSSEREN DOPPELBACKEN BREMSEN

(Zusammenfassung)

Im Rahmen des Aufsatzes werden die Bedingungen festgestellt, die die Gestaltung einiger Bremsen — im Hebezeugebau gebrauchten — mit fest oder drehbaren äusseren Doppelbacken erfüllen muss, um die Biegung der Welle zu vermeiden. Das Studium wird auf Grund der von H. Dietz [1] festgestellten Druckverteilungsgesetze zwischen Scheibe und Backe durchgeführt.

Unter den dargestellten Konstruktionen sichern einige (Abb. 2 a, 3 und 5 a) die Wellenentlastung für eine Drehrichtung der Scheibe, andere aber (Abb. 2 b und 5 b) für beide Drehrichtungen derselben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 621-231

К ЗАДАЧЕ МЕХАНО-ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ ИНТЕРЕСУЮЩИХ ТЕОРИЮ И ПРАКТИКУ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

I. УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ПРИБОР ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОГО ВЫЧЕРЧИВАНИЯ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВ

Д. МАНЖЕРОН и С. М. ГАМРЕКЕЛИ

1. Плодотворное сотрудничество между специалистами Грузинского и Ясского политехнических институтов, выкристаллизовавшееся уже в ряде совместных исследований по теории машин и механизмов [1]...[4], привело авторов настоящей заметки, исходящей из теоретического обоснования матрично-тензорным методом [5] синтеза и анализа плоских и пространственных кулачковых механизмов [6], [7], цитированного или же развиваемого одновременно в последнее время и некоторыми другими авторами [8]...[11], и использующей с другой стороны для настоящей и последующей статей данные ряда изобретений второго из авторов, выработанных отчасти в сотрудничество с Р. С. Нацвлишвили [12]...[14], к теории и практике универсального прибора для механического вычерчивания профилей плоских кулачков.

2. Теоретическое обоснование синтеза и анализа плоских и пространственных механизмов и в частности и кулачковых механизмов, было предложено первым из авторов, отчасти в сотрудничестве с К. Дрэган, в рамках новых методов приведенных ускорений любого порядка [15], метода тангенциальных координат [16] и матрично-тензорного метода. При обозначении работы [17], приведшей к синтезу пространственных кулачков с двумя степенями свободы, а также и различных классов плоских кулачковых механизмов основные формулы приводящие к конкретным вычислениям относящимся к нижеприведенному универсальному прибору и к соответствующим силовым расчетам [18], зиждятся на введении тензора положений, характеризующего рассматриваемую кинематическую пару:

$$(1)\qquad T^{(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1^{\nu} & \alpha_{11}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{21}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{31}^{(\nu,\nu-1)} \\ x_2^{\nu} & \alpha_{12}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{22}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{32}^{(\nu,\nu-1)} \\ x_3^{\nu} & \alpha_{13}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{23}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{33}^{(\nu,\nu-1)} \end{Vmatrix},$$

тензорного уравнения, характеризующего конфигурацию простой замкнутой кинематической цепи или же цикла

$$(2)\qquad T^{(n,0)} = \prod_{\nu=1}^{n} T^{(\nu,\nu-1)} = E, \quad (\mathcal{J}_0 \equiv \mathcal{J}_n),$$

и тензора скорости, определяемого:

$$(3)\qquad T_{\text{vit}}^{(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{x}_1^{\nu} & \dot{\alpha}_{11}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{21}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{31}^{(\nu,\nu-1)} \\ \dot{x}_2^{\nu} & \dot{\alpha}_{21}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{22}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{32}^{(\nu,\nu-1)} \\ \dot{x}_3^{\nu} & \dot{\alpha}_{31}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{23}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{33}^{(\nu,\nu-1)} \end{Vmatrix}, \quad \left(\dot{} \equiv \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\right),$$

с соответствующими плоским задачам упрощениями.

3. Следуя непосредственным нуждам практики машиностроения требующей вычерчивание профилей плоских кулачков по параметрам: s — величина хода ведомого звена, α_1 — угол подъема, α_2 — угол дальнего стояния, α_3 — угол приближения, α_4 — угол ближнего стояния, $\varrho_{\min}$ — минимальный радиус дискового кулачка; по различным законам ведомого звена, как напр., косинусоидальному, синусоидальному, параболическому, равномерному и др., и принимая во внимание, что углы α_1, α_2, α_3, α_4 меняются в общем случае в больших пределах; на разных участках кулачков применяются разные законы движения, в зависимости от угла давления η, $\varrho_{\min}$ и $\varrho_{\max}$ достаточно сложны, нижепредложенный механический прибор для вычерчивания профилей плоских кулачков по любым заданным параметрам и законам движения ведомого звена имеет в принципе работы применение пантографов. Изменяя длины сопряженных звеньев, можно регулировать параметры плоских кулачков. Настройка прибора, соответствующая тому или другому закону достигается при помощи специального регулирующего устройства.

На рис. 1 рассматривается восьмизвенный механизм $OABCДEK$ с одной степенью свободы, в котором соблюдено условие: $OA = AB$, $OC = CA$, $OE \neq EK$, причем ползуны B, $Д$ и K перемещаются на взаимно перпендикулярных осях Ox, Oy, угол между звеньями OE и OA будучи 90°.

При повороте звена OE на угол γ, ползуны B, $Д$ и K соответственно переместятся на пропорциональные отрезки h_c, h_d и h_b так что между перемещениями и размерами звеньев существует следующие зависимости: $h_c/OE = h_d/OC = h_b/OA$.

В кинематической цепи $OABCДEK$, при равномерном перемещении какого либо ползуна, остальные ползуны перемещаются тоже равномерно, а величина перемещения соответственно будет пропорциональна размерам звеньев.

В зависимости от задания, от характера движения, равномерно пропорционально движущие ползуны применяем как рабочие органы которые описывают профили кулачков или же жестко закрепленными на ползунах зубчатыми рейками передаем равномерное вращательное движение к столу прибора по определенному углу γ.

Для изменения величины перемещения l_i необходимо чтобы размеры $OABCДEK$ кинематической цепи менялось так, чтобы вышеуказанное условие не нарушилось.

Для одновременного регулирования размеров звеньев KE и EO на рис. 2 предусмотрен регулировочный шарнир E, т.е. шарнир *16*, на котором жестко сидит зубчатка *28* и с ней находятся в зацеплении зубчатые рейки, которые представляют собою концы звеньев *12* и *14*, т.е. звеньев OE и EK (рис. 1). При вращении зубчатки шарнира E (*16*), звенья KE и EO одновременно увеличиваются и уменьшаются, что вызывает регулирование перемещений ползунов.

Указанные регулировочные „шарниры" можно установить и в других точках механизма.

На рис. 2 а, б, в, показано построение косинусоидального, параболического и линейного законов движения в координатах: перемещения ведомого звена на угол поворота главного вала или же поворота кулачка.

На рис. 2 показана плоская кинематическая схема прибора. На вертикальном валу *1* свободно сидит кронштейн *2*; на кронштейне *2* монтированы все остальные механизмы. Рычаг-кронштейн *2* имеет рукоятку *3* и может быть зафиксирован в любом положении относительно круглого стола *29* с центром вращения *0*. На столе крепится бумага на которой вычерчиваются профили кулачка.

На направляющем рычаге *2* винтом *11* закреплено звено *30* имеющее направляющие оси *10* и *4*. На оси *10* свободно сидит коромысло *12*, концы которого заканчиваются зубчатыми рейками. На рычаге *2* свободно сидят ползуны *8*, *11* и *23*, которые шарнирно соединены со звеньями *9*, *13* и *14*. Звенья *13* и *14* заканчиваются зубчатыми рейками. Зубчатые рейки находятся попарно в зацеплении с зубчатой шестерней *16* и

18, имеющей центры вращения *15* и *16*, которые связаны с направляющим соединительным звеном *17*. Таким образом, при вращении *18* и *28* изменяются длины b_1 и c_1.

На шарнире *0* насажен кривошип *5*, который передает движение ползуну *8* при помощи шатуна *7*. Ползун *8* и коромысло *12* шарнирно связаны звеном *9*. При одном обороте кривошипа *5*, коромысло *12* совершает одно колебательное движение, при котором точка M_1 описывает профиль кулачка.

Линейный закон движения на плоскости $O'x'y'$ описывает точка M_1 ползуна *33*, имеющего взаимно-перпендикулярные пазы в котором скользят стержни *32* и *34*. Стержень *34* жестко связан с рейкой *22* и тягой *21*, а стержень *32*, с тягой *31*, который заканчивается зубчатой рейкой и находится в зацеплении с шестерней *36*.

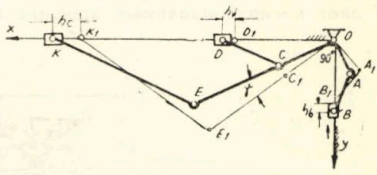


Рис. 1

Тяга *21* винтом *20* закреплена на ползуне *19*. Шестерня *36*, имеющая центр вращения *35*, вращается с помощью зубчатой рейки жестко связанной с ползуном *8*. Перемещение ползуна *8* налево вызывает вращение шестерни *36*, а последняя, через вторую рейку, передает движение стержням *31* и *32*.Одновременно ползун *19* и связанные с ним тяга *21* и рейка *22* перемещаются направо вместе с направляющим звеном *34*. Пересечение взаимно перпендикулярных стержней *32*, *34* описывает с помощью ползуна *33* равномерный линейный закон движения.

Для вычерчивания линейного закона на дисковом кулачке необходимо изъять из схемы ползун *33* и направляющий стержень *34* и вместо них включить шестерню *25*, которая жестко связана со столом прибора *29*.

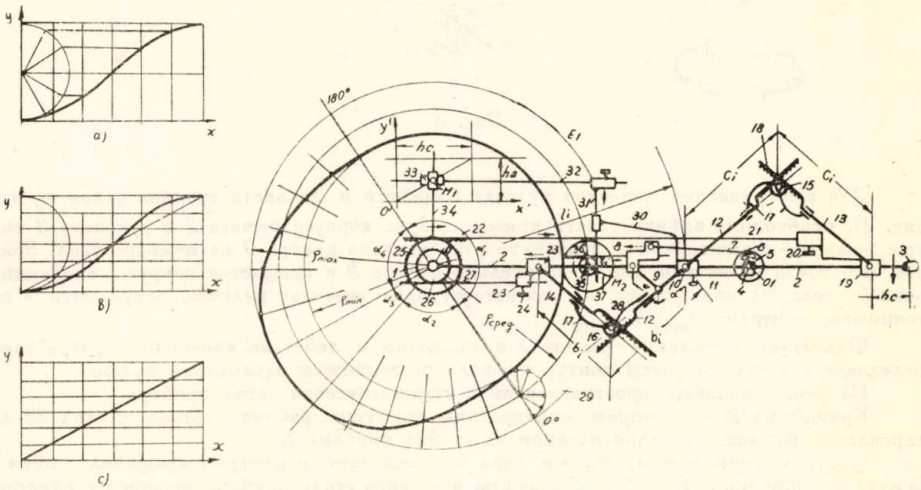


Рис. 2

Зная начальный радиус шестерни *25*, а также угол α_2 или α_4 т. е. угол удаления или приближения, можно определить h_e по которому регулируется звено *13*. В этом случае, при вращении стола по часовой стрелке, точка M_1 стержня *32* при перемещении от центра к периферии дает линейный закон движения на дисковом кулачке.

Для вычерчивания косинусоидального закона на приборе сконструирован кронштейн *37*, который жестко связан зубчатой шестерней *36*.

Длину кривошипа r_i можно регулировать. Это дает возможность изменить, по желанию, величину хода ведомого звена. Величина звена *9* (т. е. размер α) взята так, что при поступательном движение ползуна *8* шестерня *36* с помощью зубчатой рейки, поворачивается лишь на 180° и вместе с ними поворачивается кривошип *37* и точка M_2.

В этот-же период, с помощью ползуна *23*, рейки *27* и шестерни *26*, стол прибора *29* поворачивается по часовой стрелке на нужные углы α_i. Величину угла поворота α_i можно регулировать ходом ползуна *23*, длиной звена *14*, т. е. вращением регулировочной зубчатки „шарнирной зубчатки *28*". В кинематической схеме прибора предусмотрено регулирование ϱ_{min} и ϱ_{max}, а также углов α_i. Таким образом сумма относительных движений точки *m* и вращательного движения стола (равномерного) *29* относительно рычага *2* дает косинусоидальный профиль перемещения кулачка.

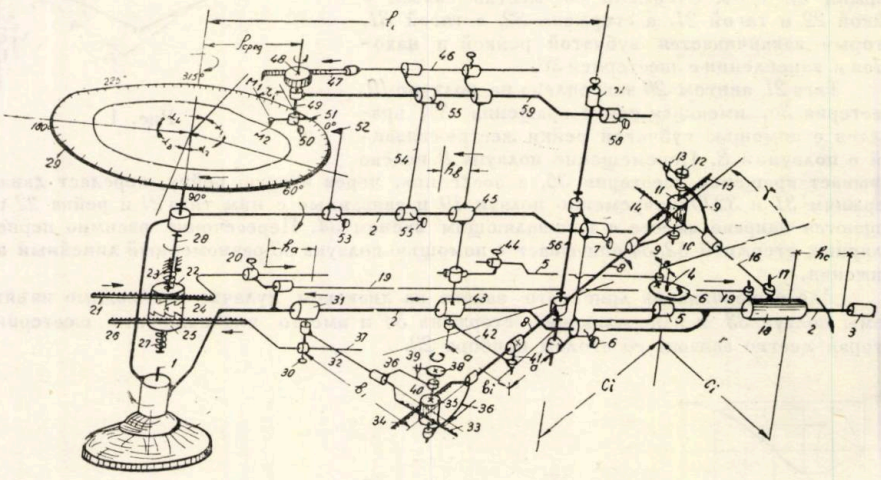


Рис. 3

Для вычерчивания участков кулачка ближнего и дальнего стояния углов α_2 и α_3 (рис. 2), необходимо зафиксировать кривошип *5* на корпусе рычага *2* и рукоятку *3* вместе с рычагом-кронштейном *2* повернуть относительно центра *0* на нужный угол. Ввиду того, что точка *M* неподвижна относительно рычага *2* и вращается вокруг неподвижной точки *0* стола *29*, она опишет, на соответствующих участках кулачка, окружности с постоянными радиусами ϱ_{max} и ϱ_{min}.

Фиксируем положение рычага *2* и приводим в действие кривошип *5*. При такой последовательности получаем контур профиля по заданным параметрам кулачка.

На рис. 3 показана пространственная кинематическая схема прибора.

Кронштейн *2*, на котором монтированы движущие рабочие органы и стол *29* для закрепления бумаги, свободно насажен на стойке прибора *1*.

Центр вращения стола *29*, т.е. вала *28*, совпадает с центром вращения стойки *1*. На валу *28* свободно сидят *22* и *25*—муфты вращения стола прибора, которые с помощью пружины *23* и *27* прижаты к зубчатому диску *24*. Зубчатая муфта *24* жестко сидит на валу *28*. Свободно сидящие врашающие муфты *22* и *25* одновременно представляются как рабочие реичные зубчатки, которые находятся в зацеплении с рейками *21* и *26*.

Зубчатые рейки *21* (*26*) с винтами *20* (*30*) и тягом *19* (*37*) шарнирно соединены с ползунами *18* (*31*). Ползуны свободно сидят на направляющем кронштейне *2* и перемещаются в противоположном направлении с помощью звеньев *32*, *16* и *8*.

Коромысло *8* свободно сидит на оси *56* кронштейна *2*. Ось *56*, на кронштейне закрепляется винтами *6* и *7*. Звенья *16* и *32* с коромыслами *8* соединены шарнирами (осями) *10* (*40*). Для изменения размеров звеньев *32*, *16* и *8*, т.е. *b* и *c* в шарнирах *10* (*40*) имеем регулировочное устройство. На концах звеньев *32*, *16* и *8* закреплены зубчатые рейки *14*, *15*, *33* и *34*. Эти рейки находятся попарно *14*, *15* (*33*, *34*) в зацеплении с цилиндрической шестерней *11* (*35*), которые жестко сидят на „шарнирах" (осях) *10* (*40*). Зубчатые рейки *14*, *15* (*33*, *34*), реичные шестерни *11* (*35*) и шарниры *10* (*40*) связаны соединительным звеном *9* (*36*).

На осях *10* (*40*) жестко сидят регулировочные рукоятки *12* (*38*), которые после регулировки закрепляются фиксаторами *13* (*39*). Таким образом, при вращении рукоятки *12* (*38*) можно регулировать ход перемещения h_i ползунов *18* (*31*), что необходимо для вычерчивания профиля кулачка. Ползун *43* свободно сидит на той-же направляющей, что и ползуны *18* и *31*. Ползун *43* и шарнирная точка *41* коромысла *8* соединены звеном *42*.

Ползун *43* получает движение от кривошипа *6* и шатуна *5*. Длина шатуна регулируется винтом *44*. Кривошип *6* имеет центр вращения *4* и в зависимости от угла качания коромысла *8* можно регулировать величину *e*.

При вращении кривошипа *6*, ползуны *31* и рейки *26* перемещаются налево и с помощью муфты *25* вращают стол *29* по часовой стрелке. В этот-же период перемещения ползуна направо *18* имеет холостой ход, т.е. при движении зубчатой рейки *21* налево диск муфты *22* поворачивается относительно вала *28* против часовой стрелки. Пружина *23* сжимается.

После мертвых точек кривошипа *6* ползун *31* перемещается направо, а ползун *18* — налево. Соответственно, зубчатая рейка *26* с муфтой *25* работает в холостую, а рейка *21* с зубчатой муфтой *22* перемещает стол по часовой стрелке. С помощью двухсторонне действующей муфты имеем возможность всегда дать столу *29* вращения по часовой стрелке.

Над столом закреплены рабочие органы M_1 и M_2, которые описывают профили кулачков. Консольный стержень *59* жестко закреплен винтом *58* на направляющей *57* вертикального вала *56*.

Для устойчивости звена *59* оно соединено с кронштейном *2* промежуточным звеном *54*. Звено *54* закрепляется винтом *55*. На конце звена *59* шарнирно сидит валик *49*. На валике жестко сидит зубчатка *48* и кривошип *51*, т.е. r_i величина которого регулируется винтом *50*.

С помощью ползуна *43* (*45*) поступательное движение через тяги *46* передается зубчатой рейке *47*, последняя приводит в движение шестерию *48*. Перемещение рейки *48* берется так, чтобы кривошип *51* делал бы полуоборот, т.е. 180°. Точка кривошипа M_2 при относительном движении вращающего стола дает косинусоидальный закон движения.

Для линейного закона движения вместо точки M_2 мы применяем точку M_1, которая жестко связана с зубчатой рейкой *47*.

Принцип действия заключается в следующем: в зависимости от углов α_i определяем перемещения h_i регулировочными рукоятками *12* и *13*.

Далее стол *29* и точку M_1 (M_2) ставим в исходное положение. Зная величину ϱ_{max} и ϱ_{min}, определяем $\varrho_{ср} = (\varrho_{max} + \varrho_{min})/2$. В кинематической цепи прибора предусмотрена регулировка величин r_i и l_i, $r_i = (\varrho_{max} - \varrho_{min})/2$.

На столике *29* градуированная шкала, нулевую точку которой ставим против указателя *52*, жестко закрепленного винтом *53* на кронштейне 2. Кронштейн *2* фиксируется в этом положении, а кривошип *6* поворачиваем на 360°. При одновременном движении стола на угол α_1 и движении точки M_2 кривошипа *51* на 180° получаем заданный профиль (косинусоидальный) кулачка. После одного оборота кривошипа *6*, его положение фиксируется и в движение приводится рукоятка *3* кронштейна *2*. Поворот кронштейна *2* относительно стола *29* должен соответствовать углам α_1 (α_3) т.е. ближнего (дальнего) стояния. Точка M_1 (M_2) в этом случае описывает дугу окружности, так как сами точки M_1 и M_2 относительно кронштейна будут неподвижны.

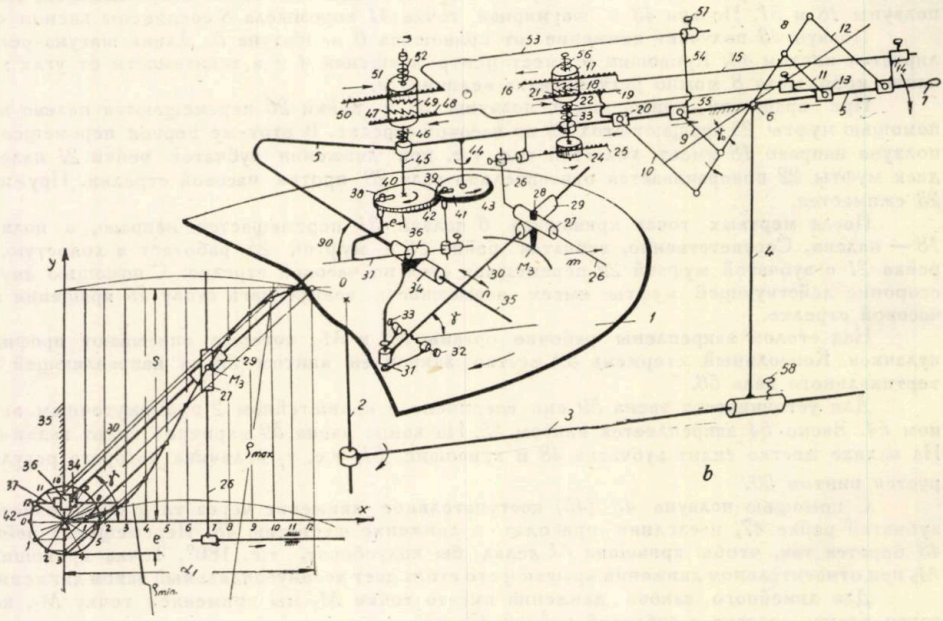
На рис. 4 а показано построение перемещений ведомого звена по синусоидальному закону. По данным перемещениям S определяется эксцентриситет $e = S/(2\pi)$ т.е. радиус кривошипа *42*, с которым шарнирно связан свободный поводок *37*. Для построения закона необходим поворот кулачка α_i, после чего определяем угол γ. Стержень 30 относительно поводка *37* отклонен на угол γ.

Взаимно-перпендикулярные ползуны *34*, *36*, с которым жестко связан стержень *35*, перемещаются по оси *Oy*, т.е. по направляющему стержню *35*.

Ползуны *34* (*36*) приводит в движение поводок *37*. Точка пересечения M_3 стержня *30* и стержня *26* дает синусоидальный закон движения. На этих стержнях надеты ползуны *27* и *29*, которые шарнирно связаны друг с другом.

Звено *26* перемещается все время направо, а стержень *30* перемещается параллельно к своей геометрической оси в вертикальном направлении и совершает полное колебательное движение вверх и вниз. На рис. 4 в показана кинематическая схема головки прибора, для вычерчивания синусоидального закона движения ведомого звена.

Стол *1*, имеющий ось вращения *2*, совершает периодическое вращательное движение по указанной стрелке. Направляющая *5* связана с осью *2* рычагом *3* и стойкой *4*. Расстояние между звеньями *2* и *4* регулируется винтом *58*.



a *b*

Рис. 4

На стойке *4* жестко закрепленная направляющая имеет палец *6*, на котором шарнирно сидит коромысло *8*. С коромыслом *8* связаны звенья *9*, *10*, *11* и *12*, четыре ползуна насажены соответственно на одну направляющую *5*. При повороте коромысла *8* по стрелке, ползуны *20* и *55* перемещаются направо, а ползуны *23* и *54* перемещаются налево. Следовательно зубчатые рейки *48* (*16*) движутся налево, а ползуны *19* (*50*) направо. Зубчатая рейка *50* с ползуном *55* связана с тягой *53* и винтом *57*. Аналогично связаны с ползунами и другие рейки.

Зубчатые рейки *48*, *50* и *16*, *19* находятся попарно в зацеплении с муфтами вращения *47*, *51* и *17*, *21*, которые одновременно представляют собою реечные зубчатые колеса.

Муфты вращения, т.е. реечные храповые зубчатые колеса *17*, *21* свободно сидят на оси *23*. На оси жестко закреплен диск *18*, имеющий в радиальном направлении зубья. Зубчатки-храповик *17*, *21* прижимаются пружинами *22*, *56* к диску *18*.

При движении зубчатой рейки *16* налево, зубчатка *17* вращает диск *18*, т.е. ось *33* и реечную зубчатку *24* против часовой стрелки. В этот-же период зубчатая рейка *19* перемещается направо, пружина *22* сжимается, а зубчатка храповик совершает холостой ход. При обратном направлении зубчатка *21* вращает зубчатку *24* в том-же направлении, а зубчатка храповик *17* совершает холостой ход.

Зубчатка *24* перемещает рейку *25* (направо), а с ней и закрепленный направляющий стержень *26*. На стержне *26* свободно сидит ползун *27*, который шарниром *28* связан со вторым ползуном *27*. Ползун *30* отклонен относительно направляющего звена *35* на постоянный угол γ, который устанавливается по заданию с помощью регулировочных винтов *32* и *33*.

Стержень *30* шарнирно сидит на пальце *31* ползуна *34*. Ползун *34* свободно скользит на стержне *35*. Стержень *35* жестко связан с направляющим кооншгейном *5*. Стержни *26* и *35* расположены между собою паралельно звена *37*, который свободно скользит в ползуне *36* перпендикуляярно относительно стержней *37* и *26*, т. е. имеет „жесткие взаимно-перпендикулярные“ ползуны *34* и *36*.

Для надежного перемещения ползуна *34* по стрелке *n* и обратно, звено *37* связано с двумя кривошипами *38* и *39*, которые можно регулировать с помощью радиальных пазов *40* и *41* вырезанных на дисках *42* и *43*. Диск *43* шарнирно сидит на кронштейне *5*, а диск *42* вращается по часовой стрелке благодаря муфте вращения и зубчатой рейке *48* и *50*.

На кронштейне *5* свободно вращается ось *45*. На оси *45* жестко сидит диск *42* и диск храповой муфты *49*. С диском *49* находится в зацеплении диски зубчатки храповики *47*, *51*, свободно сидящие на оси *45*. Они прижимаются пружинами *46*, *52* к диску *49*.

При движении зубчатых реек *48* и *50*, зубчатые храповики *47*, *51* последовательно поворачивают диск *48*, т. е. когда зубчатая рейка *48* совершает рабочий ход, рейка *50* делает холостой ход и наоборот.

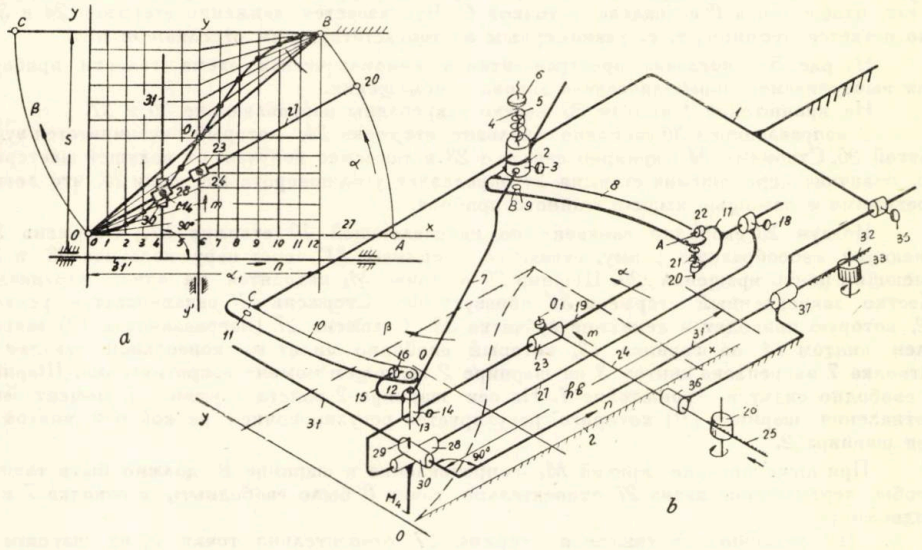


Рис.5

Принцип работы заключается в следующем. По данным параметрам S и α_i регулируем параметры прибора: длины звеньев *9*, *10*, *12*, *42* (*e*) и угол γ можно регулировать легко. Рабочие органы прибора ставим в исходное положение. Далее с помощью ведущего кривошипа (на рис. 4 б не показано) приводится в движение коромысло *3*, которые совершает полное колебательное перемещение с помощью передаточных механизмов. Одновременной колебанием стержней *30* (по стрелке *n*) и перемещением стержня *26* по стрелке *m*, точка M_3 опишет синусоидальный закон движения.

Кинематическую схему (рис. 4 б) можно упростить если вместо полного качения коромысла *8* имеем его неполное качание. В этом случае можно обойтись и без зубчато-храповых муфт вращения *18* и *49* и вместо них, как это показано на рис. 3, для вычерчивания косинусоидальной кривой, на осях закрепить обычные зубчатые колеса, с той разницей, чтобы эти колеса поворачивались не на 180°, как это было при косинусоидальном законе движеная, а на 360°. А это легко достижимо изменением размеров звеньев, т. е. ходом ползунов.

На рис. 5 показана принципиальная схема прибора для вычерчивания параболического закона движения кулачка. Для этого применяем переменную систему кинематических цепей. Стержень *27* в начале занимает положение OA.

В середине угла α_1 в вертикальном направлений равномерно перемещается стержень *24*, который шарнирно связан с ползуном *23*, свободно насаженным на стержне *27*. На стержне *27* также свободно сидит ползун *28*, который шарниром M_4 связан ползуном *30*. Ползун *30* свободно скользит на стержне *31*, последний жестко закреплен (на 90°) с направляющим стержнем *31*.

При равномерном перемещении стержня *24* на растояние *S* по стрелке *m* и равномерном перемещений направляющей стержня *31'* на угол α_1, точка M_4 опишет параболический закон движения. Параболический закон движения получаем в два приема: вначале когда точка M_4 находится в точке *0*, центр вращения ползуна *23* совпадает с точкой *6* деления угла поворота кулачка α_1. При движений стержней *24* и *31'*, точка M_4 описывает параболическую кривую. Шарнир ползуна *23* перемещается по прямой *y'y'*. Когда точка *A* звена *OA* совпадает с точкой *A* (т. е. *OA* повернется по стрелке α), точка M_4, центр вращения ползуна *23* и *0*, совпадает.

После этого для дальнейшего вычерчивания параболической кривой, необходимо шарнирно закрепить точку *A* и во втором приеме стержень *OB* поворачивать по стрелке β так, чтобы точка *0* совпадала с точкой *C*. Что касается движения стержней *24* и *31*, оно остается прежним, т. е. равномерным по соответствующим стрелкам *m* и *n*.

На рис. 5 б показана пространственная кинематическая схема головки прибора для вычерчивания параболического закона перемещения.

На кронштейне *1* винтом *35* жестко закреплены направляющие *36* и *37*.

В направляющей *36* свободно скользит стержень *24*, который заканчивается зубчаткой *26*. Стержень *24* шарнирно связан с *23* и движение получает от ведущей шестерни *26*. Величина перемещения стержня *24* определяет угол поворота шестерни *26*, что легко достижимо с помощью вышеописанного прибора.

Ползун *23* свободно скользит по направляющей *19* стержня *27*. Стержень *27* имеющий своеобразную форму, связан со стержнем *31'* через пару ползунов *28* и *39* имеющим центр вращения *29*. Шарнир *29* и точка M_4 находятся на одной вертикали. Жестко закрепленный стержень *31'* образует 90°. Стержень *31'* заканчивается рейкой *32*, которую приводит в движение зубчатка *33*. Стержень *27* (направляющая *19*) закреплен винтом *14* на шарнире *13*, который свободно сидит на консольной отводке *7*. Отводка *7* закреплена винтом *3* на шарнире *2* имеющем момент сопротивления. Шарнир *2* свободно сидит в кронштейне *1*. На оси шарнира *2* надета пружина *5*, момент сопротивления шарнира (*B*) которого регулируется регулировочной рейкой *6* и винтом *4* оси шарнира *2*.

При вычерчивании кривой M_4 сопротивление в шарнире *B* должно быть таким, чтобы перемещение звена *27* относительно точки *0* было свободным, а отводка *7* неподвижной.

Для устойчивости движения стержня *27* относительно точки *0*, на шарнире *2* жестко закреплена направляющая пластинка *8* на которой перекатывается ролик *20* вилки *17*. Вилка *17* винтом *18* закреплена со стержнем *27*. На вилку *17* вставлен палец *20*, который упирается с нижней стороны на направляющую пластинку *8* пружиной *21*. Как только точка M_4 совпадает с шарнирном *0* ползуна *23*, палец *20* с помощью защелки (пружина *21*) попадет в отверстие *9* пластинки *8* и звено *27* жестко закрепляется со звеном *7*.

При дальнейшем движенин стержня *24*, стержень *27* уже переключается на второй шарнир *B* и, преодалев сопротивление шарнира *B* т. е. пружины *5*, точка *0* постепенно приблизится к точке *C*.

Для устойчивого движения стержня *27* и отводки *7* в шарнире *0* имеется аналогичная защелка *12* и на кронштейне *1* жестко связанная пластинка *10* с отверстием *11*. На направляющей пластинке свободно перекатывается ролик *16*, который свободно сидит на пальце выступа отводки *7*. В конце цикла палец защелки *12* попадает в отверстие *11* и механизм останавливается.

Величину перемещения стержней *24* и *31'* можно регулировать с помощью углов поворота соответствующих зубчаток *26* и *33*.

Указанную кинематическую схему можно в некоторых случаях упростить соединив прямо в зависимости от величин перемещения-ползуны пантографов со стержнями *24* и *31'*.

При смещении рабочей точки M_1, M_2, M_3, M_4, описывающей разнообразные законы движения относительно центра вращения стола, можно получить не только профили плоских аксиальных кулачков, но и профили дезаксиальных.

Как видно из указанных кинематических схем, все механизмы прибора можно компоновать, для разных законов движения, на одном и том же приборе над столом, имеющем для всех случаев одни и те же передаточные механизмы. Возможно также во время работы прибора, переключить одно устройство на другое.

В общей кинематической схеме рис. 3 прибора предусмотрены не только законы изменения профилей кулачка, но и регулировка основных параметров для построения и вычерчивания профилей кулачков.

На приборе, в зависимости от задания, фиксируется заранее относительное расположение рабочих органов, регулируются размеры звеньев по градуированным шкалам и включается затем привод.

Замечания 1. На основе описанной выше принципальной и кинематической схемы прибора для вычерчивания профилей плоских и дисковых кулачков, можно создать универсальный станок для обработки кулачков, если вместо точек прибора M_1, M_2, M_3 и M_4, которые вычерчивают профили кулачков, закрепить вращающие фрезы, движения которых независимы от передаточных механизмов.

2. Универсальность прибора заключается в том, что на приборе легко вычерчивается механически любой закон движения, при любых параметрах касающихся построения профилей кулачков. Все это осуществляется при помощи регулирующих механизмов для настойки прибора.

3. В одной из последующих заметок будет изложена — в связи с применением в теории механизмов и машин метода тангенциальных координат — схема устройства универсального коникографа, доложенная первым из автором на совершенно недавно проведенном в Н. Р. Венгрии III-м международном совещании по теории машин и механизмов [19], в то время как, в последующей — в рамках задачи механо-электронных устройств интересующих теорию и практику машин и механизмов — будут даны принципы моделлирующих устройств для расчета стержневых и в частности стержневых четырехзвенных плоских механизмов [20].

Поступила 11 I 1962 г.

Кафедра механики,
Ясский политехнический институт
и
Грузинский политехнический
институт им. В. И. Ленина,
Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Манжерон Д., Катамадзе Д., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **8 (12)**, *1—2*, стр. 289—294.
2. Тавхелидзе Д., Манжерон Д., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **7 (11)**, *3-4*, стр. 301—304.
3. — Bul. Inst. politehn. Iaşi, 1961, **7 (11)**, *1—2*, стр. 253—256.
4. Mangeron D., Tavkhélidzé D., Katamadzé D., Bull. Acad. R. Sci. de Belgique, (в печати).
5. Mangeron D., Drăgan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **3 (7)**, *1—2*, стр. 151—164.
6. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **5 (9)**, *1—2*, pp. 331—338.
7. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **4 (8)**, *3—4*, pp. 275—286.
8. Beggs J., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **6 (10)**, *3—4*, pp. 315—322.
9. Чжан Цы-сянь, Теория машин и мех., 1962, *92—93*, стр. 17—27.
10. Литвин Ф. Л., Чжан Цы-сянь, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1953, *3*, стр. 155—160.
11. Лебедев П. А., *Аналитические методы в исследовании машин и механизмов*. ГИТТЛ, М.-Л., (в печатм).
12. Гамрекели С. И., *Четырехколодочный тормоз*. СССР, Описание изобретения к авторскому свидетельству, Класс 470, № *148 669*, Подписная группа № *23*, 1962 г.
13. Гамрекели С. И., Нацвлишвили Р. С., *Моделирующее устройство для расчета стержневых механизмов*. СССР, Описание изобретения к авторскому свидетельству, Класс 42, № *138 411*, подписная группа № *174*, 1961 г.
14. Гамрекели С. И., *Электро-механический прибор для синтеза четырехзвенных механизмов*. ГПИ, 1962 г.
15. Манжерон Д., ДАН СССР, 1955, **102**, *5*, стр. 897—898.
16. Mangeron D., Croitoru E., Rev. Méc. Appl., 1963, **8**, *1*, pp. 5—17
17. Манжерон Д., Дрэган К., Изв. на Мат. Инст., София, 1960, **4**, *2*, стр. 57—65.

18. Razi R., *Static Force Analysis of Spatial Mechanisms by the Matrix Method.* Thesis. Northwestern University, Evanston, 1963, 163 pp.
19. Mangeron D., *Einige neue Methoden zum Studium der Getriebe und Antriebe.* III. internationale Tagung „Getriebe und Antriebe", Universität für Schwerindustrie, Miskolc, 1963.
20. Gamrekeli S., Mangeron D., Munteanu O., Tudor Gh., St. şi cerc. mec. apl., (в печати).

PROBLEMA DISPOZITIVELOR MECANO-ELECTRICE INTERESÎND TEORIA ŞI PRACTICA MAŞINILOR ŞI MECANISMELOR

Nota I

Dispozitiv universal pentru trasarea mecanică a camelor plane

(Rezumat)

Autorii, plecînd de la rezultatele teoretice de studiu a camelor spaţiale şi plane concretizate în metoda matricială, elaborată de D. Mangeron şi C. Drăgan şi folosită apoi şi de alţi autori [5].. [9], şi bazîndu-se pe un număr de dispozitive practice elaborate de S. I. Gamrekeli şi R. S. Naţvlişvili [12]...[14], expun în cadrul problemei generale de elaborare a dispozitivelor mecano-electrice interesînd teoria şi practica mecanismelor şi maşinilor, datele necesare care precizează funcţionarea unui dispozitiv universal pentru trasarea mecanică a camelor plane.

LE PROBLÈME DE L'ÉLABORATION DES DISPOSITIFS MÉCANO-ÉLECTRIQUES CONCERNANT LA THÉORIE DES MÉCANISMES ET DES MACHINES

Note I

Dispositif universel pour tracer les cames planes

(Résumé)

Les Auteurs, tout en s'appuyant sur les résultats théoriques, ayant à la base la méthode matricielle élaborée par D. Mangeron et C. Drăgan et utilisée déjà par d'autres auteurs [5]...[9], et sur un nombre de dispositifs pratiques elaborés par S. I. Gamrékelî et R. S. Natzvichvili [12]...[14], exposent — dans le cadre du problème de l'élaboration des dispositifs mécano-électriques concernant la théorie des mécanismes et machines — la théorie et le mode de fonctionnement d'un dispositifs universel pour tracer les cames planes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 644.62

UN NOU TIP DE RADIATOR PENTRU ÎNCĂLZIRI CENTRALE

DE

GÉRARD d'ALBON, I. CURIEVICI, DAN URSESCU, MARCEL GUTMAN, EMIL JUGUREANU, VALERIAN MACRI şi N. APETREI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Descriere şi principiu

Radiatoarele utilizate în instalaţiile de încălziri centrale sînt supuse unor presiuni ridicate şi acţiunii corodante a mediului interior. Indiferent de natura mediului încălzitor: apă caldă, apă supraîncălzită, aburi de joasă sau înaltă presiune, ele trebuie executate cu pereţi groşi pentru a rezista vreme îndelungată acţiunii mediului interior. Radiatoarele de fontă rezistă peste 30 ani, iar cele executate din tablă de oţel încep a avea defecţiuni după 7...12 ani de utilizare.

Radiatoarele de fontă reprezintă circa 40,6...50% din valoarea instalaţiilor interioare de încălzire şi un consum important de material feros. Radiatoarele studiate în lucrarea de faţă constituie o soluţie de ieftinire şi de micşorare a consumului de material feros. Noutatea soluţiei propusă de noi constă în special în *înlăturarea coroziunii*, la un sistem utilizat azi în R. F. G., sistem care are la rîndul lui o origine mai veche (firma Körtung producea încă acum 60 ani radiatoare cu apă caldă cu un cartuş de aburi).

În aceste radiatoare, suprafaţa de transmitere a căldurii la aerul încăperii încălzite este sustrasă atît acţiunii presiunii, cît şi acţiunii corodante a mediului purtător de căldură. În felul acesta, suprafaţa poate fi realizată din tablă neagră sau galvanizată de 0,4...1 mm grosime, vopsită la exterior pentru a fi protejată de acţiunea agresivă a mediului exterior. Tabla poate fi netedă sau ondulată. Radiatoarele pot fi executate de tip panou sau din elemenţi.

Radiatorul este etanş şi umplut cu apă, care este încălzită de o ţeavă ce traversează radiatorul şi prin care circulă mediul încălzitor: apă caldă, apă supraîncălzită sau abur de joasă presiune. Apa de umplere, pentru a nu exercita o acţiune corodantă, trebuie să fie lipsită de săruri (apă de ploaie, apă din topirea zăpezii sau condens). Înainte de etanşarea radiatorului, apa trebuie încălzită aproape de fierbere pentru o degazare parţială. Ţeava interioară este singurul element care suportă acţiunea agresivă şi presiunea mediului ce circulă în reţeaua de încălzire.

Datorită valorii ridicate a coeficientului de trecere a căldurii de la fluidul încălzitor la apa din radiator, suprafaţa acestei ţevi reprezintă o mică fracţiune, circa 10% din suprafaţa exterioară a radiatorului.

Fig. 1 reprezintă schema unui radiator executat după acest principiu, unde: *1* — pereţii laterali ai cutiei, care pot fi executaţi din tablă neagră sau galvanizată de 0,75...1 mm grosime; *2* şi *3* — pereţii frontali şi dorsali, executaţi respectiv din tablă de 0,75 şi 0,5 mm; *4* — ţeavă de oţel prin care circulă mediul încălzitor, avînd un diametru de 1...2″; *5* — flanşă pentru etanşarea intrării şi ieşirii ţevii de încălzire;

6 — console sprijin ; *7* — piese de fixare ; *8* — şuruburi de prindere ; *9* — orificiu de umplere care se etanşează ulterior.

Acest exemplu corespunde posibilităţii unei execuţii pe şantier din tablă neagră cu îmbinări în falţ dublu cositorit. Evident, pentru o execuţie centralizată se pot concepe alte soluţii constructive, bazate tot pe acest principiu, în care se vor folosi elemenţi sau panouri din tablă ondulată cu un gabarit mult mai mic, la egal debit caloric.

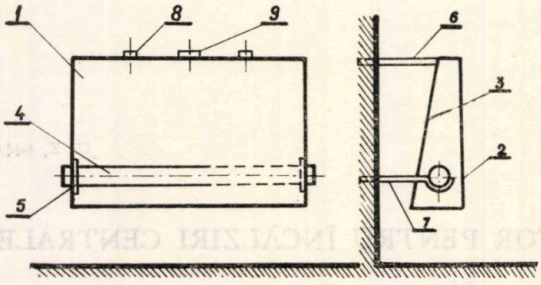


Fig. 1

Avantajele acestui tip de radiator faţă de cele uzuale sînt : a) greutate şi deci consum de material feros redus (faţă de cele din fontă cu circa 65%) şi cost redus cu circa 30% faţă de costul radiatoarelor din fontă de aceeaşi capacitate de încălzire, în cazul producţiei de serie mare ; b) suprafaţa radiatorului este scoasă de sub acţiunea agresivă a mediului încălzitor, conferind în acest mod radiatorului o durată lungă de exploatare nefiind supus coroziunii ; c) din punct de vedere al confortului se beneficiază de avantajul încălzirii cu apă caldă şi concomitent, din punct de vedere a economiei reţelei, de avantajul aburului sau al apei supraîncălzite ; d) exploatare mai bună prin eliminarea etanşărilor dintre elemenţi ; e) posibilitatea de a fi construit pe şantier la formele şi dimensiunile adecvate arhitecturii. Menţionăm că acest principiu de construcţii poate fi aplicat şi la execuţia bateriilor de încălzire în toate instalaţiile cu aer suflat la viteze mari, aducînd şi aici importante economii.

2. Încercări experimentale

Pentru determinarea debitului caloric şi stabilirea parametrilor de proiectare s-au efectuat cercetări experimentale pe două radiatoare din tablă galvanizată de 0,75 mm, lucrînd consecutiv cu apă caldă şi cu abur de joasă presiune.

Eforturile s-au concentrat în special asupra determinării coeficienţilor de transmitere a căldurii K_i şi K_e.

a) *Determinarea coeficienţilor de transmitere a căldurii spre exterior* (K_e)

Determinarea acestor coeficienţi s-a efectuat realizîndu-se un regim staţionar de încălzire a apei din radiator, pe cale electrică. S-au luat toate precauţiile posibile ca şi în cameră regimul să fie staţionar şi lipsit de curenţi de aer. În acest caz K_e se calculează direct din bilanţul termic :

$$K_e = 0{,}86EI/[A(t_a - t_c)],$$

unde : E — tensiunea de alimentare (V), I — intensitatea de curent (A), A — suprafaţa exterioară a radiatorului (m^2), t_a — temperatura apei din radiator, măsurată la partea superioară, t_c — temperatura camerei la 2...3 m de radiator şi la înălţimea lui.

Încălzirea s-a făcut în curent continuu, menţinîndu-se tensiunea constantă.

b) *Determinarea coeficienţilor de transmitere a căldurii de la mediul încălzitor la apa din radiator* (K_i)

Se realizează prin încălzirea cu apă sau aburi un regim staţionar. Debitul de căldură se calculează (K_e fiind cunoscut din măsurătorile anterioare) şi se deduce K_i din :

$$Q = K_e A(t_a - t_c) = K_i A_i (t_i - t_a),$$

de unde rezultă :

$$K_i = AK_e(t_a - t_c)/[A_i(t_i - t_a)].$$

În aceste relații: A_i — suprafața exterioară a țevii interioare, t_i — în cazul aburului reprezintă temperatura constantă a acestuia, iar în cazul apei reprezintă temperatura medie $t_i = (t_1 + t_2)/2$, unde t_1 — temperatura apei de încălzire la intrare, iar t_2 — temperatura apei de încălzire la ieșire.

c) *Alte determinări și concluziile cercetărilor experimentale*

Pe baza celor de mai sus și a altor încercări nemenționate aici, se pot trage următoarele concluzii generale:

a) Aspectul radiatorului se încadrează bine în arhitectura modernă.

b) Un radiator cu un debit caloric de 800 kcal/h cîntărește 12 kg față de 47 kg cît cîntărește un radiator de fontă echivalent. Volumul de apă introdus în radiator este de 35 l.

c) Aparatul executat cu partea frontală din tablă de 0,75 mm grosime, partea dorsală din tablă de 0,5 mm grosime și pereții laterali din tablă de 0,75 mm grosime, conform fig. 1, rezistă bine la transport, manipulare, montaj și nu se deformează la șocurile normal previzibile.

d) Coeficientul de transmitere de la fluidul încălzitor din rețea la apa din radiator este $K_i = 330$ kcal/m² h °C, în cazul încălzirii cu apă în scurgere laminară și $K_i = 600$ kcal/m² h °C, în cazul încălzirii cu aburi, iar coeficientul exterior de transmitere a căldurii $K_e = 10{,}3...11$ kcal/m² h °C. La determinarea acestor coeficienți s-au utilizat în mod convențional ca temperaturi de referință, temperatura medie aritmetică a fluidului primar, temperatura apei la partea superioară a radiatorului și temperatura camerei la 3...4 m distanță de radiator la înălțimea de 1,5 m. Coeficienții de transmitere astfel definiți au fost stabiliți prin calcul invers din debitul caloric măsurat și prin urmare au putut fi utilizați și la calculul debitului caloric al radiatoarelor similare de alte dimensiuni. Pe această bază s-au întocmit tabele ce dau debitul caloric al radiatoarelor de diverse dimensiuni.

e) S-a explorat cîmpul termic al apei din radiator și cel al tablei la exterior. Repartiția pe verticală este destul de uniformă, de la suprafața exterioară pînă la nivelul țevii de încălzire (variație de 1°...2°C). Repartiția temperaturilor în lungul radiatorului scade de la partea de intrare spre partea de ieșire, urmînd atenuat scăderile de temperatură ale fluidului primar.

f) Comportarea radiatoarelor este satisfăcătoare. Dilatarea apei din radiator în urma încălzirii de la 15° la 80°C este integral preluată de bombarea imperceptibilă (deplasări ale pereților sub 0,5 mm) a radiatorului. Ca urmare, conform măsurătorilor efectuate, presiunea apei în radiator în procesul de încălzire crește cu 2...3 mm col. mercur. Supus înghețului suferă o bombare fără a fisura.

În § 4 vom reveni asupra acestei probleme în legătură cu siguranța în funcționare.

3. Montarea în instalație; problema rețelei și a reglajului

Aceste radiatoare se pot folosi în orice sistem de instalație uzual, fără a prezenta nici un dezavantaj special. Totodată ele permit, la o proiectare rațională, o economie a rețelei. Acest fapt se datorește independenței dintre caracteristicile termice ale fluidului purtător de căldură din rețea și cele ale apei din radiatoare, cît și faptului că aceste radiatoare se pot grupa în serie cu mai multă ușurință decît tipurile uzuale. Vom analiza comportarea acestor radiatoare la diversele tipuri de instalații.

a) *Instalații cu apă caldă și supraîncălzită la 110°C*

Tabelele de calcul pentru radiatoarele cu apă caldă au fost întocmite exclusiv pentru o cădere de temperatură tur-retur de 20°C (102°...82°C), condiții perfect realizabile pentru o instalație obișnuită cu apă caldă. În acest caz costul rețelei este același ca și în instalațiile obișnuite. Suprafața s-a realizat așadar pentru condiții de rețea egale, diferența de cost afectînd numai corpurile de încălzire.

Este important de subliniat că procedeul utilizat nu reprezintă soluția optimă în ceea ce privește costul de ansamblu—radiator-rețea. Se poate obține și o scădere importantă a prețului de cost al rețelei cu respectarea condițiilor sanitare privind temperatura corpurilor de încălzire, prin modificarea temperaturilor de retur. Astfel se pot lua în considerare următoarele variante:

a) Reducerea debitelor şi corespunzător a dimensiunilor reţelei prin ridicarea temperaturii de tur la 107°C şi a celei de ieşire la 77°C. Întrucît temperatura medie rămîne neschimbată, caracteristicile radiatorului şi costul lor specific rămîn sensibil aceleaşi. Acest lucru se poate realiza acolo unde construcţia permite instalarea vasului de expansiune la o înălţime corespunzătoare temperaturii maxime din reţea (5...6 m deasupra celui mai înalt punct al reţelei circulate).

b) Este posibil să se coboare temperatura medie prin scăderea accentuată a temperaturii de retur. De exemplu, 102°C — temperatura de tur şi 70°C — temperatura de retur. În acest caz are loc o creştere de cost relativă a preţului radiatoarelor şi o scădere a preţului reţelei. Întrucît costul absolut al acestor radiatoare este mult inferior aceluia al radiatoarelor din fontă, valoarea acestei creşteri relative va fi sensibil inferioară creşterii similare a costului radiatoarelor din fontă şi în felul acesta se poate obţine o scădere importantă a costului de ansamblu al instalaţiilor interioare.

Dacă, aşadar, pentru radiatoarele din fontă practica a arătat că valoarea optimă a intervalului de temperatură tur-retur este de 20°C, în cazul instalaţiilor cu noul tip de radiatoare, punctul optim va corespunde unui interval mai mare, pe care studiile ulterioare şi practica îl vor stabili. De aici rezultă că în costul instalaţiilor interioare se vor realiza economii şi mai importante decît cele ce apar prin simpla comparaţie de cost a radiatoarelor.

Din punct de vedere al montării este absolut evident că radiatoarele propuse pot fi substituite radiatoarelor din fontă păstrîndu-se neschimbată schema de principiu a reţelei. Radiatoarele se pot monta cu reglaj individual, prin racorduri separate tur şi retur. În acest caz robinetul de reglaj se montează pe conducta de tur şi leagă coloana de distribuţie a reţelei cu ţeava interioară a radiatorului.

Vechile radiatoare din fontă sau tablă prezintă însă mari dezavantaje, care au împiedicat folosirea curentă a montajului în serie a două sau mai multe corpuri, în aceeaşi încăpere. Aceste dezavantaje sînt: a) necesitatea unei conducte suplimentare destinată aerisirii corpurilor; b) frecvenţa scoaterii din circuit a întregului grup montat în serie, datorită frecvenţei accidentelor la corpuri; c) mărirea rezistenţelor hidraulice pe circuitul considerat; d) aspect inestetic; e) lungimea mare a conductelor de legătură între corpuri.

Principiul de construcţie al noului radiator elimină absolut toate aceste neajunsuri. Acest aspect rezultă cu evidenţă din fig. 2, unde *A* — schema de montaj în serie a radiatoarelor uzuale şi *B* — schema de montaj a radiatoarelor studiate de noi.

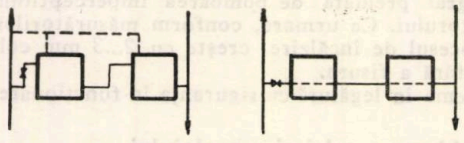


Fig. 2

Amintim avantajele montajului în serie în aceeaşi încăpere: a) reducerea numărului de coloane tur-retur şi a armăturilor corespunzătoare; b) reducerea numărului robinetelor de reglaj, fără nici un dezavantaj; c) în cazul termoficărilor pentru clădiri dispuse la mari diferenţe de nivel sau pentru instalaţii interioare la clădiri mai înalte de 40 m, nu se pot realiza reţele cu continuitate hidraulică, datorită limitei de siguranţă pentru presiunea de regim a radiatoarelor din fontă, care nu poate depăşi 4 at.

Acest ultim dezavantaj este complet eliminat, deoarece noul tip de radiator nu este supus presiunii reţelei. Presiunea este suportată de ţeava interioară care — conform prescripţiunilor STAS — trebuie să suporte o presiune de regim de 24 at.

b) *Instalaţii cu apă supraîncălzită, cu temperaturi la tur peste 110°C*

Toate avantajele de reglare şi montaj sînt identice celor de la instalaţiile cu apă caldă. Întrucît în acest caz problema reţelei reprezintă un punct mai sensibil, simplificările realizabile în schemă, indicate la punctul precedent, au o importanţă mai mare.

Este de remarcat că în cazul acesta, folosirea radiatoarelor din fontă se exclude cu desăvîrşire. Comparaţia o vom face aşadar cu registrele care se folosesc în acest caz.

Costul registrelor din ţevi dispuse orizontal este egal cu cel al radiatoarelor din fontă, iar costul registrelor din ţevi, dispuse vertical, este sensibil mai ridicat. Avantajul economiei rezultate prin înlocuirea acestora cu noile radiatoare este, aşadar, cel puţin egal cu acela care rezultă prin comparaţie cu radiatoarele din fontă. Din punct de vedere al confortului şi al prescripţiilor sanitare, instalaţia va beneficia de toate avantajele unei instalaţii cu apă caldă.

În multe industrii, depozitarea prafului şi curăţirea lui de pe registru reprezintă o problemă capitală. Datorită formei simple a noului tip de radiator (numai în cazul execuţiei lui din tablă netedă), curăţirea de praf se va realiza în condiţii optime. Datorită satisfacerii condiţiilor sanitare, element principal care interzice folosirea apei supraîncălzite în clădiri administrative şi de locuit, noul tip de radiator permite extinderea reţelelor de apă supraîncălzită şi în aceste cazuri. Evident, prezenţa conductelor de apă supraîncălzită implică studierea în viitor a unor elemente speciale de izolare şi gardă în jurul acestora.

c) *Instalaţii de încălzire cu abur de joasă presiune*

Înlocuirea radiatoarelor din fontă şi a registrelor utilizate în toate instalaţiile cu aburi de joasă presiune, cu noul tip de radiatoare, prezintă un avantaj ca în toate cazurile în care folosirea directă a aburului este interzisă. Acest avantaj este capital în industrii cu corpuri anexe de volum mare. Montajul nu aduce nici o modificare funcţională în ceea ce priveşte schema de instalare şi calculul reţelei.

Reglajul local prin înecare funcţionează identic ca un corp de încălzire alimentat direct cu aburi de joasă presiune.

La reglajul din centrală, realizat printr-un program de întreruperi periodice, noul sistem prezintă avantajul unei continuităţi în procesul de încălzire prin inerţia termică a apei din radiator.

Menţionăm că radiatoarele se pot executa cu un volum de apă mai mare sau mai mic. În felul acesta inerţia termică a instalaţiei poate fi adaptată specificului clădirii. În cazul încălzirii cu întreruperi, pînă la răcirea totală a instalaţiei, acest sistem prezintă însă următoarele dezavantaje: a) pericol de îngheţ ca la instalaţiile de apă caldă; b) inerţia termică la pornire impune un timp mai lung de intrare în funcţiune şi o mai mare neuniformitate a temperaturilor rezultate în această perioadă.

4. Siguranţa în funcţionare; întreţinere şi uzură

Singurul element al noului tip de radiator care suportă acţiunea agresivă a fluidului purtător de căldură este ţeava interioară. Aceasta are un diametru mai mare decît cel al racordurilor de legătură şi al majorităţii conductelor termale, avînd astfel pereţii mai groşi.

Accidentele ce se pot ivi în general la ţevi, la temperaturile şi presiunile maxime, ce se întîlnesc în instalaţiile de încălzire centrală, nu au niciodată caracter de explozie.

Cît priveşte pierderile, acestea pot surveni exclusiv prin armături şi prin porii de coroziune a ţevilor. Practica de circa 100 ani a exploatării instalaţiilor de încălzire a confirmat definitiv aceasta.

Grosimea ţevii din radiator fiind mai mare, în condiţii identice de uzură, decît grosimea ţevilor din reţea, frecvenţa avariilor la corpuri va fi inferioară celor din reţea şi apariţia porilor de coroziune mai întîrziată.

Durata de funcţionare a unui radiator de acest tip va fi aşadar superioară aceleia a reţelei. Din acest punct de vedere se poate aduce încă o ameliorare prin prevederea în interiorul radiatorului a ţevilor galvanizate.

Să presupunem, totuşi, cazul apariţiei unui por de coroziune la o ţeavă interioară a radiatorului. În acest caz presiunea în interior va creşte treptat, tinzînd spre presiunea din reţea. Prin construcţia sa radiatorul nu poate însă rezista la o presiune mai mare de 0,3...0,5 at şi mai mult decît atît, poate fi special construit cu puncte de minimă rezistenţă la partea superioară. Astfel, în exemplul dat, îmbinarea tolei la partea superioară se poate executa fără falţ, prin simplă suprapunere şi cositorire. Orificiul de umplere este obturat cu o tablă albă de 0,2 mm, etanşată prin simplă cositorire la margini.

Radiatorul va ceda în aceste puncte slabe prin desfacerea îmbinării cositorite sau a capacului şi rezultatul va fi o scurgere de apă din radiator la temperatura de circa 80°C, cu un debit neglijabil, ca acela ce străbate prin porii obişnuiţi de coroziune ai reţelei. În concluzie, accidentul produs sub această formă nu are un caracter periculos şi este întrutotul similar accidentelor obişnuite din reţea, avînd totodată, precum s-a arătat, o frecvenţă probabilă cu mult mai mică. Se poate afirma cu certitudine că nu poate surveni mai devreme de 30 ani de exploatare. Reparaţia este simplă şi constă în demontarea şi înlocuirea ţevii şi reetanşarea radiatorului.

În cazul reţelelor cu fluide la o temperatură mai ridicată, trebuie analizată posibilitatea supraîncălzirii apei din interiorul radiatorului şi creşterea de presiune cores-

punzătoare. În cazul apei calde şi al aburului de joasă presiune, această posibilitate este evident exclusă. Pentru apa supraîncălzită se recomandă următorii parametri termici de proiectare: temperatura turului — $t_1=130°C$, temperatura returului — $t_2=80°C$, temperatura apei din radiator în condiţiile de calcul — $t_a=75°C$, la o temperatură a camerei $t_c=20°C$. Aceste cerinţe se pot realiza prin dimensionarea corespunzătoare a suprafeţei de încălzire. În cele ce urmează se efectuează tocmai această analiză.

Temperatura apei în radiator a fost fixată, din motive de siguranţă, la valoarea $t_a=75°$ C. Această valoare se obţine prin proiectarea radiatoarelor cu un raport corespunzător al suprafeţelor ţevii interioare A_i şi a celei exterioare A_s a radiatorului. Această precauţie se impune numai în cazul utilizării apei supraîncălzite cu o temperatură a turului de peste 110° C.

Pentru a satisface condiţia de echilibru în regim staţionar (care condiţionează temperatura maximă de 75° C a apei din radiator) căldura primită de la ţeavă este necesar să fie egală cu cea transmisă la exterior:

$$A_s(t_a - t_c)K_e = A_i[(t_1 + t_2)/2 - t_a]K_i. \tag{1}$$

Pentru a satisface condiţiile de siguranţă impuse, trebuie să avem:

$$A_s/A_i = \{K_i[(t_1 + t_2)/2 - t_a]\}/[K_e(t_a - t_c)] =$$

$$= \{330[(130 + 80)/2 - 75]\}/[10{,}5(75 - 20)] = 17{,}5, \tag{2}$$

unde: $K_i = 330$ kcal/m² h °C, $K_e = 10{,}5$ kcal/m² h °C.

În cele ce urmează vom analiza cazurile principale care se pot ivi în exploatare.

a) *Urcarea temperaturii camerei pînă la 40°C.* Creşterea temperaturii camerei reduce iniţial debitul exterior de căldură şi contribuie la creşterea temperaturii apei din radiator. Înlocuind în relaţia (2) noua valoare pentru t_c se obţine:

$$\{330[(130 + 80)/2 - t_a]\}/[10{,}5(t_a - 40)] = 17{,}5. \tag{3}$$

Rezultă pentru temperatura apei din radiator, în cazul excepţional cînd temperatura camerei s-ar ridica la 40°C, valoarea $t_a = 82°C$.

b) *O dereglare a circulaţiei care duce la o creştere a debitului şi provoacă o creştere a temperaturii returului de la 80°C la 110°C.* Efectuînd bilanţul termic în acest caz, se obţine:

$$\{330[(130 + 110)/2 - t_a]\}/[10{,}5(t_a - 20)] = 17{,}5 \text{ şi } t_a = 85°C. \tag{4}$$

c) *Acoperirea accidentală a radiatorului cu o pătură izolantă pe circa 50% din suprafaţa sa.* În acest caz raportul A_s/A_i se reduce la jumătate din valoarea iniţială şi relaţia (4) capătă forma:

$$\{330[(130 + t_2')/2 - t_a]\}/[10{,}5(t_a - 20)] = 17{,}5/2 = 8{,}75, \tag{5}$$

relaţie acoperitoare, căci temperatura în cameră va scădea în realitate sub $t_c = 20°$ C, datorită micşorării debitului caloric al radiatorului, dar în cazul unei încăperi cu mai multe corpuri de încălzire această scădere va fi mai redusă.

Datorită micşorării debitului caloric temperatura returului (t_2) va creşte la o valoare superioară pe care o alegem $t_2' = 100°C$ şi pentru care vom face o verificare ulterioară. Căpătăm astfel:

$$\{330[(130 + 100)/2] - t_a\}/[10{,}5(t_a - 20)] = 8{,}75, \tag{6}$$

de unde rezultă $t_a = 94{,}7°$ C.

Dacă vechiul debit (cel normal) era Q, noul debit caloric va fi:

$$Q_1 = Q_0(A_s'/A_s)[(94{,}7 - 20)/(75 - 20)] = 0{,}67\,Q_0. \tag{7}$$

Dacă se notează debitul de apă ce circulă în ţeavă cu D şi se scrie bilanţul termic al ţevii interioare avem:

$$(130 - 80)D = Q_0, \tag{8}$$

$$(130 - t_2')D = Q_1. \tag{9}$$

Din (7), (8) şi (9) se deduce $t_2' = 96{,}5°C$, valoarea mai mică decît cea introdusă în calculul lui t_a, deci calculul este acoperitor şi în realitate $t_a < 94{,}7°C$.

d) *Temperatura turului creşte în mod accidental la 150°C, cea a returului la 100°C şi temperatura camerei la 30°C.* Temperatura în interiorul radiatorului va fi dată în acest caz de relaţia:

$$17{,}5 = \{330/[(150+100)/2] - t_a\}/[10{,}5\,(t_a - 30)], \tag{10}$$

de unde rezultă $t_a = 91{,}5°C$.

În concluzie, toate ipotezele făcute nu pot duce la depăşirea temperaturii de 95°C.

Să presupunem că în mod cu totul accidental, prin cumularea unora din aceste cauze, s-ar produce totuşi o rîdicare a temperaturii apei la peste 100°C şi o creştere a presiunii interioare de la partea superioară. Datorită modului de execuţie a lipiturilor, presiunea nu poate creşte peste 0,3...0,4 at. În acest caz, la un radiator de 1,5 m lungime, ca cel din fig. 1, se va produce o degajare bruscă de vapori de 0,7 kg, din faţă spre perete şi continuată de o producţie continuă de vapori cu un debit inferior aceluia al unui vas obişnuit care fierbe pe plită. Se subliniază în mod expres că radiatorul nu se comportă ca un vas etanş cu rezistenţă mecanică. Modul de etanşare îl conferă caracterul, din acest punct de vedere, de vas deschis şi de foarte mică capacitate. Prescripţiile privitoare la schimbătoarele de căldură, care trebuie să respecte regulamentul recipientelor sub presiune, sînt în acest caz inaplicabile şi nejustificate.

Să analizăm în continuare uzura învelişului exterior de tablă. Această uzură nu poate fi provocată decît prin coroziune sau dilatare.

a) *Influenţa coroziunii.* Dacă s-ar introduce în radiator apă obişnuită de conductă, fără degazare prealabilă, coroziunea provocată prin procesul de oxidare ar fi limitată de cantitatea de oxigen conţinută în aerul dizolvat. Sub acest aspect nu sînt necesare precauţii speciale.

Întrucît în compoziţia apei există săruri care pot întreţine un proces permanent de coroziune electrolitică, chiar şi în mediu complet etanş, se impune totuşi utilizarea unei ape lipsite de săruri, ca apa de ploaie, condens sau apa obţinută din topirea zăpezii.

În prescripţiunile noastre am prevăzut şi degazarea parţială prin încălzire pînă la temperatura de regim, pentru a evita creşterile de presiune provocate în timpul încălzirii prin degajarea aerului solvit.

Evident, stanţarea trebuie executată în condiţii perfecte. Cu aceste precauţii coroziunea interioară poate fi socotită practic nulă. Experienţele ce se vor întreprinde în viitor, vor stabili dacă precauţia de a utiliza apă fără săruri este sau nu utilă şi totodată care sînt calităţile apei admisibile.

Evitarea coroziunii învelişului de tablă către exterior se realizează prin vopsirea radiatoarelor, care trebuie socotită obligatorie chiar pentru radiatoarele din tablă galvanizată, atît pentru evitarea coroziunii, cît şi pentru obţinerea unui aspect corespunzător. Vopsirea este mai ieftină decît la radiatoarele din fontă.

b) *Influenţa dilatării apei.* În experienţele efectuate creşterea de presiune datorită dilatării apei din interiorul radiatorului etanş a fost măsurată şi nu a depăşit niciodată 3 mm col. mercur. Acest fapt prezintă o deosebită importanţă, deoarece indică pentru toate cazurile suprapresiunea care trebuie s-o suporte punctele slabe pentru siguranţa în funcţionare.

c) *Influenţa dilatării ţevii şi a tablei.* În timpul încălzirii diferenţa de temperatură dintre pereţii ţevii şi ai tablei poate atinge 40°C, ceea ce duce la o diferenţă de dilatare pe metru liniar de radiator de 0,48 mm, care urmează a fi preluată în mod egal de deformaţiile feţelor laterale. În cazul acesta, la un radiator de 4 m lungime, deformarea va fi de circa 1 mm, admisibilă fără a se lua precauţii speciale. Presupunînd două întreruperi zilnice în funcţionarea instalaţiei şi o perioadă de încălzire de 150 zile, ar rezulta 9 000 cicluri în 30 ani, valoare extrem de redusă din punctul de vedere al proceselor de obosire a materialelor, dacă se ţine seama de solicitările neglijabile posibile.

5. Concluzii

1. Introducerea tipului de radiator propus va aduce o importantă economie de investiţii la instalaţii, datorită costului redus al radiatoarelor şi economii certe pentru reţea, ale căror valori exacte urmează a fi stabilite prin studii şi experienţe ulterioare.

2. De asemenea introducerea tipului propus de radiator va permite realizarea unei economii de metal egală cu circa 65 % din greutatea radiatoarelor uzuale, din fontă.

3. Din punct de vedere al economiei exploatării, comportarea noilor radiatoare va fi mult superioară radiatoarelor din fontă, datorită simplificărilor în reţea şi a dispariţiei problemei etanşării dintre elemenţi la presiune ridicată.

4. Din punct de vedere al confortului şi prescripţiilor sanitare se realizează toate avantajele încălzirii cu apă caldă pentru orice agent purtător de căldură în reţea.

5. Radiatoarele prezentate în exemplele constructive propuse de noi nu constituie, cu siguranţă, forma cea mai economică realizabilă pe acest principiu. Realizarea unor tipuri optime care ar urma să fie omologate şi standardizate va necesita, în continuare, noi calcule şi experienţe. *Cert este faptul că chiar în forma propusă de noi, noile radiatoare sînt net superioare celor folosite pînă în prezent.*

Este necesară: a) executarea unei instalaţii experimentale într-o construcţie nouă avînd drept obiectiv numai studiul comportării acestor radiatoare în exploatare; b) studiul tehnologiei optime de fabricaţie pentru producţia de masă şi organizarea întreprinderilor care urmează a le fabrica.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de termotehnică

НОВЫЙ ТИП РАДИАТОРА

(Резюме)

Исследуемый радиатор — простой геометрический сосуд наполненный дистиллированной водой пронизанный железной трубой, по которой идет теплоносительный флюид (вода при 100...110°С, или же пар низкого или среднего давления).

Таким образом, теплопередающая поверхность не подвержена давлению сети и корозивным действиям нагревательных агентов. Эта поверхность может быть исполнена из листового, выкрашенного снаружи железа в 0,5...0,75 мм толщины, или же из теплопластического материала (полипропилена или другого подобного).

Экеперименталько установлено, что при равной производительности тепла, предлагаемые радиаторы исполненные из листового железа весят, примерно, на 60% меньше чем чугунные. К тому же реализируется экономия в изготовлении сети, благодаря повышенным параметрам теплоносительно агента. В отношении гигиены и удобства установка отвечает всем требованиям водяного отопления.

Выбором водяной емкости радиаторы могут проектироваться с большей или меньшей термической инерцией. Панельный гладкий тип этого радиатора не пострадал при экеперименталном замораживании.

Исполнение элементов из панельного или ондулированного материалов позволяет уменьшение габарита радиатора, но повышает количество затрачиваемого материала

UN NOUVEAU MODEL DE RADIATEUR

(Résumé)

Le radiateur étudié est un simple réservoir étanche rempli d'eau distillée par un tuyau alimenté par le fluide chaud (de l'eau à 100...110°C ou de la vapeur à basse ou à moyenne pression).

De la sorte, la surface d'échange extérieure est soustraite à la pression et à l'action corrodante du fluide du réseau de chauffage et peut être exécutée en toles de fer de 0,5...0,75 mm d'épaisseur ou en matière thermoplastique (polypropylen ou autres).

Les radiateurs ainsi conçus, exécutés en toles, ont été expérimentés et à egal débit de chaleur ont un poids de 60% moindre que celui des radiateurs en fonte.

Dans l'installation, l'adoptation de ces radiateurs apporte en outre une économie de métal dans le réseau, due surtout aux paramètres élevés du fluide qui transporte la chaleur, tout en conservant les avantages du chauffage à l'eau chaude en ce qui concerne le confort et l'hygiène.

On traite aussi le problème de la sureté du fonctionnement et celui du réglage et on y arrive à des conclusions favorables.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 669-155.2

CEMENTAREA OŢELURILOR CARBON CU AMESTEC PE BAZĂ DE Na_2O_2

DE

TOMA FĂRCAŞ, TIBERIU GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ şi EMIL ANDREI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. În lucrările noastre precedente cu privire la tratamentul termochimic al oţelurilor carbon şi aliate [1]...[3] s-au stabilit noi amestecuri de cementare, avantajoase din punct de vedere economic, pe bază de $CaCO_3$ şi pe bază de dolomită, în prezenţa NaCl. De asemenea s-a studiat baza teoretică a proceselor termochimice ce au loc în condiţiile de cementare cu carburizatori solizi ce conţin NaCl [4].

Pe baza datelor experimentale s-au tras o serie de concluzii şi s-a explicat influenţa exercitată de metalele alcaline (Na, K) din carburizatori în procesul de cementare fără CO sau CO_2, ceea ce exclude posibilitatea acţiunii lor catalitice. Ca urmare a acestei constatări s-au întrevăzut noi posibilităţi în domeniul preparării carburatorilor solizi pe baza complexului de reacţii din procesul de cementare.

Observînd rezultatele bune obţinute cu carburizatorul format din cărbune de lemn cu 12,5% Na_2O_2 [4], în lucrarea de faţă se studiază posibilitatea folosirii Na_2O_2 ca accelerator în amestecurile de cementare solide pentru oţelurile carbon.

2. Experienţele efectuate în laborator s-au executat asupra oţelului carbon de calitate OLC 15 (STAS 880-60), pe eşantioane cilindrice cu diametrul de 8 mm şi lungimea de 80 mm.

Pentru a stabili compoziţia optimă a amestecului de cementare pe bază de Na_2O_2 s-au efectuat experienţe în următoarele condiţii: a) proporţia de Na_2O_2 introdusă în amestec: 2,5%; 5%; 7,5%; 10%; 15%; b) timpul de cementare: 2; 4; 6; 8; 10 ore; c) temperatura de lucru: 800°C; 840°; 880°; 920°C.

Pentru determinarea condiţiilor optime s-a urmărit pătrunderea cementării şi durităţile funcţie de timp şi temperatură, pentru toate compoziţiile amestecului.

Tabelul 1 şi fig. 1...5 ilustrează rezultatele obţinute la pătrunderea cementării, iar tabelul 2 cuprinde datele experimentale referitoare la variaţia durităţii funcţie de compoziţia amestecului şi temperatură pentru piesele necălite şi călite.

Tabelul 1

% Na_2O_2 \ Tempreatura T °C / Timp ore	800	840	880	920
2,5 — 2	0,1...0,2	0,2...0,3	0,6...0,9	0,7...0,9
4	0,2...0,3	0,3...0,5	0,9...1,2	1,2...1,4
6	0,3...0,4	0,5...0,7	1,1...1,4	1,5...1,7
8	0,3...0,6	0,7...0,9	1,4...1,7	1,8...2,0
10	0,4...0,6	0,8...1,1	1,6...1 8	2,0...2,2
5 — 2	0,1...0,3	0,2...0,4	0,7...1,0	0,8...1,0
4	0,2...0,4	0,4...0,6	0,9...1,2	1,2...1,4
6	0,3...0,6	0,7...0,9	1,2...1,5	1,6...1,8
8	0,4...0,6	0,9...1,2	1,5...1,7	1,9...2,1
10	0,5...0,7	1,1...1,4	1,7...2,0	2,1...2,3
7,5 — 2	0,2...0,4	0,4...0,5	0,7...0,9	0,8...0,9
4	0,3...0,6	0,6...0,8	1,0...1,2	1,3...1,6
6	0,6...0,8	0,8...1,0	1,2...1,4	1,6...1,9
8	0,7...0,9	1,1...1,3	1,5...1,7	2,0...2,2
10	0,8...1,0	1,3...1,5	1,7...1,9	2,3...2,5
10 — 2	0,1...0,3	0,2...0,4	0,5...0,8	0,6...0,8
4	0,4...0,5	0,5...0,7	1,0...1,2	1,1...1,3
6	0,6...0,8	0,8...0,9	1,3...1,4	1,5...1,7
8	0,8...0,9	0,9...1,2	1,6...1,8	1,8...2,0
10	0,9...1,1	1,2...1,4	1,7...1,9	1,9...2,2
15 — 2	0,2...0,4	0,3...0,5	0,4...0,7	0,5...0,7
4	0,4...0,5	0,5...0,7	0,9...1,1	1,0...1,2
6	0,5...0,6	0,7...0,9	1,2...1,4	1,4...1,6
8	0,5...0,7	0,8...1,0	1,5...1,7	1,8...1,9
10	0,6...0,7	0,9...1,1	1,7...1,8	2,0...2,2

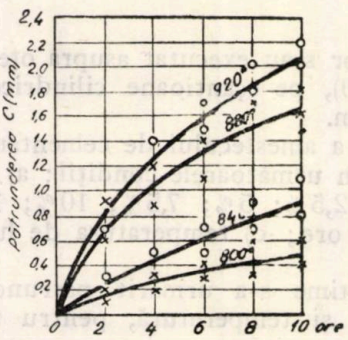


Fig. 1.—Pătrunderea cementării la OLC 15, funcţie de timp şi temperatură, pentru amestecul: 2,5% Na_2O_2 + 97,5% cărbune de lemn.

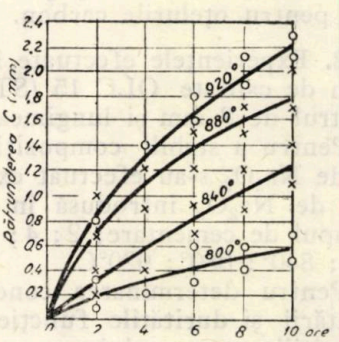


Fig. 2.—Pătrunderea cementării la OLC 15, funcţie de timp şi temperatură, pentru amestecul: 5% Na_2O_2 + 95% cărbune de lemne.

În fig. 6 şi 7 sînt reprezentate microstructurile pentru: a) oţel OLC 15, structura iniţială; b) oţel OLC 15, cementat la 880°C, timp de 8 ore, cu amestecul format din cărbune de lemn şi 5% Na_2O_2.

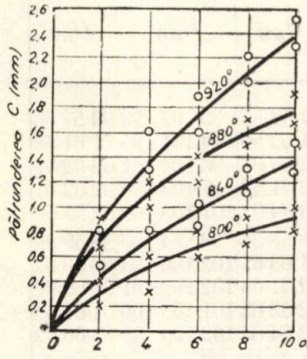


Fig. 3— Pătrunderea cementării la OLC 15, funcţie de timp şi temperatură, pentru amestecul: 7,5% Na_2O_2 + + 92,5% cărbune de lemn.

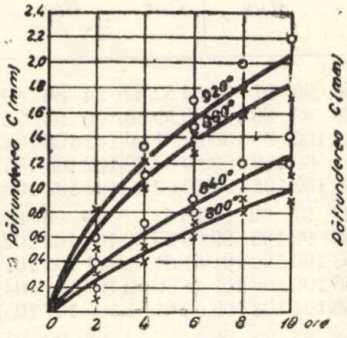


Fig.4.—Pătrunderea cementării la OLC 15, funcţie de timp şi temperatură, pentru amestecul: 10% Na_2O_2 + + 90% cărbune de lemn.

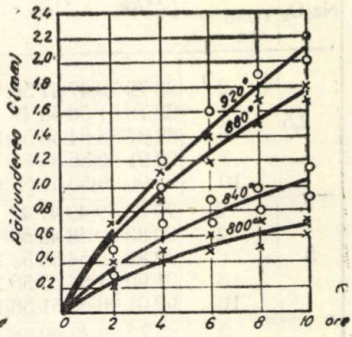


Fig. 5.—Pătrunderea cementării la OLC 15, funcţie de timp şi temperatură, pentru amestecul: 15% Na_2O_2 + + 85% cărbune de lemn.

Se observă că pătrunderea cementării este uniformă şi continuă.

Din rezultatele obţinute se constată că ele sînt optime la temperaturile de 880°C şi 920°C. De asemenea în cadrul aceleaşi temperaturi rezultatele sînt apropiate pentru diferitele compoziţii.

Din datele experimentale obţinute reiese că Na_2O_2 reprezintă un bun accelerator în amestecurile de cementare.

Întrucît rezultatele pentru diferitele proporţii de peroxid de sodiu (Na_2O_2) alături de cărbune de lemn sînt practic foarte apropiate, s-a considerat drept criteriu pentru stabilirea compoziţiei optime a carburizatorului factorul economic. Ţinînd seama de acest fapt recomandăm pentru folosirea în practică, a carburizatorului cu următoarea compoziţie: cărbune de lemn + 2,5...5% Na_2O_2; temperatura de lucru 870°...900°C; timpul 6...10 ore, funcţie de rezultatele urmărite.

Dacă se compară rezultatele obţinute în aceleaşi condiţii de lucru, ale diverselor amestecuri de cementare elaborate şi studiate de noi, cu cele obţinute de exemplu cu amestecul format din cărbune de lemn şi 5% Na_2O_2, asupra oţelului OLC 15, se observă că practic, ele sînt asemănătoare (tabelul 3).

Realizarea practică a cementării coincide cu cea corespunzătoare metodei clasice de cementare în medii solide; diferă însă modul de preparare a amestecului. În acest caz nu se face un amestec în prealabil ci se adaugă Na_2O_2 direct în cutia de cementare, peste un strat subţire de cărbune de lemn (mangal) în bucăţi de mărimi normale pentru acest fel de amestecuri, apoi, în continuare, se pune cărbune de lemn în care se împachetează piesele, pînă la umplerea cutiei. Cu cît proporţia de Na_2O_2 este mai ridicată etanşarea cutiei trebuie realizată cu mai multă îngrijire întrucît presiunea gazelor din cutie este mai mare. Pentru îmbună-

Tabelul 2

% Na_2O_2	Temp. T °C / Duritate / Timp ore	800						840						880						920					
		H_{RB}			H_{RC}			H_{RB}			H_{RC}			H_{RB}			H_{RC}			H_{RB}			H_{RC}		
2,5	2	80	79	78	47	47	50	90	91	90	54	52	52	94	88	89	57	58	57	95	92	93	60	57	58
	4	80	79	81	50	50	49	98	99	100	60	59	50	96	94	98	61	63	59	94	101	99	61	61	58
	6	88	87	88	54	56	52	100	99	100	60	61	60	102	106	103	62	63	61	96	104	101	62	62	61
	8	90	91	90	56	55	54	99	100	102	60	62	62	102	105	106	62	61	62	97	103	100	62	62	61
	10	92	90	90	50	51	56	102	105	100	59	62	62	104	102	102	63	64	62	101	105	102	62	59	62
5	2	79	80	79	49	47	47	91	92	91	53	53	52	99	98	98	59	58	58	93	94	96	58	59	59
	4	80	80	79	48	49	50	99	100	99	60	59	60	104	102	102	61	63	61	102	100	104	60	59	62
	6	89	88	88	54	53	53	100	100	101	61	61	61	101	102	101	62	61	63	102	103	101	61	60	62
	8	91	90	91	54	55	56	100	103	101	61	60	62	104	102	104	62	62	62	101	103	100	61	63	63
	10	92	91	90	56	51	56	104	104	105	62	61	61	105	107	105	62	64	64	102	105	99	63	60	62
7,5	2	80	79	80	48	49	48	93	92	90	53	52	52	98	99	97	61	60	59	89	92	92	60	58	60
	4	82	81	81	50	51	52	100	99	99	60	60	58	100	98	99	60	60	51	102	99	101	60	61	60
	6	88	89	89	57	57	56	100	99	101	61	62	61	100	99	99	62	61	61	101	103	102	61	62	63
	8	91	91	91	58	56	55	101	102	101	61	61	63	104	102	100	61	63	62	104	101	103	62	63	62
	10	91	93	90	59	58	58	101	105	106	62	63	61	103	102	104	62	62	63	105	104	105	61	63	62
10	2	81	80	80	50	51	50	93	94	93	57	55	55	98	97	98	60	59	59	91	88	91	59	60	59
	4	82	82	83	50	53	51	101	100	99	60	61	59	101	99	99	60	61	61	101	98	102	60	59	60
	6	89	88	88	56	55	55	101	101	100	61	61	62	98	96	100	64	63	62	101	99	101	59	59	60
	8	91	88	89	59	58	55	102	101	102	61	62	61	101	103	102	60	61	62	103	100	103	61	59	61
	10	88	92	91	59	57	57	102	104	102	61	61	62	104	102	104	62	61	63	103	104	101	60	59	61
15	2	82	80	80	51	50	50	96	98	96	57	58	57	100	98	98	61	60	60	91	87	90	60	58	59
	4	83	82	83	52	52	50	100	100	99	60	60	62	102	99	103	63	64	62	100	99	102	61	60	62
	6	89	89	88	57	55	57	101	100	101	61	61	62	103	102	100	64	64	63	97	104	101	62	60	60
	8	89	90	90	57	58	58	101	102	101	61	61	62	100	104	101	64	61	63	99	100	102	60	62	60
	10	89	90	89	59	58	58	103	101	100	62	62	61	103	102	104	62	64	61	104	102	106	61	62	61

tăţirea condiţiilor de menţinere a gazelor în cutie, în cazul cutiilor cu dimensiuni reduse, uşor de manevrat, se recomandă să se introducă în cuptor în poziţie răsturnată, cu capacul în jos.

Tabelul 3

Pătrunderea cementării şi duritate / Mediul de carburare / Timp ore		13% $CaCO_3$+ 7% NaCl+ 80% cărbune de lemn	20% dolomită + 7% NaCl+ 73% cărbune de lemn	5 % Na_2O_2+ 95 % cărbune de lemn
Pătrunderea cementării la 880°C	6	1,4...1,5	1,3...1,5	1,2...1,5
	8	1,5...1,7	1,4...1,6	1,5 ..1,7
Piese necălite H_{RB}	6	100 100 98 100	102 103 105 107 106	101 101 102
	8	100 102 103	105 105 106 107	104 102 104
Piese călite H_{RC}	6	62 64 66 68	63 64 65 67	62 61 63
	8	62 65 67 68	65 66 65 66	62 62 62

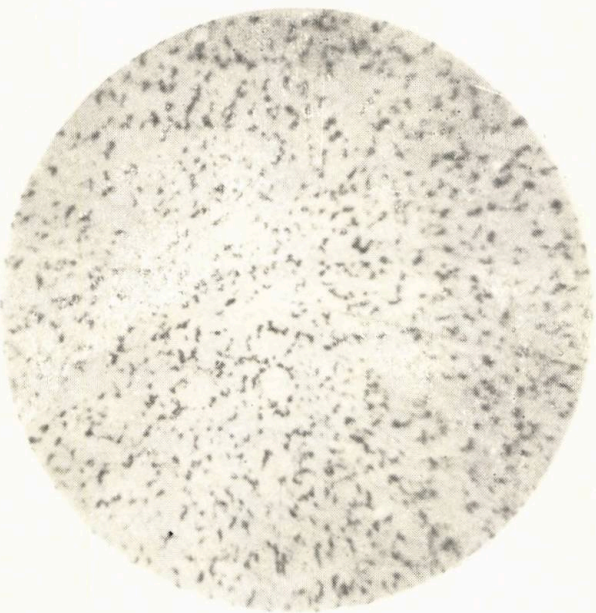


Fig. 6. — Microstructura iniţială a oţelurilor OLC 15. × 150.

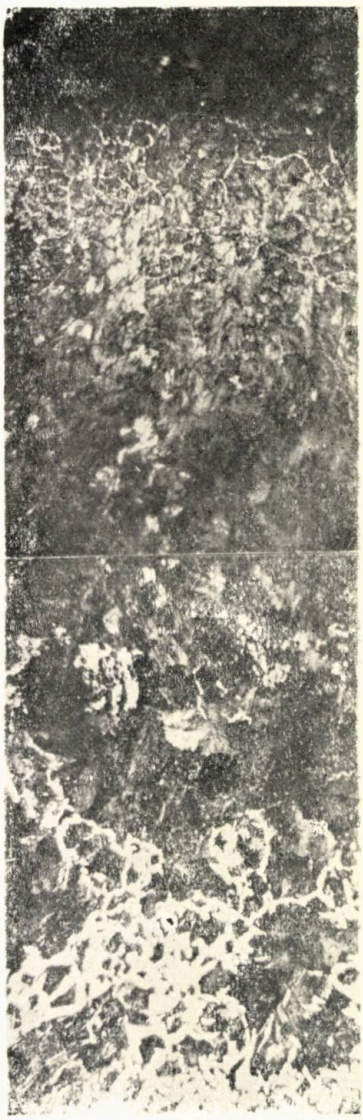


Fig. 7. — Microstructura oţelului OLC 15 cementat la 880°C, timp de 8 ore, amestec cu 5% Na_2O_2+95% cărbune de lemn. × 150.

Concluzii

a) Din datele experimentale obţinute rezultă că Na_2O_2 poate fi utilizat într-un amestec de cementare alături de cărbune de lemn, în diverse proporţii, cu rezultate practice asemănătoare.

b) Amestecul recomandat pentru cementare, ţinînd seama în deosebi de factorul economic, este format din: cărbune de lemn + 2,5...5% Na_2O_2, socotite în procente de greutate. Intervalul de temperaturi recomandate este de 870°...900°C, timp de 6...10 ore, în funcţie de adîncimea stratului cementat necesar, care poate atinge 1,7...2 mm.

c) Rezultatele obţinute practic sînt echivalente cu cele ce se obţin la cementarea cu amestecuri pe bază de: a) carbonat de calciu în prezenţa NaCl, b) dolomită în prezenţa NaCl.

d) Rezultatele bune obţinute la oţelul carbon de calitate pentru cementare OLC 15, cu amestec pe bază de Na_2O_2, arată că procesul de cementare este complex, fiind rezultatul mai multor reacţii simultane, după cum s-a arătat în lucrările noastre precedente.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia metalelor,
Catedra de chimie anorganică

BIBLIOGRAFIE

1. Fărcaş T., Golgoţiu T., Ailincăi Gh., Ciochină C., Andrei E., Bul Inst. polit. Iaşi, 1955, I (V), *1—2*, pp. 417—431.
2. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1955, I (V), *1—2*, pp. 433—442.
3. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1955, I (V), *1—2*, pp. 443—460.
4. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, V (IX), *3—4*, pp. 293—298.
5. Minkevici A. N., *Tratamentele termice ale oţelului.* I. D. T., Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
6. Slavinski M. P., *Proprietăţile fizico-chimice ale elementelor.* Ed. tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
7. Kontorovici I. E., *Tratamentul termic al oţelului şi al fontei.* Ed. tehn., Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
8. Guliev A. P., *Metalurgie fizică.* Ed. tehn., Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
9. Kaşcenko G. A., *Bazele metalurgiei fizice.* Ed. Tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).

ЦЕМЕНТАЦИЯ УГЛЕРОДИСТЫХ СТАЛЕЙ СО СМЕСЬЮ НА ОСНОВЕ Na_2O_2

(Резюме)

Изучается возможность использования пероксида натрия (Na_2O_2), как активизатора в твердых цементационных смесях для цементации углеродистых сталей. Опыты, произведенные в лаборатории, ставились на качественной углеродистой стали OLC 15 (STAS 880-60). Для установления оптимального состава цементационной смеси на основе Na_2O_2, опыты производились в следующих условиях: а) Na_2O_2 в пропорции: 2,5 %; 5 %; 7,5 %; 10%; 15 %; б) время цементации: 2; 4; 6; 8; 10 часов; в) температура: 800°; 840°; 880°; 920°C.

С целью определения оптимальных условий, авторы изучали глубину цементации и твердость цементованного слоя в зависимости от времени выдержки и температуры для различных составов смеси.

Из опытных данных заключается, что Na_2O_2 может быть использован в цементационной смеси вместе с древесным углем в различных пропорциях, с подобными практическими результатами.

Смесь рекомендуемая для цементации состоит из древесного угля + 2,5...5 % Na_2O_2, в весовых пропорциях.

Рекомендуемый интервал температур: 870° ... 900° C; время выдержки: 6...10 часов в зависимости от глубины необходимого цементованного слоя в пределе до 1,7...2 мм.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Проникновение цементации (в мм) для стали OLC 15, в зависимости от времени и температуры, при смеси: 2,5 % Na_2O_2 + 97,5 % древесного угля.

Рис. 2. — Проникновение цементации (в мм) для стали OLC 15, в зависимости от времени и температуры, при смеси: 5 % Na_2O_2 + 95 % древесного угля.

Рис. 3. — Проникновение цементации (в мм) для стали OLC 15, в зависимости от времени и температуры, при смеси: 7,5 % Na_2O_2 + 92,5 % древесного угля.

Рис. 4. — Проникновение цементации (в мм) для стали OLC 15, в зависимости от времени и температуры, при смеси: 10 % Na_2O_2 + 90 % древесного угля.

Рис. 5. — Проникновение цементации (в мм) для стали OLC 15, в зависимости от времени и температуры, при смеси: 15 % Na_2O_2 + 85 % древесного угля.

Рис. 6. — Начальная микроструктура стали OLC 15. × 150.

Рис. 7. — Микроструктура стали OLC 15, цементованной при 880° C, время выдержки 8 часов, смесь 5 % Na_2O_2 + 95% древесного угля. × 150.

DIE ZEMENTATION DER KOHLENSTOFFSTÖHLE MITTELS EINER Na_2O_2 - MISCHUNG

(Zusammenfassung)

Vorliegende Arbeit begründet die Verwendungsmöglichkeit von Natriumperoxyd (Na_2O_2) als Beschleuniger in den festen Mischungen für die Zementation der Kohlenstoffstähle. Die Laboratoriumsversuche wurden an Kohlenstoffstählen der Marke OLC 15 (STAS 880-60) angestellt.

Zwecks Feststellung der optimalen Zusammensetzung der Zementationsmischung mit Na_2O_2 wurden die Versuche in folgenden Bedingungen angestellt: a) Na_2O_2 in Prozentsätzen: 2,5; 5; 7,5; 10; 15%; b) Dauer der Zementation 2; 4; 6; 8; 10 Stunden; c) Arbeitstemperatur 800°; 840°; 880°; 920°C.

Zwecks Ermittelung der optimalen Betriebsbedingungen wurden der Zementationstiefe und den Härten, in Abhängigkeit von Dauer und Temperatur, für alle Mischungen, besondere Aufmerksamkeit geschenkt.

Die Versuchsergebnisse zeigten, dass Na_2O_2 zusammen mit Holzkohle in verschiedenen Prozentsätzen als Zementationsmischung verwendet werden kann, wobei die erzielten Ergebnisse beiläufig die selben sind.

Die angeratene Zementationsmischung besteht aus Holzkohle + 2,5...5% Na_2O_2 bezogen auf das Gewicht.

Temperaturabstand wird mit 870°...900°C und die Dauer abhängig von der Tiefe der Zementation (1,7...2 mm) mit 6...10 Stunden angegeben.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Tiefe der Zementation für OLC 15 (mm) abhängig von Dauer und Temperatur, für Mischung: 2,5% Na_2O_2 + 97,5% Holzkohle.

Abb. 2. — Tiefe der Zementation für OLC 15 (mm) abhängig von Dauer und Temperatur, für Mischung: 5% Na_2O_2 + 95% Holzkohle.

Abb. 3. — Tiefe der Zementation für OLC 15 (mm) abhängig von Dauer und Temperatur, für Mischung: 7,5% Na_2O_2 + 92,5% Holzkohle.

Abb. 4. — Tiefe der Zementation für OLC 15 (mm) abhängig von Dauer und Temperatur, für Mischung: 10% Na_2O_2 + 90% Holzkohle.

Abb. 5. — Tiefe der Zementation für OLC 15 (mm) abhängig von Dauer und Temperatur, für Mischung: 15% Na_2O_2 + 85% Holzkohle.

Abb. 6. — Die anfängliche Mikrostruktur für OLC 15. × 150.

Abb. 7. — Die Mikrostruktur eines Stahls OLC 15, 8 Stunden lang zementiert be 880°C mit einer 5% - igen Na_2O_2 + 95% Holzkohle Mischung. × 150.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 620.197 ; 539.53

ASUPRA DURIFICĂRII SUPERFICIALE A METALELOR PRIN RULAREA CU BILE

DE

C. PICOŞ, GH. COMAN, CAZIMIR BOHOSIEVICI
şi ADRIAN CIRILLO

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Una dintre metodele de mărire a durabilităţii pieselor de maşini o constituie şi durificarea superficială. Metodele de durificare superficială urmăresc atît mărirea durităţii stratului superficial cît şi micşorarea rugozităţii de suprafaţă.

Durabilitatea pieselor de maşini depinde de rezistenţa materialului din care acestea sînt fabricate, faţă de principalele solicitări. Principalele solicitări la care sînt supuse în general piesele — încovoierea şi torsiunea — produc tensiuni maxime în stratul superficial. Valorile tensiunilor de întindere şi compresiune, cu repartiţie uniformă pe secţiunea piesei, sînt limitate de asemenea de stratul superficial, care are o alungire mai redusă decît miezul piesei.

Rezistenţa la oboseală a pieselor este influenţată într-o măsură importantă de rugozitatea suprafeţei şi de caracteristicile stratului superficial.

Pentru îmbunătăţirea calităţii de suprafaţă şi mărirea rezistenţei stratului superficial faţă de principalele solicitări la care sînt supuse piesele de maşini, se utilizează diferite procedee de durificare superficială, dintre care menţionăm: rularea cu role, rularea cu bile, împroşcarea cu jet de alice etc.

Cercetările efectuate în direcţia ridicării durabilităţii pieselor de maşini prin durificarea superficială, au folosit procedeele de lucru menţionate mai sus. Încercări experimentale mai numeroase au fost întreprinse folosind rularea cu role, procedeu care a căpătat o relativă extindere în domeniul construcţiei de maşini. Lucrări experimentale [1] au arătat că tensiunea admisibilă la oboseală la piesele din oţel 40 (ГОСТ 1050-52) a crescut cu 25...50% în urma rulării cu role a suprafeţei lor.

Prin utilizarea unor metode puternice de rulare s-a obţinut în prezent o adîncime de durificare pînă la 20 mm, faţă de valorile cuprinse între 1,5 şi 3 mm, realizate în trecut [1].

Rularea cu role a majorat rezistenţa la oboseală a osiilor de cale ferată, a tijelor ciocanelor de forjare şi matriţare, a roţilor dinţate de la locomotivele Diesel etc.

Durificarea superficială prin rulare cu bile a fost cercetată într-o măsură mai redusă. Rularea cu bile permite să se realizeze condiţii mai avantajoase de lucru, în comparaţie cu celelalte procedee, deoarece bila se rostogoleşte fără alunecare pe suprafaţa piesei, ceea ce asigură o uniformitate mai accentuată a gradului de durificare, în comparaţie cu rularea cu role şi împroşcarea cu jet de alice.

Cercetările efectuate pînă în prezent în direcţia durificării superficiale a metalelor prin rularea cu bile, se referă la stabilirea gradului de durificare şi a îmbunătăţirii calităţii de suprafaţă ca rezultat al acestei prelucrări [2].

Variaţia gradului de durificare prin rulare cu bile s-a determinat prin folosirea unor presiuni mari de lucru (50...250 kg) şi prin variaţia parametrilor regimului de lucru : avansul longitudinal al bilei şi numărul de treceri [2].

2. Cercetările experimentale ale colectivului nostru au urmărit să determine : a) influenţa presiunii de rulare şi a avansului de rulare asupra gradului de ecruisare, adîncimii stratului ecruisat şi a rugozităţii suprafeţei ; b) influenţa ecruisării iniţiale, datorită strunjirii epruvetelor, asupra gradului de ecruisare şi a adîncimii stratului ecruisat.

Alegerea unui regim de lucru cu presiuni mici a fost determinată de următoarele cauze : a) nu s-au efectuat cercetări experimentale la aceste regimuri, care se pot utiliza pentru durificarea superficială a pieselor puţin rigide ; b) folosirea presiunilor mari pe bila de durificare duce, după cum au arătat experienţele [2], la o creştere a densităţii stratului superficial, la apariţia unor ondulaţii pe suprafaţa prelucrată, la creşterea tasărilor plastice grosolane, din care cauză calitatea suprafeţei, forma şi dimensiunile piesei au de suferit ; c) adoptarea unui regim de lucru cu presiuni mici asupra bilei dispozitivului permite de asemenea utilizarea unor maşini unelte în scopul urmărit, chiar cu rigiditate redusă, eliminîndu-se astfel posibilitatea apariţiei unor uzuri şi deformaţii mari la maşinile unelte întrebuinţate.

Pentru efectuarea experienţelor am construit un dispozitiv (fig. 1) compus din : bila *1* cu diametrul de 12 mm, ce se sprijină pe rulmenţii *2* şi *3*, montaţi în piesa *4*, ce poate glisa în suportul *5*. Dispozitivul de lucru a fost fixat în suportul port-cuţit al unui strung S_3 „Iosif Rangheţ", prinderea făcîndu-se de suportul *5*. Reglarea presiunii de lucru a bilei se realiza cu ajutorul şurubului metric fin *7* şi a arcului *6*, etalonat cu un dinamometru.

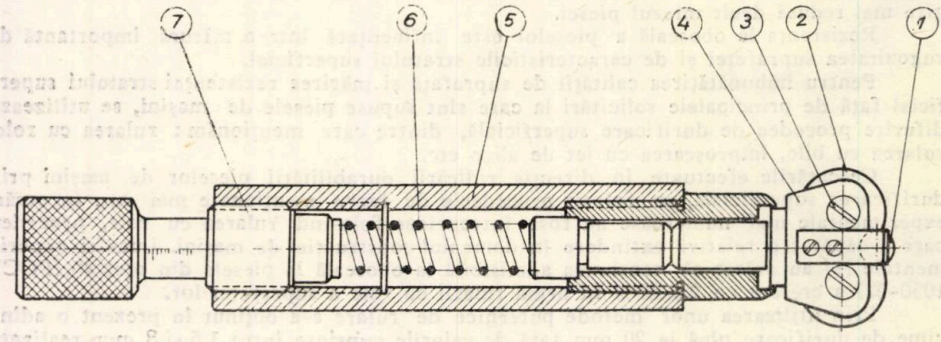


Fig. 1. — Schema dispozitivului experimental.

Încercările au fost efectuate pe epruvete cilindrice din OLC 45, avînd diametrul de 12 mm şi lungimea de 100 mm. Epruvetele din oţel laminat în stare recoaptă au fost supuse strunjirii cu regimurile de lucru indicate în tabelul 1.

Strunjirea s-a efectuat pe un strung S_3 „Iosif Rangheţ". S-a folosit cuţit normal cu placă din oţel rapid R-18, STAS 367-49, cu raza de

rotunjire la vîrf de 1...2 mm. La epruvetele astfel prelucrate a fost determinată netezimea suprafeţei prin măsurarea înălţimii maxime H_{max} pe microscopul dublu Linnik şi respectiv a abaterii medii pătratice H_{mp} pe profilometrul tip ПЧ-3. S-au utilizat regimurile de lucru arătate în tabelul 2.

Tabelul 1

Nr. seriei	Avansul S mm/rot	Adîncimea de aşchiere t mm	Viteza de aşchiere v m/min
1	0,10	1	22,6
2	0,28	1	22,6
3	0,35	1	22,6

Tabelul 2

Nr. seriei epruvetei	Presiunea de rulare P kg	Avansul de rulare S_r mm/rot
I	20	0,10
II	30	0,10
III	40	0,10
IV	20	0,20
V	20	0,30
VI	20	0,40

3. Rezultatele experienţelor efectuate sînt trecute în tabelele 3 şi 4 şi graficele din fig. 2...12.

Microduritatea s-a măsurat cu microdurimetrul PMT-3, la o sarcină de apăsare pe piramidă de 50 g. Măsurătorile s-au efectuat pe secţiunea transversală dreaptă, lustruită, a epruvetei, începînd de la suprafaţa cilindrică spre mijlocul secţiunii. Încercările s-au efectuat pe cercuri concentrice pînă cînd s-au obţinut valori constante ale microdurităţii, ceea ce însemna că s-a atins metalul cu structura iniţială, neecruisat.

Ca rezultat al unei măsurători s-a luat media obţinută din trei determinări ale microdurităţii. Rezultatele măsurătorilor de microduritate sînt redate în tabelul 4. În urma acestor determinări rezultă următoarele constatări:

a) În toate cazurile microduritatea scade de la suprafaţa epruvetei spre interior pînă la atingerea structurii iniţiale, cînd microduritatea are valori constante. Variaţia microdurităţii nu este liniară, ci la adîncimi mici scăderea microdurităţii este mai rapidă, adică ecruisarea este mai intensă în stratul superficial.

b) Influenţa forţei de rulare s-a determinat cercetîndu-se doi indici caracteristici: b_1) gradul de ecruisare a stratului superficial exprimat convenţional prin microduritatea la adîncimea de 50 μ de la suprafaţă; b_2) adîncimea de ecruisare.

Se constată, în general, că gradul de ecruisare creşte o dată cu mărirea forţei de rulare. În cazul epruvetelor strunjite iniţial cu un avans $S = 0{,}10$ mm/rot, gradul de ecruisare se măreşte o dată cu intensificarea forţei de rulare. Pentru epruvetele strunjite mai grosolan (cu $S = 0{,}28$ mm/rot şi $S = 0{,}35$ mm/rot) acest fapt se constată numai pentru forţele de rulare de 20 kg şi 30 kg. În cazul utilizării unei forţe de rulare de 40 kg gradul de ecruisare scade în comparaţie cu cel obţinut la folosirea forţei de 30 kg. Rezultă că limita intensificării regimului de durificare pentru

Tabelul 3

Seria	Nr. epruv.	P kg	Avans la strunjire S mm/rot	Avans la rulare S_r mm/rot	Viteza la rulare v_r m/min	Rugozit. inițială R_i	Rugozit. finală R_f	$R_f - R_i$	ΔR mediu
I	1	20	0,10	0,10	18,20	4	6	2	2,20
	2					4	6	2	
	3					4	7	3	
	4					4	6	2	
	5					4	6	2	
	6	30	0,10	0,10	18,20	4	7	3	3,00
	7					4	7	3	
	8					4	7	3	
	9					4	7	3	
	10					4	7	3	
	11	40	0,10	0,10	18,20	4	7	3	3,20
	12					4	8	4	
	13					4	7	3	
	14					4	7	3	
	15					4	7	3	
II	16	20	0,28	0,10	18,20	2	4	2	2,00
	17					2	4	2	
	18					2	4	2	
	19					2	4	2	
	20					2	4	2	
	21	30	0,28	0,10	18,20	2	5	3	3,00
	22					2	5	3	
	23					2	5	3	
	24					2	5	3	
	25					2	5	3	
	26	40	0,28	0,10	18,20	2	6	4	4,00
	27					2	6	4	
	28					2	6	4	
	29					2	6	4	
	30					2	6	4	
III	31	20	0,35	0,10	18,20	2	4	2	2,00
	32					2	4	2	
	33					2	4	2	
	34					2	3	1	
	35					1	4	3	
	36	30	0,35	0,10	18,20	2	3	1	1,60
	37					2	3	1	
	38					2	4	2	
	39					1	4	3	
	40					2	3	1	
	41	30	0,35	0,10	18,20	2	5	3	3,20
	42					2	5	3	
	43					1	5	4	
	44					2	5	3	
	45					2	5	3	

Tabelul 3 *(continuare)*

Seria	Nr. epruv.	P kg	Avans la strunjire S mm/rot	Avans la rulare S_r mm/rot	Viteza la rulare v_r m/min	Rugozit. inițială R_i	Rugozit. finală R_f	$R_f - R_i$	ΔR mediu
IV	46	20	0,10	0,20	18,20	4	6	2	2,00
	47					4	6	2	
	48					4	6	2	
	49					4	6	2	
	50					4	6	2	
	51	20	0,10	0,30	18,20	4	5	1	1,20
	52					4	5	1	
	53					4	6	2	
	54					4	5	1	
	55					4	5	1	
	56	20	0,10	0,40	18,20	4	5	1	1,00
	57					4	5	1	
	58					5	6	1	
	59					4	5	1	
	60					4	5	1	
V	61	20	0,28	0,20	18,20	2	4	2	2,00
	62					2	4	2	
	63					2	4	2	
	64					2	4	2	
	65					2	4	2	
	66	20	0,28	0,30	18,20	2	4	2	2,00
	67					2	4	2	
	68					3	5	2	
	69					2	4	2	
	70					2	4	2	
	71	20	0,28	0,40	18,20	2	3	1	1,00
	72					2	3	1	
	73					2	3	1	
	74					2	3	1	
	75					2	3	1	
VI	76	20	0,35	0,20	18,20	1	3	2	1,80
	77					2	3	1	
	78					2	4	2	
	79					2	4	2	
	80					2	4	2	
	81	20	0,35	0,30	18,20	2	3	1	1,80
	82					2	4	2	
	83					2	4	2	
	84					2	4	2	
	85					1	3	2	
	86	20	0,35	0,40	18,20	2	3	1	1,60
	87					1	3	2	
	88					2	3	1	
	89					1	3	2	
	90					1	3	2	

Tabelul 4

Seria	Nr. epruv.	Distanţa de la suprafaţă μ																	
		50	100	125	150	175	200	225	250	275	300	350	400	450	500	550	600	650	700
		Microduritatea medie H_D kg/mm²																	
I	1	276	240		240		221		219		213	213							
	6	356	264		252		246		225		226	211	208	219	210	198	193		
	11	371	294		256		242		245		238	233	226	235	221	228	217	217	215
II	16	250	229		228		217		206		202	206							
	21	375	308		272		264		232		233	225	208	205	205				
	26	333	251		254		235		233		225	219	217	217	216	205	205		
III	31	262	230	200	185	178	173		173										
	36	356	273		245		235		235		222	225	211	203	203				
	41	319	268		234		212	203	192	181	187								
IV	46	314	260		255		240		237		232	221	212	210					
	51	311	264		259		255		240		226	192	203	198					
	56	302	263		239		234		214		208	196	200						
V	61	300	235		235		211		201		205	199							
	66	296	262		247		217		197		200	187							
	71	265	210	188	176	169	179												
VI	76	243	236	212	189	195	189												
	81	273	243		222	198	200												
	86	271	243		218	195	197												

suprafeţe mai grosolane este mai joasă decît pentru suprafeţe mai netede, din cauză că afînarea stratului superficial se produce la eforturi de rulare mai mici, cînd neregularităţile de suprafaţă cresc.

Adîncimea de ecruisare pentru diferite avansuri de strunjire creşte o dată cu mărirea forţei de rulare. Pentru forţa de rulare de 20 kg adîncimea de ecruisare variază între 200...300 μ, pentru 30 kg variaţia este cuprinsă între 400...550 μ, iar pentru 40 kg variaţia este cuprinsă între 275...600 μ.

c) Influenţa avansului de rulare s-a determinat cercetîndu-se variaţia gradului de ecruisare şi a adîncimii de ecruisare.

La forţa de rulare de 20 kg avansul de rulare influenţează gradul de ecruisare în sensul că mărind avansul de rulare de la 0,10 la 0,30 mm/rot se observă în general o oarecare creştere a microdurităţii. Se remarcă faptul că mărind în continuare avansul la 0,40 mm/rot ecruisarea se micşorează în comparaţie cu cea corespunzătoare avansului de 0,30 mm/rot. Influenţa pe care o exercită avansul de rulare depinde şi de dimensiunile bilei [3].

Avansul de rulare, în cazul utilizării forţei de rulare de 30 kg, nu influenţează adîncimea de ecruisare în mod concludent.

d) Influenţa ecruisării iniţiale produsă în urma procesului de aşchiere s-a determinat cercetîndu-se variaţia gradului de ecruisare şi a adîncimii de ecruisare la rulare. Avansul de strunjire influenţează gradul de ecrui-

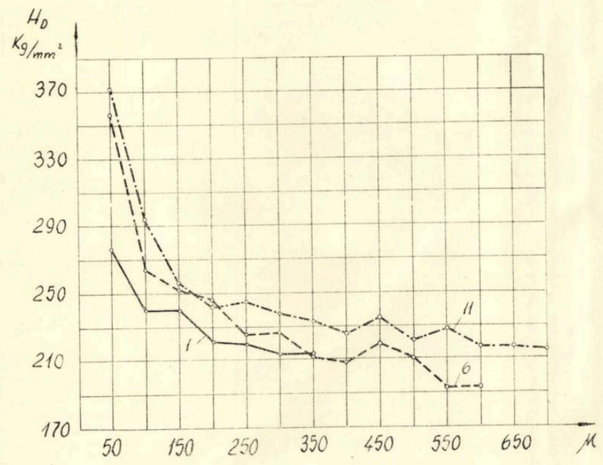


Fig. 2. — Influenţa avansului de strunjire asupra microdurităţii după rulare menţinînd constante forţa (P=40 kg) şi avansul de rulare (S_r=0,10 mm/rot). Eşantioanele nr.: *11* (S = 0,10 mm/rot); *26* (S = 0,28 mm/rot); *41* (S = = 0,35 mm/rot).

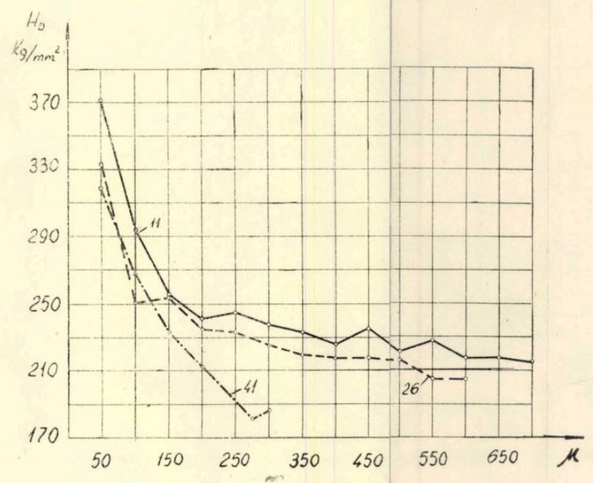


Fig. 3. — Influenţa avansului de strunjire asupra microdurităţii după rulare, menţinînd constante forţa (P=30 kg) şi avansul de rulare (S_r=0,10 mm/rot). Eşantioanele nr.: *6* (S = 0,10 mm/rot); *21* (S = 0,28 mm/rot); *36* (S = = 0,35 mm/rot).

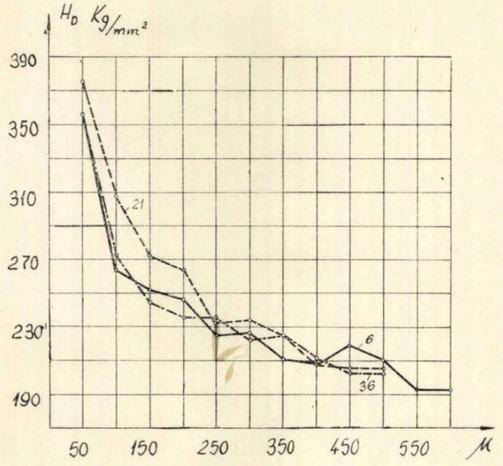


Fig. 4. — Influenţa avansului de strunjire asupra microdurităţii după rulare, menţinînd constante forţa (P=20 kg) şi avansul de rulare (S_r=0,10 mm/rot). Eşantioanele nr.: *1* (S=0,10 mm/rot); *16* (S = 0,28 mm/rot); *31* (S = 0,35 mm/rot).

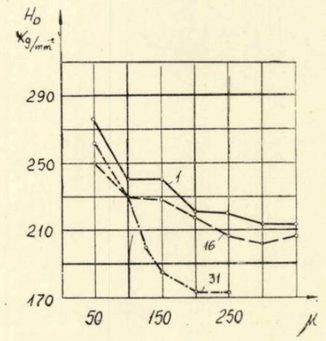


Fig. 5. — Influenţa forţei de rulare asupra microdurităţii, menţinînd constante avansul de rulare (S_r = 0,10 mm/rot) şi avansul de strunjire (S = 0,10 mm/rot). Eşantioanele nr.: *1* (P = 20 kg); *6* (P = = 30 kg); *11* (P = 40 kg).

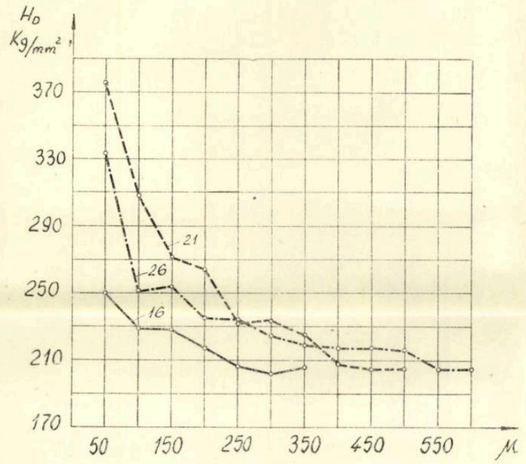


Fig. 6. — Influenţa forţei de rulare asupra microdurităţii, menţinînd constante avansul de rulare (S_r=0,10 mm/rot) şi avansul de strunjire (S=0,28 mm/rot). Eşantioanele nr.: *16* (P=20 kg); *21* (P = 30 kg); *26* (P = 40 kg).

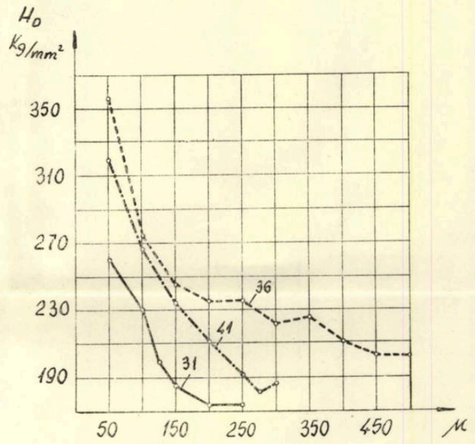


Fig. 7. — Influenţa forţei de rulare asupra microdurităţii, menţinînd constante avansul de rulare (S_r=0,10 mm/rot) şi avansul de strunjire (S = 0,35 mm/rot). Eşantioanele nr.: *31* (P = = 20 kg); *36* (P = 30 kg); *41* (P = 40 kg).

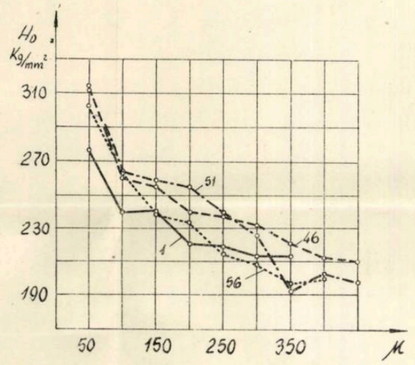


Fig. 8. — Influenţa avansului de rulare asupra microdurităţii, menţinînd constante forţa de rulare (P = = 20 kg) şi avansul de strunjire (S=0,1 mm/rot). Eşantioanele nr.: 1 (S_r=0,10 mm/rot); *46* (S_r=20 mm/rot); *51* (S_r=0,30 mm/rot); *56* (S_r=0,40 mm/rot).

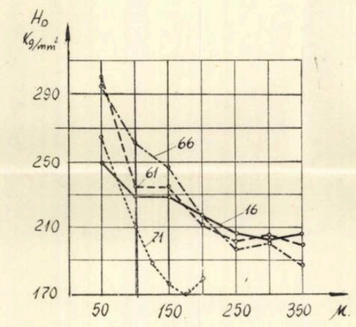


Fig. 9. — Influenţa avansului de rulare asupra microdurităţii, menţinînd constante forţa (P = 20 kg) şi avansul de strunjire (S = = 0,28 mm/rot). Eşantioanele nr.: *16* (S_r = = 0,10 mm/rot); *61* (S_r = 0,20 mm/rot); *66* (S_r = 0,30 mm/rot); *71* (S_r = 0,40 mm/rot).

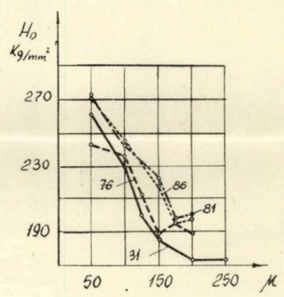


Fig. 10. — Influenţa avansului de rulare asupra microdurităţii, menţinînd constante forţa (P = 20 kg) şi avansul de strunjire (S = 0,35 mm/rot). Eşantioanele nr.: *31* (S_r = 0,10 mm/rot); *76* (S_r = 0,20 mm/rot); *81* (S_r = 0,30 mm/rot) şi *86* (S_r = 0,40 mm/rot).

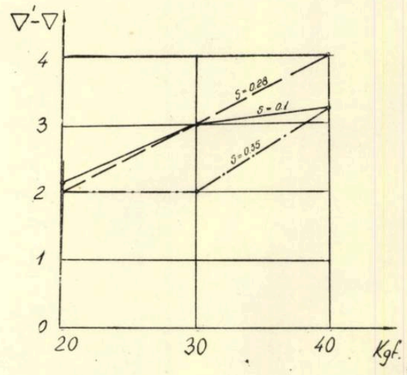


Fig. 11. — Influenţa forţei de rulare asupra rugozităţii de suprafaţă pentru diferite avansuri de strunjire (S) la un avans de rulare S_r=0,10 mm/rot.

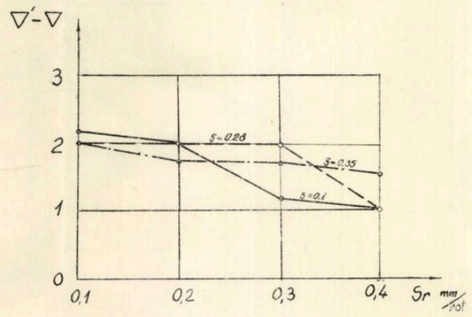


Fig. 12. — Influenţa avansului de rulare asupra rugozităţii de suprafaţă pentru diferite avansuri de strunjire (S) la o forţă de rulare P = 20 kg.

sare de rulare în modul următor: d_1) la forţele de rulare folosite, o dată cu mărirea avansului de strunjire se constată o micşorare a gradului de ecruisare la rulare, micşorare care este cu atît mai evidentă cu cît se folosesc forţe mai mari pentru rulare; d_2) avansul de strunjire influenţează adîncimea de ecruisare la rulare în sensul că micşorarea acestui avans măreşte adîncimea de ecruisare la rulare.

Influenţa pe care o exercită mărimea avansului de strunjire asupra gradului şi adîncimii de ecruisare la rulare se poate explica în modul următor. Este cunoscut faptul că metalele moi se ecruisează mai intens decît metalele dure. În cazul folosirii avansurilor de strunjire mai mari ecruisarea în urma strunjirii este mai intensă decît pentru avansuri de strunjire mici [4]. Prin urmare, epruvetele strunjite cu avansuri mari, avînd o duritate mai mare a stratului superficial, se vor ecruisa mai puţin intens în timpul rulării decît epruvetele strunjite cu avansuri mai mici.

Rugozitatea suprafeţelor epruvetelor este influenţată de regimul de durificare. În cazul creşterii presiunii de durificare şi a menţinerii constante a avansului de durificare se observă o îmbunătăţire a calităţii de suprafaţă (v. fig. 11). Această constatare se referă la presiunile utilizate în timpul experienţelor efectuate. Diferenţa claselor de netezime a suprafeţelor înainte şi după durificare variază cu avansul de strunjire şi deci cu netezimea suprafeţei strunjite. Astfel, la epruvetele care au avut după strunjire o suprafaţă de clasa 4, îmbunătăţirea calităţii de suprafaţă a variat de la 2,20 la 3,20 clase de netezime, corespunzător presiunilor utilizate de 20 kg şi 40 kg, pe cînd epruvetele avînd clasa 2 de strunjire au avut după strunjire o diferenţă de calitate a suprafeţelor, după durificare, ce a variat între 2...4 clase de netezime, corespunzător presiunilor de 30 kg şi 40 kg (v. tabelul 3).

Se constată de asemenea că gradul de îmbunătăţire a calităţii suprafeţei descreşte o dată cu creşterea avansului de rulare (v. fig. 12).

Reducerea gradului de îmbunătăţire este mai accentuată pentru suprafeţele cu o calitate iniţială mai ridicată. Astfel, epruvetele care au avut după strunjire clasa 4 de netezime îşi îmbunătăţesc această calitate cu 2,20 clase pentru $S_r = 0{,}10$ mm/rot, şi numai cu 1 clasă de precizie pentru $S_r = 0{,}4$ mm/rot, iar cele care au avut după strunjire clasa 2...4 şi-au îmbunătăţit calitatea suprafeţei cu 2 clase în cazul avansului $S_r = 0{,}10$ mm/rot şi cu 1,6 clase pentru avansul $S_r = 0{,}4$ mm/rot.

Concluzii

a) Rularea cu bile a suprafeţelor metalice reprezintă o metodă eficace de durificare superficială a pieselor.

b) Folosirea unor presiuni reduse în regimul de durificare asigură posibilitatea întrebuinţării acestui procedeu în cazul pieselor cu rigiditate relativ redusă şi permite aplicarea lui fără pericolul unei suprasolicitări a maşinii unealtă.

c) Creşterea presiunilor de lucru are drept urmare o creştere a durităţii superficiale şi o mărire a adîncimii stratului superficial durificat.

d) Calitatea suprafeţei durificate se îmbunătăţeşte progresiv o dată cu creşterea presiunii de lucru, dacă aceasta rămîne în limitele presiunilor reduse.

e) Avansul de rulare exercită o influenţă deosebită atît asupra durităţii stratului superficial cît şi asupra calităţii de suprafaţă. Mărirea avansului de lucru peste valoarea $S_r = 0{,}3$ mm/rot conduce la o micşorare atît a durificării superficiale cît şi a gradului de îmbunătăţire a calităţii de suprafaţă.

f) Pentru obţinerea unei durificări superficiale şi a unei îmbunătăţiri a calităţii suprafeţelor este necesar să se determine, pe cale experimentală, regimul optim de lucru, stabilindu-se îndeosebi avansul de durificare pentru obţinerea unor proprietăţi fizico-mecanice ridicate a pieselor, cu o productivitate optimă.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia metalelor

BIBLIOGRAFIE

1. Satel E. A., *Măsurarea durabilităţii pieselor de maşini prin metodele tehnologiei de întărire.* În culegerea *Mărirea durabilităţii pieselor maşinii.* I. D. T., Buc., 1959, (trad. din l. rusă),
2. Grozinskaia Z. P., *Durificarea superficială a metalelor prin rulare cu role.* În culegerea *Calitatea suprafeţei pieselor de maşini.* I. D. T., Buc., 1960, (trad. din l. rusă).
3. * * * *Netezirea suprafeţelor prin deformare plastică.* În Construcţii de maşini, caiet selectiv, 1957, *12.*
4. Diacenko P. E., Iakobson M. D., *Calitatea suprafeţelor la prelucrarea metalelor prin aşchiere.* Ed. Tehn., Buc. 1954, (trad. din l. rusă).

ОБ УВЕЛИЧЕНИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ТВЕРДОСТИ МЕТАЛЛОВ ПРИ ШАРИКОВОМ ОБКАТЫВАНИИ

(Резюме)

Изучается опытным путем метод увеличения поверхностной твердости и улучшения поверхностной шероховатости стальных изделий под влиянием шарикового обкатывания.

Проводятся экспериментальные исследования влияние изменения параметров рабочего режима на степень и глубину упрочнения и на чистоту поверхности при относительно малых давлениях.

Заключается что: а) повышение силы обкатывания создает увеличения поверхностной твердости и глубины поверхностного упрочненного слоя; б) чистота упрочненной поверхности улучшается одновременно с увеличением силы обкатывания при относительно малых силах; в) увеличение подачи обкатывания создает уменьшение поверхностного упрочнения и улучшает чистоту поверхности.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема экспериментального прибора.

Рис. 2. — Влияние подачи резки на микротвердость после обкатывания, сохраняя постоянными силу ($P=40$ кг) и подачу обкатывания ($S_r=0{,}10$ мм/об). Пробы: *11* ($S=0{,}10$ мм/об); *26* ($S=0{,}28$ мм/об), *41* ($S=0{,}35$ мм/об).

Рис. 3. — Влияние подачи резки на микротвердость после обкатывания, сохраняя постоянными силу ($P=30$ кг) и подачу обкатывания ($S_r=0{,}10$ мм/об). Пробы: *6* ($S=0{,}10$ мм/об), *21* ($S=0{,}28$ мм/об); *36* ($S=0{,}35$ мм/об).

Рис. 4. — Влияние подачи на микротвердость после обкатывания, сохраняя постоянными силу (P=20 кг) и подачу обкатывания ($S_т$=0,10 мм/об). Пробы: *1* (S=0,10 мм/об); *16* (S=0,28 мм/об); *31* (S=0,35 мм/об).

Рис. 5. — Влияние силы обкатывания на микротвердость, сохраняя постоянными подачу обкатывания ($S_т$=0,10 мм/об) и подачу резки (S=0,10 мм/об). Пробы: *1* (P=20 кг); *6* (P=30 кг); *11* (P=40 кг).

Рис. 6. — Влияние силы обкатывания на микротвердость, сохраняя постоянными подачу обкатывания ($S_т$=0,10 мм/об) и подачу резки (S=0,28 мм/об). Пробы: *16* (P=20 кг); *21* (P=30 кг); *26* (P=40 кг).

Рис. 7. — Влияние силы обкатывания на микротвердость, сохраняя постоянными подачу обкатывания ($S_т$=0,10 мм/об) и подачу резки (S=0,35 мм/об). Пробы: *31* (P=20 кг); *36* (P=30 кг); *41* (P=40 кг).

Рис. 8. — Влияние подачи обкатывания на микротвердость, сохраняя постоянными силу обкатывания (P=20 кг) и подачу резки (S=0,10 мм/об), Пробы: *1* ($S_т$=0,10 мм/об); *46* ($S_т$=0,20 мм/об); *51* ($S_т$=0,30 мм/об); *56* ($S_т$=0,40 мм/об).

Рис. 9. — Влияние подачи обкатывания на микротвердость, сохраняя постаянными силу обкатывания (P=20 кг) и подачу резки (S=0,28 мм/об). Пробы: *16* ($S_т$=0,10 мм/об); *61* ($S_т$=0,20 мм/об); *66* ($S_т$=0,30 мм/об); *71* ($S_т$=0,40 мм/об).

Рис. 10. — Влияние подачи обкатывания на микротвердость, сохраняя постоянными силу обкатывания (P=20 кг) и подачу резки (S=0,35 мм/об), Пробы: *31* ($S_т$=0,10 мм/об); *76* ($S_т$=0,20 мм/об); *81* ($S_т$=0,30 мм/об); *86* ($S_т$=0,40 мм/об).

Рис. 11. — Влияние силы обкатывания на шероховатость поверхности для различных подач резки (S) при подаче обкатывания $S_т$=0,10 мм/об.

Рис. 12. — Влияние подачи обкатывания на шероховатость поверхности для различных подач резки S при силе обкатывания P=20 кг.

ÜBER DIE OBERFLÄCHIGE HÄRTUNG DER METALLEN DURCH WALZEN MIT KUGELN

(Zusammenfassung)

Es wird experimenteller Weise die Methode der Erhöhung der Oberflächenhärte und der Verbesserung der Oberflächenrauheit der aus Stahl hergestellten Metallkörpern durch Walzen mit Kugeln untersucht.

Die Untersuchung bezieht sich auf den Einfluss, den die Parameteränderung der Betriebsweise auf den Härtungsgrad, auf die Härtungstiefe und die Oberflächenrauheit in Falle des Verwendens von relativ kleinen Druck, hat.

Infolge dieser Untersuchung stellt man folgendes fest: a) die Steigerung des Betriebsdruckes hat die Erhöhung der Oberflächenhärte und die Vergrösserung der Härtungstiefe der Oberflächenschichte zur folge; b) die Qualität der gehärteten Oberfläche verbessert sich zugleich mit der Steigerung des Betriebsdruckes, wen dieser im Bereich des herabgesetzten Druckes liegt; c) die Vergrösserung des Arbeitsvorschusses führt zur Verkleinerung der Oberflächenhärtung und des Verbesserungsgrades der Oberflächenqualität.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Arbeitsvorrichtung.

Abb. 2. — Einfluss des Drehvorschusses auf die Mikrohärte nach dem Einwalzen, bei konstanter Kraft (P = 40 Kg) und unveränderlichem Einwalzvorschuss ($S_т$ = 0,10 mm/Um). Die Probestücke Nr.: *11* (S = 0,10 mm/Um); *26* (S = 0,28 mm/Um); *41* (S = 0,35 mm/Um).

Abb. 3. — Einfluss des Drehvorschusses auf die Mikrohärte nach dem Einwalzen, bei konstanter Kraft ($P = 30$ Kg) und undveränderlichem Einwalzvorschuss ($S_r = 0{,}10$ mm/Um). Die Probestücke Nr.: *6* ($S = 0{,}10$ mm/Um); *21* ($S = 0{,}28$ mm/Um); *36* ($S = 0{,}35$ mm/Um).

Abb. 4. — Einfluss des Drehvorschusses auf die Mikrohärte nach dem Einwalzen bei konstanter Kraft ($P = 20$ Kg) und unveränderlichem Einwalzvorschuss ($S_r = 0{,}10$ mm/Um). Die Probestücke Nr.: *1* ($S = 0{,}10$ mm/Um); *16* ($S = 0{,}28$ mm/Um); *31* ($S = 0{,}35$ mm/Um).

Abb. 5. — Einfluss der Einwalzkraft auf die Mikrohärte bei konstantem Einwalz ($S_r = 0{,}10$ mm/Um) und Drehvorschuss ($S_r = 0{,}10$ mm/Um). Die Probestüscke Nr.: *1* ($P = 20$ Kg); *6* ($P = 30$ Kg); *11* ($P = 40$ Kg).

Abb. 6. — Einfluss der Einwalzkraft auf die Mikrohärte bei konstantem Einwalz ($S_r = 0{,}10$ mm/Um) und Drehvorschuss ($S = 0{,}28$ mm/Um). Die Probestücke Nr.: *16* ($P = 20$ Kg); *21* ($P = 30$ Kg), *26* ($P = 40$ Kg).

Abb. 7. — Einfluss der Einwalzkraft auf die Mikrohärte bei konstantem Einwalz ($S_r = 0{,}10$ mm/Um) und Drehvorschuss ($S = 0{,}35$ mm/Um). Die Probestücke Nr.: *1*z ($P = 20$ Kg); *36* ($P = 30$ Kg); *41* ($P = 40$ Kg).

Abb. 8. — Einfluss des Einwalzvorschusses auf die Mikrohärte bei konstanten Einwalzkraft ($P = 20$ Kg) und unveränderlichem Drehvorschuss. Die Probestücke Nr.: *1* ($S_r = 0{,}10$ mm/Um); *46* ($S_r = 0{,}20$ mm/Um); *56* ($S_r = 0{,}40$ mm/Um).

Abb. 9. — Einfluss des Einwalzvorschusses auf die Mikrohärte bei konstanter Kraft ($P = 20$ Kg) und uveränderlichem Drehvorschuss ($S = 0{,}28$ mm/Um). Die Probestücke Nr.: *16* ($S_r = 0{,}10$ mm/Um); *61* ($S_r = 0{,}20$ mm/Um); *66* ($S_r = 0{,}30$ mm/Um); *71* ($S_r = 0{,}40$ mm/Um).

Abb. 10. — Einfluss des Einwalzvorschusses auf die Mikrohärte bei konstanter Kraft ($P = 20$ Kg) und unveränderlichem Drehvorschuss ($S = 0{,}35$ mm/Um). Die Probestücke Nr.: *31* ($S_r = 0{,}10$ mm/Um); *76* ($S_r = 0{,}20$ mm/Um); *81* ($S_r = 0{,}30$ mm/Um); *86* ($S_r = 0{,}40$ mm/Um).

Abb. 11. — Einfluss der Einwalzkraft auf die Oberflächenrauheit bei einem Einwalzvorschuss $S_r = 0{,}10$ mm/Um und verschiedenen Drehvorschüssen (S).

Abb. 12. — Einfluss des Einwalzvorschusses auf die Oberflächenrauheit bei einer Einwalzkraft $P = 20$ Kg und verschiedenen Drehvorschüssen (S).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621.7.01

DETERMINAREA CONSTANTELOR ŞI EXPONENŢILOR DIN RELAŢIILE MOMENTULUI DE TORSIUNE ŞI A FORŢEI AXIALE LA BURGHIEREA OŢELURILOR ROMÎNEŞTI

NOTA III

OŢELURILE STAS 795-49

DE

VITALIE BELOUS şi I. CONDREA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Rezultatele cercetărilor experimentale în vederea determinării parametrilor forţei principale de aşchiere în procesul de strunjire longitudinală a oţelurilor standardizate în R. P. R. [1]...[9] au confirmat necesitatea extinderii cercetărilor şi la alte procedee de prelucrare prin aşchiere. Dacă în procesul de strunjire longitudinală s-au constatat diferenţe sensibile între valorile coeficienţilor C_P şi ale exponenţilor x_P, y_P şi cele indicate în literatura tehnică de specialitate, era de aşteptat ca aceste diferenţe să fie şi mai pronunţate în cazul unuia din cele mai complexe procese de aşchiere cum este burghierea.

Se prezintă în această Notă rezultatele cercetărilor experimentale pentru determinarea coeficienţilor şi a exponenţilor din relaţiile cunoscute ale forţei axiale şi ale momentului de torsiune în procesele de burghiere:

$$(1) \qquad P = C_P d^{x_P} s^{y_P}, \quad (2) \quad M = C_M d^{x_M} s^{y_M},$$

a oţelurilor standardizate în R. P. R., STAS 795-49, cu burghie elicoidale fabricate de către Fabrica de scule din Rîşnov.

Determinările experimentale s-au efectuat cu ajutorul unui dinamometru sensibil, bidimensional, mecanic, cu microcomparatoare, cu sistem elastic Paramonov. Maşina de găurit folosită a fost de tipul A2, „Înfrăţirea", Oradea.

Burghiele folosite au fost de tip elicoidal, executate din oţel rapid RW 180, standardizate.

Ascuţirea burghielor s-a făcut după o suprafaţă conică, utilizînd procedeul Stock-Whashborne, pe un dispozitiv Kellenberger, adaptat la maşina universală de rectificat KU-250, fabricată în R. P. U.

Caracteristicile ascuţirii au fost: a) ascuţire simplă cu unghiul la vîrf $2k = 120°$, b) unghiul de aşezare la periferie $\alpha_{ext.} = 12°$, c) unghiul dintre tăişul transversal şi cel principal $\psi = 55°$, d) raportul dintre grosimea miezului şi diametrul burghiului $\eta = d_m/d = 0{,}15$ [1]), e) canalele burghiului lustruite, f) răcirea cu emulsie 5%, g) burghierea s-a executat cu următoarele diametre de burghie: 5; 7; 9; 12; 15; 17; 22; 25 mm, h) avansuri utilizate: 0,08; 0,13; 0,20; 0,31 mm, i) vitezele de aşchiere 7,5...10,5 m/min.

În diagramele din fig. 1...14 s-au reprezentat în coordonate dublu-logaritmice curbele de variaţie ale forţei şi ale momentului de torsiune pentru $s = \text{const.}$ şi pentru $d = \text{const.}$

Prelucrîndu-se datele experimentale după procedeele obişnuite s-au obţinut valorile medii ale coeficienţilor C_P şi C_M şi ale exponenţilor x_P, x_M, y_P şi y_M din relaţiile (1), (2). Aceste valori sînt centralizate în tabelul 1.

Tabelul 1

Oţel STAS 795-49	H_B	C_P	x_P	y_P	C_M	x_M	y_M
Arc 1	302	67	1,06	0,58	85	1,66	0,78
Arc 2	285	77	1,05	0,67	69	1,70	0,80
Arc 3	285	129	1,03	0,84	69	1,81	0,91
Arc 4	285	126	0,96	0,77	77	1,68	0,77
Arc 5	255	146	0,78	0,63	89	1,60	0,80
Arc 6	255	129	0,87	0,68	75	1,69	0,79
Arc 7	285	81	1,12	0,67	73	1,75	0,79

Din studierea rezultatelor experimentale (tabelul 1) rezultă următoarele concluzii principale:

1. Coeficienţii C_P şi C_M şi exponenţii determinaţi variază în limite largi; coeficientul C_P variază de la 67 pentru Arc 1, la 146 pentru Arc 5, iar exponentul x_P de la 0,78 pentru Arc 5, la 1,12 pentru Arc 7.

2. Valoarea medie a exponenţilor x_P, y_P şi y_M este apropiată de cea indicată în literatura tehnică de specialitate [10], [11].

[1]) Pentru realizarea similitudinii, chiar şi burghiile sub 10 mm au fost selecţionate cu raportul $\eta = 0{,}15$.

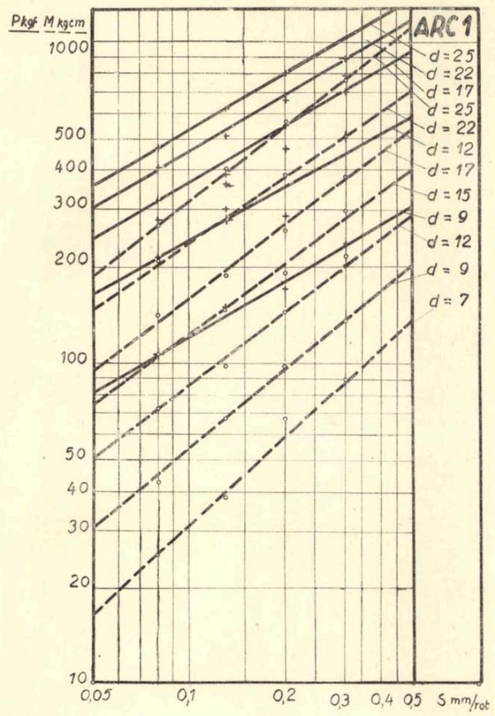


Fig. 1

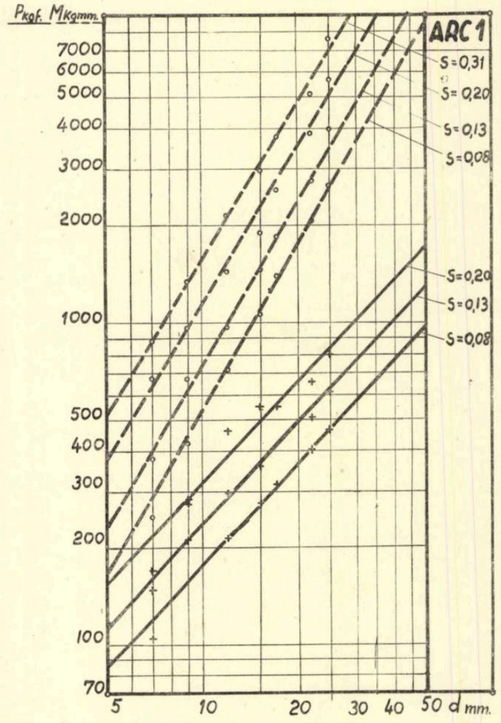


Fig. 2

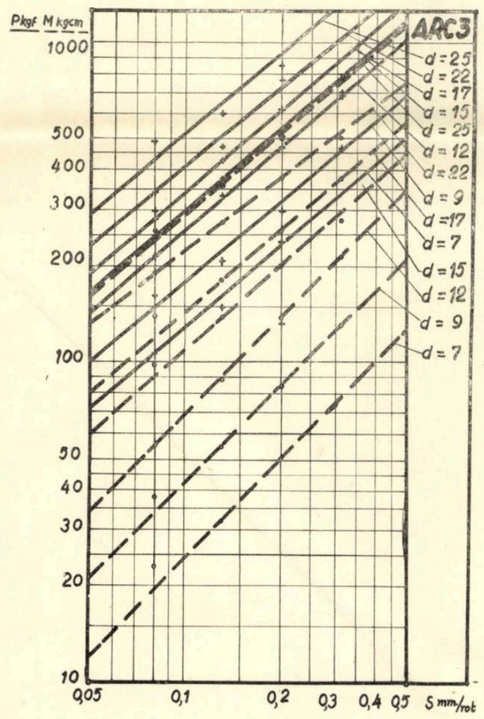


Fig. 5

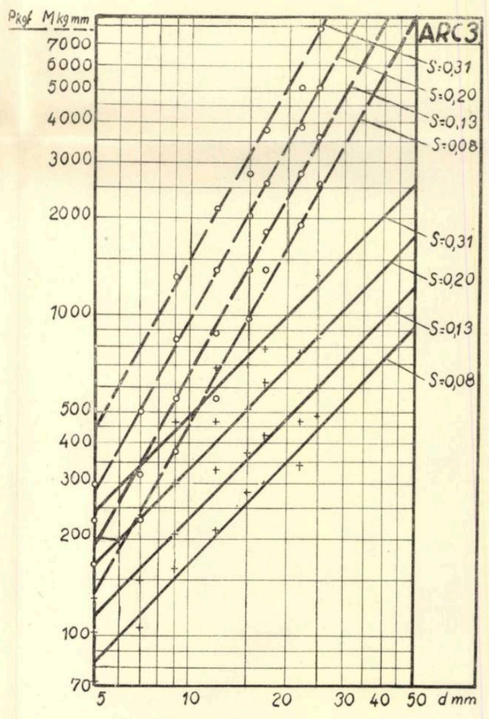


Fig. 6

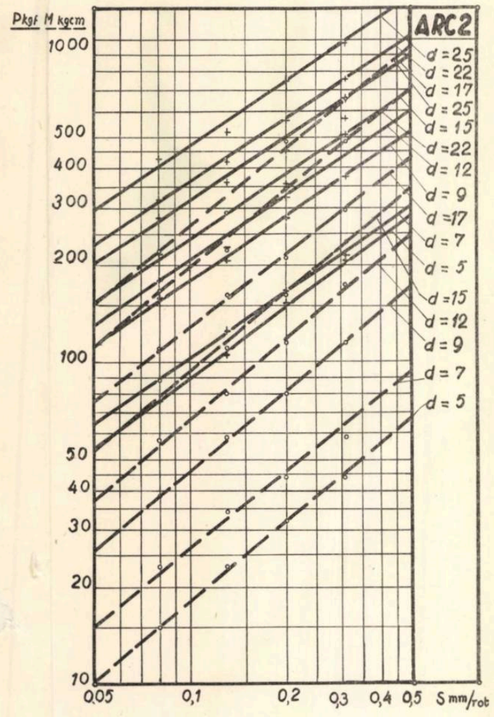


Fig. 3

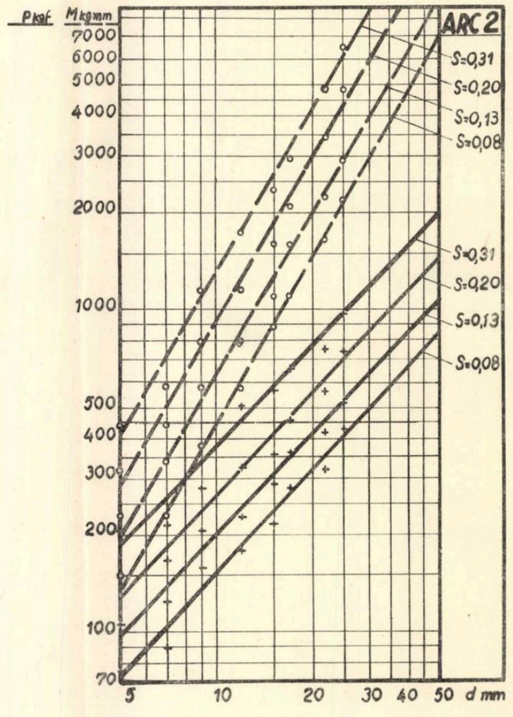


Fig. 4

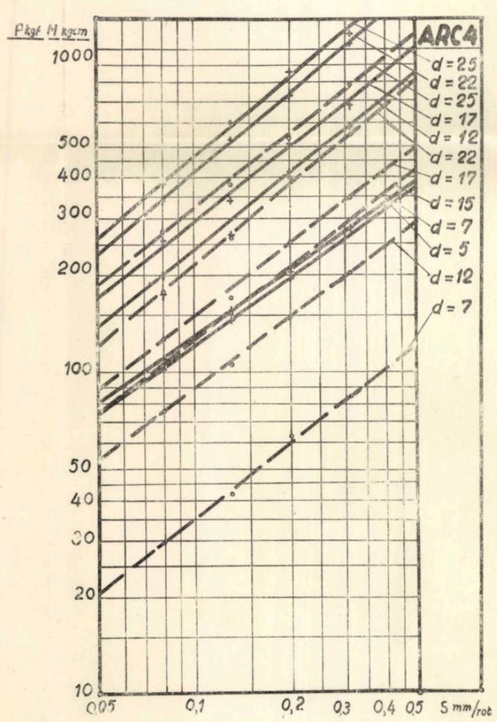


Fig. 7

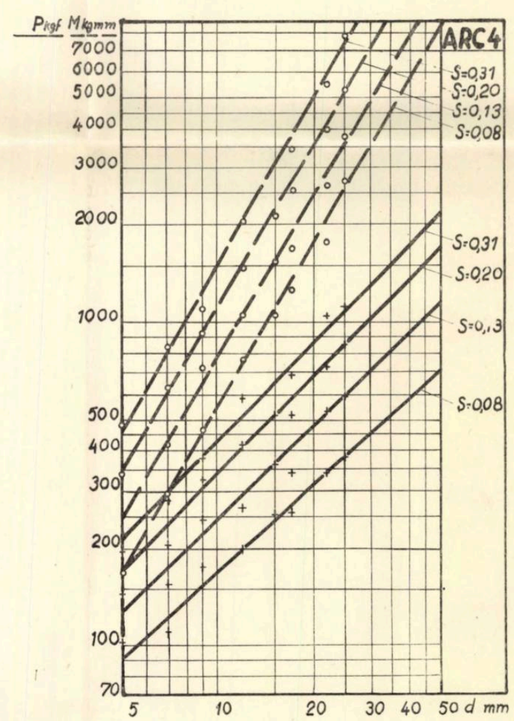


Fig. 8

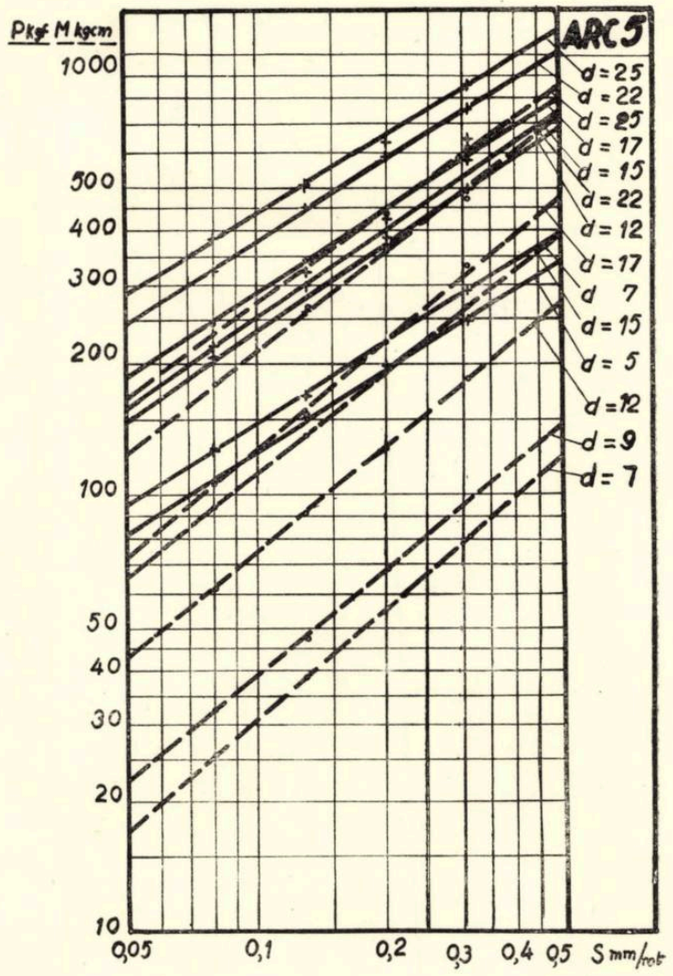


Fig. 9

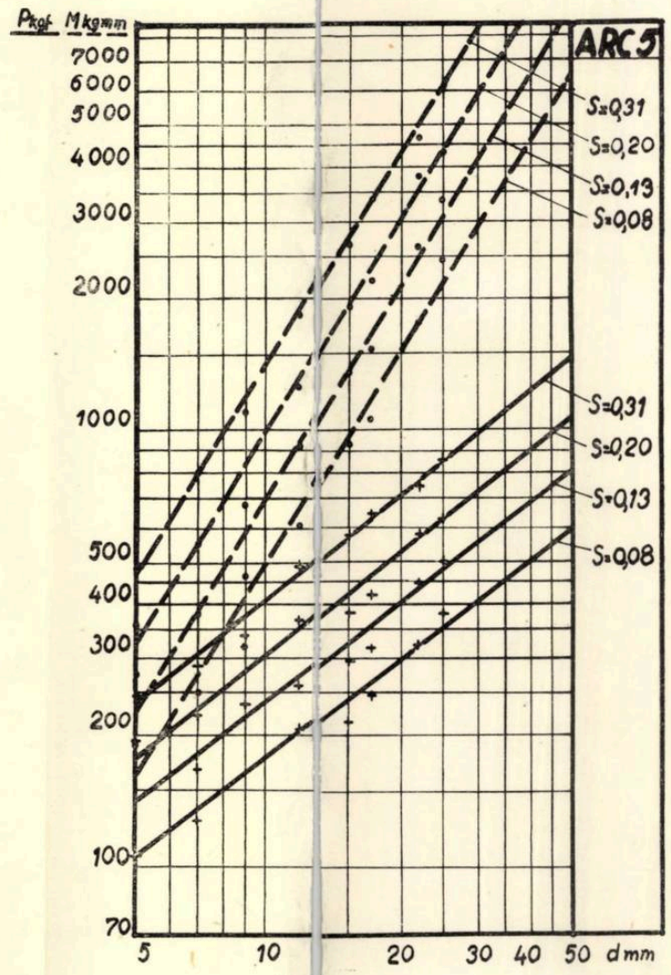


Fig. 10

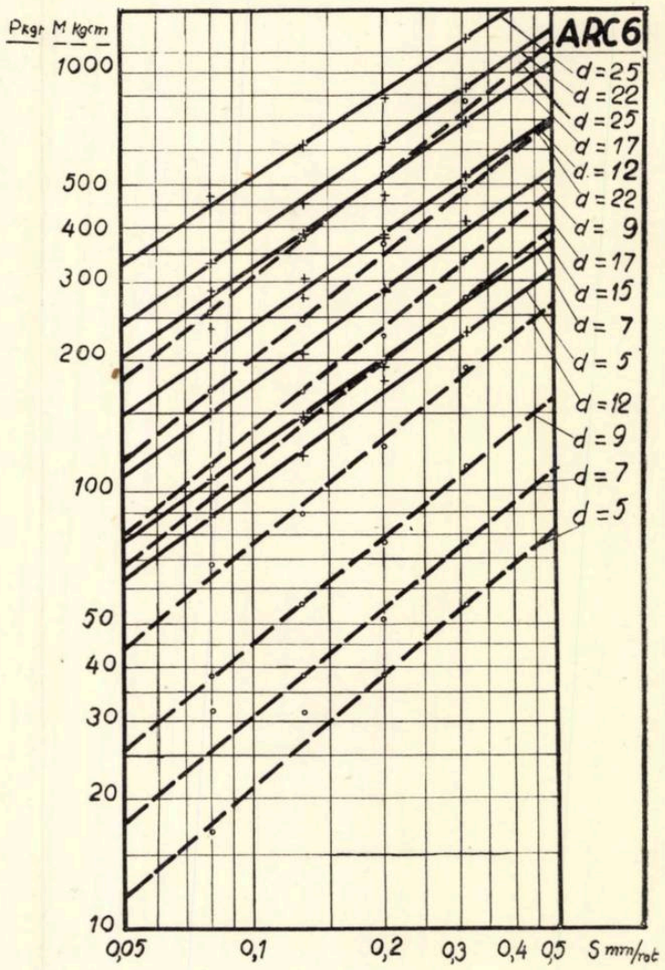


Fig. 11

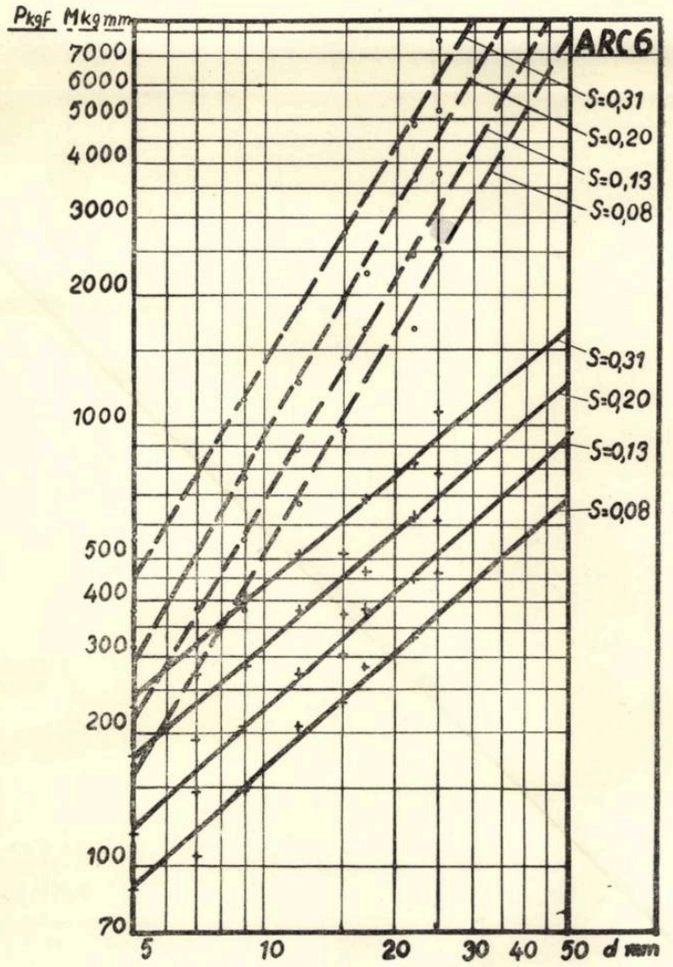


Fig. 12

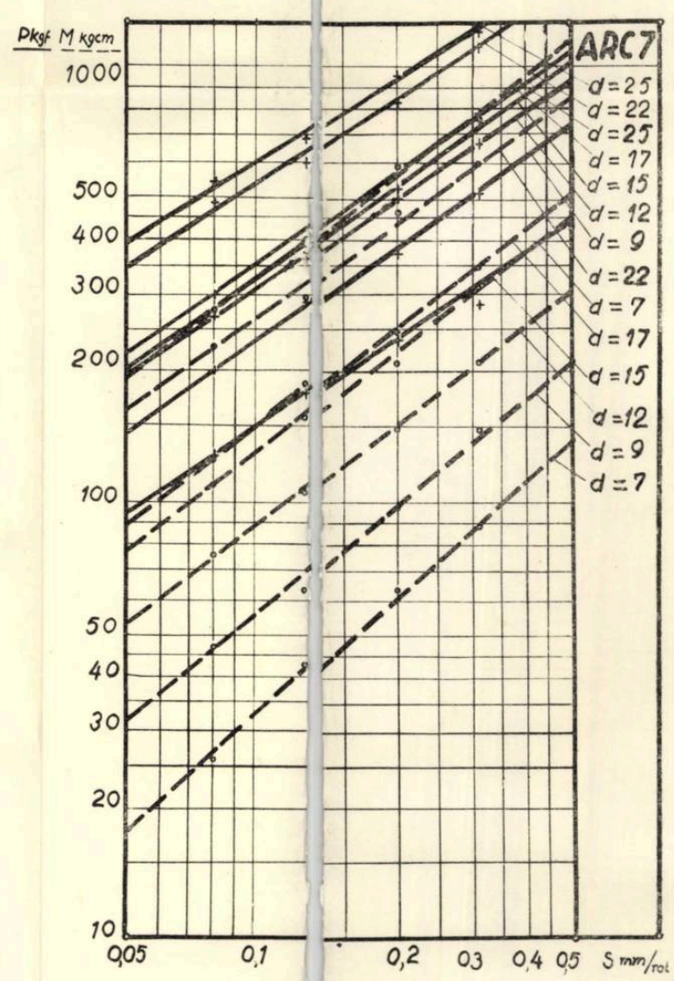


Fig. 13

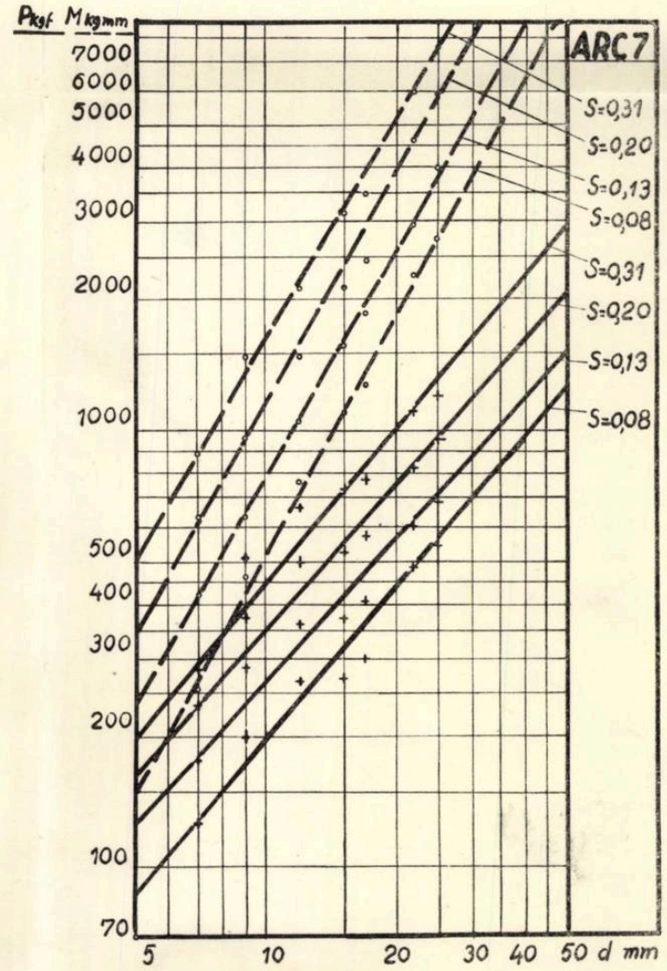


Fig. 14

3. Valoarea exponentului x_M pentru toate cele 7 materiale încercate este sensibil inferioară cifrei 2 admise în literatura actuală, fapt care este în concordanță cu rezultatele studiului teoretico-experimental efectuat de unul din autorii prezentei Note [12] precum și cu rezultatele cercetărilor efectuate de către colective ale catedrei de mașini unelte, scule și utilaj de la Institutul politehnic din Iași, pe alte grupe de materiale [13], [14].

4. Pentru calculul regimurilor de așchiere la burghierea oțelurilor STAS 795-49 se pot folosi tabelul 1 sau fig. 1...14.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte, scule și utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3—4*, p. 313.
2. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 377.
3. Bauşic V. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 379.
4. Bauşic V., Belous V., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 357.
5. Bauşic V., Belous V., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, p. 271.
6. Caşler Gh., Rener Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 353.
7. Răileanu A., Nicolescu D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 355.
8. Caşler Gh., Rener Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *3—4*, p. 387.
9. Răileanu A., Nicolescu D., Bul. Inst polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1—2*, p. 356.
10. Каширин А. И., Барбашов Ф. А., *Станки и инстр.*, 1951, *2*.
11. — *Нормативы по режимам резания сверлами из инструментальной стали*. Машгиз, 1956.
12. Belous V., Metal. și constr. maș., 1963, *3*, p. 254.
13. Caşler Gh., Rener Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, p. 345.
14. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, p. 349.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛ РЕЗАНИЯ И КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ СВЕРЛЕНИЯ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка III

Стали группы STAS 795–49

(Резюме)

Пользуя двухкомпонентный сверлильный динамометр с микроиндикаторами, авторы определяют значения параметров: C_P, C_M, x_P, x_M, y_P и y_M входящие в выражения (1), (2), для следующих сортов сталей STAS 795-49: Arc 1, Arc 2, Arc 3, Arc 4, Arc 5. Arc 6 и Arc 7.

Устанавливается, что для всех сортов сталей STAS 795–49, $x_M < 2$, ($x_M = 1{,}60...1{,}81$),

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE ET DES MOMENTS CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU PERÇAGE

Note III

Les aciers standardisés STAS 795–49

(Résumé)

À l'aide d'un dynamomètre double on détermine les paramètres C_P, C_M, x_P, x_M, y_P et y_M des expréssions (1) et (2), pour les suivantes sortes d'aciers : Arc 1, Arc 2, Arc 3, Arc 4, Arc 5, Arc 6 et Arc 7.

On a établi que pour tous les aciers étudiés on a $x_M < 2$, à savoir $x_M = 1{,}60...1{,}81$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621.7.01

DETERMINAREA CONSTANTELOR ŞI EXPONENŢILOR DIN RELAŢIILE MOMENTULUI DE TORSIUNE ŞI A FORŢEI AXIALE LA BURGHIEREA OŢELURILOR ROMÎNEŞTI

NOTA IV

OŢELURILE STAS 500-49

DE

VICTOR BAUŞIC şi VITALIE BELOUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9–11 noiembrie 1962

Continuînd seria de lucrări experimentale referitoare la stabilirea unor parametri din dinamica aşchierii metalelor, pentru oţelurile standardizate în R.P.R., s-au determinat valorile coeficienţilor C_P, C_M şi a exponenţilor x_P, y_P, x_M şi y_M, din relaţiile cunoscute pentru burghiere:

$$(1) \qquad P = C_P s^{y_P} d^{x_P} \text{ [kgf]}, \qquad (2) \quad M = C_M s^{y_M} d^{x_M} \text{ [kgmm]},$$

pentru materialele: OL 34, OL 38, OL 42, OL 50, OL 60, OL 70.

Măsurătorile s-au efectuat pe maşina A2, „Înfrăţirea", Oradea, cu ajutorul unui dinamometru mecanic cu microcomparatoare, bidimensional, cu sistem elastic Paramonov. Drept scule au fost folosite burghie elicoidale standardizate, din oţel rapid RW180, cu canale lustruite, fabricate de către Fabrica de scule, Rîşnov, ascuţite după o suprafaţă conică (procedeul Stock-Whashborne) pe un dispozitiv Kellenberger, adaptat la maşina de rectificat universală KU 250, cu următoarele caracteristici: a) $2k = 120°$, b) $\alpha_{ext} = 12°$, c) $\psi = 55°$, d) raportul dintre grosimea miezului şi diametrul burghiului $\eta = d_m/d = 0{,}15$. Încercările s-au întreprins folosind lichid de răcire-ungere (5% emulsie).

Determinările s-au făcut pentru burghie cu următoarele diametre: 5; 7; 9; 12; 15; 17; 22; 25 mm şi pentru avansurile: 0,08; 0,13; 0,20; 0,31 mm, cu viteze de aşchiere cuprinse între 7,5 şi 10,5 m/min.

În diagramele din fig. 1...12 s-au reprezentat în coordonate dublulogaritmice curbele de variaţie ale forţei şi ale momentului de torsiune pentru $s = \text{const.}$ şi $d = \text{const.}$

Prelucrîndu-se datele experimentale după metodica obişnuită s-au determinat valorile medii ale coeficienţilor şi exponenţilor din relaţiile (1), (2), care au fost înserate în tabelul 1.

Din tabelul 1 rezultă următoarele concluzii:

1. Coeficienţii C_P şi C_M şi exponentul x_M variază în limite largi; astfel coeficientul C_M variază de la 61 pentru OL 60, la 129 pentru OL 38, coeficientul C_P variază între 65 şi 134, iar exponentul x_M variază între 1,56 şi 1,78.

Tabelul 1

Oţel STAS 500-49	H_B	C_P	x_P	y_P	C_M	x_M	y_M
OL 34	99	74	1,02	0,63	105	1,56	0,76
OL 38	103	134	0,88	0,77	129	1,56	0,83
OL 42	143	65	1,10	0,70	53	1,78	0,74
OL 50	143	88	0,96	0,65	80	1,60	0,73
OL 60	207	78	1,09	0,78	61	1,74	0,79
OL 70	200	68	1,04	0,65	82	1,66	0,82

2. Valorile medii ale exponenţilor x_P, y_P şi y_M sînt apropiate de cele indicate în literatura tehnică de specialitate [1], [2].

3. Valoarea exponentului x_M este pentru toate cele 6 materiale sub valoarea 2, admisă de literatura tehnică de specialitate, ceea ce este în concordanţă cu rezultatele studiului teoretico-experimental efectuat de către unul din autorii prezentei Note [3] precum şi cu rezultatele obţinute de colective ale catedrei de maşini unelte, scule şi utilaj din Institutul politehnic din Iaşi, pentru alte grupe de materiale [4]...[6].

Institutul politehnic, Iaşi
Catedra de maşini unelte, scule şi utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Каширин А. И., Барбашов Ф. А., *Станки и инстр.*, 1951, *2*.
2. — *Нормативы по режимам резания, сверлами из инструментальной стали.* Машгиз, М., 1956.
3. Belous V., Metal. şi constr. de maş., 1963, *3*, p. 254.
4. Caşler Gh., Rener Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, p. 345.
5. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, p. 349.
6. Belous V., Condrea I., Acest Buletin, p. 337.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛ РЕЗАНИЯ И КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ СВЕРЛЕНИЯ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка IV

Стали группы STAS 500-49

(Резюме)

Пользуя двухкомпонентный сверлильный динамометр с микроиндикаторами, авторы определяют значения параметров: C_P, C_M, x_P, x_M, y_P и y_M входящие в выражения (1), (2) для следующих сортов сталей: OL 34, OL 38, OL 42, OL 50, OL 60 и OL 70. Устанавливается, что для всех сортов сталей STAS 500-49, $x_M < 2$, ($x_M = 1{,}56...1{,}78$).

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE ET DES MOMENTS CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU PERÇAGE

Note IV

Les aciers standardisés STAS 500-49

À l'aide d'un dynamomètre double on détermine les paramètres: C_P, C_M, x_P, x_M, y_P et y_M des expréssions (1) et (2), pour les suivantes sortes d'aciers: OL 34, OL 38, OL 42, OL 50, OL 60 et OL 70.

On a établi que pour tous les aciers étudiés $x_M < 2$, à savoir $x_M = 1{,}56...1{,}78$.

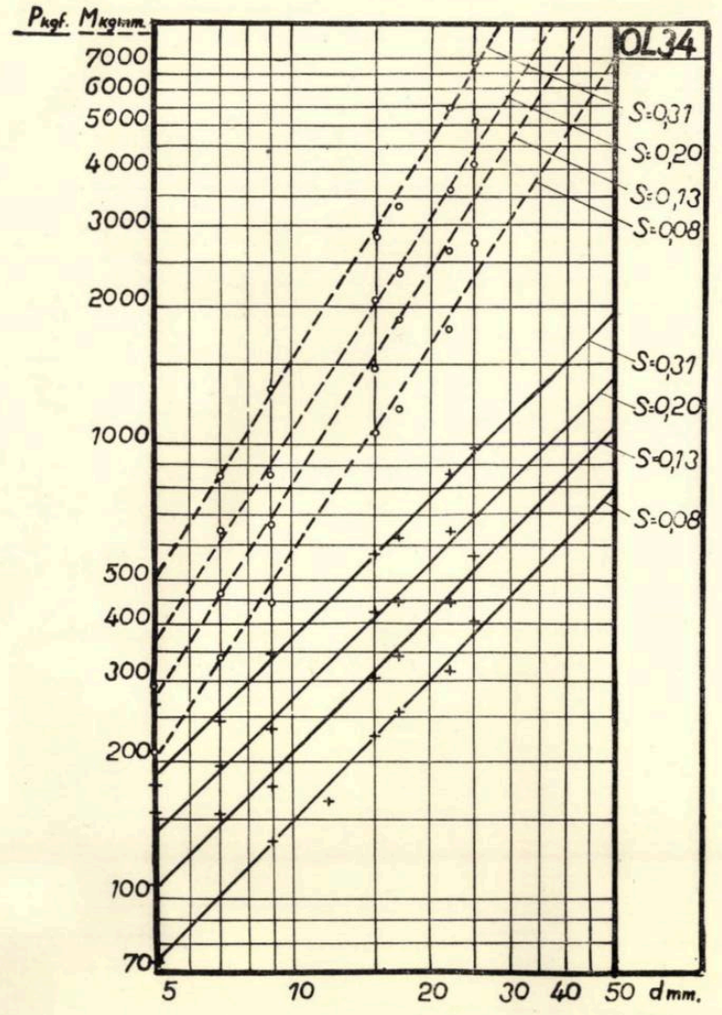


Fig. 1

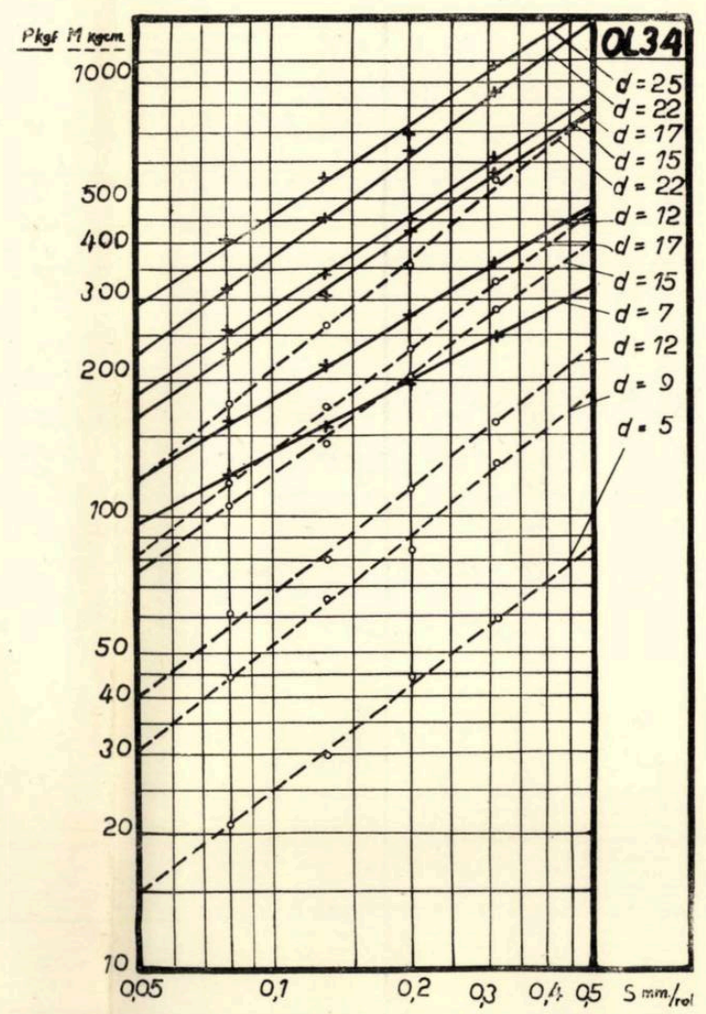


Fig. 2

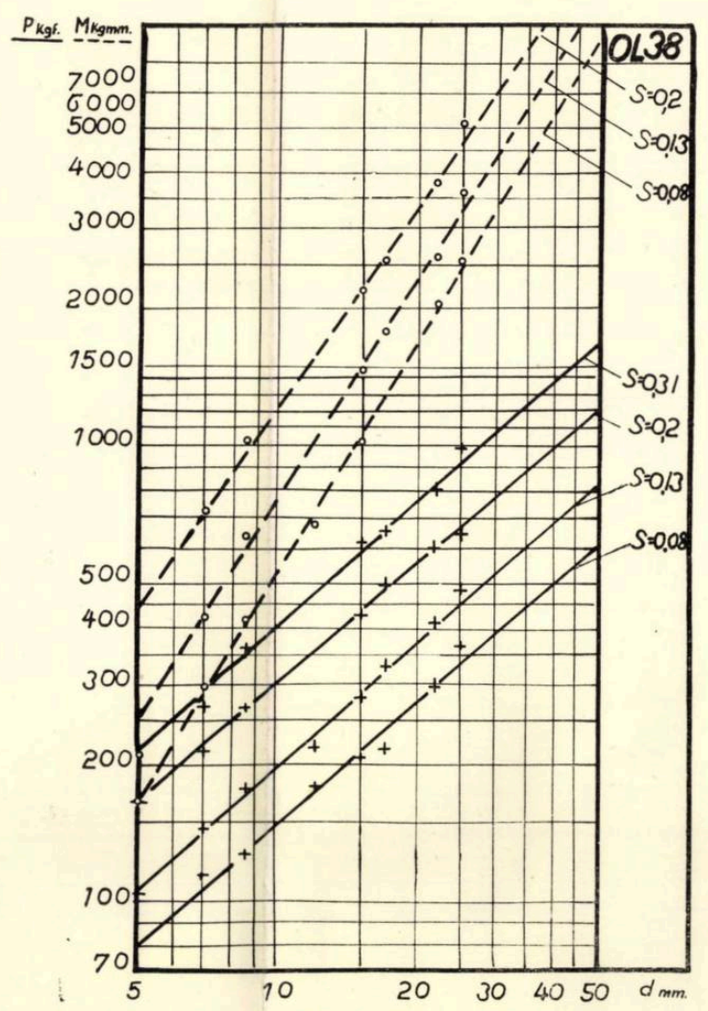


Fig. 3

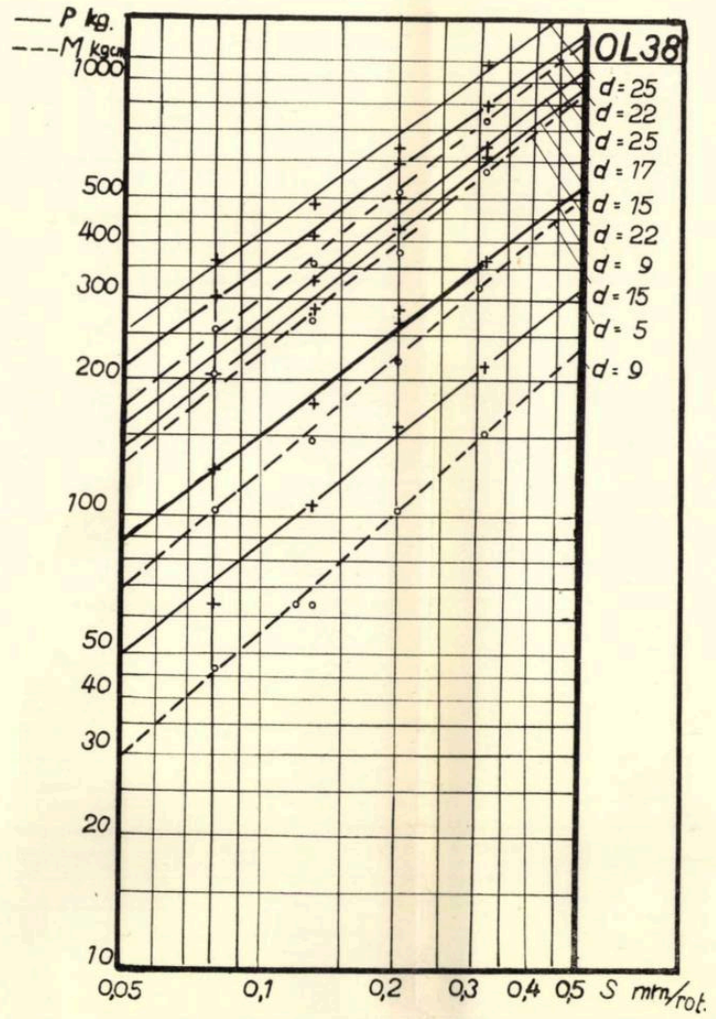


Fig. 4

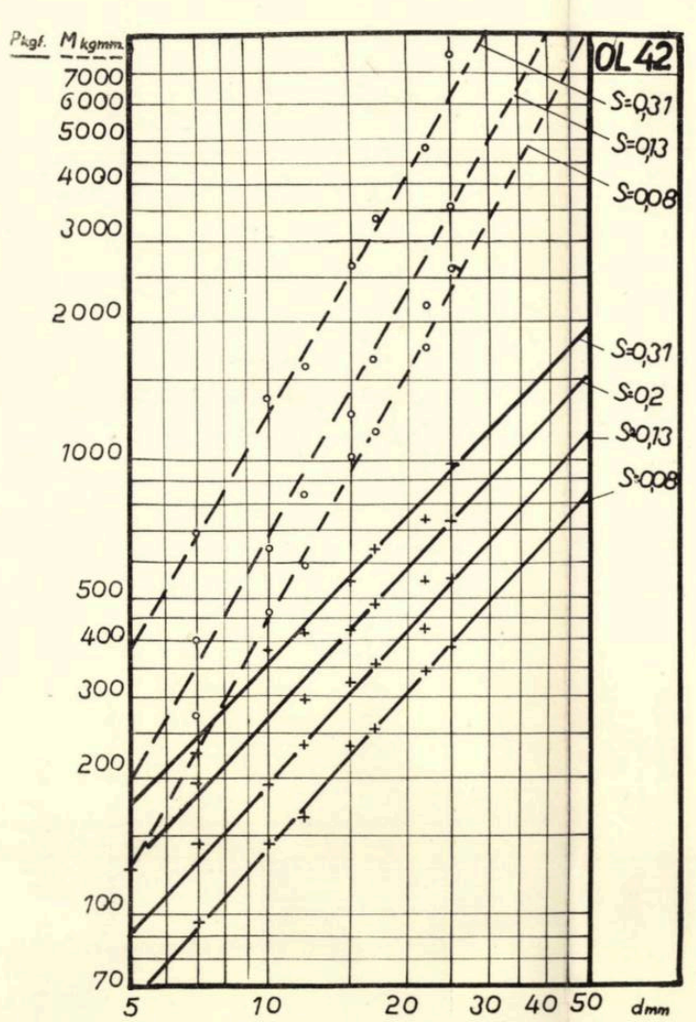


Fig. 5

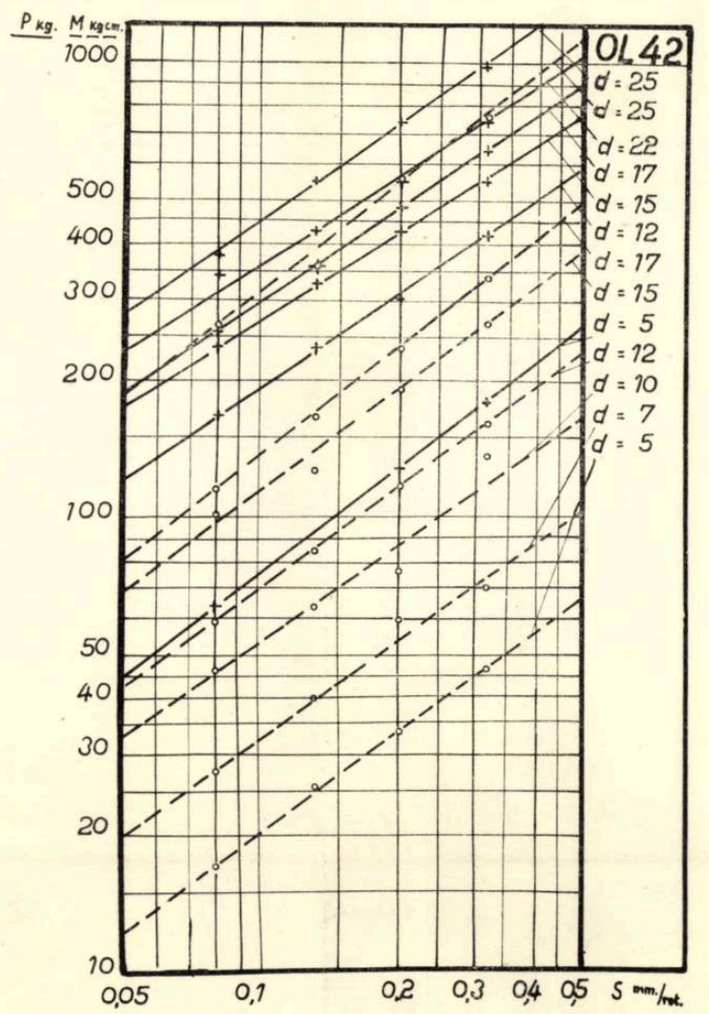


Fig. 6

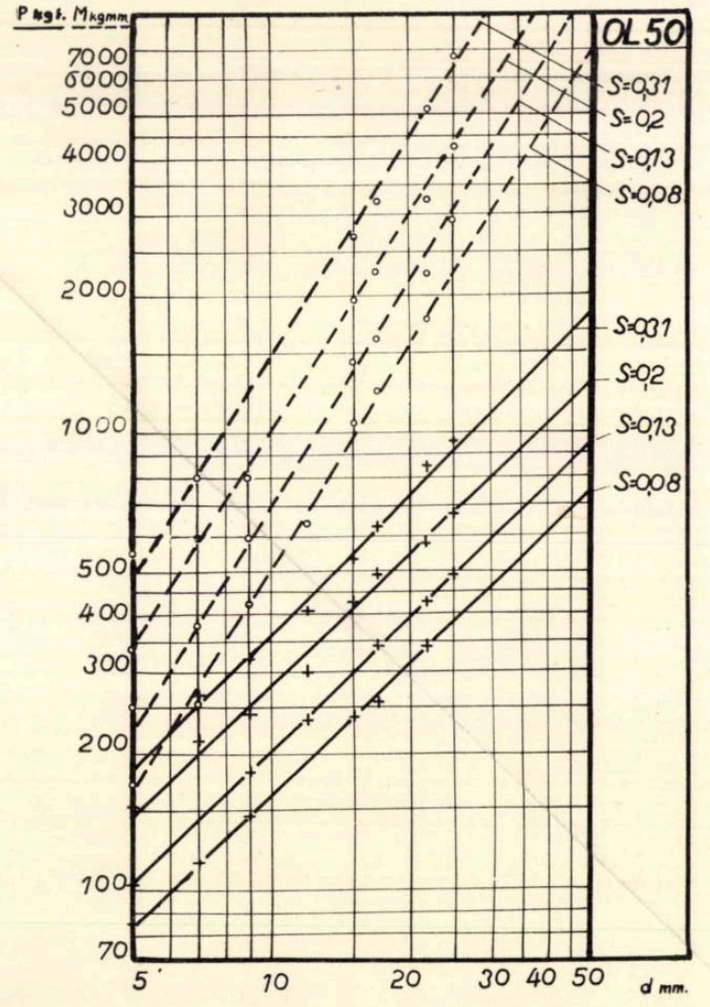


Fig. 7

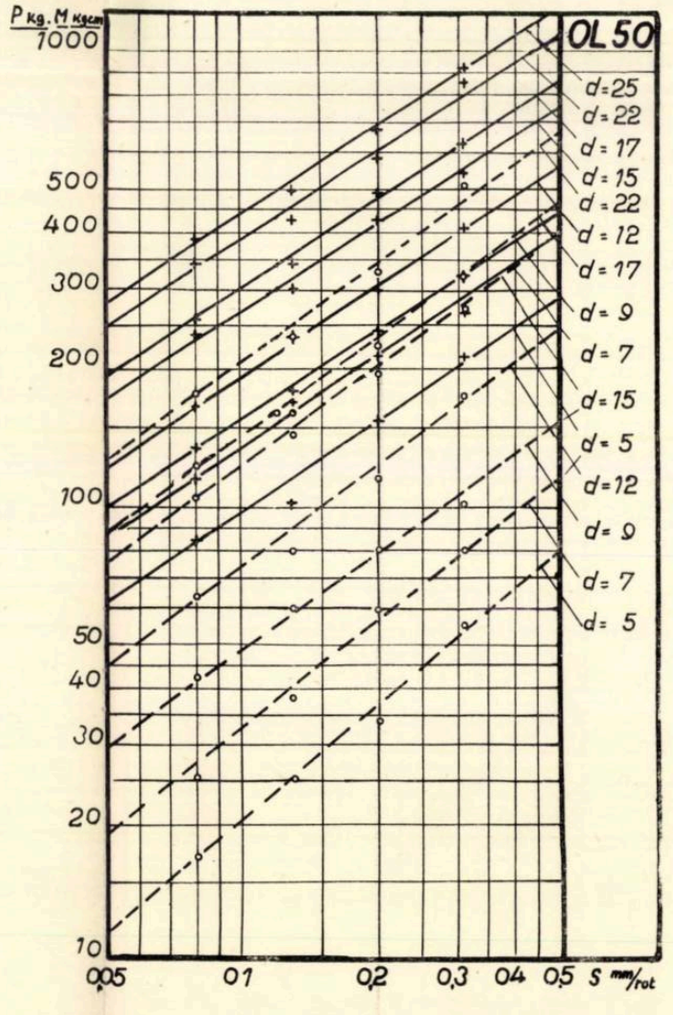


Fig. 8

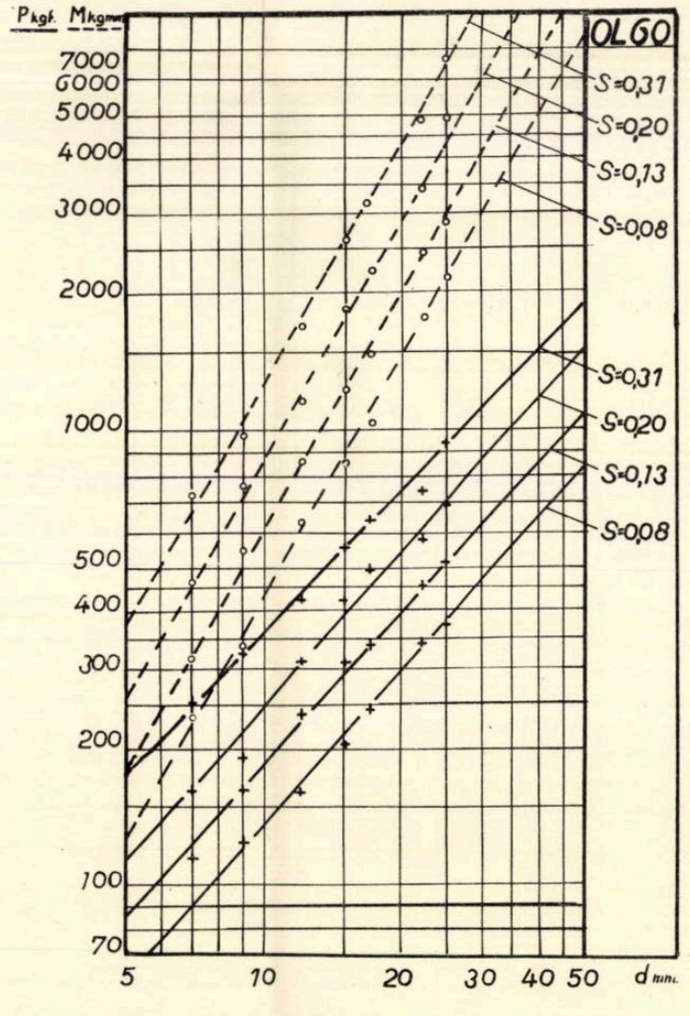


Fig. 9

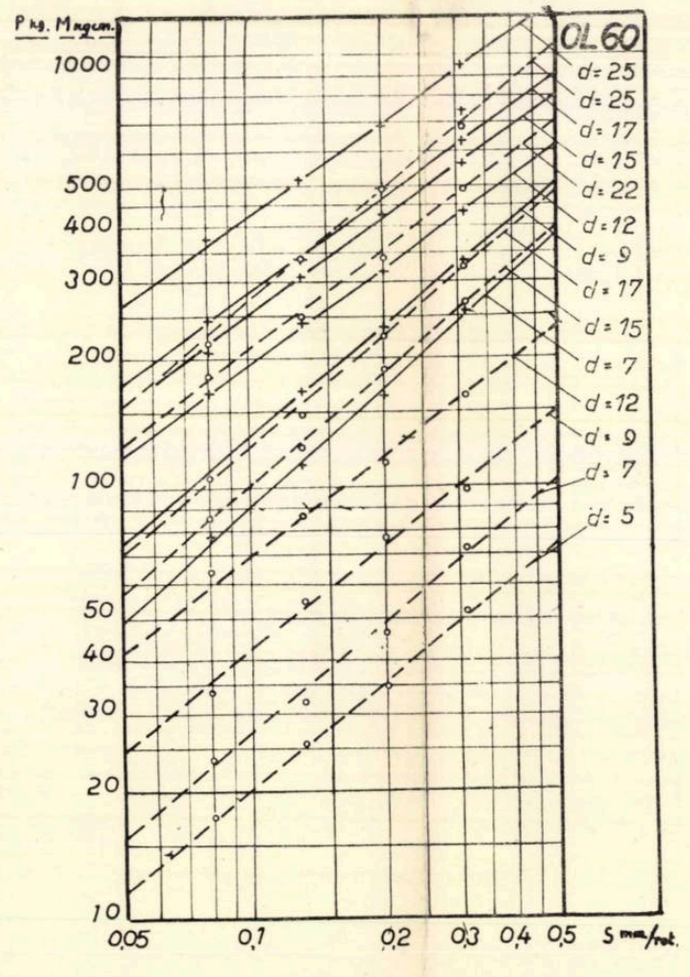


Fig. 10

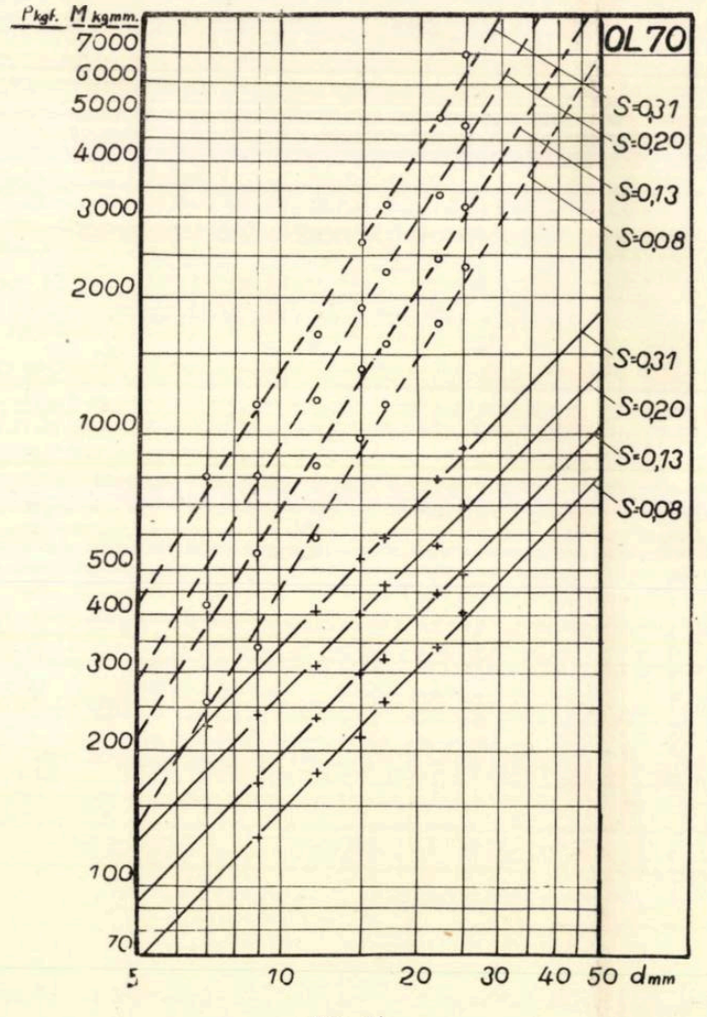


Fig. 11

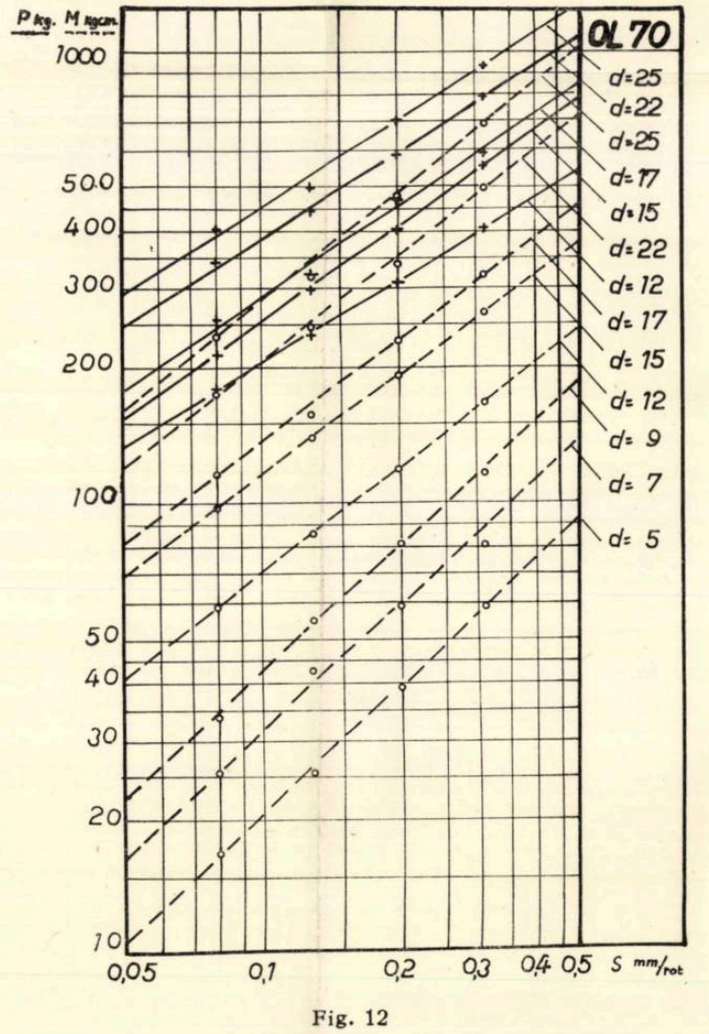


Fig. 12

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Construcţii. Hidrotehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 1—2, 1963

Строительство. Гидротехника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Constructions. Hydrotechnics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 539.311

ASUPRA PROBLEMEI DE MINIM ŞI MAXIM ÎN ECHILIBRUL ELASTIC, ELASTICO-PLASTIC ŞI PLASTIC AL STRUCTURILOR

DE

ANTON ŞESAN şi MIRCEA MANOLOVICI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Stării finale de echilibru la care ajunge un sistem material deformabil acţionat de sarcini oarecare îi corespunde energia potenţială de deformaţie minimă. Principiul minimului energiei potenţiale în cazul deformaţiilor elastice este cunoscut (M e n a b r e a). S-a arătat că principiul de minim este valabil şi pentru domeniul plastic [1]. În cele ce urmează se va arăta că echilibrul în cazul deformaţiilor elastico-plastice (stadiu elastico-plastic sau materiale cu deformabilitate neliniară) este caracterizat de asemenea de minimul energiei potenţiale.

Pentru un corp sau sistem care se deformează după curba OA (fig. 1), lucrul mecanic de deformare produs de forţele exterioare sau de eforturile interioare este dat de $L_{e(i)} = \int_0^{\delta} F\,\mathrm{d}\delta$, (suprafaţa OAA_1).

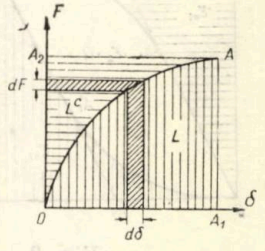


Fig. 1

Lucrul mecanic complementar exterior (căruia îi corespunde energia complementară) este $L^c = \int_0^F \delta\,\mathrm{d}F$, (suprafaţa OAA_2).

În domeniul elastic rezultă evident $L_{e(i)} = L_e^c = L_i^c = F\delta/2$.

Minimul energiei potenţiale are drept consecinţă faptul că unui sistem de forţe dat îi corespunde o deformaţie minimă. În baza unităţii contrariilor apare şi un aspect de maxim al principiului de minim: unei deformaţii date îi corespunde un sistem de forţe maxim.

2. a) În cazul deformaţiilor elastico-plastice lucrul mecanic al forţelor exterioare şi al eforturilor se datoreşte atît componentelor elastice, cît şi celor plastice ale deplasărilor, respectiv ale deformaţiilor, aşa încît condiţia generală:

$$L_e + L_i = 0, \tag{1}$$

neglijînd forţele de inerţie, devine:

$$L_e^{el} + L_e^{pl} + L_i^{el} + L_i^{pl} = 0. \tag{2}$$

Datorită frecărilor interioare şi modificărilor care se produc în structura materialului, o parte din lucrul mecanic interior se transformă în căldură (corespunzîndu-i energia absorbită $E_a = Q$), iar o altă parte se înmagazinează în corp sub formă de energie pe care o denumim „legată" (E_l), corespunzătoare stării de autotensiuni care apare.

La descărcare, revenirea datorită energiei potenţiale este reprezentată prin suprafaţa $OA_1'AB$, care cuprinde energia potenţială elastică E_{el} (suprafaţa $AA_2'B$) şi energia legată E_l (suprafaţa $OA_1'A_2'$). Deoarece, practic, energia legată poate fi restituită numai în anumite situaţii şi datorită unei intervenţii exterioare, care să anuleze autotensiunile, se înregistrează deformaţia remanentă OA_2'.

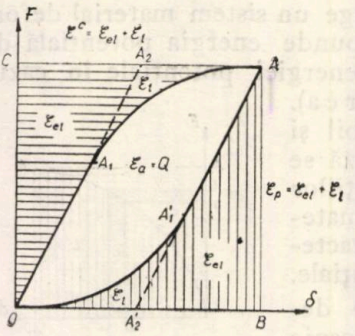


Fig. 2

Rezultă astfel (fig. 2) că energia potenţială „totală" este egală, ca mărime, cu energia complementară:

$$E_p = E_{el} + E_l = E^c. \tag{3}$$

Deoarece deformaţiile se produc în condiţiile existenţei unui potenţial de deformare, componentele elastice şi plastice ale unei deformaţii elementare se pot analiza separat, sau, prin integrare, se poate considera că o deformaţie OA, produsă după curba OA_1A (fig. 2), se compune din deformaţia elastică corespunzătoare traseului liniar OA_2 şi din deformaţia plastică A_2A, astfel încît şi lucrul mecanic se poate descompune în două componente. Energia potenţială totală va fi:

$$E_p = (-F\delta_{el} - F\delta_{pl}) + E_i^{el} + E_l + Q = E^c, \tag{4}$$

sau, conform fig. 2:

$$E_p = \Omega_{OA_1'AB} = -\Omega_{OCAB} + \Omega_{A_1'AB} + \Omega_{OA_1'A_2'} + \Omega_{OA_1AA_1'O}.$$

În relaţia (4), primii doi termeni corespund energiei de poziţie a forţelor $F\delta_{tot}$. Semnele rezultă considerînd pozitiv lucrul mecanic interior.

b) Fenomenele de deformare avînd loc cu pierdere de căldură, transformările de energie se vor produce în conformitate cu primul principiu al termodinamicii, rezultînd:

(5) $$E_p = E^c = L - Q,$$

în care L — lucrul mecanic de deformare total (suprafaţa OA_1AB).

Variaţia energiei potenţiale în raport cu timpul este:

(6) $$\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}t = \mathrm{d}E^c/\mathrm{d}t = \mathrm{d}L/\mathrm{d}t - \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t.$$

După al doilea principiu al termodinamicii, modul în care se produc transformările de energie este caracterizat de variaţia entropiei, care este o mărime de stare $S = Q/T$, în care: Q — cantitatea de căldură cedată, iar T — temperatura la care se petrece fenomenul.

Variaţia entropiei în raport cu timpul este $\mathrm{d}S/\mathrm{d}t = (1/T)(\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t)$, de unde $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t = T(\mathrm{d}S/\mathrm{d}t)$.

Pentru fenomenele nereversibile (cazul deformărilor elastico-plastice) $\mathrm{d}S/\mathrm{d}t > 0$, ceea ce arată că stării finale de echilibru îi va corespunde entropia maximă.

Relaţia (6) pusă sub forma:

(7) $$\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}t = \mathrm{d}E^c/\mathrm{d}t = \mathrm{d}L/\mathrm{d}t - T(\mathrm{d}S/\mathrm{d}t)$$

arată că, întrucît entropia S (respectiv cantitatea de căldură degajată Q) este maximă, *energia potenţială totală corespunzătoare stării de echilibru reprezintă un minim.*

c) Demonstrarea condiţiei de minim a energiei potenţiale se poate face şi prin procedee analitice obişnuite. Deoarece însă găsirea formei de echilibru revine la găsirea funcţiei pentru care energia potenţială are o valoare extremă, calculul variaţional este avantajos.

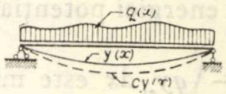


Fig. 3

Astfel, pentru o grindă simplu rezemată (fig. 3), acţionată de o sarcină oarecare $q(x)$, axa deformată este reprezentată de curba $y(x)$.

Considerînd că se produc deformaţii elastico-plastice şi că în expresia (4) a energiei potenţiale, primul şi al treilea termen $(-F\delta_{el} + E_i^{el})$ reprezintă energia potenţială corespunzătoare componentelor elastice ale deformaţiilor, iar ceilalţi termeni $(-F\delta_{pl} + E_I + Q)$ reprezintă energia potenţială corespunzătoare componentelor plastice, se poate scrie:

(8) $$E_p = E^c = -\int q y_{el}\,\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int E_{el}\, I (y''_{el})^2\,\mathrm{d}x - \int q y_{pl}\,\mathrm{d}x + E_I + Q,$$

în care y_{el} şi y_{pl} reprezintă componentele elastice şi plastice ale deformaţiei totale $y(x)$.

Sub formă variaţională, energia potenţială va avea expresia:

(9) $$E_p(c) = E^c(c) = -\int q(cy_{el})\,\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int E_{el} I (cy''_{el})^2\,\mathrm{d}x - \int q(cy_{pl})\,\mathrm{d}x + E_I(c^2) + Q(c).$$

Energia legată E_I depinzînd de eforturile interioare care iau naştere la deformare este o funcţie de gradul II în c, iar căldura degajată Q,

depinzînd de frecările interioare, care sînt proporţionale cu deformaţiile, este o funcţie de gradul I în c.

Valoarea lui c pentru care energia potenţială are o valoare extremă rezultă din condiţia:

$$\frac{dE_p(c)}{dc} = \frac{dE^c(c)}{dc} = -\int qy_{el}\,dx + c\int E_{el} I (y''_{el})^2\,dx - \int qy_{pl}\,dx + 2cE_l + Q = 0,$$

de unde:

$$c = \left(\int qy_{el}\,dx + \int qy_{pl}\,dx - Q\right) \Big/ \left(\int E_{el} I (y''_{el})^2\,dx + 2E_l\right).$$

Din condiţia ca lucrul mecanic de deformare total să fie nul şi în conformitate cu fig. 2, rezultă evident $c = 1$, adică pentru forma de echilibru $y(x)$, energia potenţială are o valoare extremă şi anume un minim, deoarece

$$\frac{d^2E_p(c)}{dc^2} = \frac{d^2E^c(c)}{dc^2} = \int E_{el} I (y''_{el})^2\,dx + 2E_l > 0.$$

La acelaşi rezultat se poate ajunge şi observînd că în expresia (9) a energiei potenţiale, pentru starea de echilibru, diferenţa $\frac{1}{2}\int E_{el} I (y''_{el})^2\,dx - \int qy_{el}\,dx$ este minimă (fiind energia potenţială elastică), iar $E_l + Q - \int qy_{pl}\,dx$ este minimă în conformitate cu relaţia (7), aşa încît energia potenţială totală trebuie de asemenea să fie minimă.

d) Un corp care se deformează în domeniul elastico-plastic se poate considera ca fiind un sistem multiplu static nedeterminat, datorită legăturilor corespunzătoare neomogenităţii materialului. În aceste condiţii, principiul minimului energiei potenţiale (Menabrea) stabilit pentru structurile static nedeterminate, este valabil şi pentru cazul analizat.

e) În timpul fenomenului de deformare, asupra unui corp acţionează forţele exterioare, forţele interioare şi forţele de inerţie, care, conform principiului lui d'Alembert, sînt în echilibru. Rezultă deci că lucrul mecanic efectuat de ele este nul:

$$F\delta - L_i + L_{in} = 0. \tag{10}$$

Lucrul mecanic efectuat pentu a se ajunge la forma de echilibru, neglijînd lucrul mecanic al forţelor de inerţie, este:

$$L^* = F\delta - L_i \tag{11}$$

şi poartă denumirea de lucru mecanic „de trecere" [2].

Se observă că, făcînd abstracţie de semn, $L^* = E_p = E^c$, aşa încît, la echilibru, L^* va avea de asemenea o valoare extremă.

f) În domeniul elastico-plastic, starea de echilibru este caracterizată de minimul energiei potenţiale totale, care, după cum s-a văzut, este

egală cu energia complementară. În domeniul liniar-elastic, determinarea formei de echilibru se face impunînd condiţia de minim pentru energia de deformaţie şi rezultatele sînt corecte întrucît în acest caz particular energia de deformaţie este egală cu energia complementară.

3. Paralel cu principiul de minim apare şi aspectul de maxim al principiului de minim. Astfel, pentru variaţii elementare de formă, energia potenţială va fi minimă în situaţia finală de echilibru, iar pentru variaţii elementare de solicitări, ea va fi maximă.

Ţinînd seama de faptul că determinarea stării de echilibru revine la găsirea funcţiei care extremizează energia potenţială, problema se pretează la o rezolvare pe cale variaţională, soluţia găsindu-se printre soluţiile ecuaţiei diferenţiale de tip Euler-Poisson corespunzătoare.

De asemenea, în anumite cazuri se pot aplica procedee variaţionale aproximative de calcul.

Deoarece, după modul în care se aleg variabilele, energia potenţială poate fi minimă sau maximă, determinarea formei de echilibru se poate face prin tatonări alternative [4].

4. În concluzie rezultă următoarele:

a) Energia complementară reprezintă energia potenţială totală în orice domeniu de comportare (elastic, elastico-plastic sau plastic).

b) Energia potenţială totală cuprinde, pe lîngă energia elastică — ce se restituie imediat şi integral — şi energia „legată", corespunzătoare eforturilor de autotensiuni şi care se restituie numai în anumite condiţii de solicitare.

c) Stării de echilibru (în orice domeniu de calcul) îi corespunde „minimul energiei complementare".

d) Numai în cazul particular de comportare liniar-elastică, în locul condiţiei de minim al energiei complementare se poate folosi minimul energiei de deformaţie (cele două energii fiind în acest caz egale).

e) Singurul principiu valabil ce condiţionează starea de echilibru, atît în domeniul elastic cît şi în domeniul elastico-plastic şi plastic, este principiul minimului. Principiul de „maxim", considerat de unii autori în calculul plastic, nu este decît un aspect — ce apare firesc în baza unităţii contrariilor — al principiului de minim.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de statică

BIBLIOGRAFIE

1. Şesan A., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *3—4*, pp. 335-343.
2. Zanaboni O., Giornale del Genio Civile, 1959, *5*, pp. 322—330.
3. — Giornale del Genio Civile, 1959, *11*, pp. 918—926.
4. Merlino F., Giornale del Genio Civile, 1956, *3*, pp. 167—171.

ПО ВОПРОСУ МИНИМУМА И МАКСИМУМА В УСЛОВИЯХ УПРУГОГО, УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО И ПЛАСТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ КОНСТРУКЦИЙ

(Резюме)

В работе указывается что:

а) Дополнительная энергия представляет собой полную потенциальную энергию во всякой области работы (упругой, упруго-пластической или пластической).

б) Полная потенциальная энергия включает кроме пластической энергии — которая полно и непосредственно возвращается — и „связанную“ энергию, соответствующую остаточным напряжениям, возвращающуюся в определенных условиях напряжения.

в) Во всякой области расчета, равновесному состоянию соответствует минимум дополнительной энергии.

г) Только в случае линейной упругой работы, вместо условия минимальной дополнительной энергии может появиться минимальная деформирующая энергия (обе эти энергии в этом случае равны).

д) Единственный принцип обусловливающий равновесное состояние, как в области упругой, так и в области упруго-пластической и пластической работы, является принцип „минимума“.

Принцип „максимума“, рассмотренный некоторыми авторами в пластических расчетах, является лишь только видом — естественно существующим на основе единства противоположностей — принципа минимума.

ÜBER DIE FRAGE DES MINIMUMS UND DES MAXIMUMS IM ELASTISCHEN, ELASTISCH-PLASTISCHEN UND PLASTISCHEN GLEICHGEWICHTSZUSTAND DER TRAGWERKE

(Zusammenfassung)

Es wird folgendes berichtet:

a) Die Komplementenergie stellt die gesamte potentielle Energie in jedem beliebigen Bereich des Verhaltens (elastischen, elastisch-plastischen oder plastischen) dar.

b) Die gesamte potentielle Energie umfasst nebst der elastischen Energie die sofort und völlig wiedergegeben wird, zugleich auch die der Selbstspannungen entsprechende, nur in bestimmten Beanspruchungsbedingungen wieder hergegebenen gebundene Energie.

c) Dem Gleichgewichtszustand (in beliebigem Rechnungsgebiet) entspricht das Minimum der Komplementenergie.

d) Nur im besonderen Fall des linear-elastischen Verhaltens, kann man das Minimum der Verformungsenergie, an Stelle der Minimumsbedingung der Komplementenergie verwenden (in dem Falle die beiden Energien sind gleich).

e) Das einzig gültiges Prinzip, das den Gleichgewichtszustand sowohl im elastischen als auch im elastisch-plastischen und plastischen Bereich bedingt, ist nämlich das Prinzip des Minimums.

Das Prinzip des „Maximums“, in der plastischen Berechnung von manchen Verfassern betrachtet, ist nur eine Handlungsart des Minimums Prinzip der natürlich vorkommt auf Grund des Gegenteileneinheitsgesetzes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 624.04 ; 624.07

DETERMINAREA LINIILOR DE INFLUENŢĂ LA CADRE CU STÎLPI ÎNCLINAŢI, PRIN METODA MOMENTELOR ACTIVE

DE

N. ORLOVSCHI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică pe ţară în probleme rutiere, Iaşi, 21—23 decembrie 1961

1. Cadrele cu stîlpi înclinaţi sau cu stîlpi în *V*, sisteme folosite curent la poduri, estacade etc. prezintă avantaje atît prin modul lor de răspuns la acţiunea sarcinilor exterioare, cît şi prin gabaritul pe care îl oferă, comparativ cu o structură similară, dar cu stîlpi verticali (fig. 1).

În cele ce urmează se prezintă calculul unor asemenea structuri la acţiunea sarcinilor mobile, folosind metoda momentelor active, ale cărei diferite variante analitice sau iterative sînt cunoscute dintr-o serie de lucrări [1]...[3]. Operarea cu momente active de nod şi de lanţ la determinarea liniilor de influenţă ale eforturilor în secţiunile structurii, permite o sistematizare şi o reducere a volumului de calcule, precizia rezultatelor fiind de acelaşi ordin cu cea oferită de alte metode.

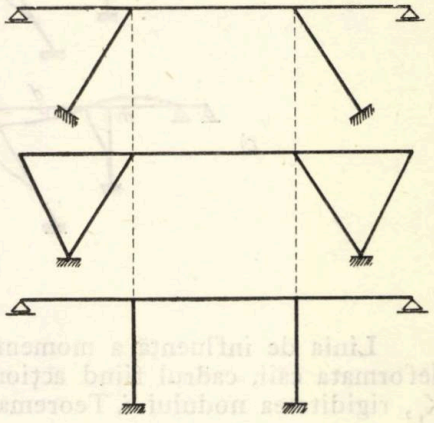


Fig. 1

Sînt prezentate două variante de calcul. În prima variantă se determină în prealabil liniile de influenţă ale momentelor active de noduri şi de lanţuri, apoi se trece la liniile de influenţă ale momentelor din capetele de bare, iar în varianta a doua se stabilesc relaţii ce permit determinarea directă a liniilor de influenţă ale momentelor din capetele barelor.

2. *Varianta I.* Potrivit definiției momentului activ de nod M_i — care în sistemul de bază ales produce rotirea reală a nodului i — și a momentului activ de lanț M_A — care în sistemul de bază produce rotirea sau deplasarea reală a lanțului A —, expresia momentelor din capetele barelor este de forma:

$$M_{ik} = M_i r_{ik} + M_k r_{ki} \gamma_{ki} - \nu'_{ik} M_A + \mathfrak{M}_{ik} , \tag{1}$$

în care: r_{ik} — coeficientul de repartiție al momentului din nodul i al barei ik, γ_{ik} — coeficientul de transmitere a momentului de la nodul i la capătul k al barei ik, ν'_{ik} — coeficientul de repartiție al momentului de lanț al capătului i al barei ik, $\mathfrak{M}_{ik}$ — momentul de încastrare perfectă datorită sarcinilor exterioare.

Notînd cu η ordonatele liniilor de influență ale mărimilor ce intră în expresia (1) avem:

$$\eta_{ik} = \eta_i r_{ik} + \eta_k r_{ki} \gamma_{ki} - \eta_A \nu'_{ik} + \eta^0_{ik} . \tag{2}$$

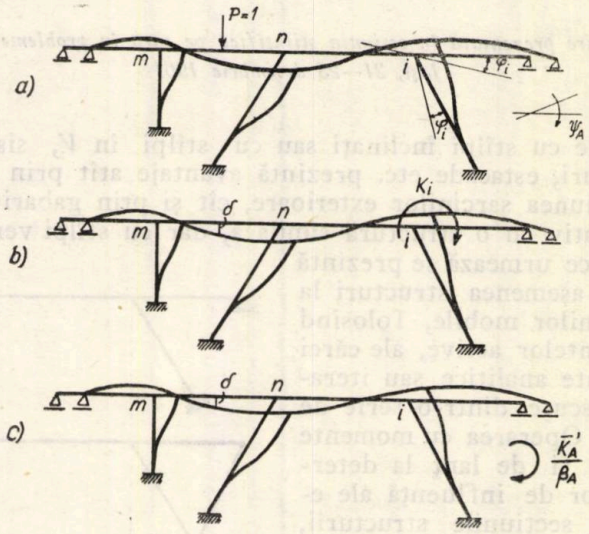


Fig. 2

Linia de influență a momentului activ din nodul i este dată de deformata căii, cadrul fiind acționat în nodul i cu un moment egal cu K_i, rigiditatea nodului i. Teorema reciprocității lucrului mecanic aplicată la cele două stări ale sistemului (fig. 2 a, b) conduce la relația:

$$1 . \delta = K_i . \varphi_i ,$$

sau ținînd seama de definiția momentului activ de nod, rezultă:

$$\delta = M_i = \eta_i . \tag{3}$$

În mod analog, linia de influență a momentului activ de lanț este dată de deformata căii, cadrul fiind acționat de un moment de lanț egal cu $\bar{K}'_A/\beta_A$ (fig. 2c), $\bar{K}'_A$ fiind rigiditatea lanțului, iar β_A — coeficientul de multiplicare a rotirii lanțului A:

$$\delta = M_A = \eta_A \,. \tag{3'}$$

Deformata căii în cazul cadrelor cu noduri neparalel deplasabile cuprinde doi termeni: δ^M — datorită efectului momentelor din capetele barelor și δ^Δ — provenit din deplasarea pe verticală a nodurilor m și n (fig. 3a):

$$\delta = \delta^M + \delta^\Delta. \tag{4}$$

δ^M se obține înmulțind $\bar{M}^i$ (fig. 3b) cu $\bar{M}^0$ (fig. 3c), aceasta din urmă fiind dată de acțiunea sarcinii unitare pe bara mn simplu rezemată (fig. 3d):

$$\delta^M = \int \frac{\bar{M}^i \bar{M}^0}{EJ}\,dx = \varphi' M^i_{mn} - \varphi'' M^i_{nm} \,. \tag{5}$$

δ^Δ rezultă din diagrama deplasărilor pe verticală a lanțului cinematic A:

$$\delta^\Delta = M_A \beta_{mn} a_{mn} \,, \tag{6}$$

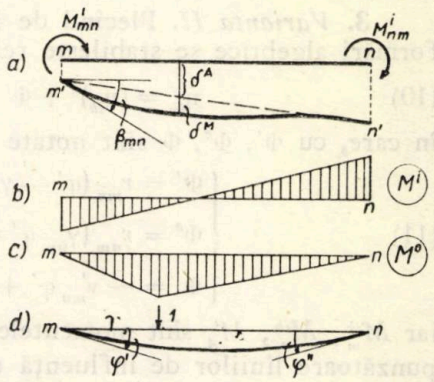


Fig. 3

în care: β_{mn} — coeficientul corespunzător rotirii barei mn în lanțul cinematic A iar a_{mn} — distanța pe orizontală a punctului corespunzător lui δ la centrul instantaneu al barei mn.

Așadar ordonatele liniei de influență a momentului activ de nod se vor determina cu relația:

$$\eta_i = K_i [\varphi' \bar{M}^i_{mn} - \varphi'' \bar{M}^i_{nm} + (\bar{M}^i_A/\bar{K}'_A)\beta_{mn} a_{mn}], \tag{7}$$

iar ordonatele liniei de influență a momentului activ de lanț se vor determina cu relația:

$$\eta_A = (\bar{K}'_A/\beta_A)(\varphi' \bar{M}^A_{mn} - \varphi'' \bar{M}^A_{nm}) + (\bar{M}^A_A/\beta_A)\beta_{mn} a_{mn} \,, \tag{8}$$

unde: $\bar{M}^i_{mn}$, $\bar{M}^i_{nm}$ — momentele din capetele barei mn datorită unei acțiuni unitare $M_i = 1$ în nodul i, $\bar{M}^A_{mn}$, $\bar{M}^A_{nm}$ — momentele din capetele barei mn datorită acțiunii unitare $M_A = 1$ în lanțul A. Expresiile lor sînt:

$$\begin{cases} \bar{M}^i_{mn} = r_{mn} \bar{M}^i_m + r_{nm} \gamma_{nm} \bar{M}^i_n - \nu'_{mn} \bar{M}^i_A \,, \\ \bar{M}^i_{nm} = r_{mn} \gamma_{mn} \bar{M}^i_m + r_{nm} \bar{M}^i_n - \nu'_{nm} \bar{M}^i_A \,. \end{cases} \tag{9}$$

Etapele de calcul în această variantă, pentru obținerea liniilor de influență ale momentelor active de nod și lanț, sînt următoarele:

a) Se calculează sistemul la acţiunile unitare $\mathfrak{M}_i = 1$ şi $\mathfrak{M}_A = 1$, întocmindu-se pentru fiecare acţiune cîte un tabel de iteraţie (v. exemplul de calcul, tabelul 2).

b) Se determină diagramele de momente $\overline{M}^i_{mn}$ şi $\overline{M}^A_{mn}$ ale căii cadrului, folosind relaţiile (9).

c) Se întocmeşte tabelul 3 (v. exemplul de calcul) pentru determinarea liniilor de influenţă η_i şi η_A, cu ajutorul relaţiilor (7) şi (8).

Pentru obţinerea liniilor de influenţă ale momentelor din capetele barelor se întocmeşte tabelul 4 (v. exemplul de calcul), folosind relaţia (2).

3. *Varianta II.* Plecînd de la relaţia (2) şi făcînd o serie de transformări algebrice se stabileşte relaţia:

$$\eta_{ik} = (\eta_{ik})^0 + \Phi' M^{ik}_m + \Phi'' M^{ik}_n + \Phi M^{ik}_A , \tag{10}$$

în care, cu Φ', Φ'', Φ sînt notate funcţiile variabile:

$$\begin{cases} \Phi' = r_{mn}(\varphi' - \gamma_{mn}\varphi'') \\ \Phi'' = r_{nm}(\gamma_{nm}\varphi' - \varphi'') \\ \Phi = -\nu'_{mn}\varphi' + \nu'_{nm}\varphi'' + \beta_{mn}a_{mn}/K'_A , \end{cases} \tag{11}$$

iar M^{ik}_m, M^{ik}_n, M^i_A sînt momentele active de nod şi lanţ, cumulate, corespunzătoare liniilor de influenţă ale momentului M_{ik}.

Expresiile lor se obţin direct funcţie de valorile iniţiale, date de tabelul 2 (v. exemplul de calcul):

$$\begin{cases} M^{ik}_m = \overline{M}^i_m K_{ik} + \overline{M}^k_m K_{ki}\gamma_{ki} - \overline{M}^A_m \overline{K}'_{ik}/\beta_A , \\ M^{ik}_n = \overline{M}^i_n K_{ik} + \overline{M}^k_n K_{ki}\gamma_{ki} - \overline{M}^A_n \overline{K}'_{ik}/\beta_A , \\ M^{ik}_A = \overline{M}^i_A K_{ik} + \overline{M}^k_A K_{ki}\gamma_{ki} - \overline{M}^A_A \overline{K}'_{ik}/\beta_A . \end{cases} \tag{12}$$

Etapele de calcul ale ordonatelor liniilor de influenţă ale momentelor din capetele barelor sînt următoarele:

a) Se calculează sistemul la acţiunile unitare $\mathfrak{M}_i = 1$, $\mathfrak{M}_A = 1$, întocmindu-se tabelul 2 (ca la varianta I).

b) Se determină momentele active de nod şi de lanţ, cumulate, cu ajutorul relaţiilor (12).

c) Potrivit relaţiei (10) se alcătuieşte tabelul 5 (v. exemplul de calcul), cu ordonatele linilor de influenţă ale momentelor din capetele de bare.

Referitor la semne se face observaţia că: a) în relaţia (12) termenii au semnele corespunzătoare lui $\overline{M}^i_m, \ldots, \overline{M}^A_A$ şi respectiv $\overline{K}'_{ik}$; b) în relaţia (11) termenii au semnele corespunzătoare diagramelor unitare în sistemul de bază şi anume: dacă diagramele sînt dispuse pe fibra interioară au semnul + şi dacă sînt dispuse pe fibra exterioară au semnul —.

În exemplul de calcul de mai jos se determină liniile de influenţă ale momentelor în capetele barelor, folosind cele două variante susmenţionate. Este de remarcat volumul redus de calcule, în special în varianta II.

Exemplu de calcul

Se cer liniile de influență ale momentelor din capetele de bară: M_{12}, M_{21}, M_{23}, M_{32}, M_{34}, pentru cadrul din fig. 4. Caracteristicile sistemului sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Bara	Lung.	I	K_{ik}	$\bar{K}_{ik}$	β_{ik}	$\bar{K}'_{ik}$	$\bar{K}''_{ik}$
$1-2$	10	$3I$	1,2	1,8	0,3	0,54	0,162
$2-3$	10	$3I$	1,2	1,8	−0,6	−1,08	0,648
$3-4$	8	$3I$	1,125	1,125	0,375	0,422	0,1582
$1-5$	6	I	0,666	1	1,333	1,333	1,777
$2-6$	8,544	$2I$	0,9363	1,4045	1	1,4045	1,4045
$3-7$	8,544	$2I$	0,9363	1,4045	1	1,4045	1,4045

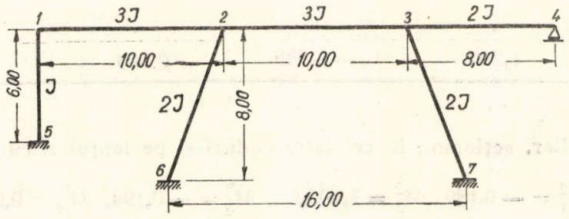


Fig. 4

a) *Caracteristicile sistemului*

a) Rigiditățile nodurilor și ale lanțului cinematic A: $K_i = \sum_i K_{ik}$, $\bar{K}'_A = \sum_A \bar{K}'_{ik}$.

$K_1 = 1{,}866$, $K_2 = 3{,}3363$, $K_3 = 3{,}2613$, $\bar{K}'_A = 11{,}94653$, $\bar{K}''_A = \sum_A \bar{K}''_{ik} = 10{,}95175$;

$$1/\beta_A = \bar{K}'_A/\bar{K}''_A = 1{,}0909.$$

b) Coeficienții de repartiție: $r_{ik} = K_{ik}/K_i$, $\nu'_{ik} = \bar{K}'_{ik}/\bar{K}'_A$.

$r_{12} = 0{,}643$, $r_{15} = 0{,}357$, $r_{21} = 0{,}36$, $r_{26} = 0{,}28$, $r_{23} = 0{,}36$, $r_{34} = 0{,}345$, $r_{37} = 0{,}287$, $r_{32} = 0{,}368$;

$$\nu'_{15} = \nu'_{51} = 0{,}1115, \quad \nu'_{12} = \nu'_{21} = 0{,}045,$$

$$\nu'_{26} = \nu'_{62} = \nu'_{73} = \nu'_{37} = 0{,}1175, \quad \nu'_{23} = \nu'_{32} = -0{,}091, \quad \nu'_{34} = 0{,}035.$$

c) Coeficienții de transmitere a momentelor: $\mu_{ik} = -r_{ik}\gamma_{ki}$, $\mu_{iA} = \sum_i \nu'_{ik}$, $\mu_{Ai} = \frac{1}{\beta_A}\sum_i r_{ik}(1+\gamma_{ik})\beta_{ik}$.

$$\mu_{12} = -0{,}18, \ \mu_{21} = -0{,}3215, \ \mu_{23} = -0{,}184, \ \mu_{32} = -0{,}18;$$

$\mu_{A1} = 1{,}094$, $\mu_{A2} = 0{,}2815$, $\mu_{A3} = 0{,}2495$; $\mu_{1A} = 0{,}1565$, $\mu_{2A} = 0{,}0715$, $\mu_{3A} = 0{,}0621$.

b) *Calculul la acțiuni unitare în noduri și lanț cinematic A*

În tabelul 2 se determină momentele active $\bar{M}^1_i$ produse de $\mathcal{M}_1 = 1$ aplicat în nodul 1:

$$\bar{M}^1_1 = 1{,}269, \ \bar{M}^1_2 = -0{,}339, \ \bar{M}^1_3 = 0{,}143, \ \bar{M}^1_A = 1{,}327.$$

Tabelul 2

	1	*2*	*3*	*A*
	$\mu_{21} = -0{,}3215$ $\mu_{A1} = 1{,}094$	$\mu_{12} = -0.18$ $\mu_{32} = -0{,}18$ $\mu_{A2} = 0{,}2815$	$\mu_{23} = -0{,}184$ $\mu_{A3} = 0{,}2495$	$\mu_{1A} = 0{,}1565$ $\mu_{2A} = 0{,}0715$ $\mu_{3A} = 0{,}0621$
$\mathcal{M}_i$	1,000			
1	1,000	— 0,322		1,094
A	0,172	0,079	0,068	1,094
2	0,044	— 0,243	0,044	— 0,069
1	0,216	— 0,070		0,236
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$\overline{M}_i^1$	1,269	— 0,339	0,143	1,327

În mod similar, acționînd în celelalte noduri și pe lanțul A cu $\mathcal{M}_A = 1$ se obțin:

$$\overline{M}_1^2 = -0{,}189,\quad \overline{M}_2^2 = 1{,}100,\quad \overline{M}_3^2 = -0{,}194,\quad \overline{M}_A^2 = 0{,}055;$$
$$\overline{M}_1^3 = 0{,}082,\quad \overline{M}_2^3 = -0{,}199,\quad \overline{M}_3^3 = 1{,}053,\quad \overline{M}_A^3 = 0{,}297,$$
$$\overline{M}_1^A = 0{,}188,\quad \overline{M}_2^A = 0{,}015,\quad \overline{M}_3^A = 0{,}073,\quad \overline{M}_A^A = 1{,}228.$$

VARIANTA I

a) *Liniile de influență ale momentele active (de nod și lanț)*

Folosind relațiile (9) se trasează diagramele de momente $\overline{M}_{mn}^i$ pentru linia de încărcare a sistemului (fig. 5). (În relațiile (9) indicii m, n se referă la deschiderea încărcată cu sarcina $P = 1$).

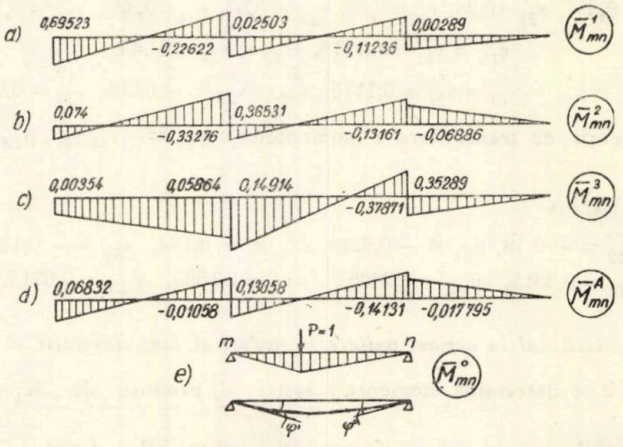


Fig. 5

Ordonatele liniilor de influență ale momentelor active se determină cu ajutorul relațiilor (7) și (8), ținînd seama de relația (5) referitoare la efectuarea produsului dintre $\bar{M}^i_{mn}$ (fig. 5 a ... d) și $\bar{M}^0_{mn}$ (fig. 5 e). Organizarea calculelor se face potrivit tabelului 3.

Tabelul 3

					η_1				η_i
	Secția	a_{mn}	φ'_{mn}	φ''_{mn}	$\varphi'\bar{M}^1_{mn}$	$\varphi''\bar{M}^1_{nm}$	$K_1(\varphi'\bar{M}^1_{mn} + \varphi''\bar{M}^1_{nm})$	$K_1\bar{M}^1_A\beta_{mn}a_{mn}$	η_1	...
Deschiderea 1–2	①	0	0	0	0	0	0	0	0	...
	1	2	1,6	1,0666	1,1140	—0,237	1,636	0,1244	1,7604	...
	2	4	2,1333	1,8666	1,485	—0,415	1,997	0,2488	2,2450	...
	3	6	1,8666	2,1333	1,299	—0,475	1,537	0,3732	1,9100	...
	4	8	1,0666	1,6	0,743	—0,356	0,722	0,4888	1,2108	...
	②	10	0	0	0	0	0	0,622	0,622	...
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	

În fig. 6 se reprezintă liniile de influență ale momentelor active.

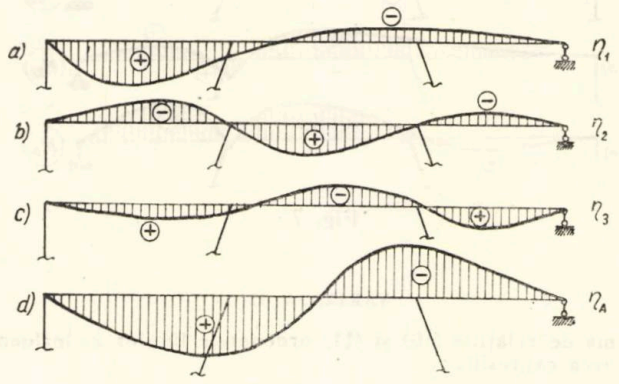


Fig. 6

b) *Liniile de influență ale momentelor din capetele de bare*

Se determină cu relațiile (2). Calculul ordonatelor liniilor de influență este în tabelul 4.

În fig. 7 se indică liniile de influență ale momentelor cerute: M_{12}, M_{21}, M_{23}, M_{32}, M_{34}.

Tabelul 4

	Secţia	$\eta_i r_{12}$	$\eta_2 r_{21} \gamma_{21}$	$\eta_A \nu'_{12}$	η^0_{12}	η_{12}	..
Deschiderea 1—2	①	0	0	0	0	0	...
	1	1,132	— 0,141	— 0,094	— 1,280	— 0,386	...
	2	1,443	— 0,274	— 0,146	— 1,44	— 0,417	...
	3	1 230	— 0,338	— 0,170	— 0,96	— 0,230	...
	4	0,778	— 0,266	— 0,178	— 0,32	0,014	...
	②	0,401	0,0083	— 0,181	0	0,228	...
...	...	...	...	...	...	...	

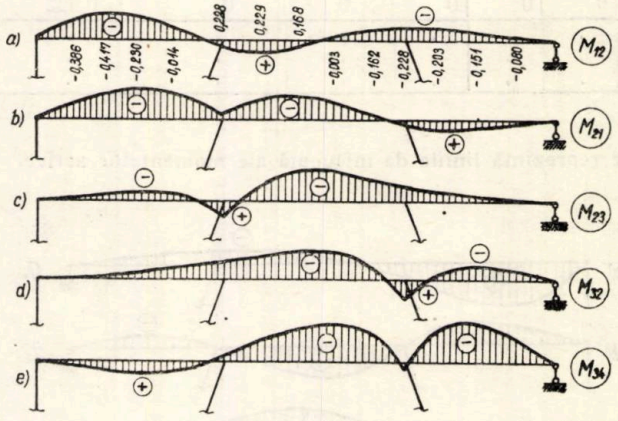


Fig. 7

VARIANTA II

Ţinînd seama de relaţiile (10) şi (11) ordonatele liniilor de influenţă ale momentele barelor vor avea expresiile:

$$\eta_{ik} = (\eta^0_{ik}) + r_{mn}(\varphi' - 0{,}5\,\varphi'')\,M^{ik}_m + r_{nm}(0{,}5\,\varphi' - \varphi'')\,M^{ik}_n + \nu'_{mn}(-\varphi' + \varphi'')\,M^{ik}_A + \tag{10'}$$

$$+ (\beta_{mn}\, a_{mn}/\bar{K}'_A)\,M^{ik}_A,$$

în care momentele cumulate M^{ik}_m, M^{ik}_n, M^{ik}_A sînt date de relaţiile (12).

Ordonatele liniei de influenţă a momentului M_{12} sînt date de expresia:

$$\eta_{12} = (\eta^0_{12}) + \Phi' M^{12}_m + \Phi'' M^{12}_n + \Phi M^{12}_A.$$

Tabelul 5

	Secţia	φ'_{mn}	φ''_{mn}	a_{mn}	Φ'	Φ''	Φ	η_{12}					η_{ik}
								$M_m^{12}\Phi'$	$M_n^{12}\Phi''$	$M_A^{12}\Phi$	η_{12}^0	η_{12}	...
Deschiderea *1—2*	①	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
	1	1,6	1,0666	2	0,6859	— 0,096	0,0262	0,890	— 0,0235	0,0236	— 1,280	— 0,390	...
	2	2,1333	1,8666	4	0,7716	— 0,288	0,0884	1,002	— 0,0704	0,0798	— 1,440	— 0,420	...
	3	1,8666	2,1333	6	0,5144	— 0,432	0,1626	0,668	— 0,1054	0,1465	— 0,960	— 0,240	...
	4	1,0666	1,6	8	0,1714	— 0,384	0,2249	0,2225	— 0,0937	0,2025	— 0,320	0,012	...
	②	0	0	10	0	0	0,251	0	0	0,2265	0	0,227	...
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	

Momentele cumulate corespunzătoare sînt:

$$M_1^{12} = \overline{M}_1^1 K_{12} + \overline{M}_1^2 K_{21}\gamma_{21} - \overline{M}_1^A \overline{K}'_{12}/\beta_A = 1{,}2987,$$
$$M_2^{12} = \overline{M}_2^1 K_{12} + \overline{M}_2^2 K_{21}\gamma_{21} - \overline{M}_2^A \overline{K}'_{12}/\beta_A = 0{,}2444,$$
$$M_3^{12} = \overline{M}_3^1 K_{12} + \overline{M}_3^2 K_{21}\gamma_{21} - \overline{M}_3^A \overline{K}'_{12}/\beta_A = 0{,}0122,$$
$$M_A^{12} = \overline{M}_A^1 K_{12} + \overline{M}_A^2 K_{21}\gamma_{21} - \overline{M}_A^A \overline{K}'_{12}/\beta_A = 0{,}902.$$

Cînd forţa $P = 1$ calcă în deschiderea $1-2$:

$$\eta_{12} = -\eta_{12}^0 + r_{12}(\varphi' - 0{,}5\,\varphi'')\,1{,}2987 + r_{21}(0{,}5\,\varphi' - \varphi'')\,0{,}2444 + [\nu'_{12}(-\varphi' + \varphi'') + \beta_{12}\,a_{12}/\overline{K}'_A]\,0{,}902.$$

Cînd forţa $P = 1$ calcă în deschiderea $2-3$:

$$\eta_{12} = r_{23}(\varphi' - 0{,}5\,\varphi'')\,0{,}2444 + r_{32}(0{,}5\,\varphi' - \varphi'')\,0{,}0122 + [\nu'_{23}(\varphi' - \varphi'') + \beta_{23}\,a_{23}/\overline{K}'_A]\,0{,}902.$$

Cînd forţa $P = 1$ calcă în deschiderea $3-4$:

$$\eta_{12} = r_{34}\varphi'\,0{,}0122 + [\nu'_{34}(-\varphi') + \beta_{34}\,a_{34}/\overline{K}'_A]\,0{,}902.$$

Calculele se conduc conform tabelului 5, în care sînt concentrate toate datele necesare determinării liniilor de influenţă ale momentelor din capetele de bare.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de statică

BIBLIOGRAFIE

1. Şesan A., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, p. 353.
2. Şesan A., Orlovschi N., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Fiz. şi şt. tehn., 1955, **VI**, *3—4*, pp. 59—69.
3. Şesan A., *Rezolvarea sistemelor static nedeterminate cu ajutorul momentelor active.* Comun. ses., şt. jubil. a Instit. Mec. apl. „Traian Vuia", Acad. R. P. R. 2—4 iulie 1961.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕТОДОМ АКТИВНЫХ МОМЕНТОВ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЙ ДЛЯ РАМ С НАКЛОННЫМИ СТОЙКАМИ

(Резюме)

Пользуя метод активных моментов создаются два способа для определения линий влияний в рамах с наклонными стойками. Первым способом определяются сперва линии влияния активных моментов (узлов и кинематических цепей), а вторым способом, при помощи зависимостей (10), (11), (12), определяются линии влияния концевых моментов стержней. Учитывая минимальный объем вычислительных работ, второй способ представляет собой большой практический интерес. Оба способа применимы при определении линий влияний для рамы рис. 4.

LE CALCUL DES LIGNES D'INFLUENCE POUR LES STRUCTURES À MONTANTS INCLINÉS, PAR LA MÉTHODE DES MOMENTS ACTIFS

(Résumé)

En utilisant la méthode des moments actifs on présente deux procédés de calcul des lignes d'influence, appliquables aux structures à montants inclinés. À l'aide du premier procédé on détermine en préalable les lignes d'influence des moments actifs (des noeuds et des déplacements). En utilisant le deuxième procédé on détermine directement, à l'aide des relations (10), (11) et (12), les lignes d'influencedes moments aux extrémités des barres. Le volume réduit des calculs numériques, surtout lorsqu'on utilise le second procédé, représente l'avantage pratique des ces procédés. On détermine différentes lignes d'influences pour la structure de la fig. 4, en utilisant les deux variantes proposées.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

D. K. 624.01

IST EINE HERABSETZUNG DES SICHERHEITSKOEFFIZIENTEN BEI ZIEGELMAUERKONSTRUKTIONEN MÖGLICH?

VON

ZYGMUNT GOLEBIOWSKI

1. Einleitung

Der mit Hilfe der Grenzzustandgleichung errechnete und bei uns zur Ermittlung von zulässigen Spannungen angewandte Sicherheitskoeffizient ist in Vergleich zu anderen Koeffizienten verhältnismässig hoch, beträgt er doch 2,5.

Der gennante Koeffizient hängt in hohem Masse von dem Koeffizienten der Homogenität des Baustoffes für Mauerkonstruktionen ab, welcher jedoch infolge der Heterogenität der Baustoffe für Mauerwerkbauten eben niedrig ist. In Anlehnung an sowjetrussische Erfahrungen gibt ihn die PN/B-03002 mit $\mu = 2{,}5$. Ohne den Gedankengang, der zur Bestimmung dieser Grösse führte zu verlassen, sei hier unter Bezugnahme auf die von mir auf dem Institut für Bautechnik durchgeführten eingehenden Experimente versucht eine Änderung zu erzielen.

2. Erzielte Festigkeitsergebnisse

2.1 Säulen aus Vollziegelsteinen

Die Untersuchungen wurden an Säulen aus Ziegelsteinen von mittlerer Druckfestigkeit $R_c = 155$ kg/cm^2 durchgeführt. Zwölf Säulen im Blockverband wurden auf Axialdruck beansprucht, wobei bei der Hälfte der zweiten Säulengruppe die vertikalen Längsfugen nicht ausgefüllt wurden [3]. Auf diese Weise mussten die Festigkeitsunterschiede der Mauerproben von der Mörteldruckfestigkeit R_z und von dem Mauerverband abhängen.

a) *Säulen im Blockverband*

Der Verlauf der Untersuchung, die Analyse der letzteren sowie entsprechende Schlussfolgerungen habe ich eingehend in [4] dargelegt. Wir können uns daher hier auf die Auswertung der auf Grund von

Korrelations- und Iterationsversuchen ermittelten Verbesserungsformel für die Mauerdruckfestigkeit von Oniszczyk beschränken:

$$R_m^p = R_c\,[(100 + R_c)/(100 + 3R_c)]\{1 - 0{,}232/[0{,}3 + R_z/(2R_c)]\}\,.$$

Diese Formel ergibt die grösste Annäherung an die erzielten Versuchsergebnisse. Aus diesem Grunde werden wir uns ihrer im Verlauf der weiteren Ausführungen bei der Behandiung des Homogenitätskoeffizienten für Mauerwerk im Blockverband bedienen.

b) *Säulen im amerikanischen (vielreihigen) Verband*

Die Beschreibung der Versuche, deren Analyse sowie die Schlussfolgerungen sind im meinen erwähnten Arbeiten zu finden, gibt es in [3], [4]. Auf Grund der erzielten Versuchsergebnisse kann folgende Korrekturder Formel von Oniszczyk vorgenommen werden:

$$R_m^p = R_c\,[(100 + R_c)/(100 + 2{,}86R_c)]\,\{1 - 0{,}271/[0{,}3 + R_z/(2R_c)]\}.$$

Diese Formel soll uns als Ausgangspunkt bei der Definition des Homogenitätskoeffizienten für Mauerwerk im vielreihigen Verband dienen.

2.2. Säulen aus Hohlziegeln

Die Untersuchungen erstreckten sich in diesem Falle auf 20 Säulen, die mit Hilfe von verschiedenen Mörtelarten zur Hälfte aus langsgehöhlten Ziegelsteinen von mittlerer Druckfestigkeit $R_c = 80$ kg/cm² sowie aus quergehöhlten Ziegeln mit einer Druckfestigkeit von $R_c = 68$ kg/cm² ausgeführt. Hier hing die Festigkeit der Säulen nich nur von der Mörtel- und Verbandart, sondern auch (wie dies die Versuchsergebnisse gezeigt haben) hauptsächlich von der Höhlungsrichtung und der damit verbundenen Biegefestigkeit der Ziegelsteine ab.

Der Versuchsablauf, die dazugehörige Analyse sowie die Schlussfolgerungen habe ich eingehend in [5] beschrieben. Unter Ausnützung der dort angewandten Anordnung beschränken wir uns auf die Auswertung der herausgeführten Formeln, welche für die weiteren Ausführungen als Grundlage dienen sollen.

a) *Säulen aus längsgehöhlten Ziegelsteinen*

Als massgebend für die Errechnung der Axialfestigkeit von Mauerwerk aus längsgehöhlten Steinen kann folgende korrigierte Formel von Oniszczyk gelten:

$$R_m^p = R_c\,[(100 + R_c)/(100 + 2{,}5\,R_c)]\,\{1 - 0{,}3/[0{,}4 + R_z/(2R_c)]\}\,.$$

b) *Säulen aus quergehöhlten Ziegelsteinen*

Die axiale Druckfestigkeit von Mauerwerk aus quergehöhlten Ziegelsteinen weist nur geringfügige Abweichungen von der mit Hilfe der

Normenformel errechneten Festigkeit von Mauerwerk aus Hohlziegeln auf. Für diesen Fall kann man also die Normenformel gelten lassen:

$$R_m^p = R_c\,[(100 + R_c)/(100 + 4R_c)]\,\{1 - 0{,}3/[0{,}4 + R_z/(2R_c)]\}\,.$$

3. Die Grösse des Homogenitätskoeffizienten für Mauerwerke

Mit Rücksicht auf die geringfügige Anzahl der durchgeführten Versuche werden wir den Homogenitätskoeffizienten auf Grund der grössten Herabsetzungen der durch Versuche ermittelten Festigkeit (Abweichungen zwischen R_m und R_m^p) für die einzelnen Versuchsgruppen bestimmen.

3.1. Mauerwerk aus Vollziegeln

a) *Mauerwerk im Blockverband*

Tafel 1 bringt eine Zusammenstellung der grössten Herabsetzungen (Abweichungen zwischen R_m und R_m^p), welche sie Säulen aus Vollziegeln im Blockverband aufgewiesen hatten.

Tafel 1

Herabsetzungen (Abweichungen zwischen R_m und R_m^p)

Säulen – hergerichtet mit Hilfe von	R_m^p kg/cm²	Herabsetzungen	
		kleinste R_m kg/cm²	grösste R_m %
Zementmörtel	41,5	32,2	22,4
Mischmörtel 1:1:6	26,1	19,3	26,1
Kalkmörtel	17,8	16,3	42,1
		durchschnittlich	30,2

Unter Berücksichtigung durchschnittlicher Eignung (Ausbildung) des in Frage kommenden Maurers, eventueller Abweichungen, die durch fehlerhaftes Herrichten der Mauer sowie oft mangelhafte Übereinstimmung der festgezetzten mit der am Bauplatz tatsächlich vorgefundenen Festigkeit von Ziegelsteinen und verwendetem Mörtel — verursacht werden, gelangen wir zur Bestimmung der Grösse des Homogenitätskoeffizienten für Mauerwerk aus Vollziegeln im Blockverband:

$$\mu = (1/1{,}302).0.9.0{,}9.0.85 = 0{,}529.$$

b) *Mauerwerk im amerikanischen vielreihigen Verband*

In Tafel 2 bringen wir eine Zusammenstellung der grössten Herabsetzungen (Abweichungen zwischen R_m und R_m^p), welche Säulenmauerwerk aus Vollziegeln in vielreihigen Verband aufweist.

Tafel 2

Abweichungen zwischen R_m und R_m^p

Säulen – hergerichtet mit Hilfe von	R_m^p kg/cm²	Herabsetzungen	
		kleinste R_m kg/cm²	grösste R_m %
Mischmörtel 1:1:6	24,7	16,0	35,2
Kalkmörtel	9,3	6,9	25,8
		durchschnittlich 30,5	

$$\mu = (1/1{,}305).0{,}9.0{,}9.0{,}85 = 0{,}527.$$

c) *Der mittlere (durchschnittliche) Homogenitätskoeffizient*

Wie aus dem Gesagten zu ersehen ist, sind beide Koeffizienten fast gleich. Der mittlere Homogenitätskoeffizient für Mauerwerk aus Vollziegeln wird also lauten:

$$\mu = 0{,}5\,(0{,}529 + 0{,}527) = 0{,}528.$$

3.2. Mauerwerk aus Hohlziegeln

a) *Mauerwerk aus längsgehöhlten Ziegelsteinen*

Tafel 3 enthält eine Zusammenstellung der grössten Abweichungen zwischen R_m und R_m^p, die bei der Untersuchung von Säulenmauerwerk aus längsgehöhlten Steinen ermittelt wurden.

Tafel 3

Abweichungen zwischen R_m und R_m^p

Säulen – hergerichtet mit Hilfe von	R_m kg/cm²	Herabsetzungen	
		kleinste R_m kg/cm²	grösste R_m %
Mischmörtel 1:1:6	24,0	16,5	31,2
Kalkmörtel	13,7	9,1	33,6
		durchschnittlich 32,4	

$$\mu = (1/1{,}324).0{,}9.0{,}9.0{,}85 = 0{,}520.$$

b) *Mauerwerk aus quergehöhlten Ziegelsteinen*

Tafel 4 zeigt eine Zusammenstellung der grössten Herabsetzungen (Abweichungen zwischen R_m und R_m^p) die bei Säulenmauerwerk aus quergehöhlten Ziegelsteinen beobachtet wurden.

Tafel 4

Abweichungen zwischen R_m und R_m^p

Säulen – hergerichtet mit Hilfe von	R_m^p kg/cm²	Herabsetzungen	
		kleinste R_m kg/cm²	grösste R_m %
Mischmörtel 1:1:9	13,6	11,7	14,0
Kalkmörtel	8,5	4,1	5,16
		durchschnittlich 32,8	

$$\mu = (1/1{,}328).0{,}9.0{,}9.0{,}85 = 0{,}518.$$

c) *Der mittlere Homogenitätskoeffizient des Mauerwerks*

Der mittlere Homogenitätskoeffizient des Mauerwerks bei Hohlziegeln beträgt somit:

$$\mu = 0{,}5\,(0{,}520 + 0{,}518)\,0{,}519.$$

3.3. Der mittlere Homogenitätskoeffizient für Mauerwerk

Nachdem wir naheliegende Werte für den Koeffizienten für die beiden Gruppen von Mauerwerken erhalten haben, können wir nunmehr einen mittleren Homogenitätskoeffizienten bestimmen und zwar:

$$\mu = 0{,}5\,(0{,}528 + 0{,}519) = 0{,}5235.$$

4. Sicherheitskoeffizient

Gestützt auf sowjetrussische Voraussetzungen [2] können wir nachstehende Werte des Sicherheitskoeffizienten annehmen:

a) für vielstockige Wohnhäuser: $s = \nu_1/\mu = 1{,}15/0{,}5235 = 2{,}2$;

b) für einstockige Industriegebäude: $s = \nu_2/\mu = 1{,}25/0{,}5235 = 2{,}4$.

In beiden Formeln gibt ν den Überbelastungskoeffizienten an.

Eingegangen am 1 XII 1962

Technische Hochschule, Szczecin, Polnische Volksrepublik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Zenczykowski W., Rozpr Inz., 1954, **XIV**, pp. 10—12.
2. Baldin W., *Die Berechnung der Baukonstruktionen nach dem Grenzzustand.* Moskau 195', S. 119, (in russich).
3. Golebiowski Z., *Analytische Forschungsstudien über Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk.* Arkady, Warschau, 1958, (in polisch).
4. — Inz. i Budown., 1958, *9.*
5. — Inz. i Budown., 1960, *6.*

ВОЗМОЖНО ЛИ УМЕНЬШИТЬ КОЭФФИЦИЕНТ БЕЗОПАСНОСТИ КАСАЮЩИЙСЯ СТРОЕК КИРПИЧНЫХ СТЕН?

(Резюме)

Автор излагает результаты своих экспериментальных исследований посвященных уменьшению коэффициента безопасности, касающегося строек кирпичных стен.

ESTE POSIBILĂ O MICŞORARE A COEFICIENTULUI DE SIGURANŢĂ ÎN CONSTRUCŢIILE DE ZIDĂRIE DE CĂRĂMIDĂ?

(Rezumat)

Se expun rezultatele cercetărilor experimentale întreprinse de autor în legătură cu încercările de micşorare a coeficientului de siguranţă în construcţiile de zidărie de cărămidă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 624.01

CERCETĂRI ASUPRA GRINZILOR ÎN DOUĂ PANTE DIN BETON PRECOMPRIMAT, CU ARMĂTURI DISPUSE DUPĂ TRASEE POLIGONALE, PREÎNTINSE PRIN PROCEDEUL ELECTROTERMIC

DE

ANATOLIE MIHUL, CHIMON CAPATU, C. LEONTE,
ARIADNA BOGHIAN şi MARCEL PATRAŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţiuni asupra grinzilor cu inimă plină precomprimate, cu bare dispuse după trasee drepte, experimentate la Iaşi

Condiţiile create în ţara noastră pentru execuţia pe cale industrială a elementelor încovoiate de deschidere mare (12...24 m) şi posibilităţile actuale de transport şi montare, permit introducerea grinzilor cu inimă plină, precomprimate, cu armătura preîntinsă, în alcătuirea structurilor de rezistenţă ale halelor industriale şi construcţiilor civile.

Simplitatea de execuţie a grinzilor cu inimă plină (evidentă în special atunci cînd grinzile sînt executate în poziţie orizontală), obţinerea unor reduceri ale înălţimii construcţiilor prin folosirea lor (ceea ce conduce la reducerea investiţiilor, a cheltuielilor de întreţinere şi de exploatare), realizarea unei rigidităţi transversale satisfăcătoare la transport, fac ca aceste elemente de construcţie să fie folosite în U.R.S.S. la alcătuirea acoperişurilor halelor industriale (cu deschideri de 9...18 m), cu precădere faţă de alte elemente cum ar fi grinzile cu zăbrele sau arcele [1]).

Dintre sistemele de armare folosite în U.R.S.S. pentru precomprimarea grinzilor cu inimă plină cel mai răspîndit este acela cu bare cu profil periodic de diametru mare (16.. 36 mm), care prezintă faţă de sistemul de armare cu corzi o serie de avantaje dintre care menţionăm: concentrarea armăturilor într-un număr redus de bare (3...8) reducerea lăţimii tălpii întinse a grinzii, obţinerea unor distanţe mai mari între bare (ceea ce permite folosirea betoanelor cu agregate grosiere şi deci reducerea consumului de ciment), reducerea manoperei necesare pentru confecţionarea armăturilor, simplificarea operaţiilor de blocare, posibilitatea aplicării procedeului electrotermic pentru pretensionarea barelor, obţinerea unei rezistenţe ridicate la acţiunea agenţilor corozivi (ceea ce permite a se admite gradul III de fisurare) etc. Totodată armarea grinzilor cu

[1]) În U.R.S.S. grinzile cu inimă plină, ca elemente principale de rezistenţă pentru alcătuirea acoperişurilor halelor industriale, se folosesc în proporţie de 80% în raport cu volumul total de elemente executate în acest sens.

bare din oţel cu limita de curgere $\sigma_c = 4\,500...6\,500$ kg/cm^2 asigură o bună redistribuire a eforturilor la limita deformaţiilor plastice şi în consecinţă formarea articulaţiilor plastice la sistemele static nedeterminate. Folosirea unor armături ce sînt pretensionate la eforturi de 4 000...6 000 kg/cm^2 asigură de asemenea obţinerea unei capacităţi de rezistenţă mai mare a elementelor la forţele din precomprimare faţă de cazul cînd aceste elemente ar fi precomprimate cu oţeluri dure, ceea ce conduce în final la posibilitatea reducerii secţiunilor de beton din zona întinsă (forţa din efectul de precomprimare, la starea limită de rezistenţă la elemente precomprimate cu corzi, reprezintă circa 60% din efortul iniţial ($N_0 = A_a\sigma_{01}$) în timp ce la elemente precomprimate cu bare cu profil periodic numai circa 30% din acelaşi efort).

În ţara noastră grinzile cu inimă plină din beton precomprimat cu armături cu profil periodic au fost introduse în anul 1960 (fig. 1) la construcţia Casei Tineretului din Iaşi [1], [2], în urma studiilor efectuate pe grinzi de 21 m deschidere, de catedra de beton armat de la Institutul politehnic din Iaşi, în colaborare cu INCERC, filiala Iaşi. Cercetările s-au continuat în anul 1961 pe grinzi de 18 m deschidere cu scopul de a urmări influenţa pierderilor de tensiuni (datorită curgerii lente) asupra formării fisurilor, rigidităţii şi pierderii capacităţii de rezistenţă a grinzilor.

În acest sens o grindă de 18 m deschidere (fig. 2) a fost încercată după un an de zile de la confecţionare (în care interval de timp grinda nu a fost încărcată cu sarcini exterioare). Modul de încărcare a acestei grinzi la încercare este prezentat în fig. 3, deformaţiile în fig. 4, modul de distribuţie a fisurilor în fig. 5 şi modul de rupere în fig. 6 a şi 6 b.

Grinzile de 21 m deschidere şi cele de 18 m deschidere, experimentate în anii 1960...1962 — în ceea ce priveşte alcătuirea, tehnologia de execuţie şi modul de pretensionare, care s-a efectuat după procedeul electrotermic [1], [6], [7] — nu au prezentat elemente noi de concepţie faţă de sistemele folosite în U.R.S.S., în afara faptului că talpa superioară (care este în două pante) a fost precomprimată cu bare dispuse după traseu frînt (cu frîntura la mijloc). Confecţionarea şi încercarea acestor grinzi au avut ca scop experimentarea sistemului de grinzi precomprimate cu bare cu profil periodic în condiţiile ţării noastre, folosindu-se pentru precomprimarea lor bare cu profil periodic din oţel romînesc OL 50 şi OLX 52, la care limita de curgere a fost ridicată prin calibrare [3], [6]. O dată cu realizarea grinzilor s-a experimentat pentru prima oară în ţara noastră şi aplicarea procedeului electrotermic pentru pretensionarea armăturilor care, cu această ocazie, a fost introdus în practică. De asemenea încercarea grinzilor de 18 m la un interval de un an după confecţionare a permis să se facă aprecieri asupra reducerii momentului de fisurare datorită pierderilor de tensiuni produse în timp, ca urmare a efectului de curgere lentă şi de contracţie a betonului. Folosirea în practică a grinzilor de 21 m deschidere [1], [2] la realizarea acoperişului Casei Tineretului din Iaşi a permis să se tragă o serie de concluzii asupra comportării unor astfel de elemente (de lungime mare) la transport, manipulare şi montaj.

Din studiile experimentale întreprinse pe grinzile cu deschidere de 21 m (fig. 1) şi 18 m (fig. 2), armate cu bare dispuse în zona întinsă după trasee rectilinii şi în zona comprimată paralel cu talpa superioară, în două pante, şi din datele culese din literatura de specialitate (în care sînt prezentate rezultatele cercetărilor asupra unor grinzi similare), s-au putut trage o serie de concluzii cu privire la lipsurile esenţiale pe care le prezintă acest sistem de construcţii. Astfel:

1° Dispunerea barelor în zona întinsă după trasee rectilinii nu permite realizarea unei distribuţii raţionale a tensiunilor din precomprimare în lungul grinzii, ceea ce are ca efect: a) apariţia unor eforturi importante de întindere în talpa superioară a grinzii (în special atunci cînd grinzile sînt executate în poziţie orizontală), care acţionează defavorabil sistemul pînă cînd grinda este încărcată cu o parte din sarcinile exterioare; în majoritatea cazurilor aceste eforturi de întindere dau naştere la fisuri care reduc capacitatea de rezistenţă a zonei comprimate şi care măresc eforturile unitare de compresiune în zona întinsă a elementului, din efectul de precomprimare; b) apariţia unor eforturi de întindere în talpa superioară, în zonele de capăt, care sînt simţitor mărite de efectul acţiunii momentelor negative produse din acţiunea sarcinilor cu care este încărcată grinda după realizarea îmbinărilor grinzii cu celelalte elemente ale construcţiei: aceleaşi cauze provoacă şi creşterea eforturilor de compresiune din talpa inferioară în această zonă, ceea ce poate avea ca efect distrugerea betonului din eforturi de compresiune; c) reducerea în mică măsură a valorii eforturilor unitare principale de întindere, produse de sarcinile curente de exploatare, fapt care poate conduce la apa-

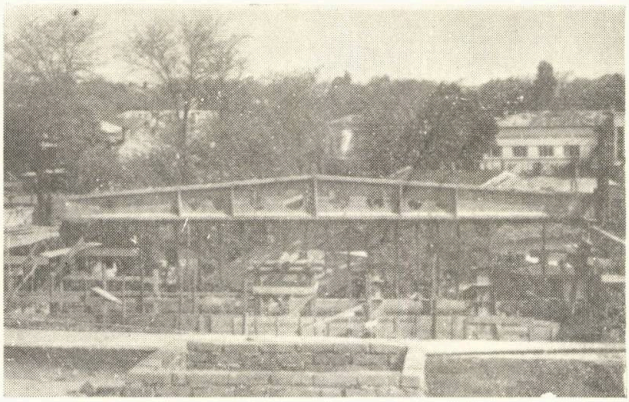


Fig. 1

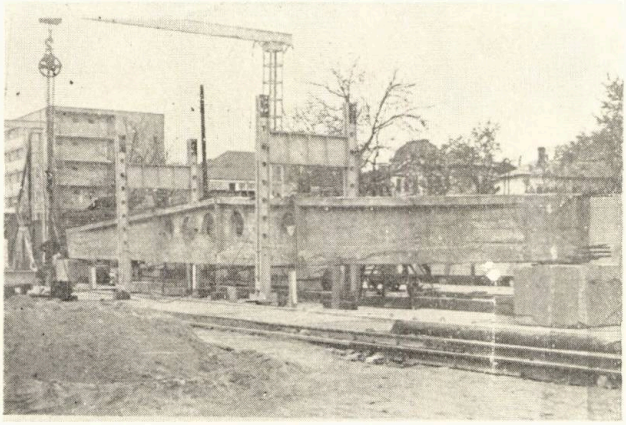


Fig. 3

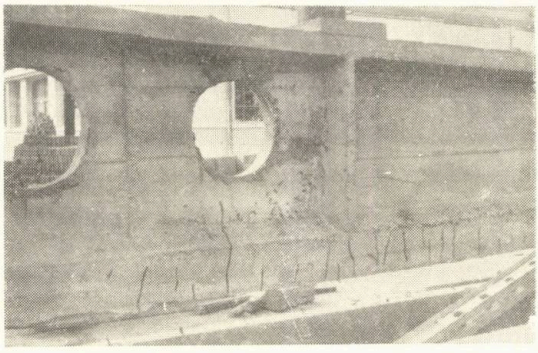


Fig. 5

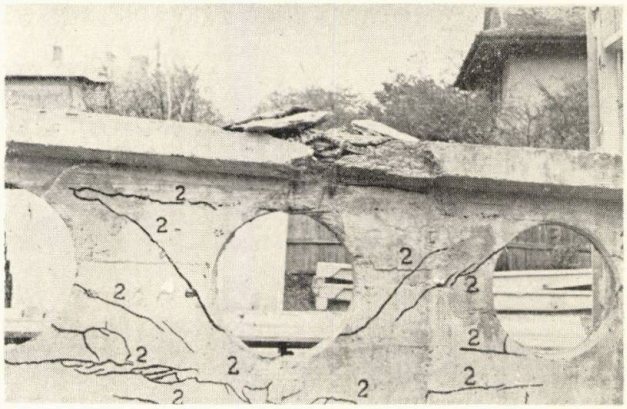
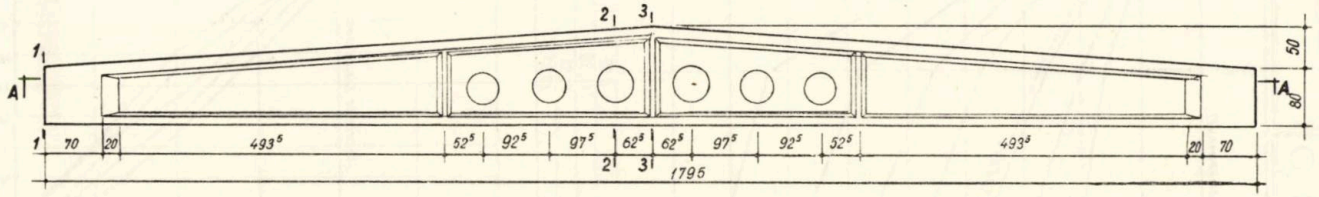


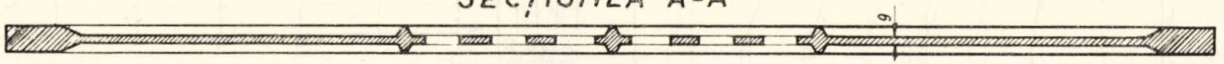
Fig. 6 a

Fig. 6 b

GRINDA CU DESCHIDERE DE 18 m



SECȚIUNEA A-A



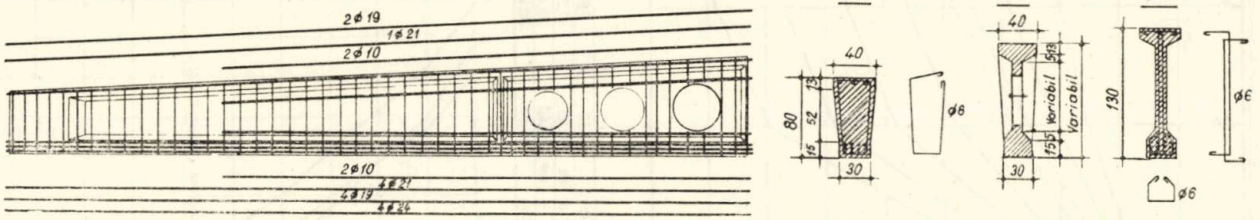
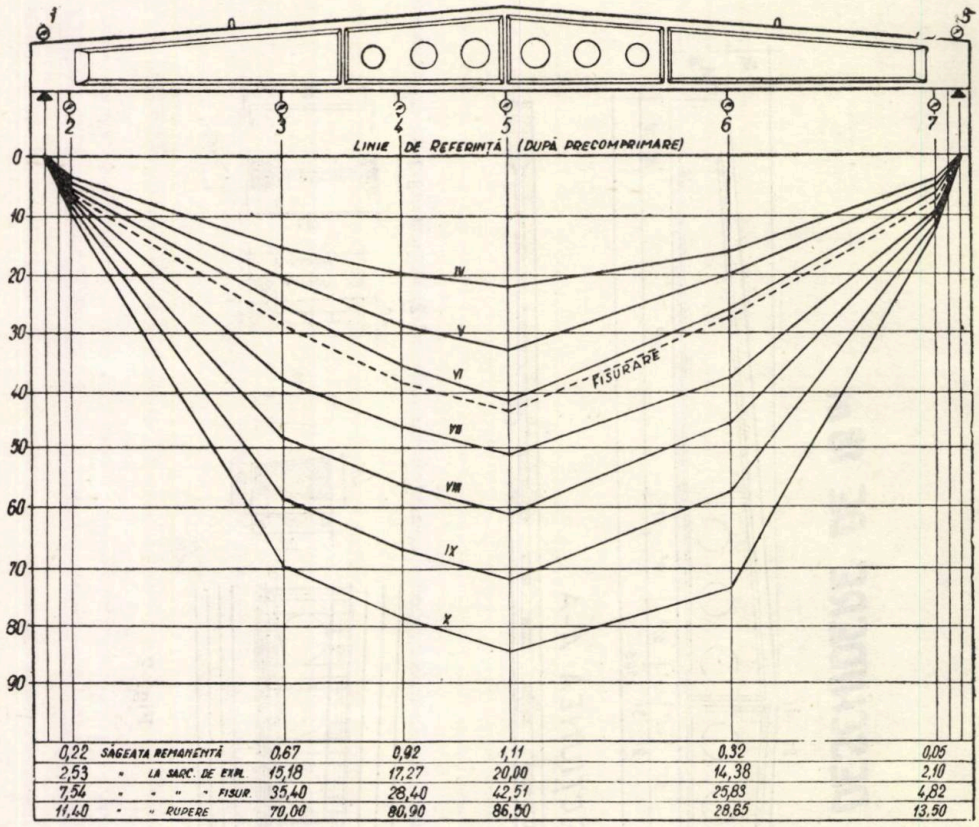
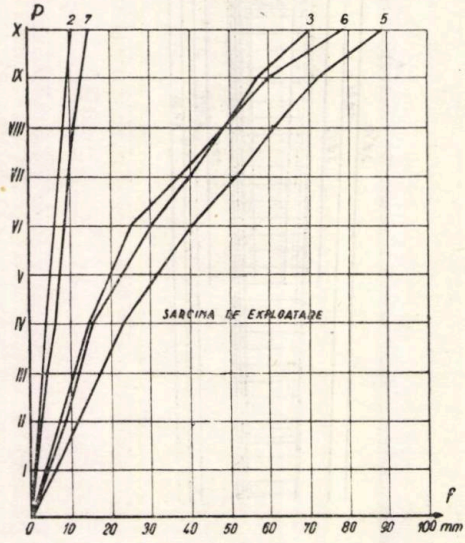


Fig. 2



0,22	SĂGEATA REMANENTĂ	0,67	0,92	1,11	0,32	0,05
2,53	" LA SARC. DE EXPL.	15,18	17,27	20,00	14,38	2,10
7,54	" " " " FISUR.	35,40	28,40	42,51	25,83	4,82
11,40	" " RUPERE	70,00	80,90	86,50	28,85	13,50



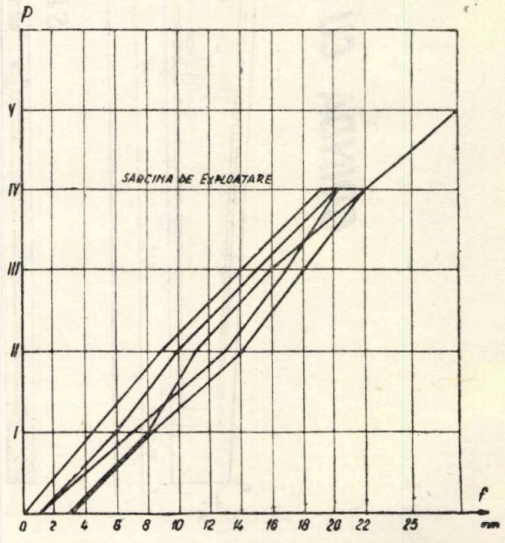


Fig. 4

riţia unor fisuri înclinate; eliminarea formării unor fisuri oblice se realizează de obicei prin îngroşarea inimii grinzii la 10..15 cm în zonele cu forţe tăietoare mari (zonele dinspre reazeme) şi prin introducerea unei armături transversale suplimentare, ceea ce se răsfrînge negativ asupra consumului de beton şi armătură; d) apariţia unor eforturi importante de compresiune în talpa inferioară, în urma transferului (datorită necesităţii de realizare a unor tălpi din beton cu secţiunea redusă, pentru satisfacerea altor cerinţe), ceea ce are ca efect producerea unor pierderi importante de tensiuni datorită curgerii lente a betonului; efectul defavorabil al acestor pierderi de tensiuni apare în special la sistemele precomprimate cu bare ce sînt pretensionate cu eforturi reduse, de circa 4 000...6 000 kg/cm^2 (dacă pierderile de tensiuni ajung la 2 000 kg/cm^2 ele reprezintă 30...50% din efortul unitar iniţial de întindere σ_0).

2° Introducerea unor armături pretensionate în zona comprimată, în scopul reducerii unora dintre efectele nefavorabile arătate anterior are drept consecinţă o serie de alte dezavantaje din care reţinem: a) reducerea efectului din precomprimare dată de armăturile pretensionate dispuse în zona întinsă, ceea ce conduce la micşorarea momentului capabil de fisurare; b) micşorarea capacităţii de rezistenţă a betonului din zona comprimată în cazul cînd $\sigma_0' > 3\,000$ kg/cm^2; c) mărirea consumului total de armătură; d) operaţii suplimentare pentru pretensionarea armăturilor din zona comprimată, al căror efect pozitiv se resimte numai pînă la încărcarea grinzii cu sarcini exterioare.

3° Turnarea grinzilor în poziţie verticală are ca efect: a) necesitatea executării unor cofraje dificile şi a unor sprijiniri care necesită un consum ridicat de cherestea; b) întîmpinarea unor dificultăţi importante la turnarea şi compactarea betonului în talpa inferioară şi în inima grinzii; c) imposibilitatea reducerii inimii grinzii la grosimea cerută din condiţiile de rezistenţă (grosimea inimii este dictată de posibilităţile de turnare a betonului).

Pentru eliminarea lipsurilor susmenţionate, în urma cercetărilor efectuate, am experimentat şi realizat o serie de grinzi la care au fost introduse următoarele elemente noi de concepţie şi tehnologie:

a) Dispunerea armăturilor cu diametru mare, preîntinse prin procedeul electrotermic, după trasee poligonale, utilizînd soluţii originale.

b) Introducerea unor armături postîntinse de montaj, dispuse în zona comprimată, care sînt recuperate într-o anumită fază de încărcare a elementului.

c) Executarea grinzilor în poziţie orizontală (procedeu care în ultimii ani este folosit în U.R.S.S. în unele din întreprinderile de prefabricate care produc astfel de elemente).

Adoptînd aceste principii am experimentat şi realizat grinzi de 12 m deschidere şi pane de 6 m deschidere [5], care au scos în evidenţă avantajele esenţiale pe care le prezintă folosirea armăturilor preîntinse, dispuse după trasee poligonale, concomitent cu armătura preîntinsă de montaj, care au permis dirijarea în modul cel mai raţional a tensiunilor atît în lungul grinzilor cît şi în secţiunile transversale, ceea ce a asigurat folosirea la maximum a proprietăţilor mecanice ale armăturilor şi ale betonului.

2. Realizarea traseelor poligonale la elemente precomprimate cu armătură preîntinsă

Realizarea traseelor poligonale la elementele precomprimate cu armătură preîntinsă permite executarea unor grinzi cu secţiune variabilă (care sînt deosebit de avantajos folosite ca grinzi principale pentru structura de rezistenţă a acoperişurilor, pane [5], grinzi pentru poduri

rulante etc.); permite de asemenea dirijarea eforturilor de întindere după direcţii mai apropiate de cele după care acţionează eforturile principale de întindere (ceea ce conduce la reducerea inimii grinzii şi la reducerea armăturii transversale); asigură precomprimarea favorabilă a zonelor de capăt ale grinzilor, unde pot fi realizate eforturi de com-

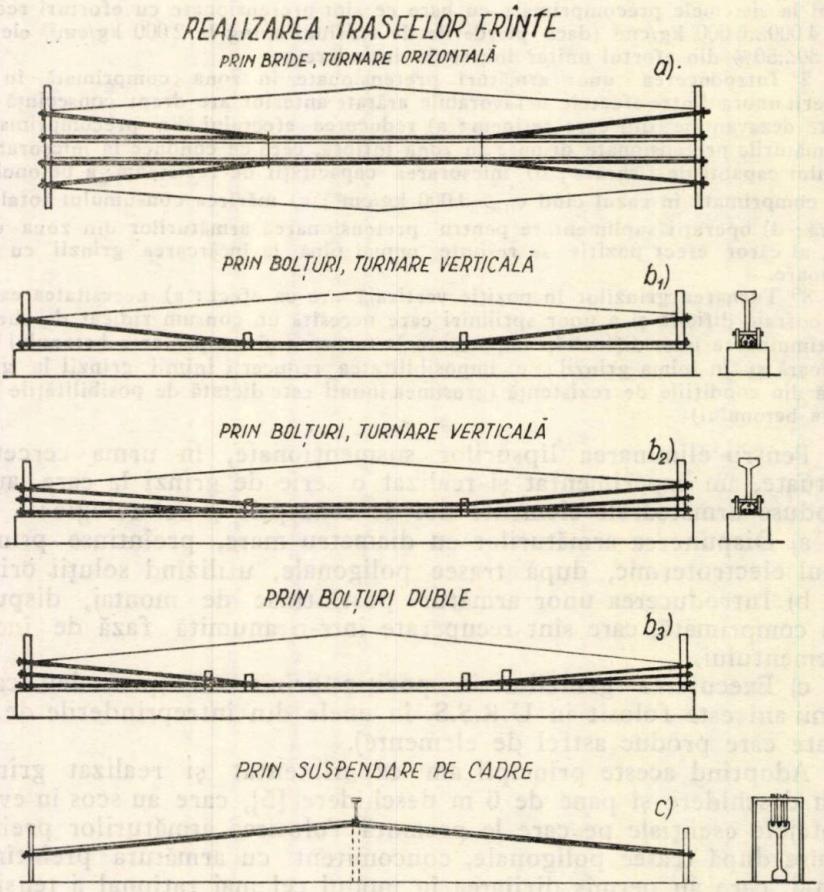


Fig. 7

presiune în zona superioară, ceea ce rezolvă preluarea în bune condiţii a momentelor negative care apar în dreptul zonelor de reazem ca urmare a legăturilor de continuitate (necesare a fi realizate în special la construcţiile care sînt exploatate în zone seismice).

Realizarea practică a unor elemente precomprimate cu armătură de diametru mare, preîntinsă după trasee poligonale, întîmpină însă dificultăţi mari din cauza frecărilor ce apar în dreptul reazemelor intermediare (necesare pentru schimbarea direcţiei barelor), care fac ca eforturile din armătura preîntinsă să fie diferite în fiecare sector liniar al

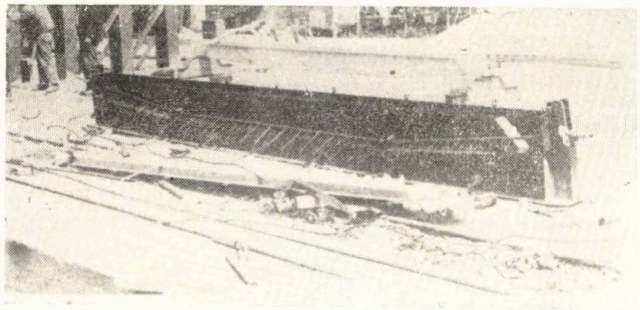


Fig. 8

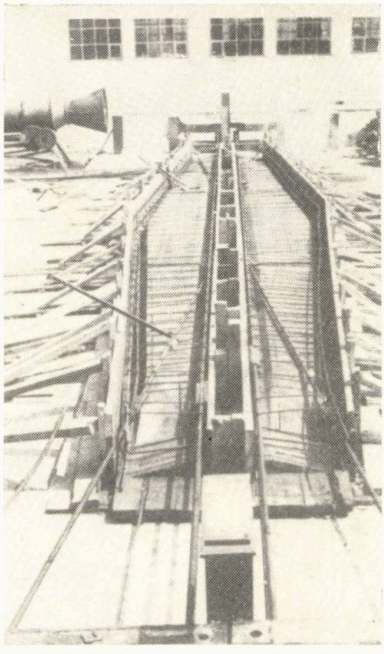


Fig. 9

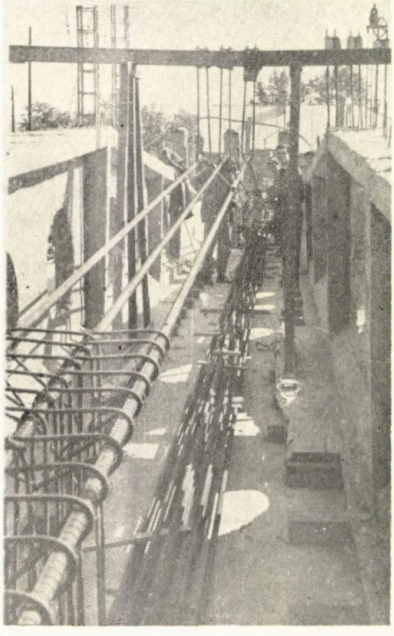


Fig. 10

barei. În urma cercetărilor efectuate în scopul eliminării efectului nefavorabil al frecărilor am ajuns la soluţii practice de realizare a pretensionării barelor dispuse după trasee poligonale, aplicînd o tehnologie foarte simplă. În fig. 7 sînt prezentate procedeele propuse care pot fi grupate în trei categorii:

a) Realizarea traseului poligonal al barelor prin intermediul unor bolţuri introduse în urechi fixate de partea inferioară a cofrajului sau în platforma standului, lateral elementului (fig. 7 b_1, b_2, b_3); bolţurile se extrag după producerea transferului. Forţa de pretensionare la capete este preluată pînă la transfer de către cofraj sau de către culei. Sistemul propus a fost experimentat cu bune rezultate, la realizarea panelor precomprimate în burtă de peşte [5] (fig. 8).

b) Realizarea traseului frînt prin intermediul unor bride cu care se leagă perechi de bare dispuse după trasee poligonale de la două elemente ce se toarnă în poziţie orizontală (fig. 7 a); la transfer bridele sînt tăiate sau desfăcute. Sistemul a fost aplicat la realizarea grinzilor de 12 m deschidere (fig. 9), obţinîndu-se avantaje deosebite datorită faptului că reazemele intermediare nu sînt legate nici de standul pentru precomprimare şi nici de cofraj.

c) Realizarea traseului frînt prin intermediul unor suspensori susţinuţi de elemente exterioare, de exemplu cadre metalice (fig. 7). Sistemul a fost aplicat la pretensionarea armăturii din zona comprimată, dispusă după traseu frînt, la construcţia grinzilor de 21 m [1] şi 18 m deschidere (fig. 10).

La toate sistemele propuse şi experimentate efectul nefavorabil al frecărilor în dreptul reazemelor (dispuse la frînturile barelor) a fost eliminat prin folosirea procedeului electrotermic, prin care se asigură, indiferent de dispunerea reazemelor intermediare, tensiuni practic egale în lungul barelor (pentru unghiuri reduse folosite în practică), ca urmare a deformaţiilor uniforme produse de încălzirea barelor la temperatură constantă între punctele de conectare (care pot fi luate la capetele barelor). Experienţa a dovedit aceasta. Aplicînd procedeul electrotermic, indiferent de frînturile şi curburile care au fost realizate, din măsurătorile de tensiuni a rezultat că fiecare sector de bară, cuprins între două reazeme intermediare, fiind încălzit la aceeaşi temperatură, a căpătat practic aceleaşi eforturi, rezultate ca urmare a blocării barei la capete sau a frecărilor produse în dreptul reazemelor intermediare.

3. Introducerea armăturii pretensionate de montaj, recuperabilă într-o anumită fază de încărcare cu sarcini a grinzii

Tensiunile introduse în betonul comprimat din acţiunea armăturilor pretensionate din talpa comprimată, au o acţiune favorabilă numai pînă la încărcarea grinzii cu sarcini de o anumită valoare, care sînt de obicei mai mici decît sarcina de exploatare. În momentul în care aceste sarcini sînt depăşite, tensiunile produse de efectul armăturilor pretensionate din zona comprimată nu mai sînt necesare şi solicită defavorabil grinda, mărind eforturile produse de forţele exterioare. Prin precomprimarea

tălpii superioare a grinzii are loc o decomprimare parţială a tălpii inferioare; datorită acestui fapt se reduce momentul capabil de fisurare [4] şi se reduce totodată şi capacitatea de rezistenţă a tălpii superioare, antrenînd totodată o creştere a consumului de oţel. Din acest motiv în U.R.S.S. a fost eliminată, la unele sisteme de grinzi, armătura pretensionată din talpa superioară, admiţîndu-se astfel la transfer fisurarea tălpii comprimate. Fisurile ce apar în zona comprimată nu conduc la pierderea capacităţii de rezistenţă a elementului, ele reduc însă capacitatea de rezistenţă a zonei comprimate, reduc rigiditatea sistemului şi favorizează producerea deformaţiilor plastice în zona întinsă din precomprimare (ca efect al creşterii eforturilor de compresiune datorită reducerii zonei întinse), ceea ce are ca efect creşterea pierderilor de tensiuni. Dacă în zonele centrale ale grinzilor fisurile se închid în urma încărcării acestora cu sarcinile de exploatare, în zonele de capăt ele rămîn deschise, fiind accentuate în urma acţiunii sarcinilor exterioare ce încarcă grinda după realizarea îmbinărilor; în plus siguranţa la transport, manipulare şi montare la astfel de sisteme este mult redusă.

Pentru eliminarea dezavantajelor pe care le prezintă armătura pretensionată, înglobată în zona comprimată, analizată în cele ce urmează, şi totodată pentru eliminarea dificultăţilor ce apar în cazul cînd nu se introduc armăturile pretensionate în zona comprimată, am conceput şi experimentat un sistem de pretensionare a zonei comprimate cu armătură dispusă în exterior, care este recuperată într-o anumită fază de încărcare a grinzii (atunci cînd această armătură acţionează defavorabil faţă de tensiunile ce apar din acţiunea forţelor exterioare). Combinarea armăturii preîntinse, dispuse după trasee poligonale sau curbe, cu armătura de montaj (care este eliminată într-o anumită fază de încărcare a elementului cu sarcini exterioare), permite folosirea tensiunilor din precomprimare în modul cel mai avantajos, putînd fi dirijate în aceste condiţii ca semn şi intensitate (fig. 11), după necesitate, de la faza iniţială, cînd se produce transferul, pînă la încărcarea elementului precomprimat cu sarcinile de exploatare.

Urmărind stările de tensiuni prezentate în fig. 11 rezultă următoarele avantaje care le oferă sistemul experimentat:

a) Permite introducerea în zona comprimată a unor tensiuni oricît de mari (zona întinsă fiind deprecomprimată în faza iniţială), care pot fi raţional folosite de la transfer pînă la încărcarea grinzii (în timpul transferului, manipulării, montării sau depozitării elementului).

b) Asigură deprecomprimarea zonei întinse, ceea ce are ca efect reducerea secţiunii de beton la dimensiuni minime constructive, determinate din condiţia respectării distanţelor minime necesare între bare.

c) Permite îmbunătăţirea comportării elementului la fisurare, existînd posibilitatea obţinerii unor momente capabile de fisurare a căror valoare poate fi apropiată, oricît de mult dorim, de momentele capabile de rupere [4].

d) Prin decomprimarea zonei întinse, produsă o dată cu precomprimarea mai intensă a zonei comprimate, se obţine reducerea (în mare măsură) a pierderilor de tensiuni (din armătura pretensionată din zona

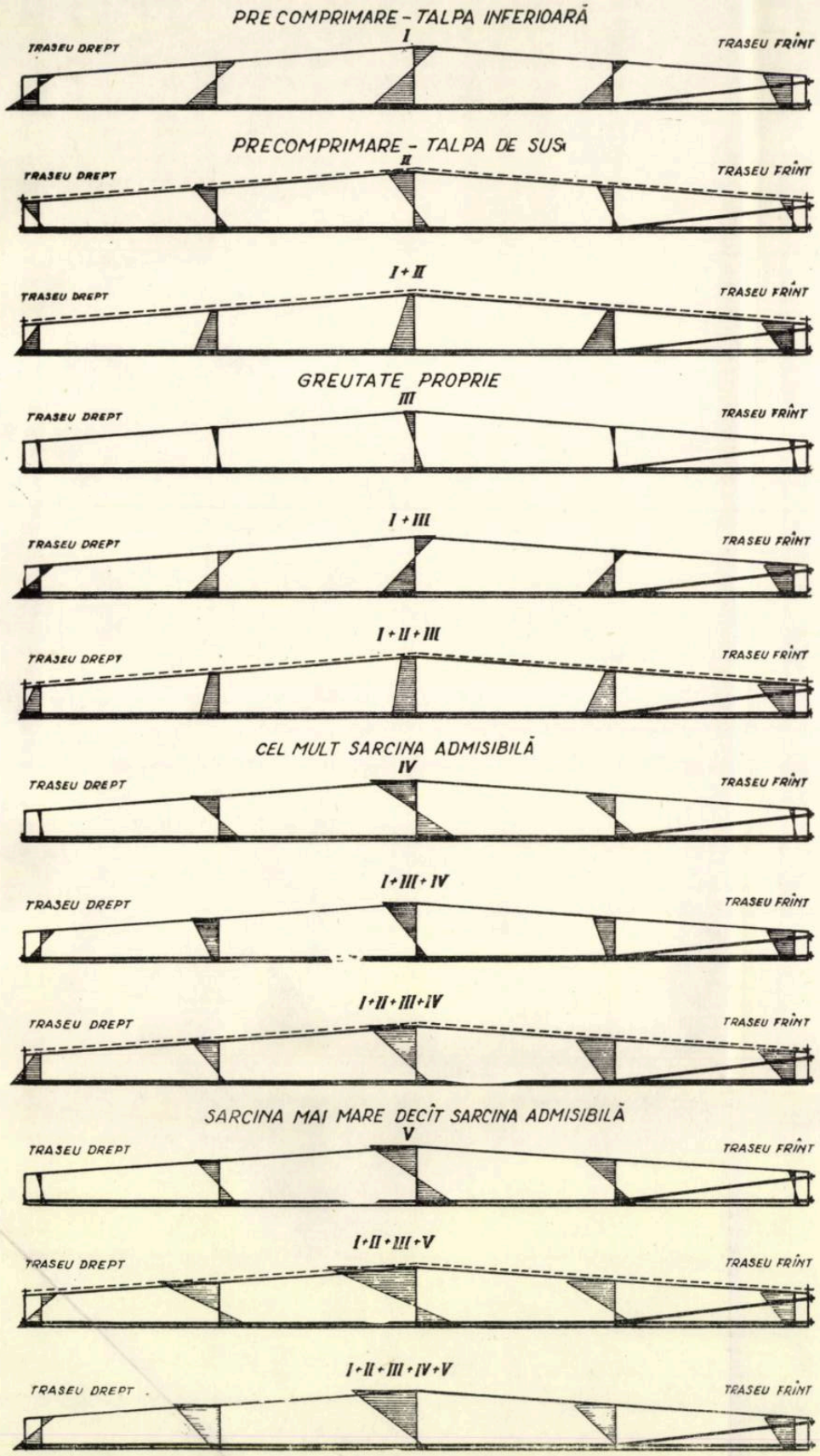


Fig. 11

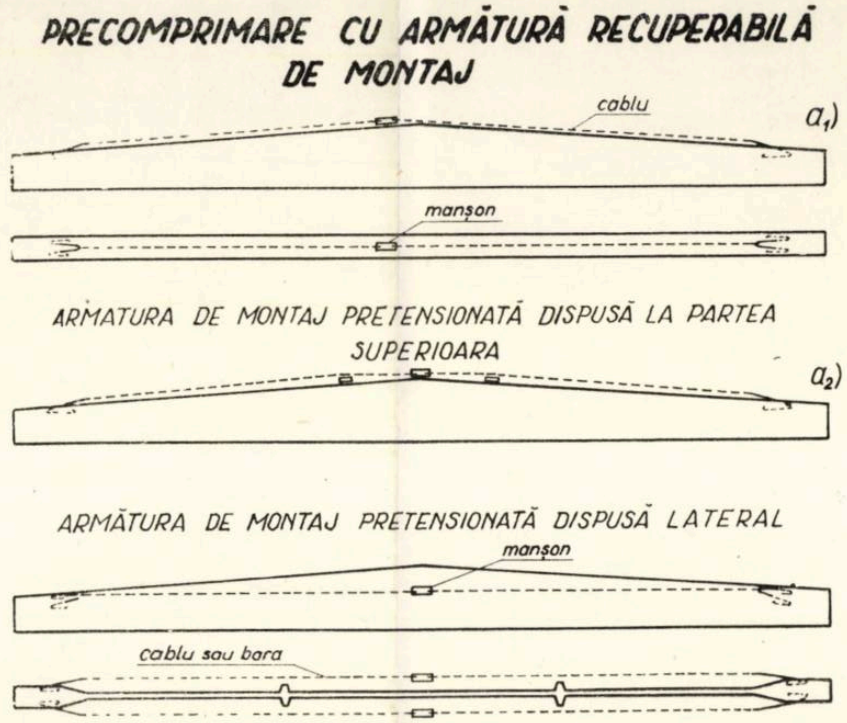


Fig. 12

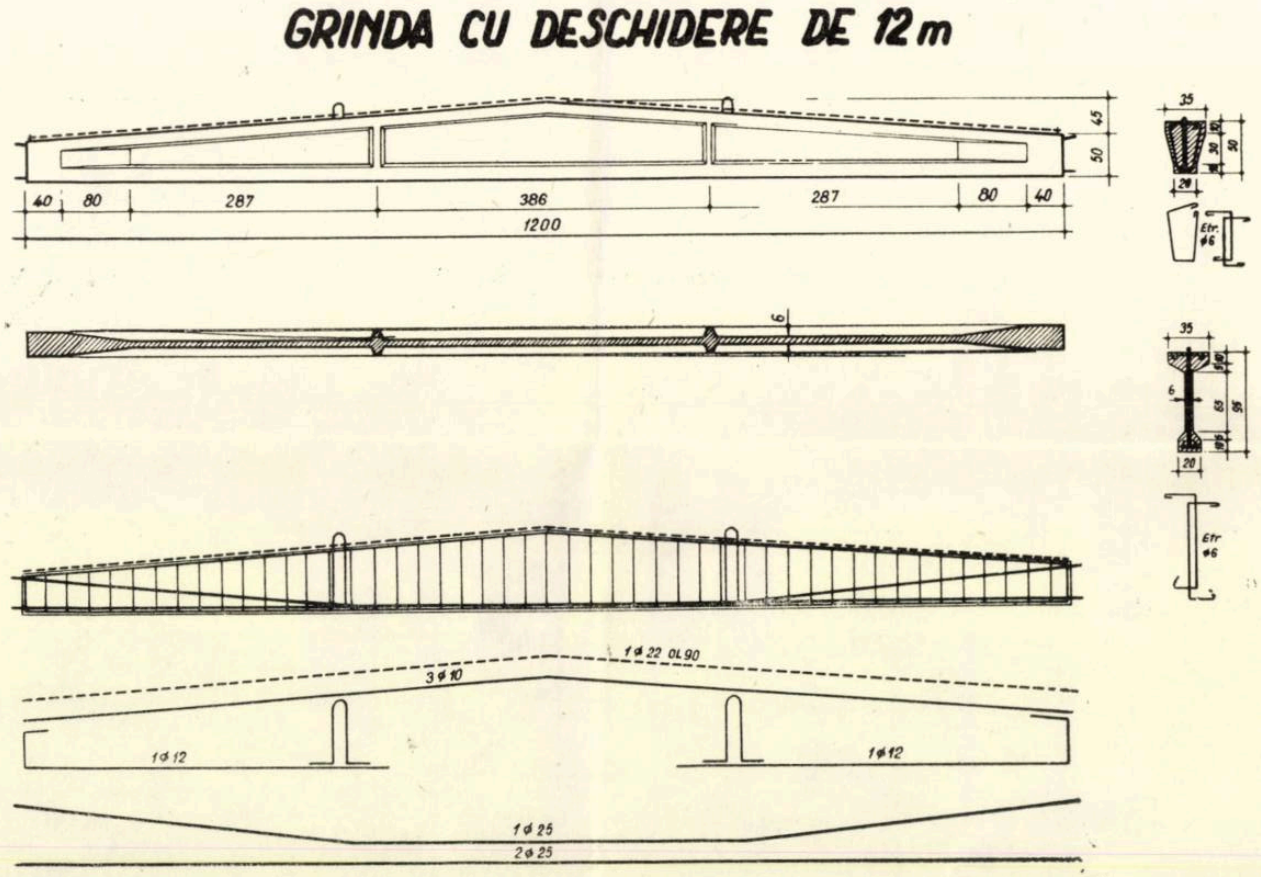
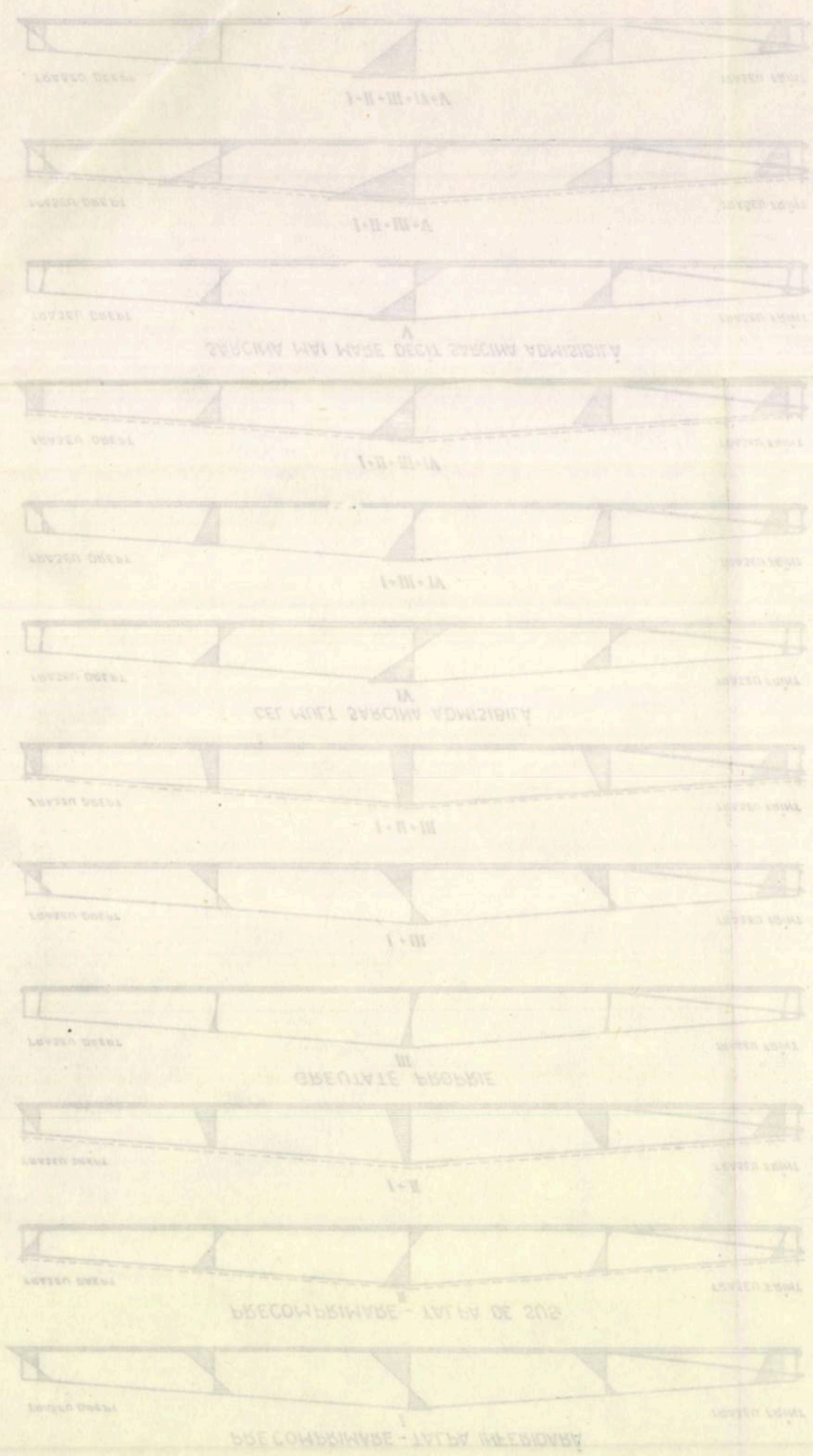
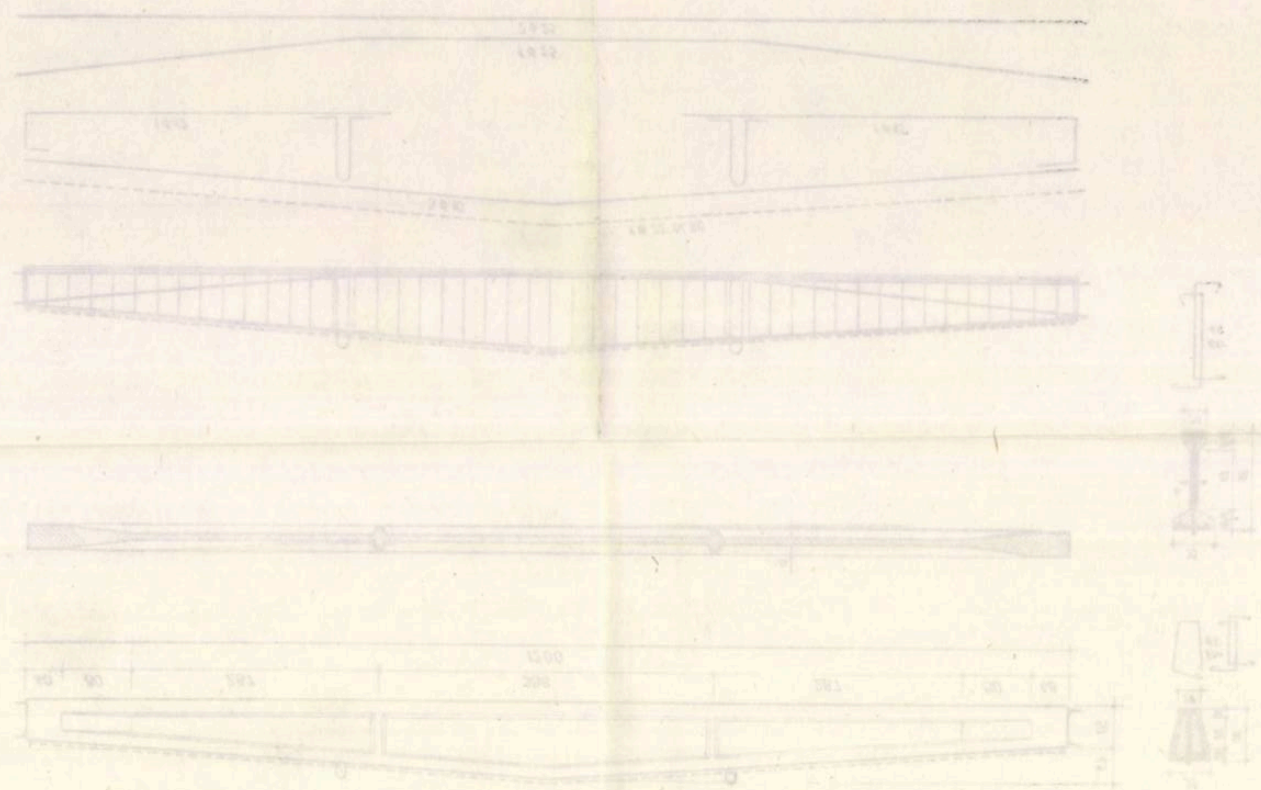


Fig. 13





întinsă) ca urmare a reducerii eforturilor de compresiune din zona întinsă.

e) Se poate asigura, fără consum suplimentar de materiale, siguranţă sporită la transport, manipulare şi montaj, chiar dacă în timpul acestor operaţii grinzile ar rămîne parţial în consolă.

f) Se poate asigura mărirea rigidităţii transversale prin dispunerea laterală a armăturii de montaj.

Din experimentările efectuate asupra grinzilor de 12 m deschidere (fig. 13) a rezultat că montarea şi demontarea armăturii pretensionate de montaj nu prezintă dificultăţi.

În fig. 12 sînt prezentate două din sistemele studiate de colectivul nostru, relative la realizarea pretensionării elementelor cu armătură de montaj, care pot fi aplicate fără dificultăţi în practica curentă.

Primul sistem (fig. 12 a, b) constă în introducerea la turnare în betonul din talpa superioară, la cele două capete ale grinzii, a unor urechi în care se va bloca armătura pretensionată de montaj înainte sau concomitent cu realizarea transferului. Armătura de montaj, în acest caz, se execută sub forma unuia sau a mai multor cabluri sau bare care sînt prevăzute în zona centrală cu un manşon sau cu două manşoane de strîngere, iar la capete cu cîrlige sau cu alt sistem de blocare. Întinderea barelor sau a cablurilor se efectuează prin procedeul electrotermic. Eliberarea armăturii de montaj se realizează într-o anumită fază de încărcare a grinzii (atunci cînd eforturile din zona comprimată nu depăşesc valori mai mari de 0,5 R_{pr} (fig. 11)), prin dezrăsucirea manşonului. Menţionăm că eforturile din armătura pretensionată de montaj scad simţitor datorită deformaţiei betonului din zona comprimată produse de acţiunea sarcinilor exterioare, ceea ce simplifică demontarea armăturii.

Al doilea sistem (fig. 12 c), cu barele postîntinse de montaj dispuse simetric, de o parte şi cealaltă a inimii grinzii ancorate în urechi de oţel, laterale, sau juguri de capăt [4], este folosit raţional atunci cînd în timpul transportului grinzile pot fi încovoiate în sens transversal. Dispunerea laterală a armăturii permite, de asemenea, uneori, demontarea acesteia în condiţii mai avantajoase. Sistemul se recomandă a fi aplicat mai cu seamă la grinzile cu mare deschidere.

4. Rezultatele experimentale obţinute pe grinzile de 12 m deschidere, armate cu bare pretensionate, dispuse după trasee poligonale şi cu bare postîntinse de montaj, recuperabile într-o anumită fază de încărcare

Pentru a pune în evidenţă avantajele pe care le prezintă precomprimarea grinzilor cu armătură preîntinsă, dispusă după trasee poligonale, concomitent cu folosirea armăturii postîntinse de montaj, care este recuperată într-o anumită fază de încărcare, s-au proiectat, executat şi încercat pe standul de precomprimate şi de încercare de la laboratorul de beton armat de la Institutul politehnic din Iaşi şi filiala INCERC, Iaşi, două grinzi de cîte 12 m deschidere, alcătuite după principiile ce au fost prezentate în **1.**

Elementele geometrice ale grinzilor sînt redate în fig. 13. Inima grinzii a fost proiectată şi realizată de 6 cm. Îngroşarea inimii la capete s-a făcut numai pe zona reazemului, pentru a asigura o mai bună rezemare a grinzii pe stîlpi. Armătura grinzilor de acoperiş, calculată în ipoteza adoptării unei travei de 6 m (pentru o sarcină normată de 2 250 kg/ml), a rezultat de 3 bare ∅ 25 mm din oţel OL 90 (30 HG 2S), cu profil periodic, dintre care două au fost dispuse după traseu drept, iar una după traseu poligonal. Precomprimarea zonei comprimate s-a realizat cu o bară ∅ 22 mm, dispusă în exterior, la partea superioară a tălpii (după principiul arătat în fig. 12 a), care a fost eliberată şi recuperată la încărcarea grinzii cu sarcina de exploatare.

Turnarea grinzilor s-a efectuat în poziţie orizontală. Întreaga armătura de rezistenţă s-a pretensionat prin procedeul electrotermic. Barele dispuse după traseul poligonal, de la cele două grinzi, au fost încălzite concomitent, forma poligonală fiind realizată prin intermediul a două bride (fig. 9). Pentru execuţia grinzilor s-a folosit betonul B 400, care a fost confecţionat la staţia de betoane T.R.C., Iaşi, cu agregat de rîu şi ciment RIM, cu dozaj de 500 kg/m^3. Precomprimarea tălpii superioare cu armătura de montaj s-a realizat înainte de a se realiza transferul eforturilor din armătura preîntinsă. Încercarea grinzii s-a efectuat prin acţionarea acesteia cu două sarcini concentrate, dispuse în dreptul nervurilor (fig. 14) (două prese), pînă la pierderea capacităţii de rezistenţă. Eforturile din precomprimare şi din acţiunea sarcinilor exterioare au fost determinate prin intermediul deformaţiilor fibrelor, măsurate cu ajutorul tensiometriei electrice cu fir rezistent şi a tensiometriei acustice. Săgeţile au fost măsurate cu comparatoare (1/100 mm) şi amplificatoare (1/5 mm).

Datele obţinute din măsurătorile efectuate la încercări au rezultat apropiate de cele obţinute din calcul. Astfel:

a) *Din efectul de precomprimare.* Efortul de calcul de preîntindere a armăturii a fost $\sigma_0 = 5\,400$ kg/cm^2. Practic s-a realizat un efort $\sigma_{0\,\text{mediu}}$ (6 bare) = 5 800 kg/cm^2 (măsurat). În urma transferului, grinzile fiind în poziţie orizontală, eforturile maxime măsurate în fibrele extreme au rezultat $\sigma_b^i = -160$ kg/cm^2 şi $\sigma_b^s = -7$ kg/cm^2 (pentru grinda *I*) şi $\sigma_b^i = -150$ kg/cm^2 şi $\sigma_b^s = -11$ kg/cm^2, faţă de eforturile calculate, a căror valoare a reieşit $\sigma_b^i = -145{,}10$ kg/cm^2, $\sigma_b^s = -5{,}20$ kg/cm^2. Determinarea teoretică a eforturilor s-a efectuat cu relaţia;

$$\sigma_b^{i,s} = -N_{01}/A_{bi} \mp N_{01}\, e_0/W_{bi}^{i,s}. \tag{1}$$

Contrasăgeata din precomprimare (după eliberarea armăturii preîntinse, grinzile fiind în poziţie orizontală), a rezultat de 9,00 mm la o grindă şi 8,6 mm la a doua grindă, faţă de săgeata calculată care a rezultat de 8,44 mm. Calculul teoretic al săgeţii s-a efectuat cu relaţia:

$$y = \sum_{i=1}^{i=12} \frac{m\, M_{pi}\, \Delta_{si}}{E_b\, I_{bi,i}}, \tag{2}$$

în care $M_{pi} = N_{01,i}\, e_{0,i}$ reprezintă momentul dat de forţa din precomprimare.

După ridicarea grinzii în poziţie verticală săgeata s-a redus cu circa 1,6 mm, respectiv 1,55 mm, revenind la 7,4 mm, respectiv 7,05 mm, faţă de cea calculată, care a rezultat de 6,91 mm. Calculul săgeţii teoretice s-a efectuat cu relaţia:

$$(3) \qquad y = \sum_{i=1}^{i=12} \frac{m_i M_{pi} \Delta_{si}}{E_b I_{bi,i}} - \sum_{i=1}^{i=12} \frac{m_i M_{gi} \Delta_{si}}{E_b I_{bi,i}},$$

în care M_{gi} reprezintă momentul încovoietor dat de sarcinile din greutatea proprie.

Ridicarea grinzii în poziţie verticală nu a prezentat nici o dificultate, grinda comportîndu-se în cele mai bune condiţii.

b) *Din efectul încărcărilor exterioare pînă la sarcina de exploatare.* Grinda s-a încărcat şi descărcat pînă la sarcina de exploatare în două rînduri, armătura pretensionată de montaj fiind păstrată în tot timpul încărcării şi descărcării. Recuperarea armăturii de montaj nu s-a făcut la sarcini mai mici decît sarcina de exploatare, pentru a se putea face observaţii asupra sistemului încercat la încărcări succesive. La sarcina de exploatare, în zona întinsă a grinzii, eforturile măsurate au rezultat apropiate de zero, ceea ce a indicat că o sporire nu prea mare a încărcării ar produce fisurarea tălpii inferioare a grinzii. Eforturile în zona comprimată măsurate au rezultat de 110 kg/cm². Menţionăm că eforturile calculate rezultă, în cazul cînd nu se iau în consideraţie pierderile de tensiuni în talpa inferioară, $\sigma_b = -1$ kg/cm² şi în talpa superioară $\sigma_b = -113$ kg/cm², iar în cazul cînd se iau în consideraţie şi pierderile de tensiuni, de -110 kg/cm² în talpa superioară şi $+21$ kg/cm² în talpa inferioară. Din acest motiv pentru treapta următoare de încărcare armătura pretensionată de montaj a fost eliberată şi recuperată.

Diagramele de variaţie a deformaţiilor obţinute la cele două încărcări şi descărcări succesive sînt date în fig. 15. Săgeata maximă măsurată din sarcinile exterioare, după a doua încărcare, a rezultat de circa 13,9 mm, ceea ce reprezintă 1/850 din deschidere, faţă de săgeata calculată teoretic, care a rezultat de 12,23 mm. Săgeata totală remanentă, cumulată după a doua descărcare, a rezultat de 1,3 mm, ceea ce reprezintă 8,8% faţă de săgeata totală.

În urma eliberării armăturii de montaj, grinda fiind încărcată cu sarcina de exploatare, săgeata a revenit cu 2,7 mm; eforturile din talpa inferioară au crescut la circa 15 kg/cm² (de compresiune) iar eforturile de compresiune din zona superioară s-au micşorat la circa 90 kg/cm².

Încărcarea grinzii pînă la sarcina admisibilă a scos în evidenţă o comportare elastică a grinzii sub acţiunea sarcinilor; eliberarea armăturii pretensionate de montaj de la talpa superioară a îmbunătăţit simţitor starea de tensiune a grinzii, ceea ce a condus la întîrzierea apariţiei fisurilor.

c) *Din efectul încărcărilor exterioare pînă la sarcina de rupere* După ce grinda sub acţiunea sarcinilor de exploatare a fost eliberată de efectul de precomprimare produs de armătura pretensionată, dispusă la talpa superioară, s-a sporit sarcina, în trepte de cîte 1/4 din sarcina de exploatare, pînă la pierderea capacităţii de rezistenţă a grinzii. Prima fisură a apărut la o sarcină de circa 1,6 din sarcina admisibilă, în dreptul unui montant din zona dinspre reazem. Încărcînd grinda în continuare au apărut fisuri noi, toate orientate aproximativ normal pe axa grinzii. Distanţa între fisuri, măsurată în vecinătatea zonei de acţiune a forţei, a fost de 10...15 cm (fig. 16). Remarcăm că nu toate fisurile formate în talpa grinzii s-au dezvoltat în inimă; de asemenea se observă că unele fisuri au apărut numai în inima grinzii fără a trece şi în talpă.

Primele fisuri înclinate (fig. 16) au apărut la sarcina de circa 2,3 ori sarcina de exploatare. Ele s-au îndesit în zonele dinspre reazem, în vecinătatea montanţilor. Se observă că pînă la pierderea capacităţii de rezistenţă nu au apărut fisuri în zonele din vecinătatea reazemelor (fig. 16). Modul de apariţie şi de dezvoltare a fisurilor la grinda încărcată cu sarcini concentrate scoate în evidenţă obţinerea unei comportări şi mai bune la fisurare a unor grinzi de tipul celor încercate, în cazul cînd sarcina ar fi uniform distribuită.

Ruperea grinzii s-a produs la o sarcină a cărei valoare a fost de 2,7 ori mai mare faţă de sarcina admisibilă. Valoarea ridicată a coeficientului de siguranţă realizat la rupere (2,7) faţă de cel rezultat în calcul (1,8) se explică prin faptul că armătura din oţel OL 90 prezintă pentru un efort unitar mai mare ca 6000 kg/cm² (rezistenţa convenţională de calcul) deformaţii plastice reduse pînă la un efort unitar de circa 9000 kg/cm² [6], ceea ce asigură o bună conlucrare a betonului cu armătura (pînă la această rezistenţă).

Ruperea grinzii s-a produs prin cedarea zonei comprimate. Săgeata măsurată la distrugerea betonului din talpa superioară a fost de 7,7 cm, ceea ce corespunde la circa 1/150 din deschidere. Descărcînd grinda de acţiunea sarcinilor s-a constatat o revenire a ei cu circa 7,1 cm, săgeata remanentă fiind de 6 mm.

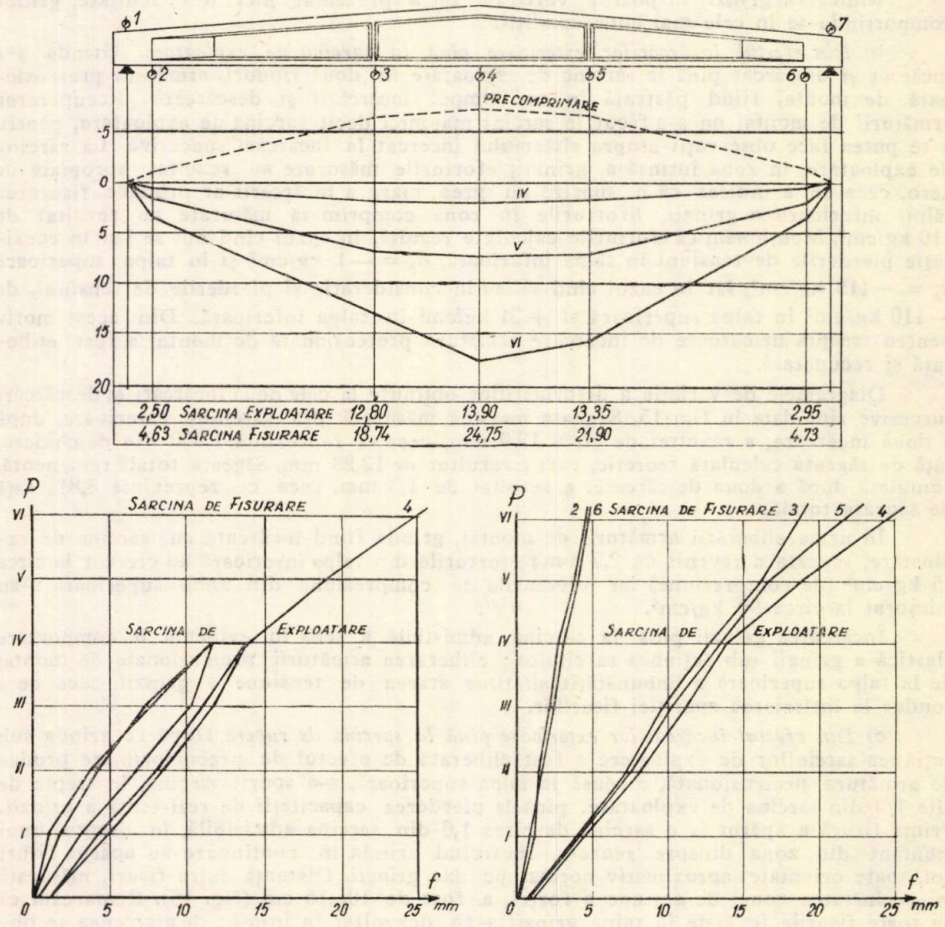


Fig. 15

5. Concluzii

1. Dispunerea armăturii preîntinse după trasee poligonale la elementele precomprimate, concomitent cu folosirea armăturii recuperabile de montaj în zona comprimată (care se recuperează într-o anumită fază de încărcare a grinzii), au permis obţinerea unor distribuţii mai raţionale a tensiunilor în grinzile cercetate faţă de tensiunile realizate din precomprimare la sistemele de genul celor studiate, cunoscute pînă astăzi.

2. Turnarea în poziţie orizontală a grinzilor, concomitent cu folosirea armăturii de rezistenţă dispusă după trasee poligonale, permite

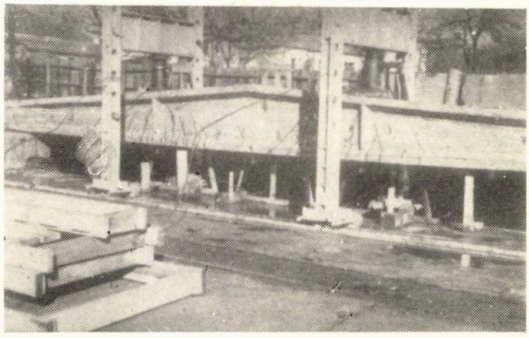


Fig. 14

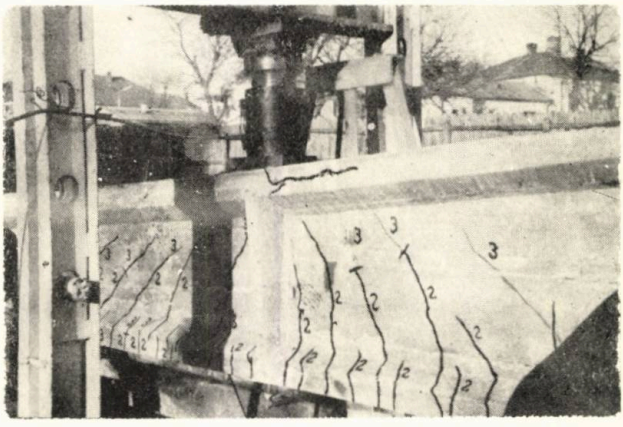


Fig. 16

reducerea grosimii inimii grinzii la dimensiuni minime, cerute de condiţiile de acoperire cu beton a barelor, fapt care se reflectă deosebit de avantajos asupra reducerii greutăţii proprii a grinzilor şi asupra reducerii consumului de beton.

3. Folosirea sistemului propus conduce la mărirea rezistenţei la fisurare a elementelor (momentul de fisurare poate fi adus oricît de aproape de momentul de rupere) fără consum suplimentar de armătură şi totodată conduce la posibilitatea eliminării acţiunii defavorabile a armăturii pretensionate din zona comprimată, ceea ce are ca rezultat mărirea capacităţii de rezistenţă la rupere a grinzii.

4. Dirijarea tensiunilor din precomprimare prin intermediul armăturii de montaj, care se recuperează într-o anumită fază de încărcare, permite reducerea secţiunii zonei întinse şi totodată reducerea pierderilor de tensiuni în armătura pretensionată (ceea ce apare deosebit de avantajoasă la sistemele armate cu bare din profil periodic, avînd în vedere ponderea cu care intervin pierderile de tensiuni, faţă de efortul de întindere σ_0 la elementele precomprimate cu astfel de oţeluri, la care $\sigma_0 = 4\,000 \ldots 6\,000$ kg/cm^2).

5. Introducerea armăturii de montaj îmbunătăţeşte siguranţa la transport şi manipulare faţă de sistemele precomprimate obişnuite de acest gen, fără a se consuma în acest scop armătură suplimentară.

6. Eliminarea frecărilor în dreptul reazemelor intermediare la sistemele studiate, a fost posibilă prin aplicarea procedeului electrotermic, folosit la pretensionarea barelor.

7. Ca urmare a modului de dirijare a tensiunilor din precomprimare, mai raţional decît la sistemele cunoscute pînă în prezent, la elementele experimentate şi introduse în practică au rezultat reduceri de oţel beton în proporţie de 35% (armătură pretensionată şi armătură transversală) faţă de elementele de acelaşi gen, realizate cu aceleaşi tipuri de armături, executate după sistemele cunoscute, cu bare dispuse după trasee drepte şi cu armătură pretensionată în zona comprimată.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de beton armat

BIBLIOGRAFIE

1. Mihul A., Vrăşmaşu A., Capatu C., Leonte C., Boghian A., Rev. constr. şi mat. de constr., 1962, *2*, pp. 90—100.
2. Mihul A., Constructorul, 1961, *5*, p. 2.
3. Mihul A., Păun S., Ind. constr., 1959, *6*, pp. 275—282.
4. Mihul A, Capatu C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 415.
5. Mihul A., Boghian A., Patraş M., Leonte C., Capatu C., Brădăţeanu A., *Influenţa încălzirii electrice şi a calibrării asupra proprietăţilor mecanice ale oţelurilor cu profil periodic folosite la construcţii din beton armat precomprimat.* Comun. prez. în ses. şt. jubil. a Inst. polit., Iaşi, 9 - 11 noiembrie 1962.
6. Mihul A., Capatu C., Leonte C., Patelli T., Boghian A., Patraş M., Bul. INCERC ISCAS, 1962, *IV*, pp. 1—21.
7. Mihul A., Filipiuc I., Boghian A., Leonte C., Capatu C., Voicu M., Miroş I., *Unele probleme de tehnologia aplicării procedeului electrotermic la pretensionarea barelor cu profil periodic.* Comun. prez. în ses. şt. jubil. a Inst polit., Iaşi, 9—11 noiembrie 1962.

ИССЛЕДОВАНИЯ, ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКИМ СПОСОБОМ, БАЛОК В ДВА СКАТА С ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ АРМАТУРОЙ РАСПОЛОЖЕННОЙ ПО ПОЛИГОНАЛЬНОЙ ТРАССЕ

(Резюме)

Приводятся результаты исследований относительно некоторых балок с двумя скатами для крыш построенных по оригинальному способу. Балки предварительно напрягаются стержнями большого диаметра установлены по полигональной трассе. Верхняя плита таврового сечения балок предварительно напрягается монтажной арматурой, натянутой после затвердения бетона, устраняемой при определенной нагрузке балок. Размещение напряженной арматуры по ломаной трассе одновременно с использованием монтажной арматуры в сжатой зоне, необходимой до нагрузки балок, позволило осуществить более рациональное распределение напряжений в исследованных балках — это привело к увеличению трещиностойкости. При использовании этой системы исключается неблагоприятное влияние предварительно напряженной системы арматуры находящейся в сжатой зоне; в результате, таким образом, получается увеличение несущей способности балки. Распределяя предварительные напряжения по надобности, употребляя монтажную арматуру из сжатой зоны, устраняемой при определенной нагрузке, явилась возможность уменьшить сечение растянутой зоны и вместе с тем уменьшить потери предварительного напряжения арматуры, вследствие уменьшения ползучести.

Перевозка и манипулирование балок осуществляется без употребления добавочной арматуры в наилучших условиях.

Авторы достигли также исключения трения при реализации ломаных трас (по которым расположены стержни рабочей арматуры), применяя для образования предварительного растяжения арматуры электротермический способ. Учитывая, что указанный способ позволяет рационально управлять предварительными напряжениями, создается заметная экономия стали и бетона.

RECHERCHES SUR LES POUTRES EN BÉTON À DEUX PANTES, À L'ARMATURE PRÉCONTRAINTE PAR LE PROCÉDÉ ÉLECTROTHERMIQUE, DISPOSÉES SELON DES TRACÉS POLYGONAUX

(Résumé)

On expose les résultats des recherches effectuées sur des poutres de toiture à deux pantes, exécutées selon une conception originale, précontraintes au moyen des barres de grand diamètre, disposées d'après des tracés polygonaux.

La semelle supérieure des poutres este précontrainte par une armature postcontrainte, de montage, récuperable à une certaine phase de chargement. En disposant l'armature étendue selon des tracés polygonaux et en utilisant en même temps l'armature de montage récupérable, placée dans la zône comprimée, on obtient chez les poutres étudiées une distribution des tensions plus rationelle que chez les systèmes connus; par conséquent il en résulte une augmentation de la résistance à la fissuration.

Par l'application de ce système l'action défavorable de l'armature précontrainte de la zône comprimée est éliminée; il en résulte pour la poutre un accroissement de la capacité de la résistance à la rupture.

En dirigeant les tensions de précontrainte par l'armature de montage, récupérable dans une phase donnée de chargement, on peut reduire toutefois la section de la semelle étendue, en même temps que les pertes des tensions dans l'armature précontrainte.

La sécurité du transport et de la manipulation s'agrandit sans aucune dépense supplémentaire d'armature.

L'élimination des frictions chez la déflexion des tracés polygonaux, au droit des supports intermédiares, se réalise en appliquant le procédé électrothérmique de précontrainte.

En conclusion, en dirigeant de cette manière, plus rationnelle, les tensions resultées de la précontrainte, il en résulte une économie appréciable d'acier et de béton.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 624.01

PROPRIETĂŢILE ELASTICE ŞI MECANICE ALE ZIDĂRIEI DE CĂRĂMIDĂ OBIŞNUITĂ ŞI EFICIENTĂ STUDIATE ÎN CONDIŢII DE LABORATOR

DE

VIRGIL FOCŞA, ADRIAN RADU, AVRAM WEINER şi AL. VEREŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Superioritatea metodei de calcul a elementelor de construcţie la stările limită este în momentul de faţă unanim recunoscută. Folosirea coeficienţilor diferenţiaţi (k, n şi m), în locul coeficientului unic de siguranţă (c), marchează o etapă calitativ nouă în evoluţia metodelor de calcul. Această metodă presupune însă o analiză ştiinţifică riguroasă şi sistematică a factorilor care condiţionează siguranţa unui element de construcţie sau a unei construcţii în ansamblul său.

O problemă importantă o constituie stabilirea coeficientului de omogeneitate k, parte componentă a coeficientului de siguranţă la zidării, materiale neomogene şi cu indici de rezistenţă de o mare variabilitate.

Studiul omogeneităţii oţelului şi betonului — alte două materiale de bază în construcţie — este realizat pe probe de dimensiuni mici şi preocupări în această direcţie sînt bine conturate în diferite ţări. Studiul omogeneităţii zidăriei s-a realizat pe probe de dimensiuni relativ mari şi preocupările în această direcţie au avut în general un caracter limitat.

Pentru a fi posibilă o interpretare statistică a datelor experimentale relative la rezistenţa zidăriei la compresiune ar fi necesare cantităţi mari de materiale şi un volum mare de manoperă pentru confecţionare şi încercare precum şi utilaje adecvate la manipularea probelor.

Studiul omogeneităţii zidăriei în mod indirect, pe baza încercării de rezistenţă a cărămizilor şi mortarului, nu poate caracteriza în măsură suficientă capacitatea portantă reală a acestui material.

În tehnica actuală a construcţiilor există tendinţa justificată de a introduce materiale noi, uşoare, cu capacităţi limitate de rezistenţă mecanică şi de a reduce grosimea pereţilor exteriori la un minimum necesar din punct de vedere termic. Spre deosebire de pereţii masivi, tradiţionali la structurile clădirilor cu ziduri portante, în prezent este posibilă situaţia ca eforturile reale în construcţiile de zidărie să fie apropiate foarte mult de valorile admisibile. În aceste condiţii apare absolut necesară cunoaşterea şi verificarea riguroasă şi sistematică a coeficientului de siguranţă a elementelor de zidărie comprimată şi în particular a coeficientului de omogeneitate.

Acest deziderat ar fi posibil de satisfăcut numai în cazul cînd metodele de încercare a zidăriilor s-ar baza pe epruvete de dimensiuni acceptabile din punct de vedere tehnic, economic şi ştiinţific, în legătură cu starea de tensiuni sub sarcină, în cazul zidăriei (material eterogen).

2. Avînd în vedere aceste considerente în cele ce urmează se prezintă unele aspecte referitoare la omogeneitatea zidăriilor comprimate și propuneri pentru o analiză coordonată și sistematică în viitor, pe baza încercărilor pe probe de dimensiuni mici.

Omogeneitatea zidăriilor poate fi analizată fie prin prelucrarea statistică a rezultatelor încercărilor raportate la rezistența experimentală medie a probelor, obținîndu-se coeficientul de omogeneitate experimental (K_{exp}), fie raportînd datele experimentale la valoarea normată a rezistenței la compresiune a zidăriei (K_{nor}).

Rezistența normată a zidăriei se poate calcula cu relația prof. L. I. Onișcik:

$$R_{zid} = AR_b\{1 - a/[b + R_m/(2R_b)]\}, \tag{1}$$

în care: R_b — rezistența de rupere a blocului [kg/cm²], R_m — marca mortarului [kg/cm²], A, a, b — coeficienți experimentali.

Rezistența normată calculată cu relația (1) are la bază încercările efectuate la ТНИПС pe stîlpi de zidărie (fig. 1) de circa 1 m înălțime.

În cazul cînd indicii de rezistență respectă legile obișnuite de împrăștiere, coeficienții de omogeneitate se pot calcula cu expresia:

$$K = 1 - \alpha\sigma/R^n,$$

în care: α — coeficient ce caracterizează rezistența minimă probabilă în cazul zidăriei de cărămidă, avînd valoarea medie 3; σ — abaterea medie [kg/cm²], R^n — rezistența normată [kg/cm²].

În literatura de specialitate se indică ca valoare de calcul pentru coeficientul de omogeneitate $K = 0{,}5$, pentru toate tipurile de zidării.

3. Folosirea noilor materiale de construcții și reducerea grosimii pereților conduce la posibilitatea apropierii eforturilor reale de cele admisibile. Această situație implică necesitatea cunoașterii mai riguroase a coeficientului de omogeneitate și posibilitatea verificării și controlului omogeneității în condiții de încercare pe probe de dimensiuni mici.

În acest scop ne-am propus efectuarea unor încercări de compresiune a zidăriei pe probe de dimensiuni mici ($l \times b \times 1{,}5l$), l și b fiind lungimea și lățimea blocului (fig. 2).

S-au încercat la compresiune 240 epruvete din zidărie de cărămidă plină și găurită, avînd caracteristicile: a) marca cărămizilor pline = = 100 kg/cm²; b) marca cărămizilor cu găuri = 75 kg/cm²; c) mărcile de mortar = 4; 10; 25; 50; 100 kg/cm².

S-a folosit mortar de consistența 6 și 8. Epruvetele, avînd între 2 și 4 asize, s-au confecționat cu grosimi de mortar de 1; 2; 3 și 4 cm. Încercările de rezistență s-au efectuat la 28 zile, la presa MF de 300 t.

În diagramele din fig. 3 se prezintă variația rezistenței medii experimentale (pe cîte 3 probe) pentru zidăria de cărămidă plină, în funcție de marca mortarului și grosimea rosturilor (1; 2; 3; 4 cm). Rezistența zidăriei este cuprinsă între 11 kg/cm² pentru $R_m = 4$ kg/cm² și grosimea rostului de 4 cm și 42 kg/cm² pentru $R_m = 100$ kg/cm² și grosimea rostului de 1 cm. Rezistența normată variază între 17,5 kg/cm² și 34 kg/cm². În general rezistența experimentală a zidăriei crește o dată cu rezistența mortarului și descrește o dată cu grosimea rostului. Rezistența medie

Fig. 1. — Încercarea zidăriilor la compresiune pe stîlpi de 1 m înălţime.

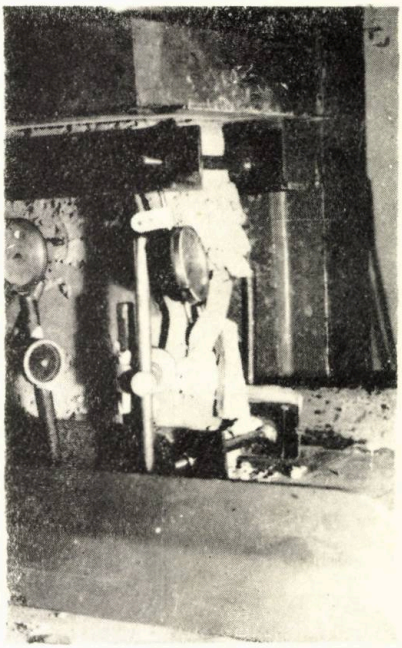


Fig. 2. — Încercarea zidăriilor la compresiune pe probe mici.

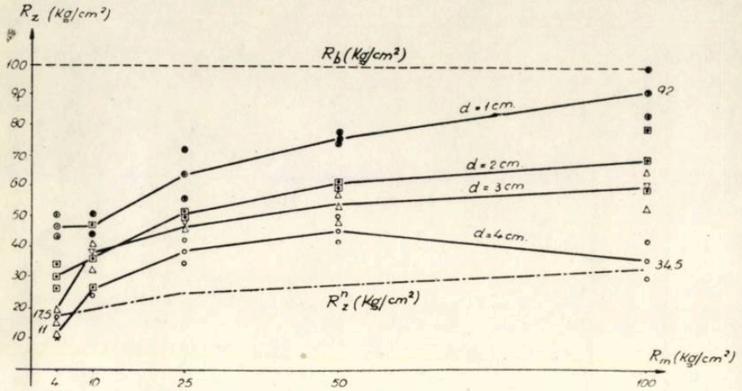


Fig. 3. — Variaţia rezistenţei medii experimentale (R_z^{exp}) pentru zidăria de cărămidă plină în funcţie de marca mortarului (R_m) şi grosimea rosturilor ($d = 1...4$ cm).

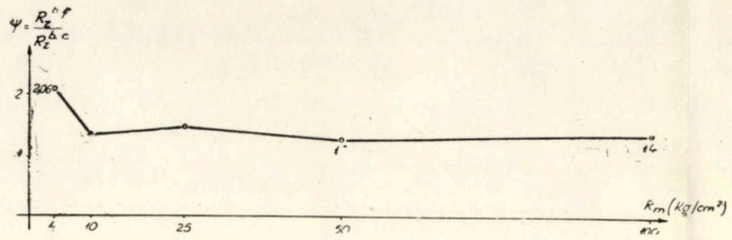


Fig. 6. — Variaţia raportului între rezistenţa experimentală medie a zidăriei de cărămidă plină (R_z^{bp}) şi cărămidă găurită (R_z^{bc}) în funcţie de marca mortarului.

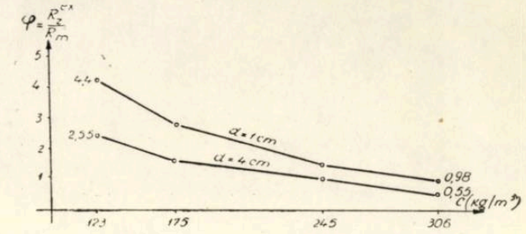


Fig. 9. — Variaţia raportului φ între rezistenţa medie experimentală şi marca mortarului la zidăria de cărămidă plină în funcţie de dozajul de ciment şi grosimea rostului de mortar.

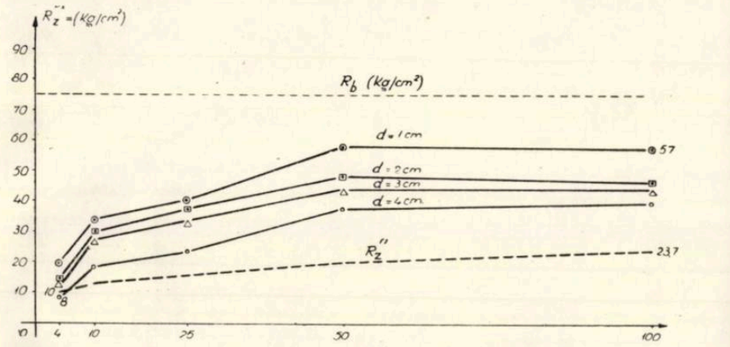


Fig. 4. — Variaţia rezistenţei medii experimentale a zidăriei de cărămidă găurită în funcţie de marca mortarului şi grosimea rosturilor ($d = 1...4$ cm).

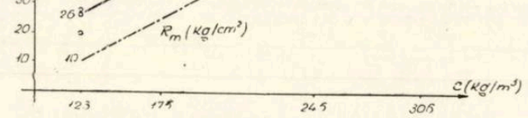


Fig. 7. — Variaţia rezistenţei medii medii experimentale la zidărie de cărămidă plină în funcţie de grosimea rostului (d) şi dozajul de ciment (c).

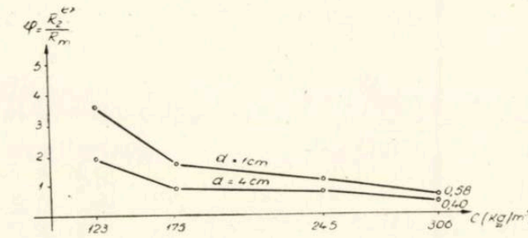


Fig. 10. — Variaţia raportului φ între rezistenţa medie experimentală şi marca mortarului la zidăria de cărămidă găurită în funcţie de dozajul de ciment şi grosimea rostului de mortar.

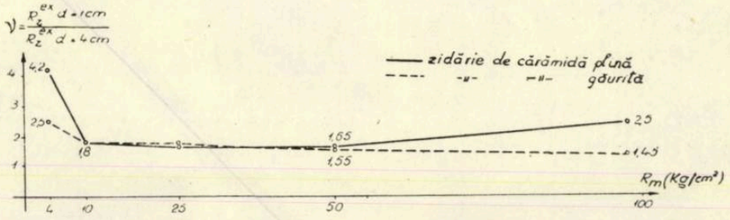


Fig. 5. — Variaţia raportului ν între rezistenţa medie experimentală pentru grosimi de mortar $d = 1$ cm şi $d = 4$ cm la zidării de cărămidă plină şi găurită în funcţie de marca mortarului.

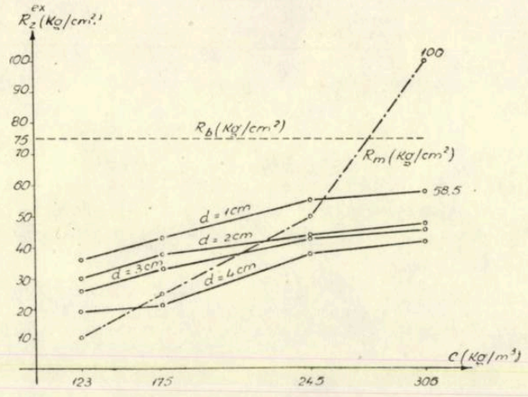


Fig. 8. — Variaţia rezistenţei medii experimentale la zidărie de cărămidă găurită în funcţie de grosimea rostului şi dozajul de ciment.

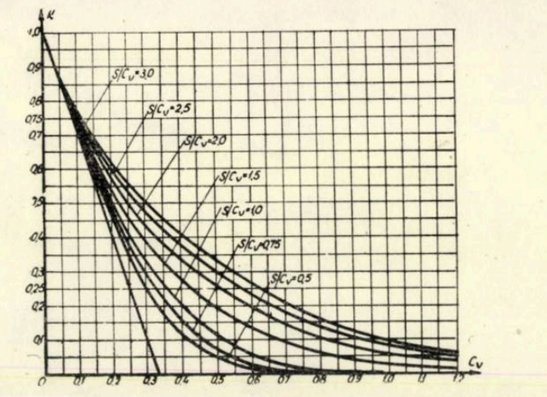
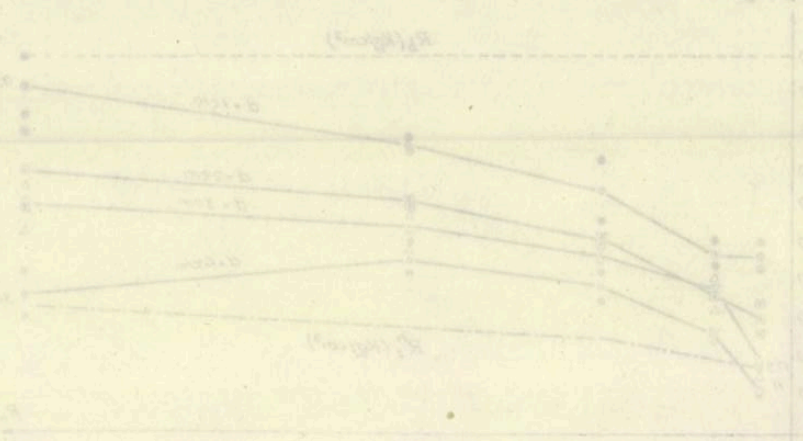


Fig. 11. — Diagrama pentru determinarea coeficientului de omogenitate pentru probabilitatea 10^{-3}, în funcţie de coeficientul de variaţie (C_v) şi de coeficientul de asimetrie (s).



experimentală pe probe mici este superioară rezistenței normate calculată cu relația (1) și inferioară mărcii cărămizii.

În fig. 4 se prezintă variația rezistenței medii experimentale a zidăriei de cărămidă găurită, funcție de marca mortarului și grosimea rosturilor ($r=1$; 2 ; 3 ; 4 cm). Valoarea rezistenței este cuprinsă între 8 kg/cm^2 pentru $R_m=4$ kg/cm^2, $r=4$ cm și 57 kg/cm^2 pentru $R_m=100$ kg/cm^2, $r=1$ cm. Rezistența normată este cuprinsă între 10 kg/cm^2 și 23,7 kg/cm^2.

Se observă că rezistența experimentală a zidăriei pe probe mici este superioară rezistenței normate după relația (1) fiind maximă pentru $R_m=50$ kg/cm^2, ceea ce se explică prin rezistența minimă a cărămizii găurite la compresiune și întindere.

Din graficele prezentate rezultă influența hotărîtoare a grosimii rostului asupra rezistenței zidăriei. În graficul din fig. 5, raportul $\nu = R_z^{exp\,1}/R_z^{exp\,4}$ pentru $r=1$ cm și $r=4$ cm este cuprins între 1,65...4,2 la zidărie de cărămidă plină și 1,45...2,5 la zidărie de cărămidă găurită.

Influența tipului de cărămidă, plină față de găurită, rezultă din fig. 6. Creșterea rezistenței zidăriei cu cărămidă plină față de cea a zidăriei cu cărămidă găurită (ψ) este cuprinsă între 130% și 206%.

În graficele din fig. 7 și 8 se indică variația rezistențelor medii experimentale la cele două tipuri de zidării în funcție de grosimea rosturilor și dozajul de ciment pentru probele de consistență 6. În cazul zidăriei de cărămidă plină, rezistența zidăriei este superioară rezistenței mortarului pentru $R_m=50$ kg/cm^2. În cazul zidăriei de cărămidă găurită rezistența mortarului este folosită în mai mică măsură în cadrul conlucrării între cărămidă și mortar. Folosirea mai judicioasă a rezistenței mortarului, în cazul zidăriei de cărămidă plină, rezultă și din analiza graficelor din fig. 9 și 10, în care se prezintă variația raportului φ între rezistența medie experimentală a zidăriei pentru rosturile de 1 cm și 4 cm și rezistența mortarului, funcție de dozajul de ciment.

În tabelul 1 sînt prezentate valorile limită ale raportului φ.

Tabelul 1

Nr. crt.	Tipul zidăriei	$r=1$ cm		$r=4$ cm	
		$R_m=10$ kg/cm^2	$R_m=100$ kg/cm^2	$R_m=10$ kg/cm^2	$R_m=100$ kg/cm^2
1	Zidărie de cărămidă plină	4,4	0,98	2,55	0,55
2	Zidărie de cărămidă găurită	3,6	0,58	1,90	0,40

În vederea unei utilizări judicioase a rezistenței zidăriei este necesar a se avea în vedere faptul că rezistența maximă se obține pentru mărci ale mortarului și cărămizilor de același ordin de mărime, în cazul grosimilor minime ale rosturilor de mortar.

Omogeneitatea zidăriei, pe baza încercărilor rezistenței la compresiunea probelor de dimensiuni mici, s-a apreciat calculînd coeficientul experimental de omogeneitate (K_{exp}) în ipoteza curbelor asimetrice ale

împrăștierii (Kriţko-Menkel) pentru probabilitatea 10^{-3} indicată pentru materialele neomogene, conform graficelor din fig. 11, în funcţie de coeficientul de variaţie (C_v) şi de coeficientul de asimetrie (s).

În graficele din fig. 12, 13 se prezintă variaţia coeficientului de omogeneitate experimental la zidăriile de cărămidă plină şi găurită în funcţie de marca mortarului şi grosimea rosturilor. La zidăria de cărămidă plină valoarea medie a lui K_{exp} este cuprinsă între 0,39 (pentru $R_m = 100$ kg/cm^2) şi 0,59 (pentru $R_m = 50$ kg/cm^2). La zidăria de cărămidă găurită K_{exp} mediu este cuprins între 0,43 (pentru $R_m = 50$ kg/cm^2) şi 0,58 ($R_m = 10$ kg/cm^2).

În graficele din fig. 14 şi 15 se prezintă diagramele coeficientului de variaţie C_v pentru zidărie de cărămidă plină (0,17...0,26) şi pentru zidărie de cărămidă găurită (0,19...0,35).

Rezultă că zidăria de cărămidă plină este mai omogenă în comparaţie cu zidăria de cărămidă găurită. Acest fapt implică necesitatea adoptării unor coeficienţi de omogeneitate diferiţi pentru cele două tipuri de zidărie. Variaţia coeficientului de omogeneitate în funcţie de marca mortarului, pe baza numărului limitat de încercări, nu este concludentă.

În vederea unei determinări mai riguroase a coeficientului de omogeneitate şi a posibilităţii de verificare curentă la şantiere mari este necesar a se stabili o metodologie de încercare a zidăriei pe probe de dimensiuni mici. Aceasta implică cunoaşterea raportului între R_z^n, stabilit pe baza relaţiei (1) şi R_z^{exp}, determinat pe probe de dimensiuni mici.

În diagramele din fig. 16 şi 17 se prezintă variaţa raportului η între rezistenţa normată şi rezistenţa medie experimentală pentru zidăria de cărămidă plină şi cea cu găuri şi pentru rosturile de 1 cm şi 2 cm şi respectiv 3 cm şi 4 cm, în funcţie de marca mortarului. Pentru rosturile uzuale de 1 cm şi 2 cm valorile coeficientului variază de la 0,42 la 0,48 la cărămidă plină şi de la 0,37 la 0,60 la cărămidă găurită. Pentru ambele tipuri de zidărie se poate alege acoperitor $\eta = 0{,}4$. Astfel se poate stabili relaţia între R_z^{exp} comparabil cu R_z^n determinat pe probe mari, conform relaţiei (1) şi R_z^{exp} determinat pe probe de dimensiuni mici, sub forma:

$$R_z^{exp'} = \eta R_z^{exp}, \tag{2}$$

care ar permite determinarea coeficientului de omogeneitate faţă de rezistenţa normată (1) în condiţii accesibile curent.

4. Adoptarea metodei de calcul la stări limită la zidării implică utilizarea unei metodologii de încercare pe probe de dimensiuni mici, care să permită stabilirea omogeneităţii experimentale şi faţă de rezistenţa normată, în condiţii adecvate. Se propune încercarea zidăriei pe probe de dimensiunile $l \times b \times 1{,}5\,l$ în care l şi b — lungimea şi lăţimea blocului.

În ipoteza păstrării relaţiei (1) ca expresie de bază în calculul rezistenţei normate a zidăriei este necesar a se stabili relaţiile între rezistenţa experimentală pe probe mari în raport cu rezistenţa experimentală pe probe mici. Încercările efectuate, permit stabilirea acestei relaţii sub forma (2), în care: $R_z^{exp'}$ — rezistenţa la rupere la compresiune pe stîlpişori [kg/cm^2], R_z^{exp} — rezistenţa la rupere la compresiune pe probe cu laturile în raportul $l \times b \times 1{,}5\,l$ [kg/cm^2].

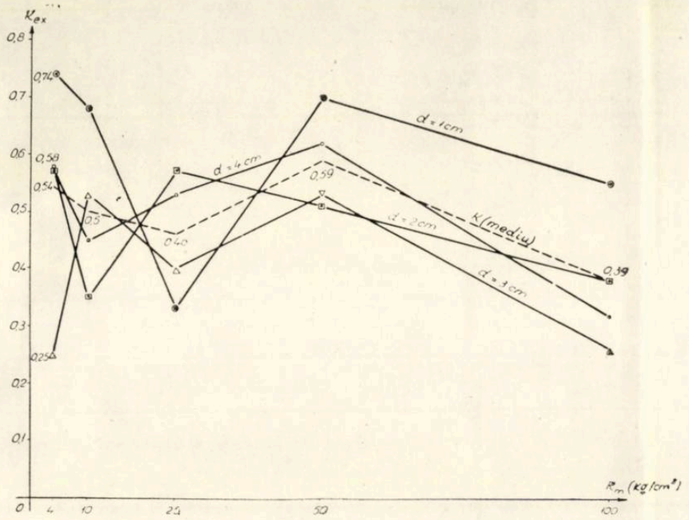


Fig. 12. — Variaţia coeficientului de omogenitate experimental la zidăria de cărămidă plină în funcţie de marca mortarului şi grosimea rostului de mortar.

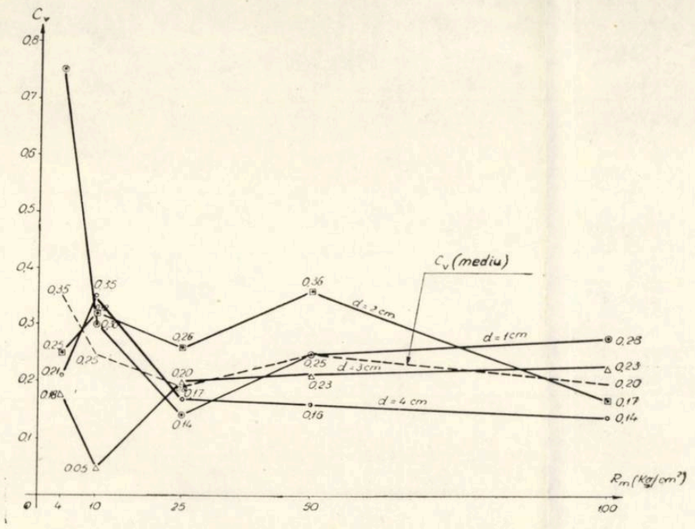


Fig. 14. — Diagramele coeficientului de variaţie pentru zidăria de cărămidă plină în funcţie de marca mortarului şi grosimea rostului de mortar.

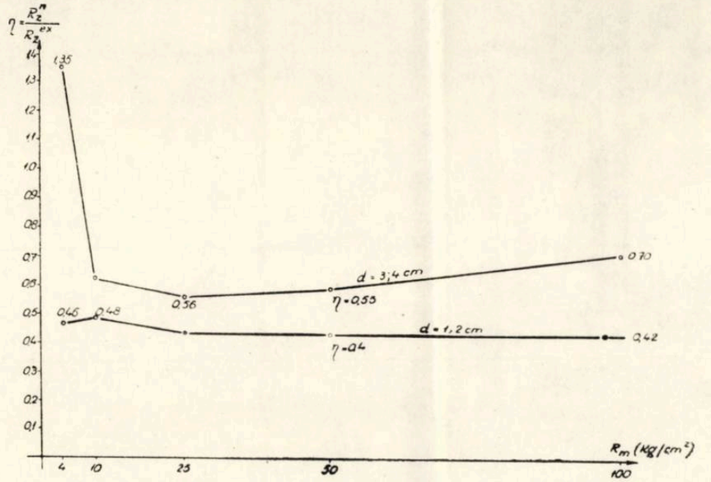


Fig. 16. — Variaţia raportului η între rezistenţa normată (R^{nor}) şi rezistenţa experimentală pentru zidăria de cărămidă plină pentru rosturile de grosime $d = 1$; 2 cm şi $d = 3$; 4 cm, funcţie de marca mortarului

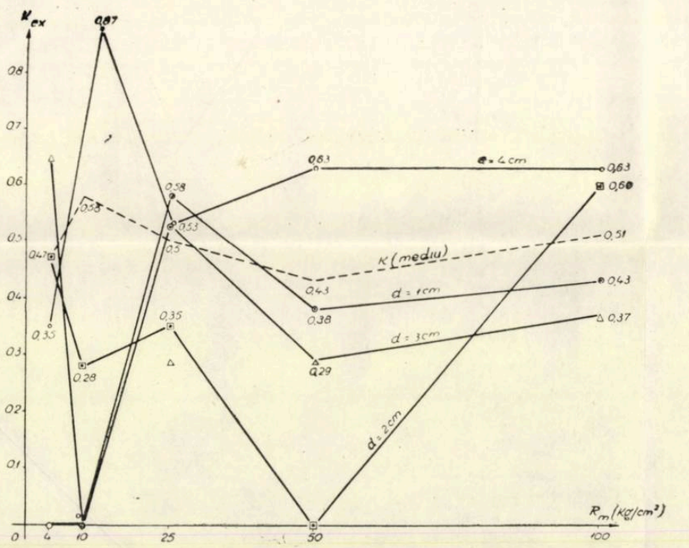


Fig. 13. — Variaţia coeficientului de omogenitate experimental la zidăria de cărămidă găurită în funcţie de marca mortarului şi grosimea rostului de mortar.

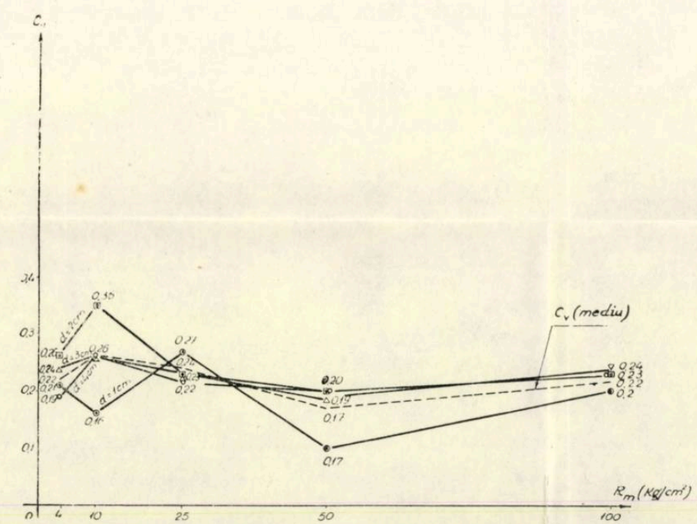


Fig. 15. — Diagramele coeficientului de variaţie pentru zidăria de cărămidă găurită în funcţie de marca mortarului şi grosimea rostului de mortar.

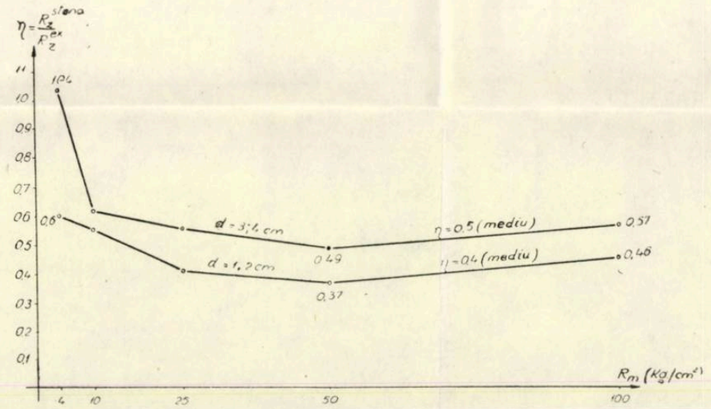
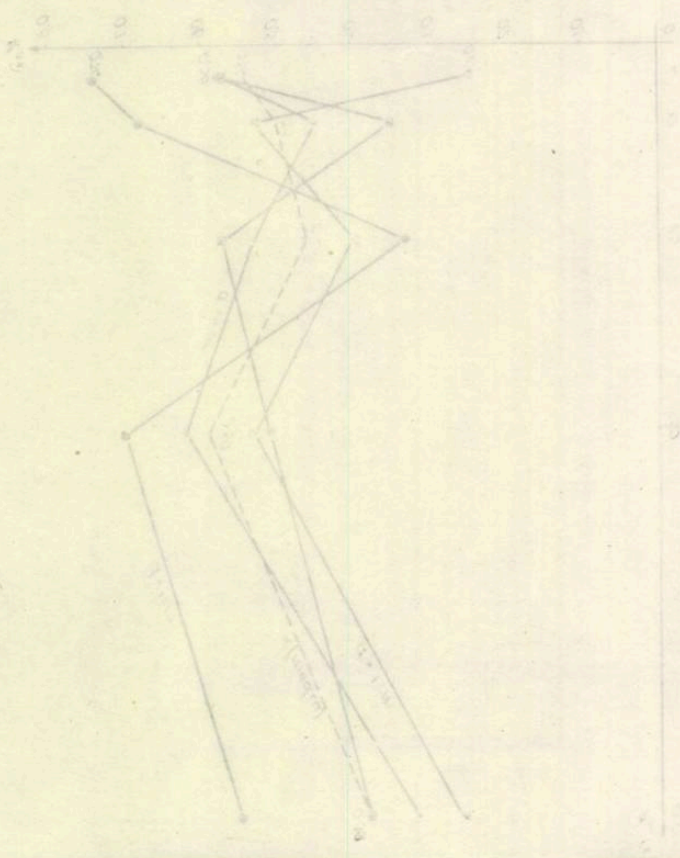
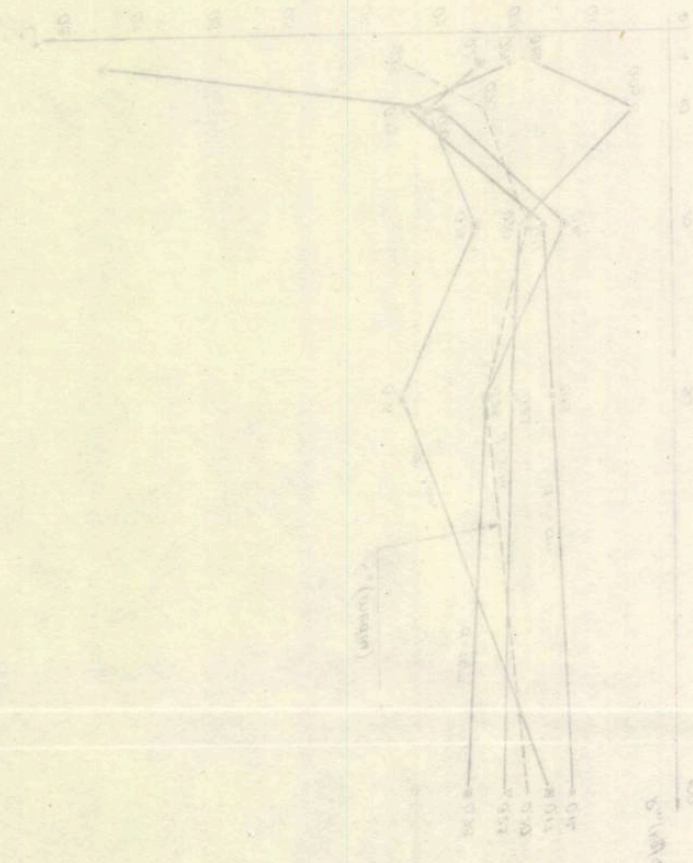
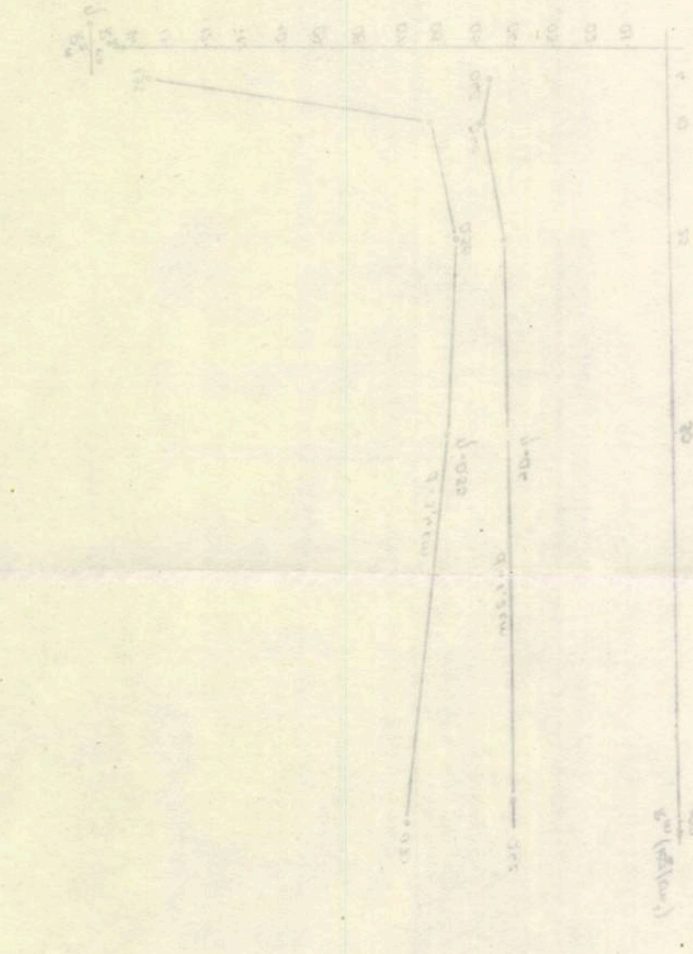


Fig. 17. — Variaţia raportului η între rezistenţa normată şi rezistenţa experimentală pentru zidăria de cărămidă găurită, pentru rosturile de grosime $d = 1$; 2 cm şi $d = 3$; 4 cm, funcţie de marca mortarului.







Coeficientul de omogeneitate unic, adoptat în prezent, nu caracterizează valabilitatea reală a rezistențelor zidăriilor de diferite tipuri. K_{exp}, pe probe de dimensiuni micil a rezultat cuprins între 0,39 şi 0,59. Adoptînd metodologia de încercare indicată se va putea determina mai riguros coeficientul de omogeneitate, care ar trebui să fie diferit cel puţin în funcţie de tipul zidăriei şi marca mortarului.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii

ЭЛАСТИЧЕСКИЕ И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КЛАДКИ ОБЫКНОВЕННОГО КИРПИЧА, ИЗУЧАЕМЫЕ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ

(Резюме)

Исследуются различные аспекты однородности сопротивления на сжатие в кирпичных кладках, принимая во внимание результаты полученные испытанием на сжатие некоторых образцов кладки, малых размеров ($l \times b \times 1{,}5l$), где l — длина и b — ширина образца. Заключается, что метод подобный метод испытания вполне применим в общих условиях стройки. Подчеркивается также необходимость определения коэффициентов однородности, дифференцированных в зависимости от типа кирпича и марки раствора.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Испытание на сжатие кладки столбиков высотой в 1 м.

Рис. 2. — Испытание на сжатие кладки, на малых образцах.

Рис. 3. — Изменения опытного среднего сопротивления (R_z^{exp}) в кладке из полного кирпича в зависимости от марки раствора (R_m) и толщины стыка ($d = 1...4$ см).

Рис. 4. — Изменения опытного среднего сопротивления в кладке из полого кирпича в зависимости от марки раствора и толщины стыка ($d=1...4$ см).

Рис. 5. — Изменения отношения ν между средним опытным сопротивлением при толщине раствора в $d = 1$ см и $d=4$ см в кладках из полного и полого кирпичей в зависимости от марки смеси (R_m).

Рис. 6. — Изменения отношений между средним опытным сопротивлением в кладках из полного (R_z^{bp}) и полого (R_z^{bc}) кирпичей в зависимости от марки смеси.

Рис. 7. — Изменения среднего опытного сопротивления в кладке полного кирпича в зависимости от толщины стыка (d) и дозировки цемента (c).

Рис. 8. — Изменения среднего опытного сопротивления в кладке из полого кирпича в зависимости от толщины стыка и дозировки цемента.

Рис, 9. — Изменения отношения φ между средним опытным сопротивлением и маркой смеси в кладке полного кирпича в зависимости от дозировки цемента и толщины стыка смеси.

Рис. 10. — Изменение отношения φ между средним опытным сопротивлением и маркой смеси в кладке полого кирпича в зависимости от дозировки цемента и толщины стыка смеси.

Рис. 11. — Диаграмма для определения коэффициента однородности (K) для вероятности в 10^{-3} в зависимости от коэффициента изменения (C_v) и от коэффициента асиметрии (s).

Рис. 12. — Изменения коэффициента опытной однородности (K_{exp}) в кладке из полного кирпича в зависимости от марки смеси и толщины стыка.

Рис. 13. — Изменения коэффициента опытной однородности в кладке из полого кирпича в зависимости от марки смеси и толщины стыка.

Рис. 14. — Диаграммы коэффициента изменении для кладки из полного кирпича в зависимости от марки смеси и толщины стыка.

Рис. 15. — Диаграммы коэффициента изменении для кладки из полого кирпича в зависимости от марки смеси и толщины стыка.

Рис. 16. — Изменения отношения η между нормированным (R_z^{nor}) и опытным сопротивлениями для кладки из полного кирпича при стыках в $d = 1$ см и 2 см и $d = 3$ см и 4 см, в зависимости от марки смеси.

Рис. 17. — Изменения отношения η между нормированным и опытным сопротивлениями для кладки из полого кирпича при стыках в $d = 1$ см и 2 см и $d = 3$ см и 4 см, в зависимости от марки смеси.

PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES ET MÉCANIQUES DES MAÇONNERIES EN BRIQUES PLEINES ET CREUSES ÉTUDIÉES EN LABORATOIRE

(Résumé)

Le calcul des maçonneries aux états limites rend nécessaire l'établissement rigoureux des coefficients n, m, k, exprimant le risque de surcharge, les conditions de travail et l'homogénéité des matériaux. À partir des essais effectués en laboratoire sur des éprouvettes de petites dimensions, on présente certains aspects concernant l'homogénéite des résistances à la compression. On y déduit notamment la nécessité d'établir des coefficients d'homogénéité différents, fonction du type dn bloc et du mortier.

Explication des figures

Fig. 1. — Essai à la compression sur pilliers en maçonniere ($h = 1$ m).

Fig. 2. — Essai à la compression sur éprouvettes ($h = 1{,}5\,l$).

Fig. 3 – Variation de la résistance moyenne expérimentale (R_z^{exp}) de la maçonnerie en briques pleines, en fonction de la résistance du mortier (R_m) et de l'épaisseur du joint ($d = 1...4$ cm).

Fig. 4. — Variation de la résistance moyenne expérimentale de la maçonnerie en briques creuses, en fonction de la résistance du mortier et de l'épaisseur du joint (d=1...4).

Fig. 5. — Variation du rapport ν entre les résistances moyennes expérimentales correspondant aux épaisseurs du joint d=1 cm et d=4 cm, en fonction de la résistance du mortier.

Fig. 6. — Variation du rapport des résistances moyennes expérimentales de la maçonnerie avec briques pleines (R_z^{bp}) et creuses (R_z^{bc}), en fonction de la résistance du mortier

Fig. 7. — Variation de la résistance moyenne expérimentale des maçonneries en briques pleines, en fonction de l'épaisseur du joint (d) et du dosage (c) en ciment.

Fig. 8. – Variation de la résistance moyenne expérimentale des maçonneries en briques creuses en fonction de l'épaisseur du joint et du dosage en ciment.

Fig. 9. — Variation du rapport φ entre la résistance moyenne experimentale et la résistance du mortier, pour les maçonneries en briques pleines, en fonction du dosage en ciment et de l'épaisseur du joint.

Fig. 10 — Variation du rapport φ pour les maçonneries es briques creuses en fonction du dosage en ciment et de l'épaisseur du joint.

Fig. 11. — Diagramme du coefficient d'homogénéité (K) pour la probabilité 10^{-3}, en fonction du coefficient de variation (C_v) et du coefficient d'asymétrie (s).

Fig. 12. — Variation du coefficient expérimental d'homogénéité (K_{exp}) pour les maçonneries en briques pleines en fonction de la résistance du mortier et de l'épaisseur du joint.

Fig. 13. — Variation du coefficient expérimental d'homogénéité pour les maçonneries en briques creuses, en fonction de la résistance du mortier et de l'épaisseur du joint.

Fig. 14. — Diagramme du coefficient de variation pour les maçonneries en briques creuses, en fonction de la résistance du mortier et de l'épaisseur du joint.

Fig. 15 — Diagramme du coefficient de variation pour les maçonneries en briques pleines, en fonction de la résistance du mortier et de l'épaisseur du joint.

Fig. 16. — Variation du rapport η entre la résistance standardisée (R_z^{nor}) et la résistance moyenne expérimentale de la maçonnerie en briques pleines, en fonction de la résistance du mortier, pour une épaisseur du joint : $d = 1$; 2 cm et $d = 3$; 4 cm.

Fig. 17. — Variation du rapport η entre la résistance standardisée et la résistance moyenne expérimentale de la résistance du mortier, pour une épaisseur du joint: $d = 1$; 2 cm et $d = 3$; 4 cm.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 624.01

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND CAPACITATEA PORTANTĂ A PANOURILOR MARI DE ZIDĂRIE VIBRATĂ LA ACŢIUNEA SARCINILOR ORIZONTALE

DE

VLADIMIR BOGHIAN, SILVIA COVALI şi LUISA TANASACHI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Cercetările întreprinse, ale căror rezultate sînt expuse în cele ce urmează, au avut drept scop cunoaşterea comportării (capacitate portantă şi rigiditate) a panourilor mari de zidărie vibrată, la acţiunea sarcinilor orizontale, pentru a putea aprecia posibilitatea aplicării acestui nou sistem constructiv în regiuni seismice. Lucrarea s-a efectuat în cadrul facultăţii de construcţii a Institutului politehnic din Iaşi şi a filialei INCERC, Iaşi, cu ocazia executării în anul 1961 în acest oraş (regiune seismică de gradul 7...8) a primelor două apartamente cu pereţii interiori portanţi din panouri mari din zidărie vibrată.

2. Alcătuirea panourilor — structură şi materiale

Experimentările s-au efectuat pe panouri cu dimensiunile $265 \times 261 \times 14$ cm, prevăzute cu nervuri pe contur şi în cîmp, armate cu plase de oţel beton din cîte $2 \varnothing 6$ mm cu etrierii $\varnothing 4$ mm dispuşi la distanţe de 20 cm (fig. 1).

Rosturile dintre cărămizi, nețesute, au avut grosimi de 10...15 mm.

Panourile s-au confecţionat din cărămizi cu rezistenţă la compresiune de 89...100 kg/cm^2 şi din mortar (cu dozaj de 303 kg ciment RIM la m^3), cu rezistenţă la compresiune de 96...119 kg/cm^2.

Mortarul a avut consistenţa (determinată cu conul etalon) de 4...6 cm. De aceea, pentru asigurarea pătrunderii mortarului în rosturi, s-a efectuat o vibrare îndelungată (circa 30 sec). Vibrarea s-a realizat cu un vibrator de suprafaţă cu 3 000 vibraţii pe minut.

După turnare panourile de zidărie vibrată au fost supuse aburirii, cu regimul 2+6+2 ore, iar încercarea lor a fost începută la 60 de zile de la confecţionare.

Din aceleaşi materiale din care s-au confecţionat panourile şi în aceleaşi condiţii, s-au realizat epruvete de control de zidărie vibrată cu dimensiunile $40 \times 27 \times 14$ cm, pentru determinarea rezistenţelor mecanice ale acestora şi anume : rezistenţa la compresiune centrică, rezistenţa la forfecare în lungul rosturilor orizontale şi rezistenţa la întindere, perpendicular pe rosturile orizontale.

În urma încercărilor epruvetelor de control s-au obţinut următoarele rezultate: a) rezistenţa de rupere la compresiune a zidăriei vibrate a variat între limitele 78,5...98,2 kg/cm²; b) rezistenţa de rupere la forfecare în lungul rosturilor orizontale

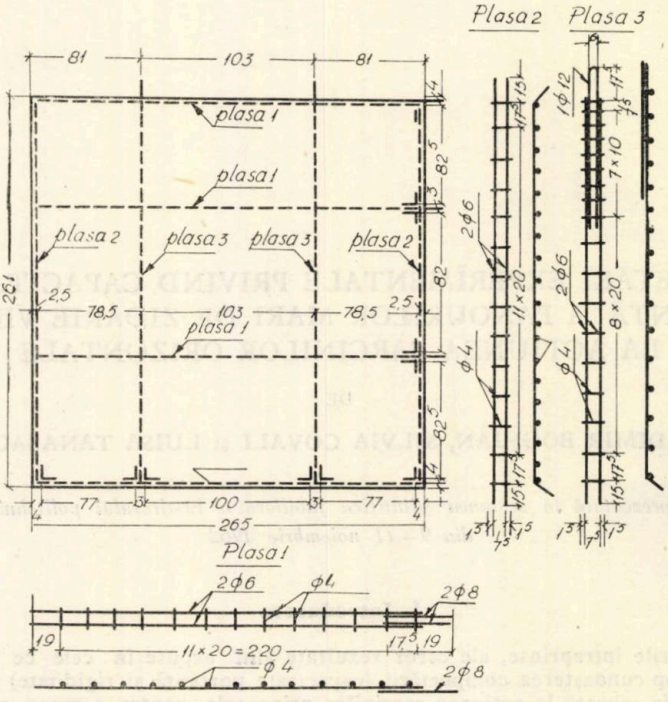


Fig. 1. — Alcătuire de panouri

a variat între limitele 11,90...17,25 kg/cm² (tabelul 1), faţă de 3,5 kg/cm² cît se prevede [1] pentru rezistenţa normată la forfecare a zidăriei obişnuite de cărămidă cu mortar marca 100; rezistenţa de rupere la întindere perpendicular pe rosturi a variat între limitele 3,16...4,75 kg/cm² (tabelul 2), faţă de 1,80 kg/cm² cît se consideră pentru rezistenţa normată la întindere perpendicular pe rosturile orizontale, la zidăria obişnuită din materiale de aceeaşi marcă.

Tabelul 1

Secţiunea epruvetei cm²	Forţa de rupere la forfecare t	Rezistenţa de rupere la forfecare kg/cm²	Observaţii
364	10,2	14,0	
	8,7	11,9	
371	12,8	17,25	
364	5,2	7,15	rost incomplet umplut
	11,6	15,90	
364	12,2	16,00	
	10,0	12,40	

Tabelul 2

Secţiunea epruvetei cm²	Forţa de rupere la întindere perpendicular pe rosturi kg	Rezistenţa de rupere la întindere perpendicular pe rosturi kg/cm²
364	1 150	3,16
364	1 250	3,44
364	1 730	4,75
364	1 275	3,50
364	1 550	4,26

Rezultatele acestor determinări corespund cu datele din literatura de specialitate [2]...[4] privind eficiența vibrării asupra rezistențelor mecanice ale zidăriei, în urma căreia acestea pot fi de 2...2,5 ori mai mari decît rezistențele mecanice ale zidăriei obișnuite.

3. Condițiile în care s-au efectuat experimentările

Încercarea panourilor de zidărie vibrată s-a efctuat după două scheme de solicitare și anume: a) solicitare simultană la sarcini orizontale și sarcini verticale; b) solicitare numai la sarcini orizontale.

Prin schema de încercare adoptată la acțiunea simultană a sarcinilor orizontale și a sarcinilor verticale s-a căutat a se realiza condiții de solicitare asemănătoare acelora la care sînt supuse panourile în cadrul pereților interiori de rezistență ai clădirilor din panouri mari care, la acțiunea sarcinilor verticale și orizontale, lucrează ca diafragme verticale supuse la compresiune, încovoiere și forțe tăietoare.

În acest scop s-au îmbinat două panouri similar modului în care acestea reazemă unul pe altul, formînd peretele unei clădiri cu mai multe nivele.

Obiectivul încercării fiind cunoașterea capacității portante a panourilor propriuzise (în secțiunile lor curente), interspațiul dintre ele, care reprezintă planșeul dintre etaje, s-a betonat, iar mustățile de îmbinare de oțel-beton (8 ∅ 8 mm), prevăzute în panouri, s-au sudat pentru ca sistemul să nu cedeze în dreptul rosturilor de îmbinare.

Ansamblul astfel realizat, pentru ușurința încercării, s-a dispus orizontal (fig. 2).

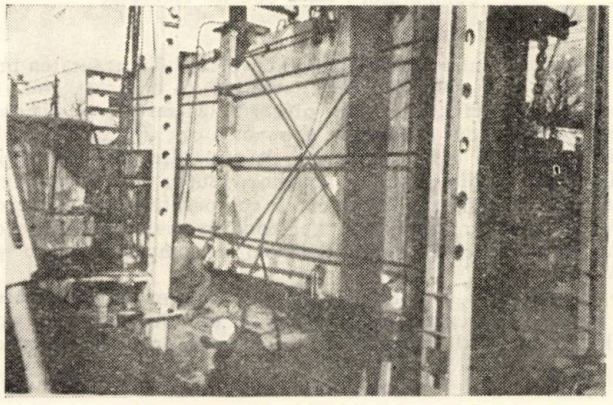


Fig. 2. — Dispoziția panourilor pentru încercare.

Pentru aplicarea sarcinii orizontale s-a folosit un cadru metalic, între rigla căruia și elementul de îmbinare dintre panouri s-a plasat o presă hidraulică de 100 t capacitate.

Sarcinile verticale s-au obținut cu ajutorul unui dispozitiv special, alcătuit din 6 tiranți de oțel ∅ 30 mm și 3 traverse de oțel profil dublu T, NP 30 cm, dispuse vertical.

În unul dintre interspațiile traverselor s-au așezat panourile de încercat, iar în cel de al doilea interspațiu s-au montat două prese hidraulice de cîte 50 t fiecare, care prin intermediul traversei metalice transmiteau sarcini uniform repartizate asupra panourilor. Forțele de compresiune transmise de presele hidraulice, acționate de aceeași pompă, erau controlate cu manometre. Pentru o mai bună repartiție a presiunilor și pentru a permite deformarea liberă a panourilor (din încovoiere) între acestea și traverse s-au așezat fîșii din P. F. L. poros.

Schema statică de încărcare a sistemului (schema *I* — fig. 3) a fost astfel adoptată încît să cedeze numai unul din cele două panouri. De aceea unul din reazeme s-a dispus la distanţă de 113 cm de axul rostului de îmbinare dintre panouri, unul din ele ieşind astfel în consolă. În acest mod panoul în consolă putea să cedeze prin atingerea limitei de rezistenţă la eforturi principale de întindere, iar cel de al doilea panou putea să cedeze la atingerea limitei rezistenţei de întindere din încovoiere, zidăria vibrată avînd la aceste solicitări capacitatea de rezistenţă cea mai redusă.

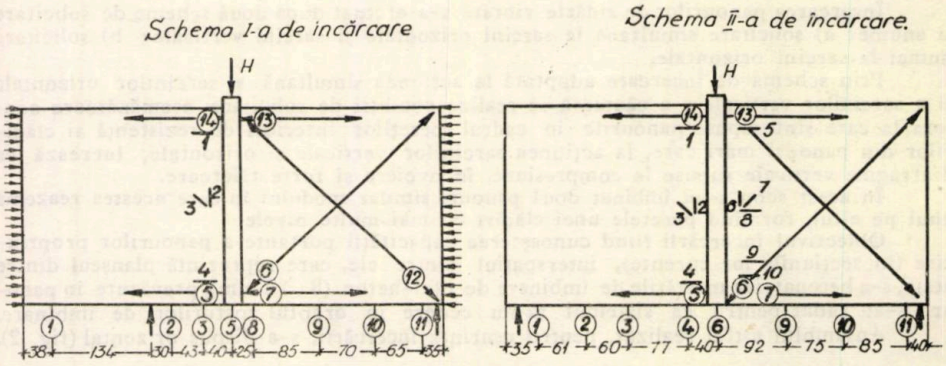


Fig. 3. — Schema de încărcare şi dispoziţia comparatoarelor şi corzilor.
○ comparator; —— coardă vibrantă.

Pentru anularea efectului momentului încovoietor din greutatea proprie a consolei în secţiunea de reazem s-a aplicat asupra acesteia o contrasarcină corespunzătoare.

Prin experimentările efectuate s-au urmărit: a) sarcina de fisurare a panourilor; b) sarcina de rupere; c) modul de cedare al panourilor; d) deformaţiile longitudinale din zona întinsă şi din zona comprimată; e) deformaţiile după direcţiile diagonalelor panourilor; f) deformaţiile din planul panourilor, pentru aprecierea rigidităţii lor.

Măsurarea deformaţiilor s-a efectuat cu comparatoare cu precizia de 0,01 mm şi cu tensometrie cu corzi cu numărător electronic realizat în cadrul catedrei de statică a Institutului politehnic din Iaşi. Dispoziţia comparatoarelor şi corzilor este arătată în fig. 3.

Încărcarea sistemului s-a realizat în modul următor: a) încărcarea I-a — sarcină verticală de 5,3 kg/cm², reprezentînd circa 50 % din sarcinile de exploatare pentru panourile pereţilor transversali portanţi de la parterul unei clădiri cu cinci nivele, cu

Tabe

Încărcarea	Sarcini		Eforturi					
			Secţiunea 3			Secţiunea 8		
	Verticale	Orizontale						
	N t	*H* t	*N* t	*M* tm	*Q* t	*N* t	*M* tm	*Q* t
I	20	20	20	10,6	15,1	20	14,35	4,9
II	37	40	37	28,7	9,7	37	21,20	30,3
III	37	40	37	22,3	34,8	37	33,0	11,3

distanţa între pereţi de 3,60 m, şi sarcină orizontală în trepte de cîte 5 t (cu interval între trepte de cîte 10 min) pînă la 20 t; b) încărcarea II-a — sarcină verticală de 9,3 kg/cm², reprezentînd 100% din sarcina de exploatare, şi sarcina orizontală în trepte de 5 t pînă la 40 t; c) încărcarea III-a — reîncărcarea sistemului cu sarcină verticală de 9,3 kg/cm² şi cu sarcină orizontală mărită treptat pînă în momentul apariţiei primelor fisuri.

Pentru a urmări înaintarea fisurilor sistemul s-a menţinut astfel încărcat timp de 24 ore, apoi s-a repetat încă de două ori încărcarea cu aceeaşi sarcină. Experimentările după această schemă (în total cinci încărcări şi descărcări succesive) au durat timp de mai multe zile. Ulterior, pentru a observa caracterul ruperii panourilor, s-au mutat ambele reazeme la capetele sistemului şi s-a înlăturat dispozitivul pentru încărcarea cu sarcini verticale. Experimentarea numai la sarcini orizontale s-a efectuat asupra panoului rămas nedistrus din încercarea precedentă.

4. Rezultatele experimentării

Potrivit schemei de încercare adoptate, la aplicarea asupra sistemului a sarcinii orizontale simultan cu cea verticală, în zona axei medii a secţiunilor *3* şi *8* (fig. 3) ale celor două panouri, corespundeau eforturi unitare principale de întindere din încovoiere, apropiate ca valoare, ceea ce se poate observa din tabelul 3, în care sînt prezentate eforturile unitare calculate în ipoteza aproximativă a comportării sistemului ca o grindă solicitată la compresiune cu încovoiere. La stabilirea sarcinilor limită pentru primele două încărcări s-au luat în consideraţie şi următoarele criterii: a) primei încărcări îi corespundeau aproximativ eforturi unitare limită pentru zidăria obişnuită de cărămidă şi anume: în secţiunea *3* — eforturi principale de întindere egale cu 3,66 kg/cm², iar în secţiunea *8* — eforturi unitare de întindere din încovoiere egale cu 2,8 kg/cm²; b) celei de a doua încercări îi corespundeau eforturi unitare aproximativ de două ori mai mari decît cele limită pentru zidăria obişnuită şi anume: în secţiunea *3* — eforturi principale de întindere egale cu 7 kg/cm², iar în secţiunea *8* — eforturi unitare de întindere din încovoiere egale cu 7,16 kg/cm².

Limita pentru cea de a treia încărcare era determinată de apariţia primelor fisuri care, de fapt, indică şi limita de rezistenţă la întindere a zidăriei vibrate.

Primele fisuri au apărut în zona axei mediane a secţiunii *3*, la o sarcină orizontală egală cu 46 t (fig. 4).

Fisurile s-au produs datorită atingerii limitei de rezistenţă la eforturile principale de întindere, care în secţiunea *3*, potrivit schemei aproximative de calcul adoptat, au ajuns la 9,45 kg/cm². În acelaşi timp, în secţiunea *8* corespundeau eforturi unitare de întindere din încovoiere egale cu 9,40 kg/cm², deci de trei ori mai mari decît eforturile unitare normate pentru zidăria obişnuită.

lul 3

Eforturi unitare de calcul						
Normale în fibrele extreme		Normale în axa medie	Principale în axa medie		Tangenţiale în axa medie	
Secţ. *3* kg/cm²	Secţ. *8* kg²/cm	kg/cm²	Secţ. *3* kg/cm²	Secţ. *8* kg/cm²	Secţ. *3* kg/cm²	Secţ. *8* kg/cm²
−11,30	−13,40	5,3	— 8,96	— 5,89	5,75	1,88
+ 0,70	+ 2,80		+ 3,66	+ 0,59		
−21,30	−25,60	9,3	−17,16	−10,50	11,60	3,70
+ 2,7	+ 7,0		+ 7,16	+ 1,20		
−21,9	−28,0	9,3	−18,75	−10,97	13,30	4,30
+ 3,9	+ 9,4		+ 9,45	+ 1,67		

Deşi la sarcina orizontală de 46 t eforturilor unitare tangenţiale le corespundea o valoare de 13,5 kg/cm², panourile n-au cedat, arătînd o bună comportare a zidăriei vibrate la această solicitare, ceea ce era şi de aşteptat.

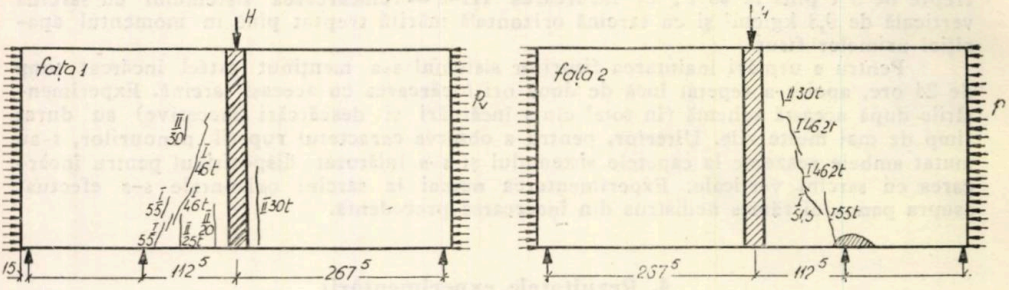


Fig. 4. — Fisurarea funcţie de creşterea sarcinii orizontale.
—— încercare cu rezemarea panoului în consolă;
--- încercare cu rezemarea panoului la capete.

Într-adevăr, considerînd rezistenţa medie de rupere la forfecare în lungul rosturilor orizontale, obţinute pe epruvetele de control ($\tau = 13$ kg/cm²) şi ţinînd seama şi de sarcina verticală de 9,3 kg/cm², rezultă că zidăria vibrată ar fi putut rezista la un efort unitar tangenţial [5] mult mai mare şi anume:

$$\tau = R + f\sigma_0 = 13 + 0{,}7.9{,}3 = 19{,}5 \text{ kg/cm}^2.$$

Fig. 8. — Modul de rupere al sistemului.

Primele fisuri au avut o înclinare de 25°...30° faţă de direcţia rosturilor orizontale, unghiul fiind măsurat din zona axei medii a panoului, spre reazem.

Dezvoltarea deformaţiilor longitudinale (fig. 5), o dată cu creşterea sarcinii orizontale, în zona fibrelor extreme comprimate şi a celor întinse, confirmă ipoteza că sistemul s-a comportat apropiat de o grindă solicitată la compresiune cu încovoiere. Deformaţiile au fost mai mari în zona întinsă.

Astfel, la încărcarea cu sarcina orizontală de 46 t, alungirea înregistrată în zona întinsă a fost de $20{,}7.10^{-2}$ mm (pe o lungime a bazei de 150 cm) în timp ce în zona comprimată s-a înregistrat o scurtare de $7{,}5.10^{-2}$ mm. Între aceste limite zidăria vibrată s-a comportat ca material elastic, fără a apare fisuri.

În momentul cînd la panoul aflat în consolă au apărut primele fisuri, la cel de al doilea panou s-au înregistrat următoarele deformaţii (fig. 6) în lungul diagonalelor: a) 16.10^{-2} mm în lungul diagonalei întinse; b) 12.10^{-2} mm în lungul diagonalei comprimate.

Săgeata maximă la încărcarea cu sarcină orizontală de 20 t şi cu sarcină verticală de 5,3 kg/cm², a fost egală cu 0,2 mm şi s-a produs la distanţa de 107 cm de secţiunea de aplicare a sarcinii orizontale; după descărcare această săgeată s-a anulat aproape complet.

În momentul apariţiei primelor fisuri săgeata maximă, înregistrată în apropierea rostului de îmbinare dintre panoul în consolă şi elementul de legătură, a fost de 0,48 mm, iar după descărcare săgeata remanentă a fost egală cu 0,05 mm (fig. 7).

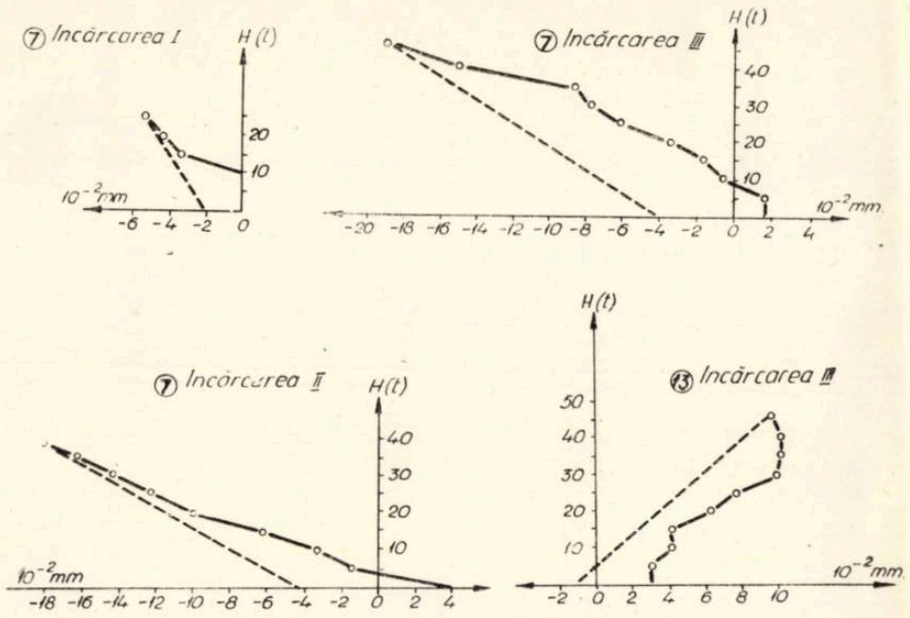


Fig. 5. — Deformaţii longitudinale.
⑦ — fibră întinsă ; ⓪ — fibră comprimată

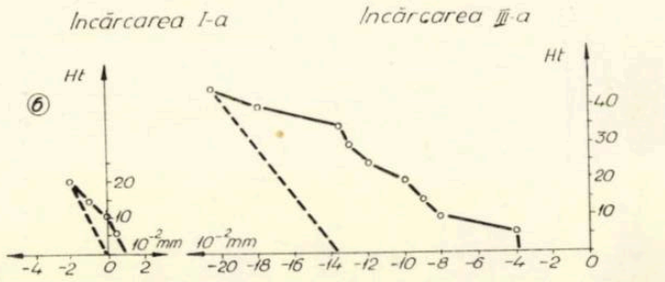


Fig. 6. — Deformaţii în lungul diagonalelor.
⑥ — diagonală întinsă ; ⓪ — diagonală comprimată.

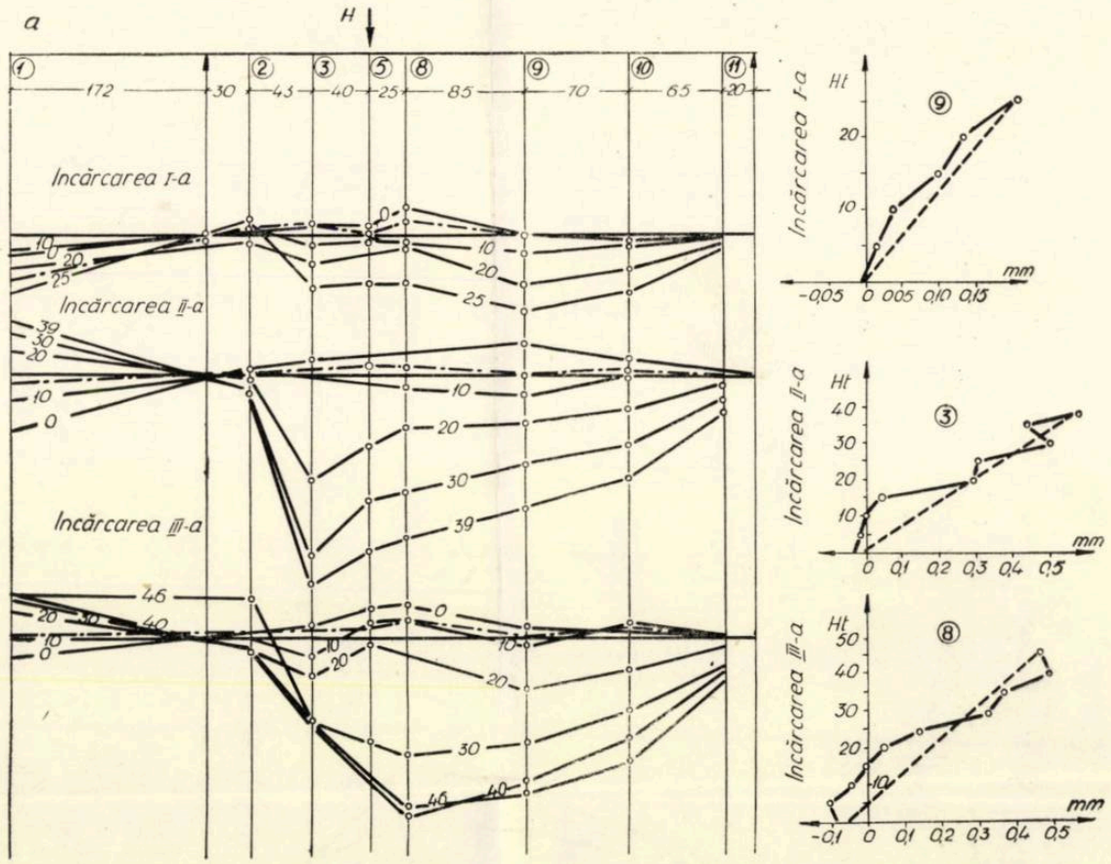


Fig. 7. — Variaţia deformaţiilor (săgeţi) în planul panourilor cu creşterea sarcinii orizontale.
a) deformaţii în lungul deschiderii ; b) deformaţii în secţiunea cu-săgeată maximă.
—— încărcare ; -·-·- descărcare.

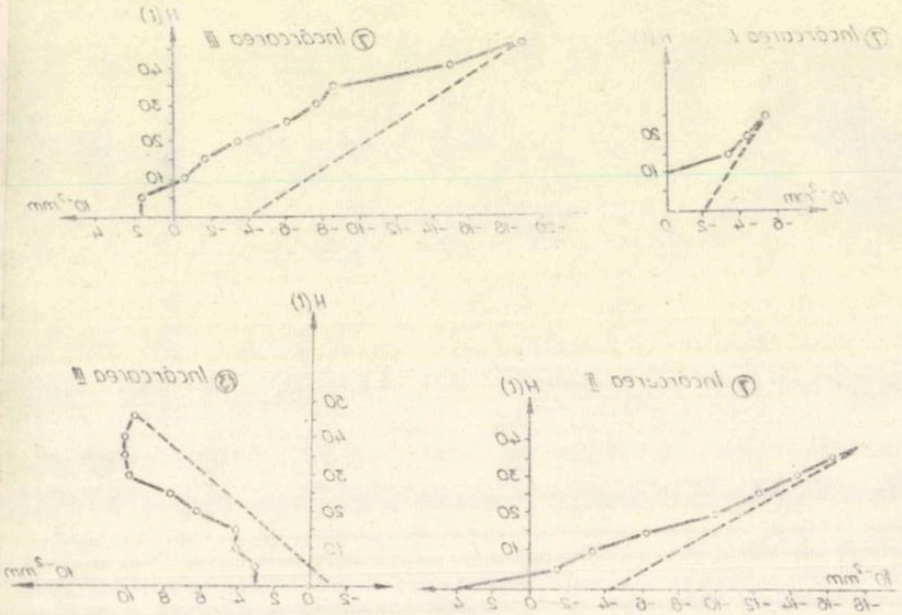


Fig. 5. — Deformații longitudinale.
① — fibră întinsă ; ⓪ — fibră comprimată

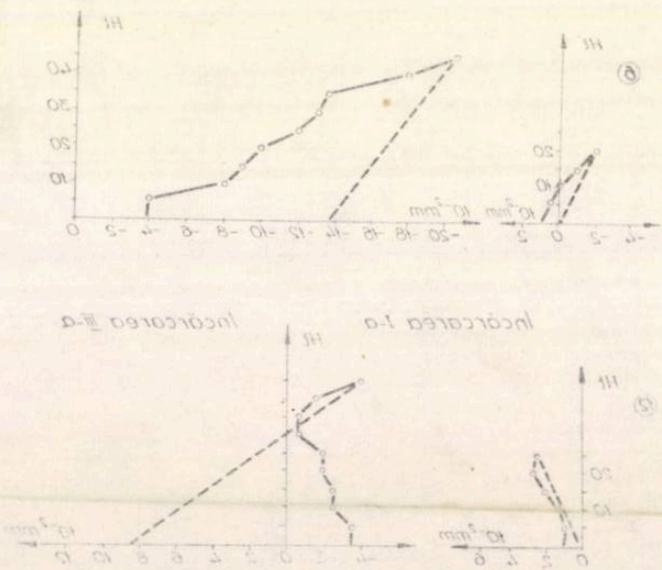


Fig. 6. — Deformații în lungul diagonalelor.
⑥ — diagonală întinsă ; ⓪ — diagonală comprimată.

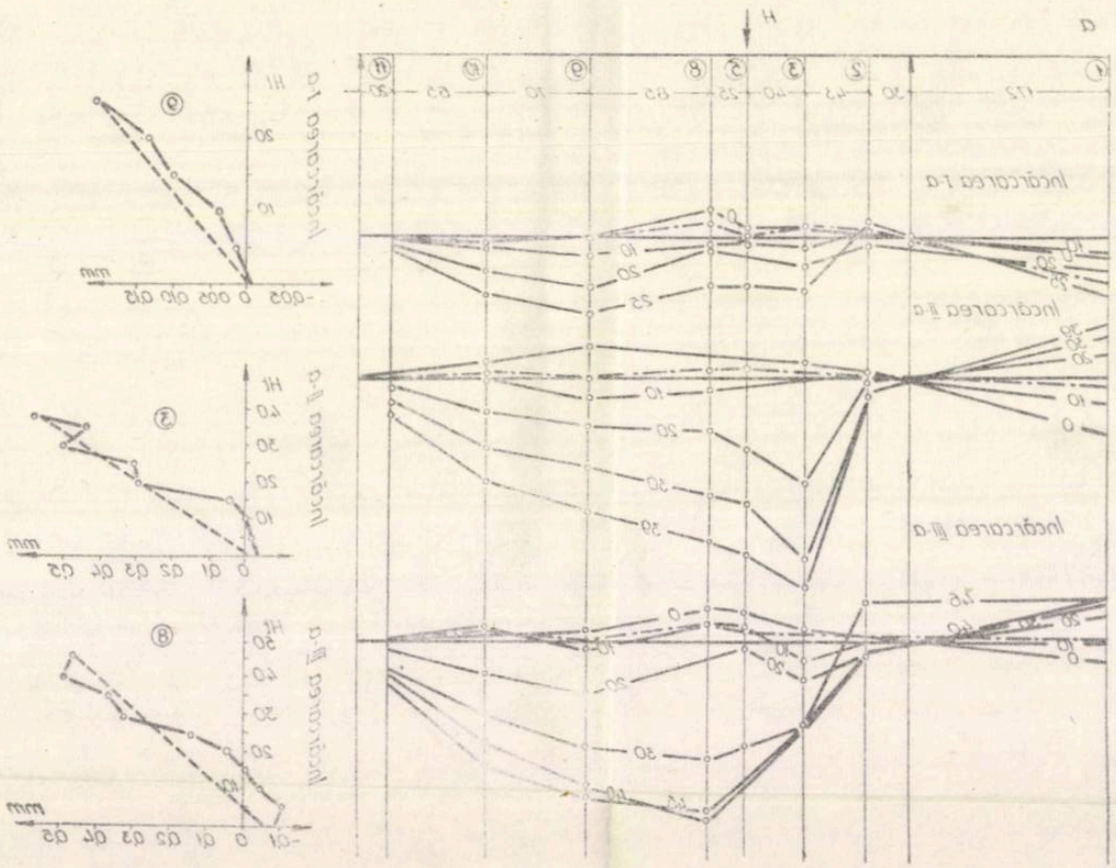


Fig. 7. — Variația deformațiilor (săgeți) în planul panourilor cu creșterea sarcinii orizontale.
a) deformații în lungul deschiderii ; b) deformații în secțiunea cu-săgeată maximă.
—— încărcare ; - - - - descărcare.

Raportat la deschiderea totală a sistemului, rezultă că s-au obţinut următoarele săgeţi relative: a) la încărcarea cu sarcină orizontală de 20 t şi cu sarcină verticală de 5,3 kg/cm²: $f/l = 1/26\,700$; b) la încărcarea cu sarcină orizontală de 46 t şi cu sarcină verticală de 9,3 kg/cm²: $f/l = 1/11\,100$.

Aceste date demonstrează că alături de rezistenţe mecanice mult superioare celor ale zidăriei obişnuite, panourile mari de zidării vibrate prezintă şi o rigiditate suficient de mare, la acţiunea în planul lor, a sarcinilor orizontale.

După mutarea reazemelor la capetele sistemului (şi îndepărtarea dispozitivului pentru încărcarea cu sarcini verticale) s-a reluat încărcarea, de data aceasta numai cu sarcină orizontală aplicată la mijlocul deschiderii, care a continuat pînă la $H = 43$ t, cînd s-a produs ruperea totală a sistemului (fig. 8).

5. Solicitare numai la sarcini orizontale

Schema de încercare este prezentată în fig. 9, panoul fiind aşezat pe două reazeme, iar forţa orizontală fiind aplicată la o distanţă de 47 cm de reazem, cu scopul ca cedarea să aibă loc la forţe tăietoare. Încărcarea s-a făcut în trepte de cîte 5 t.

Primele fisuri au apărut la o sarcină de 45,7 t, la partea inferioară a panoului, la distanţa de 20 cm de secţiunea în care acţiona forţa orizontală.

Acceptînd ipoteza aproximativă a comportării panoului ca o grindă solicitată la încovoiere (deoarece, din punct de vedere al raportului dintre înălţime şi deschidere, (2,62/2,40 = 1,08) sistemul se apropie de o grindă perete), în secţiunea de aplicare a forţei orizontale, for-

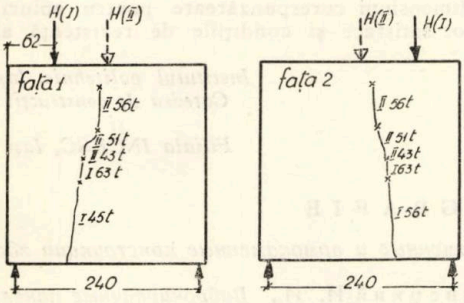


Fig. 9. — Fisurarea funcţie de creşterea sarcinii.
—— schema I-a de încărcare; - - - schema II-a de încărcare.

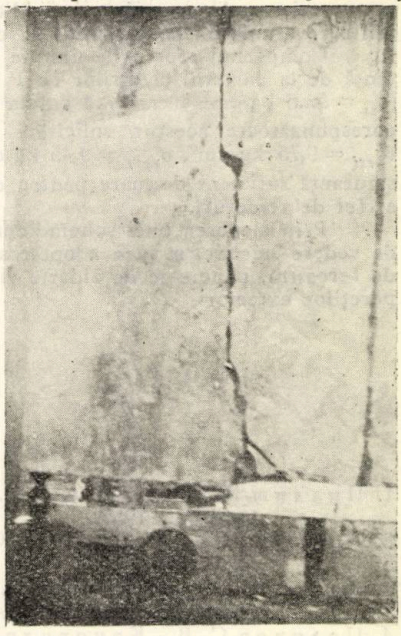


Fig. 10. — Modul de rupere al panoului.

ţei tăietoare egale cu 35 t îi corespundeau eforturi unitare de forfecare:

$$\tau = Q/(bz) = 35\,000/(15.176) = 13{,}40 \text{ kg/cm}^2.$$

Primele fisuri au apărut din cauza depăşirii limitei eforturilor unitare de întindere în fibrele externe ale zonei întinse care (în ipoteza unei grinzi simplu rezemate) în secţiunea respectivă rezultau $\sigma_{ti} = 9{,}75$ kg/cm².

Din cauza strivirii zidăriei vibrate în dreptul aplicării forţei, a fost necesară modificarea schemei de încercare. Încărcarea a fost astfel reluată prin aplicarea sarcinii orizontale la mijlocul deschiderii tot în trepte de cîte 5 t, pînă la cedarea totală care a avut loc la o sarcină orizontală de 63,5 t.

Fisurile, apărute iniţial la partea inferioară a panoului, au continuat să înainteze spre partea sa superioară avînd o uşoară înclinare spre mijlocul deschiderii.

Ruperea panoului s-a produs, în general, după rosturi, fără ca tenciuala de pe feţele laterale ale panoului să se desprindă (fig. 10).

Rezultatele încercării numai la forţe orizontale confirmă rezultatele primei încercări, în ambele cazuri cedarea panourilor avînd loc la eforturi unitare de întindere şi anume: la eforturi principale de întindere $\sigma_{port} = 9{,}45$ kg/cm² în primul caz şi la eforturi unitare de întindere din încovoiere $\sigma_{ti} = 9{,}75$ kg/cm² în cel de al doilea caz. Comparînd aceste date cu rezultatele obţinute în încercarea epruvetelor de control, la care rezistenţa maximă de rupere la întindere normal pe rosturi a fost $\sigma_{rt} = 4{,}75$ kg/cm², se observă că în panou zidăria vibrată are o comportare mult mai bună, ceea ce în parte se poate explica şi prin influenţa armăturii din nervuri.

6. Concluzii

Experimentările efectuate asupra capacităţii portante a panourilor mari de zidărie vibrată la acţiunea simultană a sarcinilor orizontale şi a sarcinilor verticale, cît şi numai la acţiunea sarcinilor orizontale, scot în evidenţă înaltele calităţi în ceea ce priveşte rezistenţele mecanice şi rigiditatea, pe care le prezintă această nouă formă de utilizare a zidăriei de cărămidă în construcţii.

Comparînd eforturile unitare ce rezultă din calcul la pereţii interiori de rezistenţă de la parterul clădirilor cu P + 4 etaje, în regiuni cu grad de seismicitate 7...8; ($\sigma_{ti} = 5...6$ kg/cm² şi $\tau = 3...4$ kg/cm²), cu eforturile unitare de rupere sau cu cele atinse corespunzătoare acestor solicitări (statice) la panourile de zidărie vibrată încercate ($\sigma_{rti} = 9{,}75$ kg/cm², $\sigma_{rprt} = 9{,}45$ kg/cm² şi $\tau = 13{,}3$ kg/cm²), rezultă un coeficient de siguranţă suficient de mare pentru ca acestea să poată fi luate în consideraţie pentru astfel de structuri.

Prin alegerea unei scheme constructive de plan a clădirii, judicioase din punct de vedere seismic, şi prin adoptarea unor dimensiuni corespunzătoare pentru golurile de fereastră, panourile de zidărie vibrată pot satisface şi condiţiile de rezistenţă ale pereţilor exteriori.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii
şi
Filiala INCERC, Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Пилдиш М. И., Поляков С. В., *Каменные и армокаменные конструкции зданий.* М., 1955.
2. Морозов Н. В., Сыпчук П. Ф., Линецкий И. И., *Виброкирпичные панели.* М., 1960.
3. Лагун И. И., Некрасов К. С., Горелик С. Г., *Виброкирпичные панели в жилищном строительстве.* М., 1961.
4. Поляков С. В., Коноводченко В. И., *Прочность и деформации сборных виброкирпичных и эффективных кладок.* М., 1961.
5. Korcinski I. L., *Sarcini seismice în construcţii.* Buc., 1961, (trad. din l. rusă).

ОПЫТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ВИБРОКИРПИЧНЫХ ПАНЕЛЕЙ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ НАГРУЗКАХ

(Резюме)

Излагаются результаты некоторых исследований несущей способности виброкирпичных панелей при горизонтальных нагрузках, действующих в плоскости панелей.

Опытные данные показывают повышенную несущую способность и жесткость этих панелей.

Напряжения σ_{rt}, σ_{rprt}, τ, почти вдвое большие чем расчетные напряжения, полученные для внутренних несущих стен пятиэтажных зданий для районов с сейсмичностью в 7..8 баллов.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Составлений панелей.

Рис. 2. — Установка для испытаний панелей.

Рис. 3. — Схема нагрузки и расположения компараторов и виброструн. ⓒ компаратор; ——— виброструна.

Рис. 4. — Образование трещин в зависимости от увеличения горизонтальной нагрузки. ——— испытание при консольной панели; – – – испытание панели на двух опорах.

Рис. 5. — Продольные деформации. ⑦ — растянутое волокно; ⓪ — сжатое волокно.

Рис. 6. — Деформации по длине диагоналей. ⑥ — растянутый раскос; ⓪ — сжатый раскос.

Рис. 7. — Изменения прогибов в плоскости панели в зависимости от роста горизонтальной нагрузки. а) деформации вдоль пролета; б) деформации в сечении с максимальным прогибом; ——— нагрузка; – · – · – разгрузке.

Рис. 8. — Разрушение панели.

Рис. 9. — Образование трещин в зависимости от увеличения нагрузки. ——— I-я схема нагрузки; – · – · – II-я схема нагрузки.

Рис. 10. — Разрушение панели.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES CONCERNANT LA CAPACITÉ PORTANTE DES PANNEAUX DE MAÇONNERIE VIBRÉE, À L'ACTION DES CHARGES HORIZONTALES

(Résumé)

On expose les résultats des recherches effectués sur des panneaux de maçonnerie vibrée, qui relèvent la capacité portante et toutefois la grande rigidité de ces panneaux, à l'action, dans leur plan, des charges horizontales.

Les efforts: σ_{rti}, σ_{rprt} et τ, détérminés à la rupture des panneaux de maçonnerie vibrée, résultent plus de deux fois plus grands que les efforts calculés, obtenus pour les murs intérieurs portants chez les bâtiments à rez-de-chaussé et à 4 etages, pour un degré séismique 7...8. Par conséquent il en résulte la posibilité d'utiliser des panneaux de maçonnerie vibrée à la réalisation de telles structures.

Explication des figures

Fig. 1. — Construction des panneaux.

Fig. 2. — Disposition des panneaux pour la preuve.

Fig. 3. — Schéma de chargement et la disposition des comparateurs et des cordes. ⓒ — comparateur; ——— corde vibrante.

Fig. 4. — Fissuration en fonction de l'augmentation de la charge horizontale. ——— panneau appuié en console; – – – panneau appuié aux extrémités.

Fig. 5. — Deformations longitudinales. ⑦ — fibre tensionnée; ⓪ — fibre comprimée.

Fig. 6. — Déformation au long des diagonales. ⑥ — diagonale tensionnée ; ⓪ — — diagonale comprimée.

Fig. 7. — Variation des déformations (flêches) dans le plan des panneaux avec l'augmentation de la charge horizontale. a) déformations au long du panneau ; b) déformations dans la section ayant la valeur maximum de la flêche ; ——— chargement ; - - - - - déchargement

Fig. 8. — Manière de rupture du système.

Fig. 9. — Fissuration en fonction de l'augmentation de la charge. ——— I-ière schéma de chargement ; - - - - - II-ième schéma de chargement.

Fig. 10. — Manière de rupture du panneau.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 624.01

CERCETĂRI ASUPRA UNOR TIPURI DE PANE CU MOMENT DE INERŢIE VARIABIL, PRECOMPRIMATE CU ARMĂTURI CU PROFIL PERIODIC

DE

ANATOLIE MIHUL, CHIMON CAPATU, C. LEONTE, TUDOR PATELLI, ARIADNA BOGHIAN şi MARCEL PATRAŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţiuni generale

În alcătuirea structurilor de rezistenţă din elemente prefabricate ale halelor industriale, un loc important (prin funcţiunea şi volumul lor) îl ocupă şi grinzile de mică deschidere, folosite sub formă de pane sau elemente de planşee. Realizarea lor în fabrică, determinată de necesitatea industrializării construcţiilor şi de condiţiile de economie şi de rezistenţă, au făcut ca, în timp, acestor elemente să li se aducă diferite perfecţionări privind forma, sistemele de armare, greutatea, tehnologia de execuţie etc.

Studiul şi practica prefabricării elementelor de mică deschidere au dovedit că şi în acest caz precomprimarea conduce la obţinerea de elemente economice, uşoare şi sigure. Cerinţele de largă industrializare impun ca cel mai raţional sistem de precomprimare — precomprimarea prin aderenţă, care oferă posibilitatea de realizare în fabrici a elementelor de mică deschidere, după diferite sisteme de fluxuri continui.

Dacă în ceea ce priveşte secţiunea transversală pentru elementele prefabricate, precomprimate, de mică deschidere, realizate după aceste sisteme, s-au putut adopta forme raţionale, unele inspirate după forma profilelor metalice (T, I, L), altele proprii, nu acelaşi lucru s-a putut face în ceea ce priveşte profilul longitudinal.

Tehnologia de execuţie în fabrică cere ca armătura pretensionată să se realizeze după trasee drepte, ceea ce impune ca talpa inferioară să fie rectilinie. Condiţiile funcţionale în care sînt exploatate aceste elemente impun ca talpa superioară să fie de asemenea dreaptă. Din aceste cauze elementele se execută cu înălţime constantă.

Pentru elementele simple rezemate (care formează majoritatea) apare însă ca deosebit de raţională realizarea profilului variabil în lungul elementului, atît din considerentul de distribuire raţională a materialului funcţie de solicitare, cît şi din cerinţele de realizare judicioasă a funcţionalităţii.

Traseul armăturii pretensionate este de asemenea indicat să fie astfel ales încît să se elimine posibilitatea apariţiei eforturilor unitare de întindere periculoase; astfel de trasee se abat în general de la linia dreaptă. Apare deci necesitatea a se găsi procedee eficace de prefabricare şi precomprimare a elementelor care să asigure atît realizarea profilului variabil, cît şi realizarea unei precomprimări prin aderenţă, cu armături dispuse după trasee convenabile, diferite de linia dreaptă.

Realizarea acestor deziderate a fost studiată şi aplicată de noi la panele pentru acoperişuri, care reprezintă o categorie de elemente importantă, în special pentru realizarea acoperişurilor uşoare.

Colectivul de elaborare al lucrării, din cadrul catedrei de beton armat, facultatea de construcţii, Institutul politehnic, Iaşi, în colaborare cu INCERC, filiala Iaşi, a realizat şi cercetat unele tipuri de pane (fig. 1, 2, 6) pentru acoperişurile halelor industriale, la care au fost aduse următoarele elemente noi de concepţie faţă de tipurile de pane precomprimate cu armătură preîntinsă, folosite în ţară şi străinătate: a) armătura preîntinsă, alcătuită dintr-o singură bară, este dispusă după un traseu poligonal; b) profilul panei este variabil — în formă de burtă de peşte; c) în zona comprimată armătura preîntinsă de montaj este păstrată numai pînă la încărcarea panei cu sarcina permanentă (în totalitatea ei sau în parte).

Panele experimentate, concepute după principiile indicate mai sus, pot fi executate prin procedee tehnologice industriale simple şi economice, cu flux continuu. Soluţiile prezentate pot fi aplicate la toate sistemele de grinzi de mică deschidere, precomprimate prin aderenţă.

2. Concepţia generală a prototipurilor studiate

La prototipurile studiate, în număr de trei, s-a urmărit a se realiza o serie de condiţii privind atît rezistenţa şi rigiditatea elementelor cît şi economicitatea lor; vom analiza mai jos dezideratele avute în vedere şi rezolvarea lor practică.

2.1 Alegerea secţiunii tranversale

Secţiunea transversală s-a ales în formă de T, cu grosimea inimii constantă, de 7 cm, şi înălţimea maximă de 35 cm.

S-a considerat că realizarea unei inimi de grosime 5 cm şi cu evazarea ei la partea inferioară (panele precomprimate cu profil constant, catalog IPCT 254-58) nu este indicată din cauza dificultăţilor ce apar la turnarea şi compactarea betonului. De asemenea, în cazul reducerii grosimii inimii la 5 cm, pe o anumită porţiune apărea necesitatea folosirii unor betoane cu agregate de dimensiuni reduse, care au un cost mai ridicat.

Adoptarea unei secţiuni dreptunghiulare a inimii panei permite simplificarea în mare măsură a formei cofrajelor, realizînd totodată condiţii mai bune de montare şi demontare a părţilor laterale.

2.2. Adoptarea unui profil variabil (burtă de peşte) cu înălţimea secţiunii pe reazeme redusă la minimum

Adoptarea unui astfel de profil prezintă următoarele avantaje esenţiale faţă de panele cu secţiune constantă: a) reducerea înălţimii construcţiei, deci reducerea costului construcţiei şi a cheltuielilor de exploatare; b) asigurarea stabilităţii panelor la montare şi transport; c) asigurarea unei bune comportări a panei la acţiunea sarcinilor orizontale.

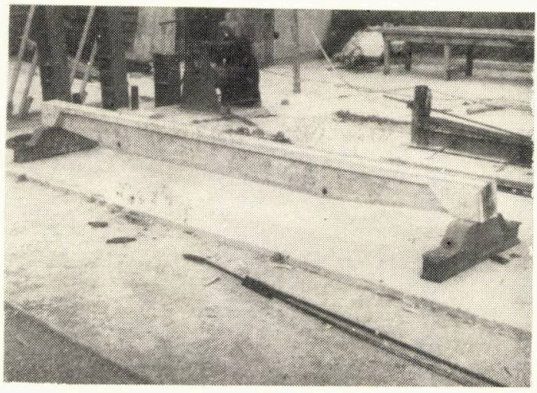


Fig. 1

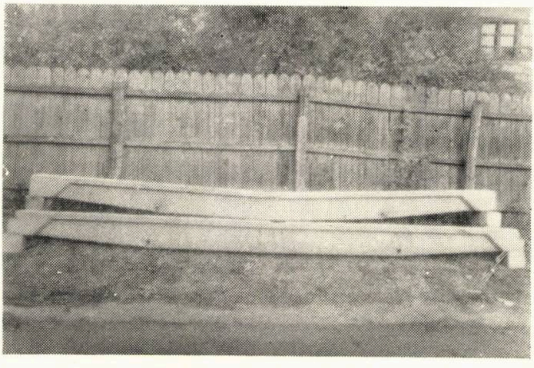


Fig. 2

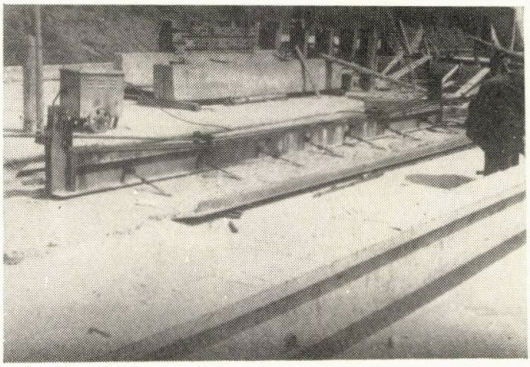


Fig. 3a

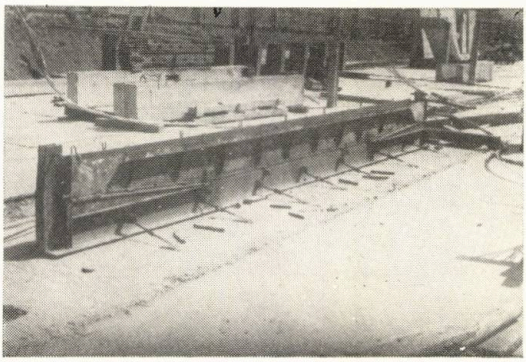


Fig. 3b

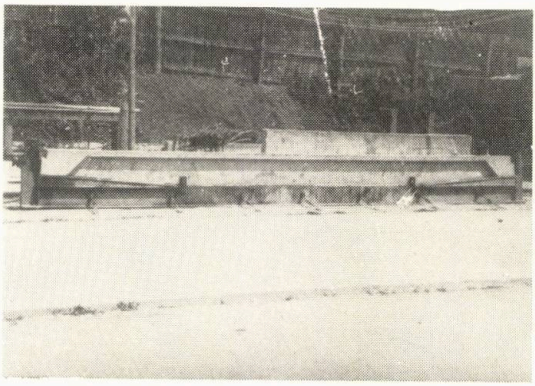


Fig. 3c

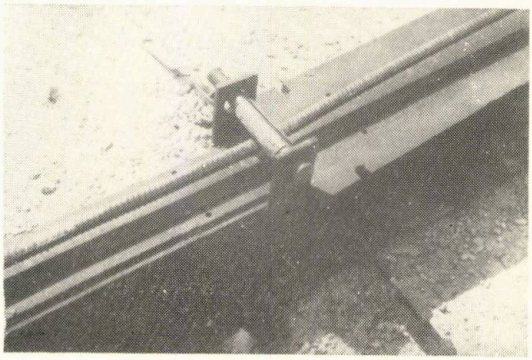


Fig. 4

Realizarea unor pane precomprimate cu secțiune variabilă nu a fost posibilă pînă în prezent, din cauza dificultăților care apar la pretensionarea armăturii cu traseu poligonal. Panele neprecomprimate cu profil variabil — burtă de pește — (catalog ISCAS 09-571-59) prezintă avantajele care rezultă din adoptarea unui profil longitudinal cu înălțime variabilă, însă necesită o armare longitudinală și transversală puternică, care conduce la un consum ridicat de armătură. Apariția fisurilor la sarcini mai mici decît sarcina admisibilă, defectele ce apar în timpul transportului și montării, rigiditatea în general redusă a acestor pane, face ca aplicarea lor în viitor să devină nerațională. Aceste dezavantaje pot fi eliminate prin precomprimarea panelor.

La panele din beton armat, precomprimate, studiate, profilul variabil a putut fi realizat ca urmare a rezolvării întinderii armăturilor sub formă de bare groase, după trasee poligonale, prin procedeul electrotermic.

Toate prototipurile de pane, pe zonele marginale ale deschiderii $l = 6{,}00$ m, au înălțimea variabilă de la 35 cm la 25 cm (fig. 1, 2, 3, 6).

2.3. Alegerea unor sisteme eficace de armare

a) *Folosirea de armături cu profil periodic, pretensionate, dispuse după traseu poligonal și armături transversale ușoare, nepretensionate, sub formă de carcase sudate.* Armătura de rezistență preîntinsă, de la partea inferioară, la toate panele studiate s-a realizat cu o singură bară cu profil periodic. Prototipul P_1 nu are armătură pretensionată la partea superioară. La prototipul P_2 s-a dispus la partea superioară o bară pretensionată de diametru redus, înglobată în beton, iar la prototipul P_3 precomprimarea tălpii superioare s-a realizat prin intermediul unei bare pretensionate, de montaj, exterioară, care se recuperează într-o anumită fază de încărcare a elementului.

La panele de tip P_1, care sînt dispuse la distanța de 1,5 m, nu apare necesitatea introducerii armăturii pretensionate în talpa superioară deoarece forța de precomprimare a tălpii inferioare nu produce eforturi periculoase de întindere.

Alegerea oțelului cu profil periodic, pentru armătura pretensionată, a fost determinată de avantajele pe care le prezintă: aderență bună, deformații plastice suficient de mari, concentrarea armăturii prin folosirea barelor de diametru mare, economicitate în special la elementele precomprimate de mică deschidere.

Înclinarea barelor pretensionate în zonele marginale ale panelor a fost astfel aleasă încît eforturile unitare principale de întindere să fie reduse sub valoarea admisibilă a rezistenței de întindere a betonului, pentru orice solicitare care ar putea să apară în condiții normale de încărcare, transport și montaj.

Traseul părții înclinate a barei pretensionate se abate de la marginea inferioară a panei în zonele marginale, bara fiind ancorată la capete în zona sîmburelui central al secțiunii transversale (fig. 3 a, fig. 3 c și fig. 6 a).

Panele s-au executat cu ajutorul unui cofraj metalic. Realizarea traseului frînt s-a obținut prin folosirea a două reazeme intermediare

din bolţuri (recuperabile) sprijinite în urechi fixate de corpul rigid al cofrajului (fig. 4).

Pentru pretensionarea barelor s-a folosit procedeul electrotermic [6], [7], [3], care a permis eliminarea frecărilor în dreptul frînturilor, ceea ce a asigurat condiţia realizării unor eforturi egale în lungul barelor dispuse după traseu poligonal. Pentru pretensionarea armăturilor s-a folosit instalaţia a cărei schemă este dată în fig. 5.

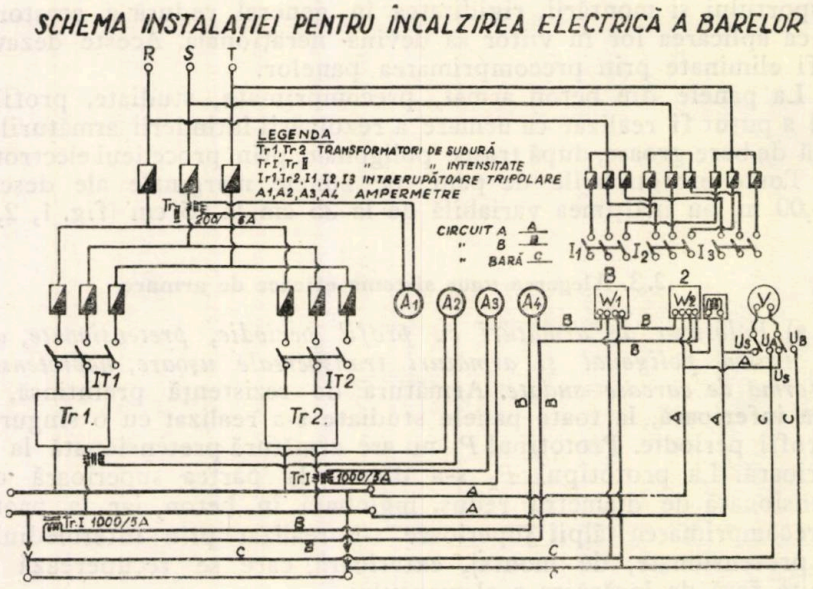


Fig. 5

Armătura transversală a rezultat constructivă şi s-a realizat cu ajutorul carcaselor uşoare din bare sudate. Carcasele au cîte 2 ∅ 8 mm longitudinal şi ∅4 mm transversal, sudate prin puncte, la toate prototipurile realizîndu-se astfel economii apreciabile.

b) *Dirijarea tensiunilor din precomprimare cu ajutorul armăturii pretensionate de montaj, recuperabilă într-o anumită fază de încărcare a elementului.* La pana de tip P_2 (fig. 6) bara pretensionată superioară este înglobată în beton iar pretensionarea ei se face o dată cu aceea a barei din zona inferioară, înainte de turnarea betonului.

Dezavantajul acestei soluţii constă în faptul că bara pretensionată superioară (cu toate că secţiunea ei este de 1/4...1/5 din secţiunea barei inferioare) provoacă decomprimarea zonei întinse şi în consecinţă micşorează siguranţa la fisurare a acestei zone; totodată ea reduce, în anumite condiţii, şi capacitatea de rezistenţă a zonei comprimate. De la o anumită treaptă de încărcare eliminarea acestei armături prezintă avantaje apreciabile atît în ceea ce priveşte comportarea grinzii sub acţiunea sarcinilor exterioare cît şi în ceea ce priveşte reducerea consumului de armătură [1], [2].

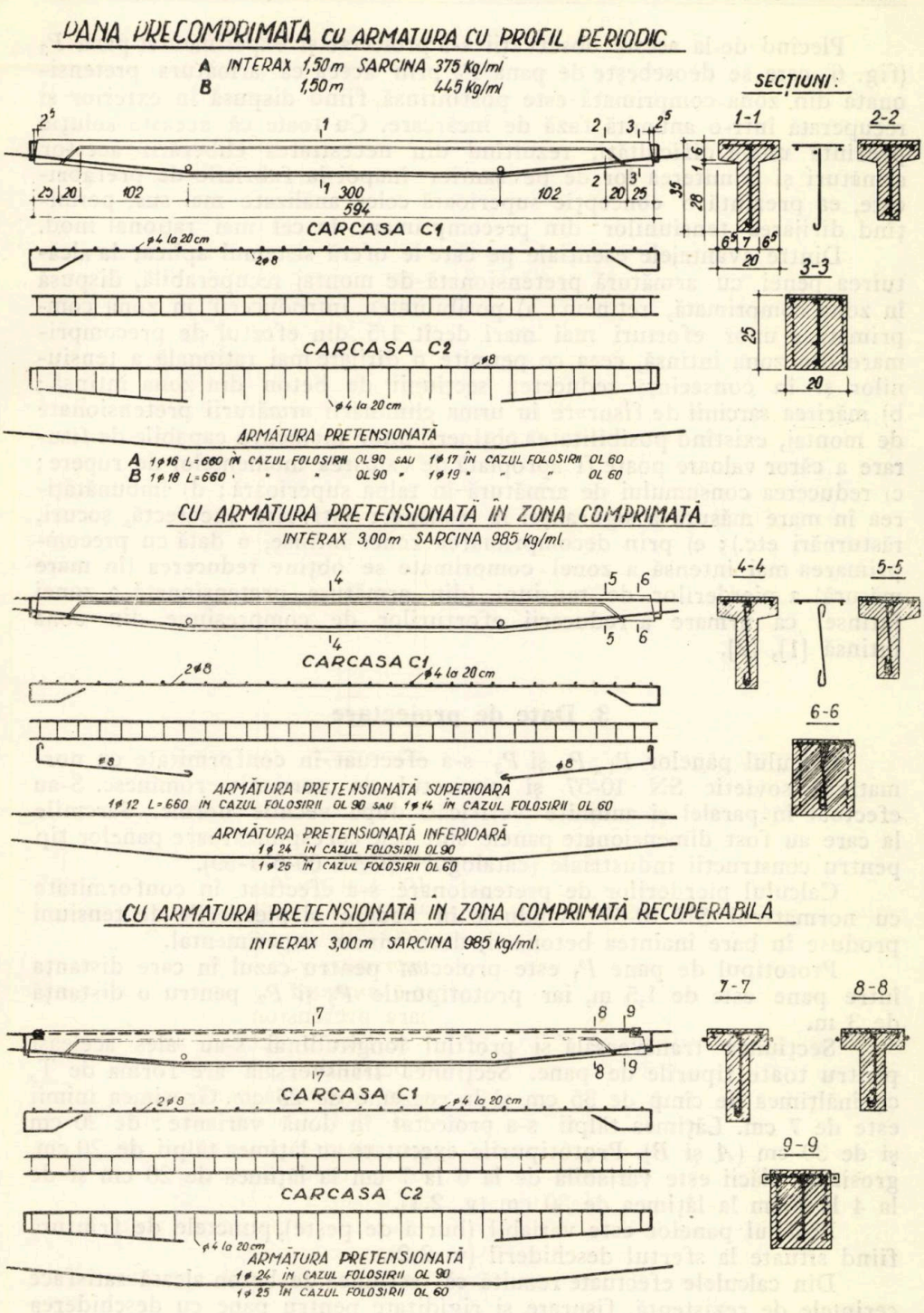

DALA PRECOMPRIMATĂ CU ARMATURA CU PROFIL PERIODIC
A INTERAX 1,50 m SARCINA 375 kg/ml
B 1,50 m 445 kg/ml
SECȚIUNI:
1-1
2-2
3-3
CARCASA C1
CARCASA C2
ARMĂTURA PRETENSIONATĂ
A 1ϕ16 L=660 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 90 SAU 1ϕ17 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 60
B 1ϕ18 L=660 " " OL 90 " 1ϕ19 " " " OL 60
CU ARMĂTURA PRETENSIONATĂ ÎN ZONA COMPRIMATĂ
INTERAX 3,00 m SARCINA 985 kg/ml.
4-4
5-5
6-6
CARCASA C1
ARMĂTURA PRETENSIONATĂ SUPERIOARĂ
1ϕ12 L=660 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 90 SAU 1ϕ14 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 60
ARMĂTURA PRETENSIONATĂ INFERIOARĂ
1ϕ24 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 90
1ϕ25 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 60
CU ARMĂTURA PRETENSIONATĂ ÎN ZONA COMPRIMATĂ RECUPERABILĂ
INTERAX 3,00 m SARCINA 985 kg/ml.
7-7
8-8
9-9
CARCASA C1
CARCASA C2
ARMĂTURA PRETENSIONATĂ
1ϕ24 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 90
1ϕ25 ÎN CAZUL FOLOSIRII OL 60

Fig. 6

Plecînd de la aceste observaţii s-a proiectat şi experimentat pana P_3 (fig. 6) care se deosebeşte de pana P_2 prin aceea că armătura pretensionată din zona comprimată este postîntinsă, fiind dispusă în exterior şi recuperată într-o anumită fază de încărcare. Cu toate că această soluţie prezintă unele dificultăţi, rezultînd din necesitatea eliberării acestor armături şi trimiterea lor de pe şantier înapoi la fabricile de prefabricate, ea prezintă o concepţie superioară celei analizate mai sus, permiţînd dirijarea tensiunilor din precomprimare în cel mai raţional mod.

Dintre avantajele esenţiale pe care le oferă sistemul aplicat la alcătuirea penei cu armătură pretensionată de montaj recuperabilă, dispusă în zona comprimată, reţinem: a) posibilitatea introducerii în zona comprimată a unor eforturi mai mari decît 1/5 din efortul de precomprimare din zona întinsă, ceea ce permite o dirijare mai raţională a tensiunilor şi în consecinţă reducerea secţiunii de beton din zona întinsă; b) mărirea sarcinii de fisurare în urma eliminării armăturii pretensionate de montaj, existînd posibilitatea obţinerii unor momente capabile de fisurare a căror valoare poate fi apropiată de valoarea momentelor de rupere; c) reducerea consumului de armătură în talpa superioară; d) îmbunătăţirea în mare măsură a siguranţei la transport (stivuire incorectă, şocuri, răsturnări etc.); e) prin decomprimarea zonei întinse, o dată cu precomprimarea mai intensă a zonei comprimate se obţine reducerea (în mare măsură) a pierderilor de tensiuni (din armătura pretensionată a zonei întinse) ca urmare a reducerii eforturilor de compresiune din zona întinsă [1], [2].

3. Date de proiectare

Calculul panelor P_1, P_2 şi P_3 s-a efectuat în conformitate cu normativul sovietic SN 10-57 şi proiectul de normativ romînesc. S-au efectuat în paralel şi anumite verificări după vechile norme. Sarcinile la care au fost dimensionate panele sînt cele corespunzătoare panelor tip pentru construcţii industriale (catalogul ISCAS 09-571-59).

Calculul pierderilor de pretensionare s-a efectuat în conformitate cu normativul SN 10-57 avîndu-se în vedere şi pierderile de tensiuni produse în bare înaintea betonării, determinate experimental.

Prototipul de pane P_1 este proiectat pentru cazul în care distanţa între pane este de 1,5 m, iar prototipurile P_2 şi P_3 pentru o distanţă de 3 m.

Secţiunea transversală şi profilul longitudinal s-au ales aceleaşi pentru toate tipurile de pane. Secţiunea transversală are forma de T, cu înălţimea de cîmp de 35 cm şi la reazeme de 25 cm. Grosimea inimii este de 7 cm. Lăţimea tălpii s-a proiectat în două variante: de 20 cm şi de 30 cm (*A* şi *B*). Prototipurile executate au lăţimea tălpii de 20 cm, grosimea plăcii este variabilă de la 6 la 7 cm la lăţimea de 20 cm şi de la 4 la 7 cm la lăţimea de 30 cm (v. **2.1**).

Profilul panelor este variabil (burtă de peşte), punctele de frîntură fiind situate la sfertul deschiderii (v. **2.2**).

Din calculele efectuate rezultă că secţiunea de beton aleasă satisface cerinţele de rezistenţă, fisurare şi rigiditate pentru pane cu deschiderea

de 6 m și interax de 1,5 m și 3 m, modificările de la un tip la celălalt constînd numai în alegerea unor secțiuni diferite ale armăturii. Traseul poligonal ales pentru armătura inferioară de rezistență permite reducerea eforturilor unitare principale de întindere mult sub limita admisă (pentru sarcina de exploatare) și în consecință toată armătura transversală rezultă constructivă.

Pentru preluarea eforturilor locale din vecinătatea golurilor de la bolțurile care asigură traseul frînt al armăturii inferioare s-a folosit la toate panele o armătură $2\varnothing 4$ mm. S-a considerat un beton B 400 și oțel cu profil periodic OLX 52 calibrat pentru pana P_1 și OL 90 pentru panele P_2 și P_3. Efortul unitar de control s-a luat $0{,}9\,\sigma_c$.

În fig. 6 sînt prezentate detaliile de execuție ale celor trei prototipuri experimentale P_1, P_2 și P_3.

4. Încercarea prototipurilor

Încărcarea panelor P_1 și P_2 s-a realizat cu greutăți de fontă și blocuri de beton, în trepte (1/4 din sarcina de exploatare) (fig. 7). Pana P_3 s-a încărcat pînă la sarcina de exploatare cu greutăți de fontă și blocuri de beton; în continuare încărcarea s-a efectuat cu prese. Tensiunile s-au măsurat cu tensometrie acustică, iar deformațiile cu comparatoare și amplificatoare de săgeți.

4.1. Capacitatea de rezistență

În urma experimentărilor s-au obținut rezultatele indicate în tabelul 1, care sînt comparate cu rezultatele obținute din calcul.

Tabelul 1

Tipul panei	Moment rupere real kgm	Moment rupere calculat kgm	Coeficient siguranță real	Coeficient siguranță calculat
P_1	6 200	3 870	3,25	2
P_2	12 350	8 344	2,20	1,83
P_3	17 200	8 700	3,75	1,91

Obținerea unor momente capabile mai mari decît cele rezultate din calcul se explică prin faptul că conlucrarea între beton și armătură, la panele experimentate, are loc pînă la eforturi unitare în armătură mai mari decît rezistența convențională de curgere ($\sigma_c = 6\,000$ kgf/cm^2), deoarece din încercările întreprinse a rezultat că deformațiile specifice plastice ale armăturii, peste rezistența σ_{02}, cresc foarte puțin. Totodată prin încălzirea barelor la temperaturi de circa 350°C rezistența convențională de curgere (σ_{02}) crește în proporție pînă la 40% [6].

Pierderea capacității de rezistență la toate panele s-a produs fără ruperea armăturii, prin distrugerea betonului din zona comprimată (fig. 8).

4.2. Fisurarea

La toate panele au apărut fisuri (fig. 9) la sarcini mai mari decît sarcina admisibilă, obţinîndu-se coeficienţii de siguranţă indicaţi în tabelul 2.

Tabelul 2

Tipul panei	Coeficient siguranţă real	Coeficient siguranţă calculat
P_1	1,68	1,42
P_2	1,10	1,17
P_3	1,83	1,41

Diferenţa importantă între coeficienţii de siguranţă la fisurare a panelor P_2 şi P_3 se datoreşte modului diferit în care au fost dirijate tensiunile introduse prin armătura preîntinsă din talpa superioară. Este evident faptul că eliminarea armăturii pretensionate din talpa comprimată, la sarcina de exploatare, în cazul de faţă (care se poate realiza şi la 30% din aceasta) măreşte simţitor momentul capabil de fisurare.

La pana P_1 nu au apărut fisuri în zonele marginale, ele distribuindu-se numai în zona centrală (fig. 9). La pana P_2 au apărut şi fisuri înclinate la o încărcare de două ori mai mare faţă de sarcina de exploatare. Menţionăm că aceste fisuri nu sînt continui. Reţinem de asemenea faptul că fisurile înclinate din zonele marginale au apărut la sarcini mult mai mari decît cele care produc fisurile normale din zona centrală (fig. 10).

La pana P_3 fisurile înclinate, reduse ca număr, au apărut la o încărcare de trei ori mai mare decît cea de exploatare. La această sarcină au apărut şi fisuri la capete, în muchia intrîndă dintre inimă şi talpă.

4.3. Deformaţiile

Pentru sarcina de exploatare săgeţile măsurate (fig. 11) în raport cu cele calculate, au valorile indicate în tabelul 3.

Menţionăm că săgeata indicată în tabelul 3 şi în fig. 11 pentru pana P_3 este măsurată după eliberarea armăturiii pretensionate de montaj din zona comprimată.

Tabelul 3

Tipul panei	Săgeţi reale	Săgeţi calculate
P_1	6,10 mm (1/960)	5,15 mm (1/1170)
P_2	15,00 mm (1/400)	0,80 mm (1/540)
P_3	11,00 mm (1/530)	10,80 mm (1/540)

Săgeţile remanente după descărcarea panelor de sarcina de exploatare raportate la săgeata totală au rezultat de: a) 10% la pana P_1; b) 15% la pana P_2; c) 11,6% la pana P_3.

Săgeata totală în ajun de rupere a fost de 1/70...1/90 din deschidere.

Nu s-au constatat în timpul încercării smulgeri ale armăturilor din beton.

5. Consideraţii generale

Tipurile de pane P_2 şi P_3 proiectate, executate şi încercate de noi se situează ca încărcare (1077 kg/ml pentru pana cu lăţimea tălpii de 20 cm şi 1086 kg/ml pentru pana cu lăţimea tălpii de 30 cm) între tipurile de pane PP_1 şi PP_2 proiectate de ISCAS în anul 1962.

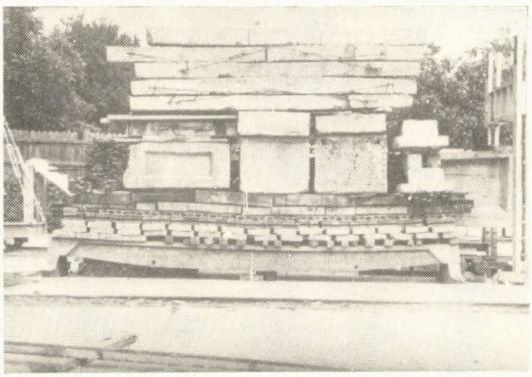


Fig. 7

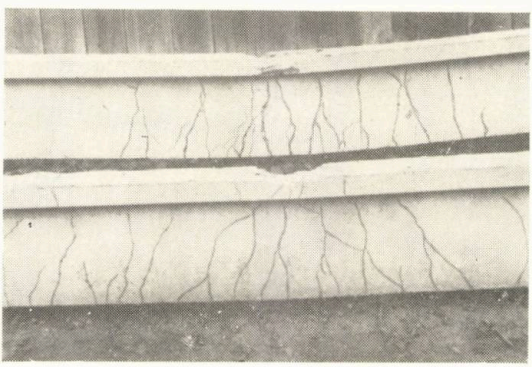


Fig. 8

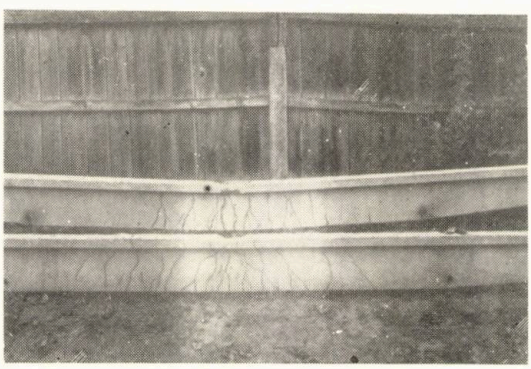
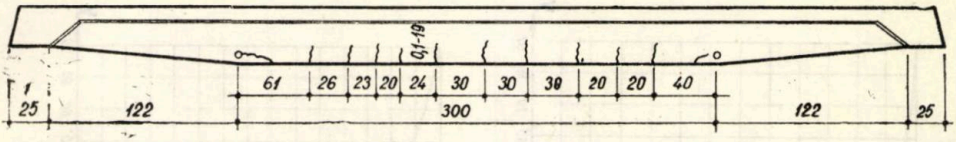


Fig. 10

RELEVEE FISURI

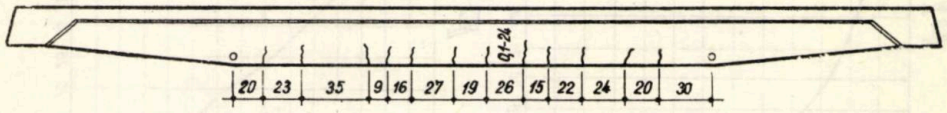
PANA 1.

C = 1,68 (PRIMELE FISURI)

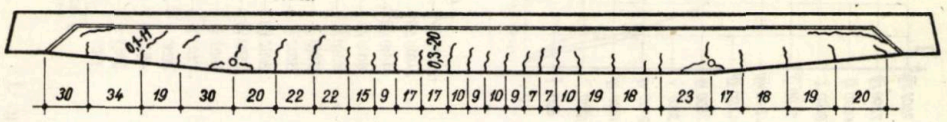


PANA 2.

C = 1,1 (PRIMELE FISURI)

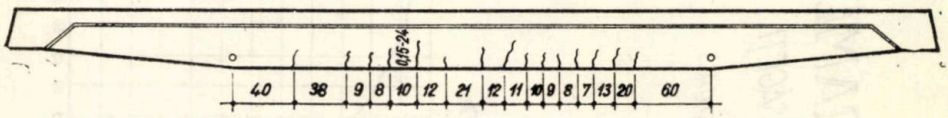


C = 2,5

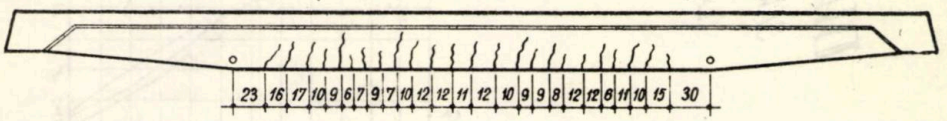


PANA 3.

C = 1,83 (PRIMELE FISURI)



C = 2,5



C = 3,5

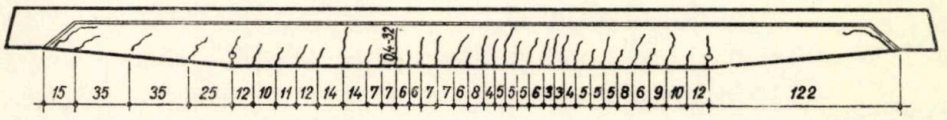


Fig. 9

DIAGRAME

SARCINI - SĂGEȚI

(EXPERIMENTAL)

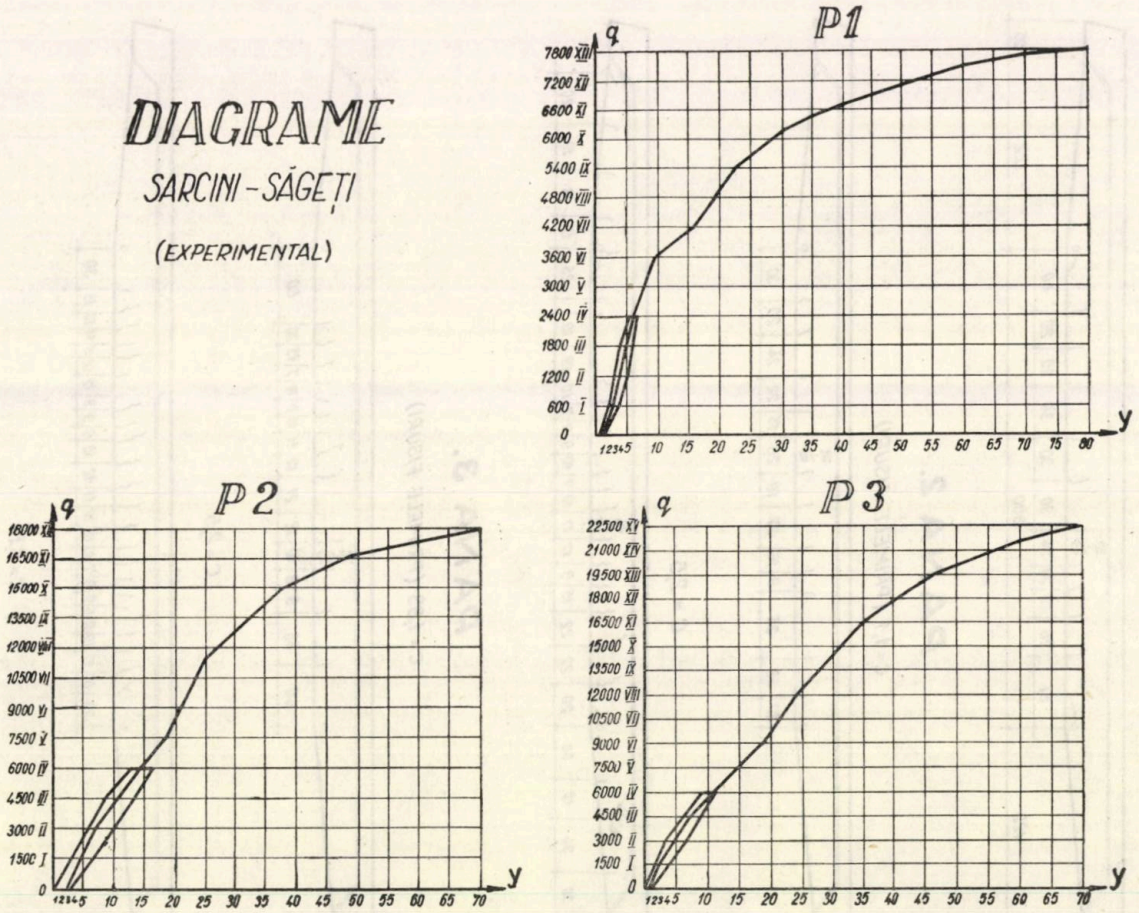


Fig. 11

Pentru comparație cu tipurile de pane ce se utilizează în construcții s-a întocmit tabelul 4, cu consumurile de materiale la cele două tipuri de pane P_2 și P_3.

Prin adoptarea unei înălțimi mai reduse (35 cm față de 40 cm) a profilului în burtă de pește al traseului frînt al armăturii pretensionate inferioare, consumul de beton a rezultat mai redus decît la tipurile de pane precomprimate PP_1 și PP_2 și necomprimate (PP_1), proiectate de ISCAS. Indicele de beton obținut este de 1,10 cm/m² și 1,29 cm/m² la penele P_2 și P_3 în varianta *A*, respectiv *B*, față de 1,41 cm/m² pentru pana PP_1-ISCAS (cu încărcarea mai mică decît cea considerată de noi) și 1,52 cm/m² pentru PP_2-ISCAS (cu încărcarea mai mare decît cea considerată de noi).

În privința consumurilor de armătură, tipurile P_2 și P_3 sînt de asemenea avantajoase. Pana P_2 are armătură pretensionată realizată din OL 90 cu profil periodic ∅ 12 mm sus și ∅24 mm jos, iar pana P_3 cu profil periodic numai ∅ 24 mm jos, din aceeași marcă de oțel, la partea superioară avînd dispusă armătura de montaj recuperabilă. În tabelul 4 s-au dat consumurile de oțel atît în ipoteza lățimii tălpii superioare de 20 cm (varianta *A*) cît și în ipoteza lățimii tălpii superioare de 30 cm (varianta *B*). Indicii totali sînt mai avantajoși decît la pana PP_1-ISCAS.

Față de consumul total de oțel pentru panele PP_1-ISCAS și PP_2-ISCAS consumul total de oțel al panei P_2 este intermediar (2,17 kg/m² față de 2,06 kg/m² respectiv, 2,31 kg/m²). La un calcul efectuat pentru sarcinile panelor ISCAS consumurile vor fi sensibil egale. Pana P_3 are consumuri mai mici decît panele ISCAS.

Aceste consumuri de oțel realizate la panele P_2 și P_3 se explică prin faptul să armătura nepretensionată din OL 38 a fost redusă cu aproape 60% față de aceea a panelor ISCAS (v. tabelul 4), datorită dispunerii armăturii pretensionate din zona întinsă după un traseu poligonal, fapt care a determinat reducerea, în mare măsură, a eforturilor unitare principale de întindere; de asemenea adoptarea unor carcase sudate, simple și ușor de executat, pentru armătura constructivă, apare deosebit de avantajoasă.

Pana P_3 are consumuri specifice mai mici în raport cu pana P_2, datorită eliminării armăturii pretensionate de montaj superioare, prin recuperarea ei într-o anumită fază de încărcare a elementului.

De asemenea față de panele precomprimate ISCAS se obțin următoarele avantaje economice: a) se reduce înălțimea construcției cu 15 cm, ceea ce conduce la reducerea corespunzătoare a construcției și a cheltuielilor de exploatare; b) se pot folosi betoane cu agregat pînă la 25 mm, inima fiind de 7 cm și nu de 5 cm, ceea ce conduce și la reducerea consumului de ciment; c) mărirea grosimii inimii permite realizarea unei comportări mai bune a betonului și respectiv reducerea factorului *A/C*.

La acestea se adaugă și alte avantaje ca: simplitatea procedeului de întindere, folosirea unei singure bare de rezistență, ceea ce are drept efect reducerea consumului de manoperă pentru lucrările de armătură, o comportare mai bună a panei la eforturile principale de întindere, aspectul estetic realizat etc.

Tabelul 4

Tipuri pane	Deschideri m	Interax pane m	Încărcare kg/m		Greutate element kg	Volum beton B 400 m³	Greutate oțel kg		Beton la m² de acoperiș cm	Oțel la m² de acoperiș kg			Dispoziția armăturii pretensionate mm
			Sarcina de exploat.	Încărcare totală			Nepretens. OL 38	Pretensionat OL 90		Nepretens. OL 38	Pretensionat OL 90	Total	
P_2 A	6,00	3,00	985	1 072	515	0,197	9,73	29,26	1,10	0,54	1,63	2,17	1∅12 mm sus 1∅24 mm jos
P_2 B	6,00	3,00	985	1 086	602	0,232	10,19	29,26	1,29	0,56	1,63	2,19	1∅12 mm sus 1∅24 mm jos
P_3 A	6,00	,00	985	1 072	515	0,197	11,82	23,40	1,10	0,66	1,30	1,96	Armătură recuperabilă *S* 1∅24 mm jos
P_3 B	6,00	3,00	985	1 086	602	0,232	12,76	23,40	1,29	0,71	1,30	2,01	Armătură recuperabilă *S* 1∅24 mm-jos

Folosirea unor cofraje metalice de inventar, care cuprind o parte rigidă, ce au un coeficient ridicat de utilizare, pretensionarea armăturii de rezistență prin procedeul electrotermic, folosirea armăturii constructive sub formă de carcase sudate ușoare, sînt elemente care asigură condiții de organizare industrială a producerii sortimentelor de pane propuse.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat
și
Filiala INCERC, Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Mihul A., Capatu C., Leonte C., Boghian A., Patraș M., Acest Buletin, p. 365.
2. Mihul A., Capatu C., Bul. Inst. polit. Iași, 1958, IV (VIII), *1—2*, pp. 415—426.
3. Mihul A., Constructorul, 1961, *5*, p. 2.
4. Mihul A., Vrășmașu A., Capatu C., Leonte C., Boghian A., Rev. constr. și a mater. de constr., 1962, *2*, pp. 91—100.
5. Mihul A., Păun S, Ind. Constr., 1959, *6*, pp. 275—283.
6. Mihul A., Boghian A., Patraș M., Leonte C., Capatu C., Brădățeanu A., *Influența încălzirii electrice și a calibrării asupra proprietăților mecanice ale oțelurilor cu profil periodic folosite la construcții din beton precomprimat.* Comun. prez. în ses. șt. jubil. a Inst. polit., Iași, 9—11 nov. 1962.
7. Mihul A., Filipiuc I., Boghian A. Leonte C., Capatu C., Voicu M., Miroș I., *Unele probleme de tehnologia aplicării procedeului electrotermic la pretensionarea barelor cu profil periodic.* Comun. prez. în ses. șt. jubil. a Inst. polit., Iași, 9—11 nov. 1962.

ИССЛЕДОВАНИЯ НАД ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫМИ ПРОГОНАМИ С ПЕРЕМЕННЫМ МОМЕНТОМ ИНЕРЦИИ, АРМИРОВАННЫХ СТЕРЖНЯМИ ПРЕДНАПРЯЖЕННЫМИ ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

(Резюме)

Приведены исследования относительно концепции, технологии выполнения, а также поведения под нагрузкой некоторых систем прогонов в форме рыбьего живота, предварительно напряженными электротермическим методом, армированными в растянутой зоне одним стержнем периодического профиля, большого диаметра, расположенного по полигональной трассе.

Для производства прогонов пользовались металлической инвентарной опалубкой, позволившей реализацию переменного профиля прогона, а также полигональной трассы посредством промежуточных опор составленных из болтов (которые снова использовались).

Устранение действия трений появляющихся против промежуточных опор (расположенных против отклонения стержней) создалось применением электрического метода для предварительного натяжения арматур.

Для одного из видов прогонов была исследована новая система управления натяжений посредством предварительно напряженной монтажной внешней арматурой, расположенной в сжатой зоне, которая, в определенной фазе нагрузки элемента, устраняется. Это обстоятельство привело к увеличению трещиности, а также несущей способности прогонов. Вместе с этим, употребление монтажной напряженной арматуры позволяет уменьшить сечения растянутой зоны бетона, обеспечив в то же время уменьшение потерь предварительного напряжения.

В работе приводятся результаты экеперимэнтов, которые показали выгоды полученные при использовании переменного сечения, растянутой арматуры (предварительно напряженной), расположенной по полигональной трассе совместно с употреблением предварительно-напряженной арматуры (расположенной в сжатой зоне) которая устраняется в определенной фазе нагрузки прогона.

Предлагаемая система прогонов выше других употребляемых систем, которыми пользуются в настоящее время в нашей стране, благодаря лучшему поведению под нагрузкой и более выгодным технико-экономическим показателям.

FORSCHUNGEN ÜBER EINIGEN VORGESPANNTEN PFETTENTYPEN, MIT VERÄNDERLICHEN TRÄGHEITSMOMENT UND DIE SPANNGLIEDER AUS VORGESPANNTEN NACH ELEKTROTHERMISCHE VERFAHREN RIPPENSTAHLSTÄBE

(Zusammenfassung)

Man stellt die Forschungsergebnisse über die Entwerfung, Ausführung und Verhalten bei Lasten einiger vorgespannten Pfettentypen von Fischbauchform dar, mit je einem Rippenstahlstaben, der einzelnen, polygonartig eingesetzt, vorgespannt nach elektrothermischen Verfahren ist.

Als Spannbett für die Ausführung der Pfetten wurde eine Stahlschalung verwendet, die Verwirklichung des veränderliches Trägheitsmomentes wie auch die polygonartig Einsetzung der Spannglieder durch Zwieschenunterstützungen mit zurückgewonnenem Bolzen erlaubt.

Durch das elektrothermische Verfahren beim Vorspannen ist die Beseitigung der Reibungen bei den für die polygonartige Krümmung der Spannglieder eingesetzte Unterstützungen möglich.

Für einem der Pfettentypen hatte man eine neue Spannungslenkungsweis beim Vorspannen untersucht, mittels der für Montage äusserlich eingesetzten Spannglieder, die bei einer bestimmten Lastphase zurückgewonnen wurden; diese Bauart führt zur Steigerung der Tragfähigkeit gleichfalls mit schätzbarere Steigerung der Rissesicherung. Die Benützung der für Montage eingesetzte vorgespannte Bewehrung lässt die Verminderung des Zugzonequerschnittes gleichzeitig mit der Verminderung der Spannungsverlusten aus der regelmässigen Spannglieder zu.

In das Studium sind auch die Ergebnisse der ausgeführten Versuchungen über die Elementen gebracht, die die Vorteile der erwähnten Bausystemen hervorbringen.

Die vorgebrachten Pfettentypen sind überlegen deren nun in der R. V. R. angewandten als ein besseres Verhalten bei Lasten und bessere technisch-wirtschaftliche Kennziffern bietend.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 624.1 ; 625.7

FOLOSIREA VARULUI LA STABILIZAREA PĂMÎNTURILOR SPECIFICE REGIUNII IAŞI

DE

D. ATANASIU, VICTOR CIUBOTARU şi LEON VASILESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. În continuarea cercetărilor privind metodele de stabilizare a pămînturilor specifice regiunii Iaşi [1], colectivul nostru a luat în cercetare posibilităţile de stabilizare a unor pămînturi argiloase atît din pătura solificată cît şi din straturile inferioare acesteia. În lucrarea de faţă sînt prezentate rezultatele obţinute în laborator şi în staţia pilot, cu privire la acţiunea varului folosit ca aditiv în procesele de stabilizare cu ciment a pămînturilor menţionate sau ca agent independent de stabilizare.

2. Din analizele geotehnice efectuate a rezultat că pămînturile denumite tip *1* şi tip *2* atestă caracteristicile indicate în tabelul 1.

Tabelul 1

Pămîntul	Analiza granulometrică prin sedimentare			Plasticitatea			Substanţe organice	pH	Umiditate optimă compactare
	argilă $< 0{,}005$	praf	nisip	L_c	L_f	I_p			
Tip *1*	29	51	20	39	12	27	—	6	14,5
Tip *2*	31	46	25	47	17	30	4,8	6,5	18,5

În plus, la o serie de amestecuri de laborator influenţa acţiunii fracţiunii argiloase şi a substanţelor organice a fost evidenţiată şi prin compararea rezultatelor cu amestecuri obţinute prin adăugarea de nisip la cele două tipuri de pămînt, în proporţie de 43%.

După cum rezultă din tabelul 1 pămînturile cercetate sînt argile prăfoase cu plasticitate (Atterberg) ridicată. După amestecarea cu nisip, în vederea degresării în proporţia indicată, acestea devin nisipuri argiloase la care plasticitatea scade de la $I_p = 27...30\,\%$ la $I_p = 10...12\,\%$.

La confecţionarea amestecurilor s-a folosit var sub formă de pastă cu un conţinut de 35% hidroxid de calciu şi cu 3,5% impurităţi. Cimenturile folosite la amestec au corespuns calităţilor unui ciment Portland P 400.

Încercările de laborator s-au efectuat după metodica şi aparatura folosită la Союздорожный институт [2].

Factorul trafic, în paralel cu alte influenţe, a fost reprodus pe pista inelară a staţiei pilot a facultăţii de construcţii a Institutului politehnic din Iaşi.

Încercările pregătitoare au scos în evidenţă influenţa pe care o exercită prezenţa varului în pămînturile cercetate asupra umidităţii optime de compactare. Din graficul prezentat în fig. 1 rezultă că pentru acelaşi lucru mecanic de compactare, umiditatea optimă creşte progresiv cu proporţia de liant. În acelaşi timp se constată că greutatea specifică aparentă maximă scade repede cu adausul de var, de la $\gamma = 1{,}84$ g/cm^3 pentru pămîntul natural, la $\gamma = 1{,}63$ g/cm^3 pentru pămîntul cu 10% adaus de var.

3. Aceste rezultate sînt în concordanţă şi cu rezultatele studiului întreprins referitor la influenţa varului asupra plasticităţii pămîntului. Astfel, la sporirea conţinutului de var, limitele Atterberg suferă creşterile arătate în fig. 2, iar intervalul de plasticitate se micşorează treptat de la $I_p = 19$ pentru pămîntul natural, pînă la $I_p = 15$ pentru pămîntul cu 14% adaus de var.

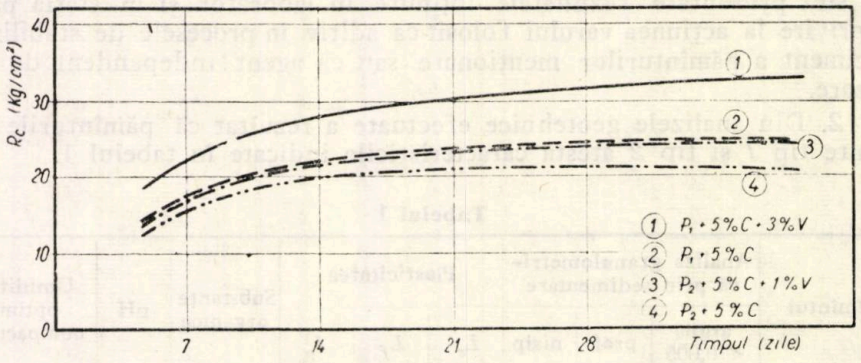


Fig. 3

După cum a fost subliniat în lucrarea anterioară [3] formarea structurii rezistente şi stabile a pămînturilor stabilizate cu ciment este frînată de fenomenele interacţiunii dintre hidroxidul de calciu şi fracţiunile foarte mici din pămînt, care au loc în timpul hidrolizei şi hidratării cimentului.

Schimbul activ care se desfăşoară între cationii de Ca cu cei de Na şi K în special, conduce la situaţia cînd hidroxidul de calciu fiind consumat în procese parazite, apariţia silicaţilor de calciu caracteristici pietrei de ciment este întîrziată sau chiar anihilată.

Îmbunătăţirea situaţiei o poate aduce aportul de Ca sub formă de oxid sau hidroxid în pămînt. Pe această bază în laborator şi staţie s-a

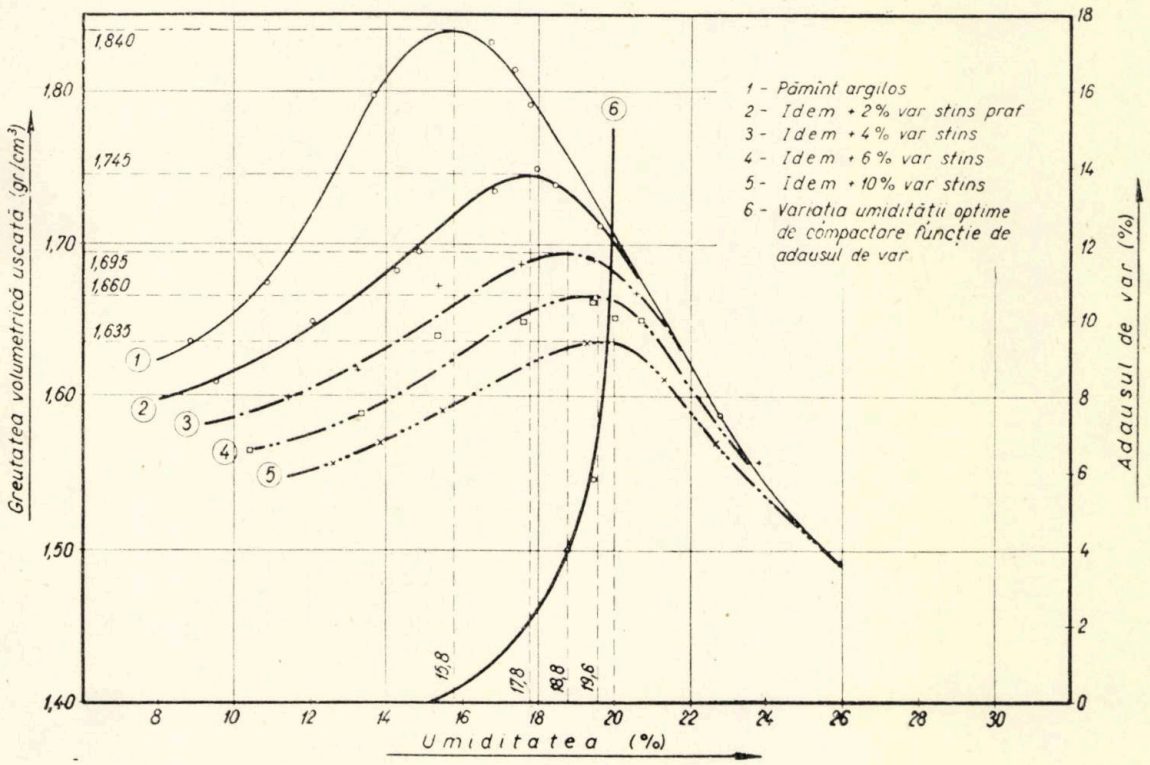

1,840
1,80
1,745
1,70
1,695
1,660
1,635
1,60
1,50
1,40
Greutatea volumetrică uscată (gr/cm³)
1 - Pămînt argilos
2 - Idem + 2% var stins praf
3 - Idem + 4% var stins
4 - Idem + 6% var stins
5 - Idem + 10% var stins
6 - Variația umidității optime de compactare funcție de adausul de var
15,8
17,8
18,8
19,6
8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
Umiditatea (%)
18 16 14 12 10 8 6 4 2 0
Adausul de var (%)

Fig. 1

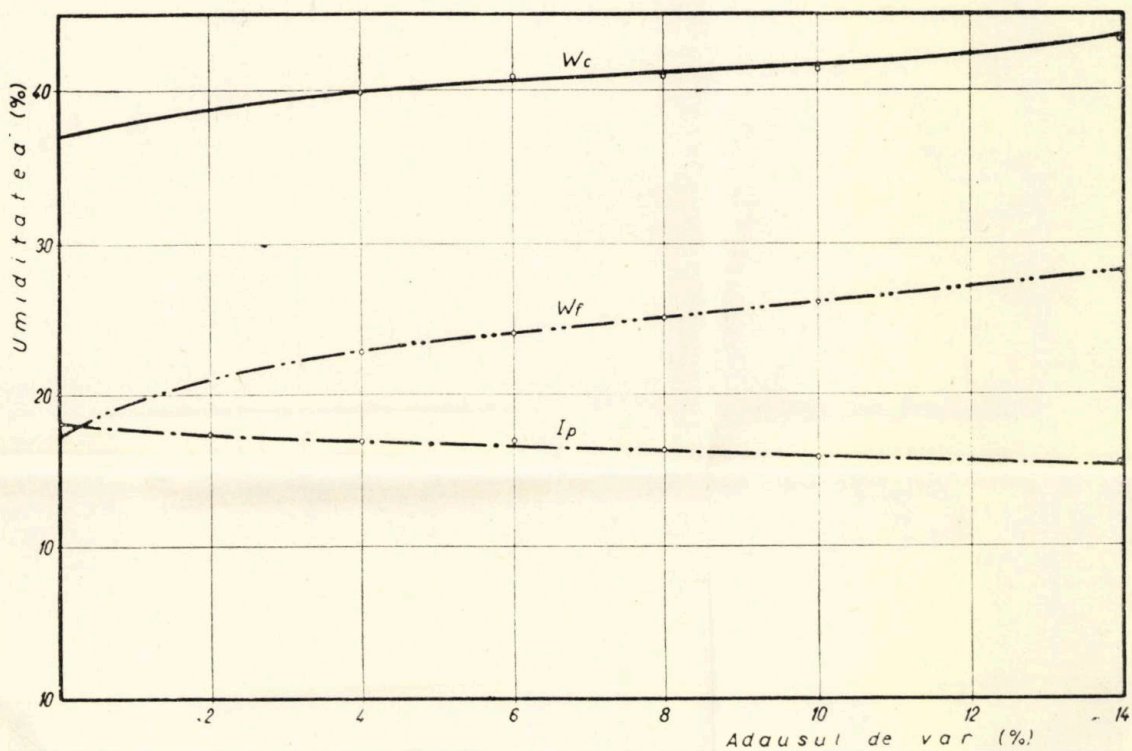
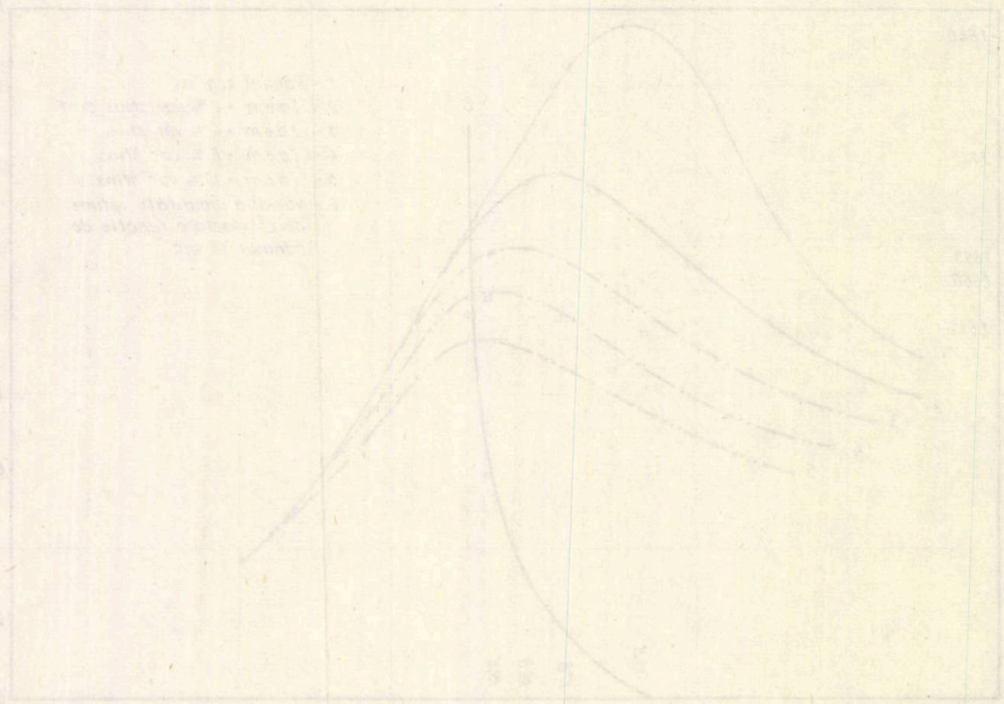
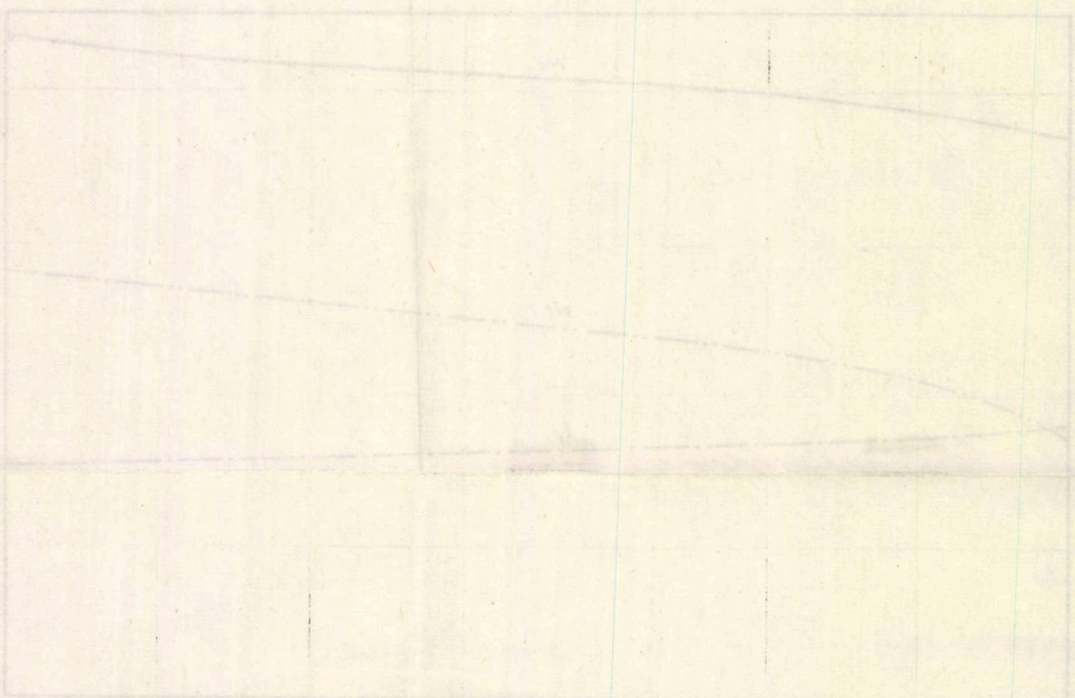

Wc
Wf
Ip
40 30 20 10
Umiditatea (%)
2 4 6 8 10 12 14
Adausul de var (%)

Fig. 2





urmărit eficacitatea introducerii în amestecurile de pămînt-ciment a unor cantităţi progresive de $Ca(OH)_2$. Alegînd rezistenţa la compresiune drept criteriu principal al stabilirii cantitative a influenţei acţiunii diverşilor parametri, în diagramele din fig. 3 şi 4 sînt arătate variaţiile în raport cu timpul a acestei caracteristici de bază.

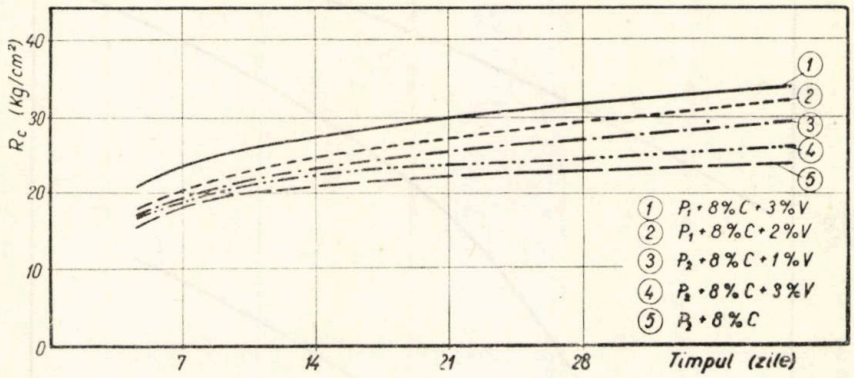


Fig. 4

Astfel rezistenţele măsurate la 7; 14; 21; 28 şi 360 zile arată în mod constant la toate cele patru amestecuri caracteristice de pămînturi încercate o creştere continuă a rezistenţelor în timp. Acest proces de creştere este accelerat în primele zile ale întăririi şi se amortizează treptat din ce în ce mai mult. Rezultă că în cinetica procesului de dezvoltare a structurii rezistente la eforturi mecanice se suprapun efecte imediate şi efecte de durată. Evident, aceste efecte sînt condiţionate de transformările intime ale structurii interne a materialului, astfel încît abia după un anumit interval de timp — probabil de cîţiva ani — poate fi considerat desăvîrşit. Practic, în primele 7 zile de la confecţionarea epruvetelor se obţine 70...80% din rezistenţa la 28 de zile.

Ulterior, epruvetele păstrate timp de 360 zile şi apoi încercate, atestă că de la vîrsta de 28 de zile pînă în momentul încercării are loc creşterea rezistenţelor în proporţii diferite.

Dacă ne referim la intensitatea procesului de creştere se observă că acesta este influenţat atît de dozajul de ciment cît şi de cel de var. Din fig. 5 rezultă că pentru dozaje reduse, de 5...8% ciment, introducerea varului în proporţie de 2...3% aduce o sporire a raportului R_{360}/R_{28} de la 1,18 la 1,87, iar pentru dozaje mari — de exemplu 12% ciment — acest raport înregistrează o creştere de la 1,76 la 2,17.

4. Efectul de durată la dezvoltarea structurii rezistente a pămîntului stabilizat îşi păstrează caracterul şi în cazul cînd varul este folosit ca agent unic de stabilizare. Astfel, din fig. 6 rezultă că chiar la un dozaj de numai 4% $Ca(OH)_2$ se obţine o creştere a rezistenţei la 360 de zile în raport cu cea la 28 zile de 63%, raportul R_{360}/R_{28} crescînd o dată cu dozajul de var. De această dată creşterea rezistenţelor trebuie atribuită, în principiu, efectului iniţial de coagulare a particulelor foarte fine din pămînt, de formare a hidrosilicaţilor la contactul dintre granu-

lele de natură silicioasă şi a carbonaţilor de calciu în interspaţiile libere [4].

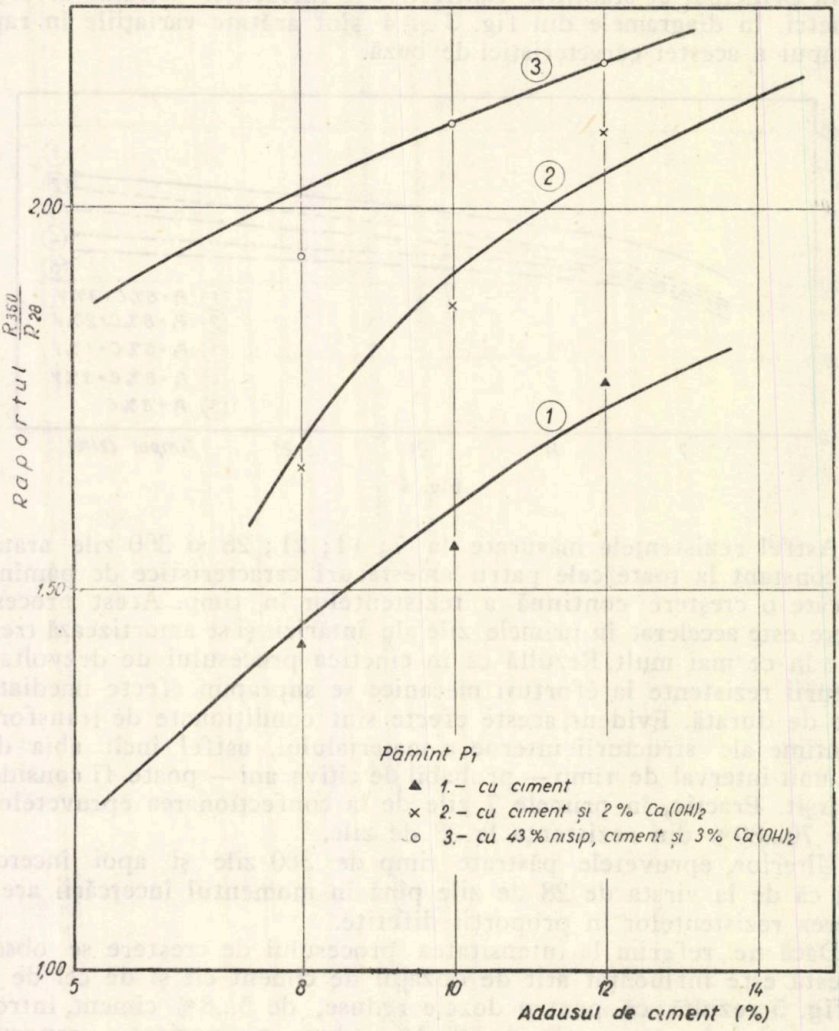


Fig. 5

5. Ultimele două fenomene au desigur rolul hotărîtor în determinarea efectului de durată la creşterea rezistenţei pămîntului stabilizat cu var. Încercările comparative efectuate cu pămînturile tip *1* şi *2* au arătat în mod constant că mărimea rezistenţei la compresiune este influenţată de acţiunea agresivă a substanţelor humice conţinute în pămînt. Particulele subţiri ale substanţelor humice, care izolează de obicei fracţiunile mai mari de pămînt de acţiunile fizico-chimice ale mediului fazei lichide [2], au condus, în cazul studiat, la coborîri ale rezistenţei la compresiune de 10...30%, cu atît mai evidente cu cît vîrsta probelor era mai mare.

Creşterea rezistenţei în timp — apreciată prin raportul dintre R_{360}/R_{28} — arată că acţiunea dăunătoare a substanţelor organice este deosebit de puternică. Astfel, din măsurătorile noastre, pentru dozaje mici de ciment, raportul R_{360}/R_{28} rezultă pentru pământul vegetal tip *2*, de circa 1,10...1,30 în timp ce pentru pământul argilos tip *1* — de circa 1,40...1,60. Această acţiune dăunătoare poate fi compensată prin adausuri de mici cantităţi de hidroxid de calciu astfel încît la cantităţi de var în proporţie de ordinul 2...3% s-au obţinut rezistenţe echivalente cu rezistenţa pământului stabilizat de ciment fără substanţe organice.

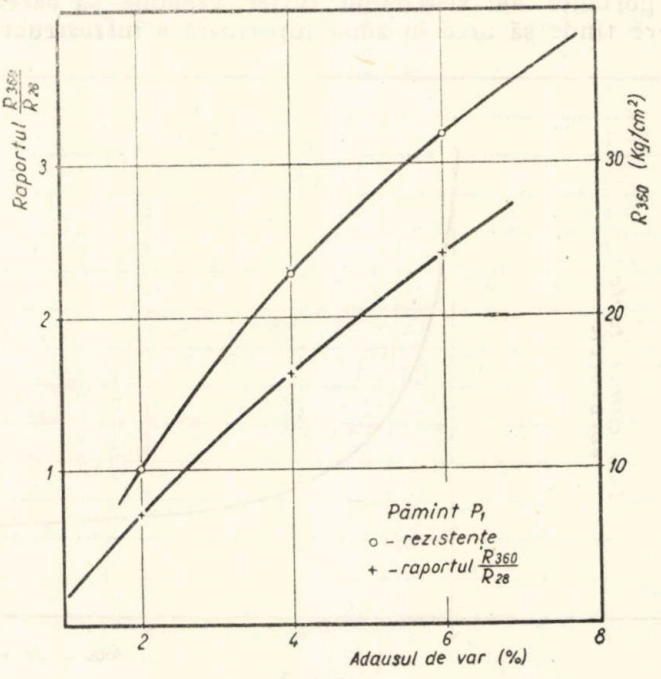


Fig. 6

Încercările întreprinse pe epruvetele confecţionate din amestecuri de pământ-var atestă (fig. 6) variaţii asemănătoare la creşterea proporţiei de var. Paralel cu creşterea rezistenţei, la compresiune se observă şi intensificarea procesului de creştere în timp a acestei caracteristici.

6. O ameliorare simţitoare a stabilităţii la ciclurile uscare-saturare cu apă o aduc adausurile mici de var la pământul stabilizat cu ciment. Încercările efectuate la vîrsta de 21 de zile au arătat că pentru dozajul de 8...10% ciment pământurile stabilizate cu ciment suferă pierderi în greutate de 1...5%, în timp ce epruvetele în care au fost introduse adause de ordinul 1...3% $Ca(OH)_2$ pierderile în greutate sînt practic nule. Pentru amestecurile de pământ-var, comportarea la ciclurile de uscare-saturare cu apă se ameliorează sensibil cu creşterea proporţiei de

var, astfel că (fig. 7), în timp ce pentru 2% adaus de var toate epruvetele cilindrice s-au distrus în urma celor 10 cicluri de uscare-saturare pentru un adaus de 10% var media pierderilor în greutate pentru epruvetele cilindrice ($h = 5$ cm, $D = 5$ cm) a fost de numai 4,40%. Acest fenomen trebuie explicat în primul rînd prin blocarea canalelor capilare din structura pămîntului stabilizat cu ciment de către noile formaţii cristaline prilejuite de prezenţa varului în amestec, ceea ce este de altfel confirmat şi de unele date din literatură care arată că repartizarea de var pe suprafaţa platformei drumurilor alcătuite din pămînturi argiloase în proporţie de 2...3%, permite să se obţină o crustă de 15...20 cm sub straturile portante ale sistemului rutier, capabile să bareze calea apei capilare care tinde să urce în zona superioară a infrastructurii.

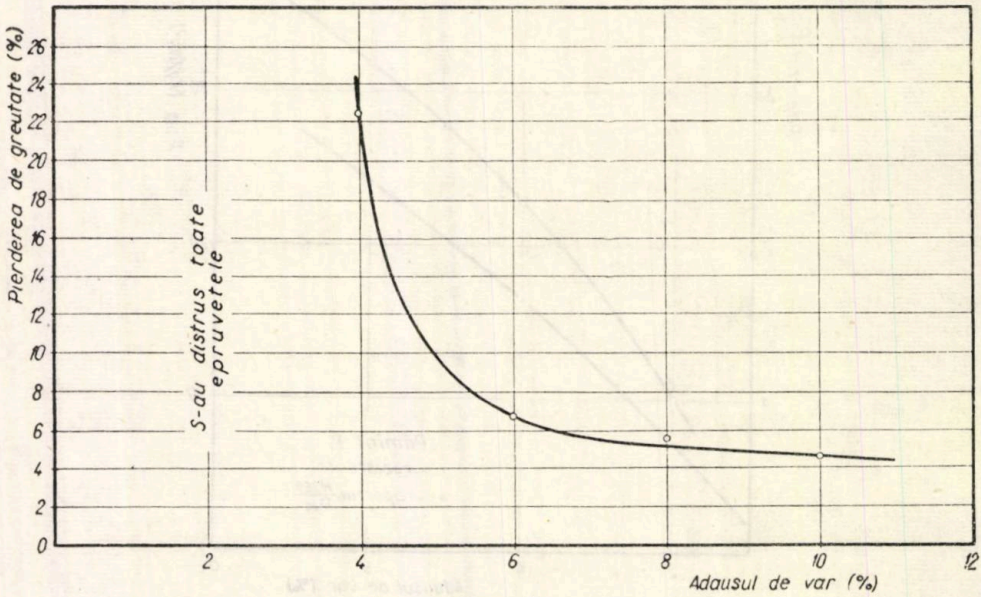


Fig 7

7. Pe pista staţiei pilot, în faza rezultatelor preliminare obţinute în laborator, s-a executat în anul 1961 un sistem în a cărui alcătuire a fost introdus un strat stabilizat cu 10% ciment şi adaus de 3% $Ca(OH)_2$. Pămîntul folosit a fost de tipul (denumit mai sus) P_2, conţinînd 4,8% substanţe organice. Tehnologia de execuţie cuprinde obişnuitele operaţii ale stabilizărilor cu ciment, varul introducîndu-se în apa de amestecare necesară realizării umidităţii optime de compactare.

Sistemul a fost pus sub circulaţie fiind acoperit cu un covor de sandasfalt de 3 cm, pe un strat de binder de 4 cm.

În perioada iulie 1961 ... aprilie 1962 au fost efectuate de braţul sistemului de rulare al pistei circa 350 000 ture, echivalînd cu 1 500 000 t circulate pe o şosea normală de 6...7 m lăţime, ceea ce a condus la distrugerea sistemului. Presiunea medie efectivă la contactul dintre roată

şi îmbrăcăminte a fost de 5,5 kg/cm^2, iar sarcina transmisă de pneuri simple de cîte 2,15 t s-a deplasat cu viteza de 20 km/oră, adică o frecvenţă de aplicare de 21,2 treceri pe minut. Această frecvenţă ar corespunde la o coloană de autovehicule mişcîndu-se cu viteza de 38 km/oră la o distanţă de circa 30 m unul de altul. Folosind un dispozitiv special automat braţul are o deplasare şi în direcţia axului său longitudinal astfel încît se obţine în staţie încărcarea uniformă şi repetată a unei benzi centrale a pistei de 78 cm lăţime.

8. În timpul perioadei de circulaţie, terasamentul izolat de influenţele necontrolabile ale mediului extern [5] a fost ţinut într-un regim de umiditate corespunzător încercărilor programate.

Întreaga perioadă de încercări a pistei poate fi împărţită în trei faze caracteristice şi anume:

a) În faza I-a pista circulată în condiţiile de execuţie nu a prezentat degradări sub un tonaj echivalent total de 880 000 t. Tasările măsurate cresc cu numărul de treceri după o lege exponenţială, atingînd valori maxime de 2,3...3 mm.

b) În faza a II-a şanţul lateral al pistei a fost inundat astfel încît nivelul apelor subterane s-a ridicat pînă la 1,50 m sub sistemul rutier. În stadiul de echilibru, obţinut după circa 21 zile, pe pistă au fost înregistrate umflări de 0,4...0,6 mm. Sub influenţa circulaţiei dată de un tonaj echivalent de 44 000 t s-au observat tasări de 0,17...0,20 mm, fără alte degradări.

c) În faza III-a, printr-un aport suplimentar de apă nivelul subteran al apelor s-a urcat pînă la 0,70 m sub sistemul rutier. În perioada de stabilizare a umidităţii s-au constatat noi umflări, pînă la 1 mm. În acelaşi timp începe procesul de faianţare a îmbrăcăminţii asfaltice, urmat de fisurarea şi degradarea îmbrăcăminţii, inclusiv a stratului stabilizat. Tonajul suplimentar a fost în jurul a 500 000 t echivalente.

9. În afara observaţiilor şi măsurătorilor efectuate direct pe pistă şi la infrastructură, la desfacerea pistei s-au extras cuburi de $7\times7\times7$ cm care au fost încercate la compresiune. S-a constatat că rezistenţa la compresiune, în stare de umiditate naturală, a fost de 25 kg/cm^2, iar în starea saturată cu apă, de 19 kg/cm^2.

10. Rezultatele tuturor încercărilor efectuate pe pistă arată că sistemul realizat corespunde prevederilor din faza încercărilor de laborator. În plus s-a constatat că adausul de var exercită o influenţă pozitivă asupra desfăşurării fenomenului de contracţie. Astfel, în comparaţie cu pămîntul stabilizat cu ciment fără aditiv, pista analizată a prezentat fisuri mult mai reduse ca deschidere şi de asemenea mai rare. Acest fapt a exercitat o influenţă binefăcătoare şi asupra comportării îmbrăcăminţii în care nu s-au mai transmis deformaţiile supărătoare ale stratului de fundaţie.

Eficienţa introducerii în practica rutieră din regiunea Iaşi a utilizării varului la stabilizarea pămînturilor argiloase va fi precizată complet de rezultatele ce se vor obţine pe un tronson experimental executat în vara anului 1962 pe un drum de acces la o GAS din apropierea oraşului Iaşi. În acest scop se va acorda o atenţie specială urmăririi factorilor climatici în combinaţia lor naturală specifică regiunii noastre.

Concluzii

1. Folosirea varului la stabilizarea pămînturilor argiloase este eficace din punct de vedere rutier. Rezultatele încercărilor de laborator şi de pe pista staţiei pilot permit să se constate posibilitatea folosirii varului atît ca adaus la pămînturile stabilizate cu ciment în vederea reducerii dozajului de liant cît şi ca agent de stabilizare unic.

2. Printre efectele pozitive constatate la introducerea varului în amestecurile de pămînt-ciment semnalăm următoarele: a) reducerea efectului dăunător al substanţelor organice din pămînturile vegetale, în special concretizată prin creşterea rezistenţelor mecanice; b) creşterea capacităţii de rezistenţă a pămîntului stabilizat sau ceea ce este acelaşi lucru reducerea dozajelor de ciment la rezistenţe egale; c) reducerea contracţiei straturilor rutiere stabilizate, manifestată prin reducerea deschiderii şi desimii fisurilor; d) intensificarea efectului de durată în procesul de creştere a rezistenţei la compresiune.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de arumuri şi poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Atanasiu D. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, **VI (X)**, *1—2*, pp. 409—420.
2. Безрук В. М., *Теоретические основы укрепления грунтов цементами.* Автотрансиздат, М., 1956.
3. Şesan A. şi colab., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Şt. matem., fiz., chim. şi tehn., 1954, **V**, *3—4*, pp. 135—142.
4. Безрук В. М. и др., *Современные методы строительства дорожных оснований и покрытий из грунтов.* Автотрансиздат, М., 1956.
5. Atanasiu D. şi colab. Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, pp. 399—408.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗВЕСТИ ДЛЯ УКРЕПЛЕНИЯ ГРУНТОВ ЯССКОЙ ОБЛАСТИ

(Резюме)

Излагаются некоторые результаты полученные в лаборатории и на Яеской кольцевой экеспериментальной дорожке в связи с действием извести, употребляемой в качестве добавки или как единый агент для стабилизации в некоторых глинистых грунтах с большой пластичностью. В экеспериментальные работы вошли также и грунты содержащие гумусовые вещества.

Исследования привели к выводу, что введение извести компенсирует вредное влияние гумусовых веществ на прочность цементного грунта, позволяет снизить необходимое количество цемента, понижает осадку нижних слоев основания и интенсифицирует эффект увеличения прочности цементо-грунта во времени.

L'UTILISATION DE LA CHAUX POUR LA STABILISATION DES SOLS SPÉCIFIQUES DE LA RÉGION DE JASSY

(Résumé)

On expose quelques résultats obtenus en laboratoire ainsi que sur la piste circulaire des essais routiers de l'Institut Polytechnique de Jassy, concernant l'action de la chaux utilisée pour la stabilisation des sols argileux à grande plasticité, avec, ou sans humus. Il en résulte de ces études l'avantage de l'utilisation de la chaux comme additif dans le but de réduire les effets nuisibles des substances organiques dans le processus de la stabilisation des sols à ciment ainsi que ceux dues à la contraction, dans les couches de base.

En même temps on a constaté le prolongkment de l'effet de durée dans le processus d'augmentation de la résistance à la compression.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Industrie uşoară

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 1—2, 1963

Легкая промышленность

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Light Industry Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 662.24; 531.12

INTENSIFICAREA PROCESULUI DE VOPSIRE CU CÎMPURI VIBRATOARE

DE

MIŞILIM GRINDEA şi FLORIN VĂLU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9–11 noiembrie 1962

1. Introducere

Problema de bază în vopsirea ţesăturilor subţiri în general şi a ţesăturilor groase şi dese în special o constituie pătrunderea cît mai profundă a colorantului în fibră, ca rezultat al procesului de difuzie [1], [2].

Difuzia colorantului în interiorul fibrei este condiţionată de faptul că în perioada iniţială de vopsire, pe suprafaţa fibrei se formează un strat de colorant cu concentraţie mai ridicată [3]. Existenţa acestui strat determină colorantul să difuzeze de la periferia fibrei spre centrul ei, dar în acelaşi timp el constituie o barieră pe care particulele de colorant din soluţie trebuie s-o învingă pentru a pătrunde în fibră [4].

Acţionînd asupra acestei bariere pe cale termică, prin agitare, procesul de vopsire este intensificat [5].

Studiind influenţa acţiunilor mecanice asupra procesului de vopsire, Häuserman [6] ajunge la concluzia că stratul limită format la suprafaţa fibrei este modificat, subţiat sau distrus, în funcţie de intensitatea cu care dispozitivele de agitare acţionează asupra soluţiilor de colorant.

Efectul maxim de turbulenţă, produs în imediata apropiere a materialului supus vopsirii, măreşte acţiunea de distrugere sau subţiere a stratului limită şi îmbunătăţeşte astfel transferul de masă [7].

Mecanismul intensificării procesului de vopsire pe cale mecanică se explică prin acţiunea simultană a modificării stratului limită şi prin dispersarea colorantului în soluţie. De eficacitatea acestor două procese depinde viteza de difuzie în fibră [8].

În lucrarea de faţă determinările au fost efectuate cu aparatul nostru de laborator cu cîmp vibrator [9], la aceiaşi parametri, menţinuţi constanţi (concentraţia colorantului 3% şi hidromodulul 1/100) şi cu aceiaşi coloranţi, pe trei tipuri de ţesături, cu următoarele caracteristici: I) Nm al firului: în urzeală 50, în bătătură 50; desimea, fire/10 cm: în urzeală 325, în bătătură 310; II) Nm al firului: în urzeală 40/2, în bătătură 20; desimea, fire/10 cm: în urzeală 346, în bătătură 220; III) Nm al firului: în urzeală 50/2, în bătătură 50/3; desimea, fire/10 cm: în urzeală 380, în bătătură 340.

MOSZAKI KÖZPONTI

2. Procedeul de lucru

Cantitatea de colorant fixată de fibră s-a stabilit prin diferenţa dintre concentraţia iniţială şi cea finală a soluţiei de colorant, folosind electrofotocolorimetrul Φ3K.

Cinetica procesului de vopsire s-a urmărit pentru toţi coloranţii şi tipurile de ţesătură folosite, cu şi fără cîmp vibrator, în toate condiţiile de temperatură, frecvenţă, amplitudine, prin variaţia concentraţiei soluţiei de colorant la intervalele de timp: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 16; 25; 36 min, utilizînd de asemenea electrofotocolorimetrul.

Pentru interpretarea rezultatelor s-a considerat că vopsirea se efectuează din stratul concentrat de colorant de pe suprafaţa fibrei şi deci viteza de vopsire este egală cu viteza de difuzie în fibră, în perioada iniţială a vopsirii. Pentru stabilirea coeficientului total de transfer de masă s-a ţinut seama de forma de prezentare a materialului textil, „ţesătură" supusă vopsirii. Dacă pentru fibrele singulare calculul coeficientului de difuzie este posibil [10] în ipoteza că fibra are forma unui cilindru regulat, infinit de lung, de rază constantă, căreia i se poate aplica legea lui Fick (deşi apar dificultăţi la măsurarea razelor fibrelor, mai ales la fibrele naturale — bumbac şi lînă —, la care forma secţiunii transversale nu este constantă), în cazul ţesăturilor colorantul trebuie să pătrundă nu într-o fibră izolată, ci într-un ansamblu de fibre, respectiv fire. De altfel acest caz este considerat în vopsirea curentă, reuşindu-se cu greu să se obţină vopsiri penetrante în materiale dese şi groase. De asemenea la intersecţia celor două sisteme de fire (urzeală şi bătătură) porţiunile în contact apar complet nevopsite. Deci, ţinînd seama de această formă de prezentare a materialului textil, rezultă că procesul de difuzie este mult mai complex şi anume, se produce o difuzie între fire, una între fibre precum şi o difuzie în fibră şi prin urmare, pentru ţesături, din relaţia:

$$M^2 = Kt, \tag{1}$$

stabilită pe baza datelor experimentale obţinute de noi, s-a calculat valoarea coeficientului total de transfer de masă K. Acesta determină întregul proces de vopsire, prin stratul concentrat şi ţesătură, pentru perioada iniţială a vopsirii şi pentru temperaturi pînă la 80°C. Pentru temperaturi peste 80°C şi de asemenea pentru perioada iniţială de vopsire corespunde relaţia liniară:

$$M = Kt, \tag{2}$$

unde: $M = C_t/C_\infty$, C_t — cantitatea de colorant în ţesătură la timpul t, C_∞ — cantitatea de colorant în ţesătură la echilibru, iar t — timpul de vopsire.

Relaţiile de mai sus sînt simple şi adecvate pentru compararea comportării coloranţilor faţă de materialele textile în cazul cînd nu sînt necesare valorile absolute ale coeficienţilor totali de transfer de masă.

Dacă se reprezintă într-un sistem de coordonate M, respectiv raportul C_t/C_∞, în funcţie de $\sqrt{t}$, din relaţia (1) se obţine o dreaptă atîta timp cît la suprafaţa fibrei se menţine o concentraţie constantă, adică

atîta timp cît colorantul care pătrunde în fibră este înlocuit cu o cantitate egală de colorant din soluţie.

Din datele experimentale obţinute de noi rezultă într-adevăr o variaţie liniară numai pentru un anumit timp al vopsirii, care variază cu condiţiile de aplicare a cîmpului vibrator. Acest timp este mai îndelungat în cazul vopsirilor efectuate numai cu circularea materialului prin soluţie, fără cîmp vibrator, şi el descreşte pentru vopsirile cu cîmp vibrator.

Din relaţia:

$$M = C_t/C_\infty = \sqrt{Kt}$$

rezultă că $\sqrt{K}$ reprezintă panta ($\operatorname{tg}\alpha$) curbelor obţinute de noi. Deci $\operatorname{tg}^2\alpha$ constituie o măsură aproximativă a coeficientului total de transfer de masă.

În orice caz $\operatorname{tg}^2\alpha$ chiar dacă nu redă valoarea exactă a lui K, este indiscutabil utilă folosirea acestei măsurări pentru aprecieri comparative. În cazul relaţiei de mai sus C_∞ (cantitatea de colorant însuşită de fibră la echilibru) a fost considerată egală cu cantitatea de colorant încorporată de materialul fibros în momentul cînd extincţia soluţiei de colorant a fost constantă.

Timpul de semivopsire a fost calculat din diagrame, conform relaţiei folosite, adică a fost considerat egal cu pătratul abscisei corespunzătoare ordonatei de 0,5.

3. Partea experimentală

Influenţa cîmpului vibrator s-a urmărit pentru vopsiri cu aceiaşi coloranţi la temperaturile de: 60°; 80°; 100°C, fără şi cu cîmp vibrator, la frecvenţele de: 700; 900; 1 150; 2 440; 4 500 per/min şi amplitudinile de: 6; 4; 2 mm.

Cîmpul vibrator a fost obţinut atît cu dispozitiv vibrator cu palete rotunde ($d = 15$ mm pentru tijele laterale şi $d = 20$ mm pentru tija centrală) [9], cît şi cu palete dreptunghiulare de dimensiuni 12/20 mm pentru tijele laterale şi 20/20 mm pentru tija centrală. În ambele cazuri s-a menţinut constantă aceeaşi distanţă dintre palete (10 mm) precum şi de la paletă la ţesătură (1 mm).

Din datele experimentale (v. tabelul 1) rezultă pentru toţi coloranţii şi la toate temperaturile o creştere a cantităţii de colorant absorbită pînă la extincţia constantă a soluţiei în cazul vopsirii cu cîmp vibrator, ceea ce arată că orientarea generală a procesului de vopsire cu cîmp vibrator este aceeaşi, influenţată favorabil de fenomenul de agitare.

Influenţa negativă exercitată de temperatură în privinţa repartiţiei la echilibru a colorantului se resimte mai mult la temperaturi mari.

O dată cu creşterea frecvenţei creşte cantitatea de colorant pentru aceeaşi amplitudine, iar pentru amplitudinea cea mai mare (6 mm) cantitatea de colorant legată de fibră în general este mai mare decît la frecvenţele de 900 per/min şi 1 150 per/min. Deci, pentru efecte tinctoriale cel puţin egale, din punct de vedere constructiv se preferă dispozitive

Tabelul 1

Colorant pe fibră la extincţia constantă a soluţiei (g/100 g fibră)

Colorantul	Ţesătura tip	Temp. °C	Fără cîmp vibrator	Cu cîmp vibrator la frecvenţele şi amplitudinile de:				
				700 per/min 6 mm	900 per/min 4 mm	1 150 per/min 4 mm	2 440 per/min 2 mm	4 500 per/min 2 mm
Verde direct *A*	I	60	0,68	1,10	0,77	0,84	0,92	1,66
		80	0,67	0,91	0,74	0,78	0,85	1,56
		100	0,62	0,82	0,70	0,71	0,72	1,47
Albastru direct *FF*	I	60	1,27	1,45	1,29	1,33	1,60	2,35
		80	0,62	0,92	0,73	0,84	0,95	1,63
		100	0,61	0,90	0,64	0,78	0,91	1,52
Roşu direct 4*A*	I	60	1,00	1,43	1,10	1,20	1,40	2,20
		80	0,85	1,10	0,90	0,98	1,07	1,89
		100	0,84	1,05	0,87	0,92	1,02	1,76

vibratoare cu amplitudine mare şi frecvenţă mică în locul celor cu amplitudine mică şi frecvenţă mare.

Cinetica procesului de vopsire este redată în graficele C_t/C_∞ funcţie de timpul de vopsire în fig. 1...6, iar influenţa frecvenţei şi amplitudinii asupra cineticii procesului de vopsire, în graficele C_t/C_∞ funcţie de $\sqrt{t}$ în fig. 7...15, din care rezultă că la frecvenţa de 700 per/min şi amplitudinea de 6 mm coloranţii manifestă comportări diferite şi anume: colorantul verde direct *A* şi Roşu direct 4*A* (curbele 5 din fig. 7...9, şi fig. 13...15) se situează între frecvenţele de 4500 per/min şi 2440 per/min, în timp ce colorantul Albastru direct *FF*, între frecvenţele de 2440 per/min şi 1 150 per/min, probabil datorită influenţei mai puternice pe care o exercită factorii hidrodinamici la amplitudine ridicată asupra coloranţilor care au tendinţă mare spre asociere.

În ceea ce priveşte suportul textil, indiferent de contextura acestuia, cantitatea de colorant legată de fibră este mai mare în cazul vopsirilor cu cîmp vibrator, fapt ce rezultă şi din datele tabelului 2 (pentru vopsiri la 80°C, cu cîmp vibrator de 1 150 per/min, amplitudine 4 mm, palete rotunde).

Pentru ţesătura tip III cantitatea de colorant este mai mică atît la vopsirile fără cîmp vibrator cît şi la cele cu cîmp vibrator, datorită contexturii mai pline şi mai dese, iar pentru ţesătura tip II cantitatea de colorant legată este mai mare decît pentru ţesăturile tip I şi tip III datorită contexturii mai afînate.

Pentru cele trei tipuri de ţesătură orientarea generală a procesului de vopsire, în cazul cîmpului vibrator, este aceeaşi, influenţată favorabil, deci se poate întrevedea o mai bună pătrundere a colorantului la vopsirea ţesăturilor groase şi dese.

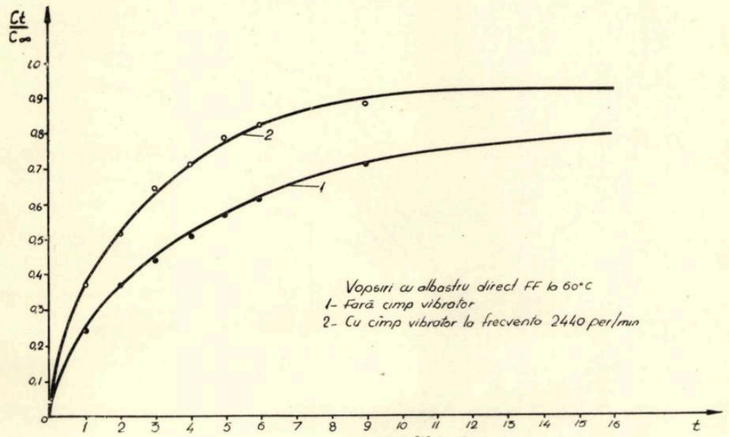


Fig. 1

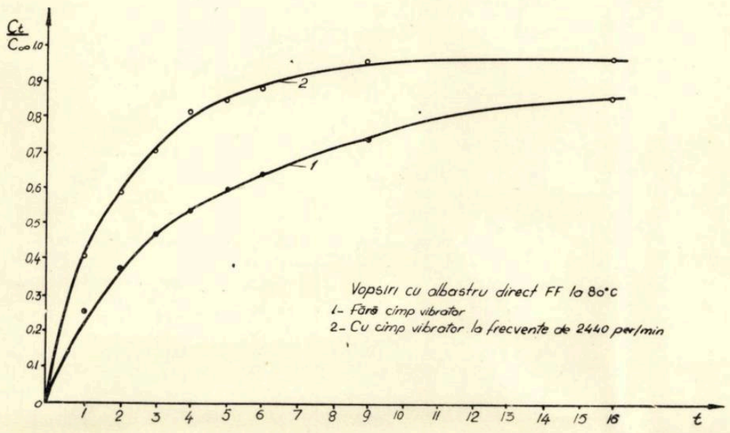


Fig. 2

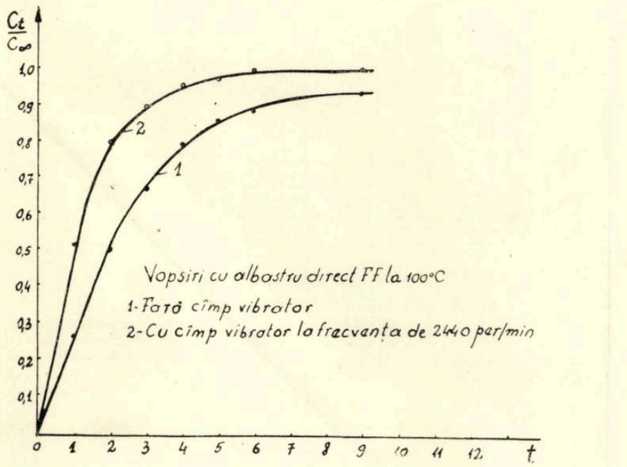


Fig. 3

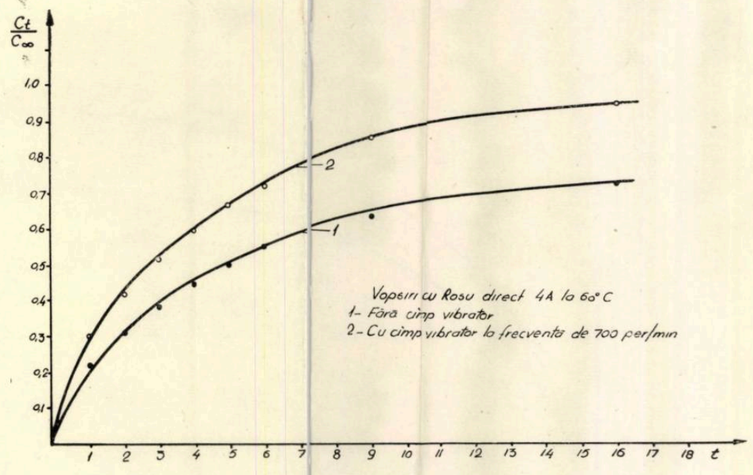


Fig. 4

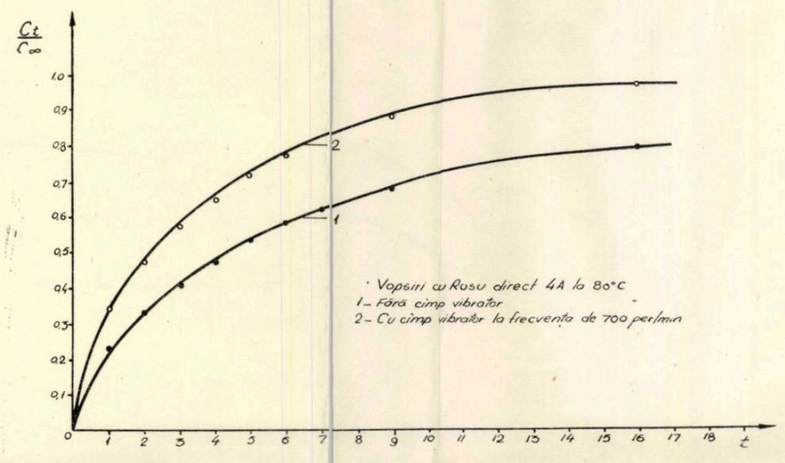


Fig. 5

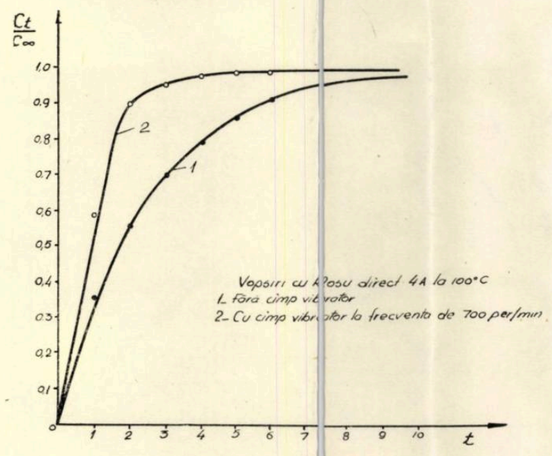


Fig. 6

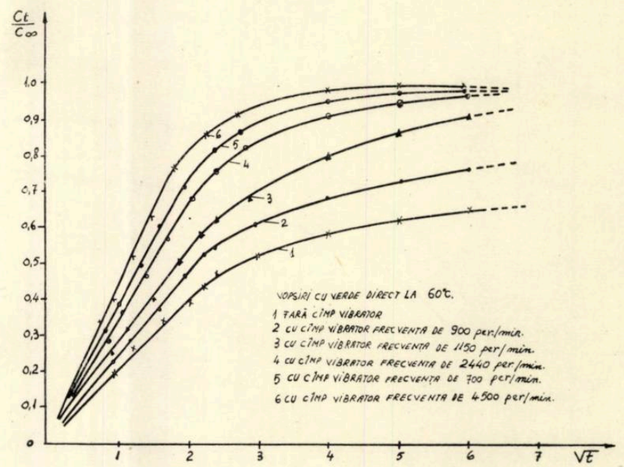


Fig. 7

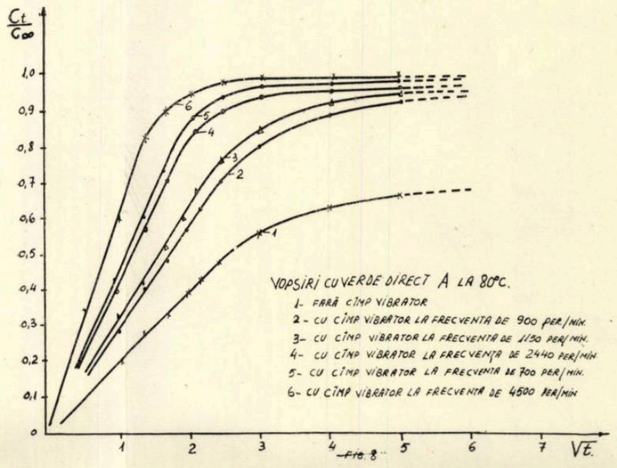


Fig. 8

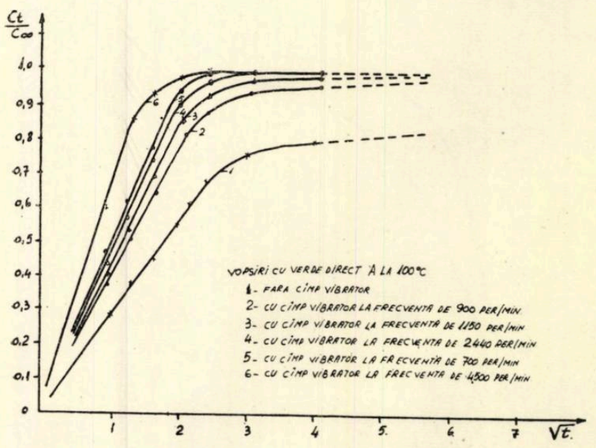


Fig. 9

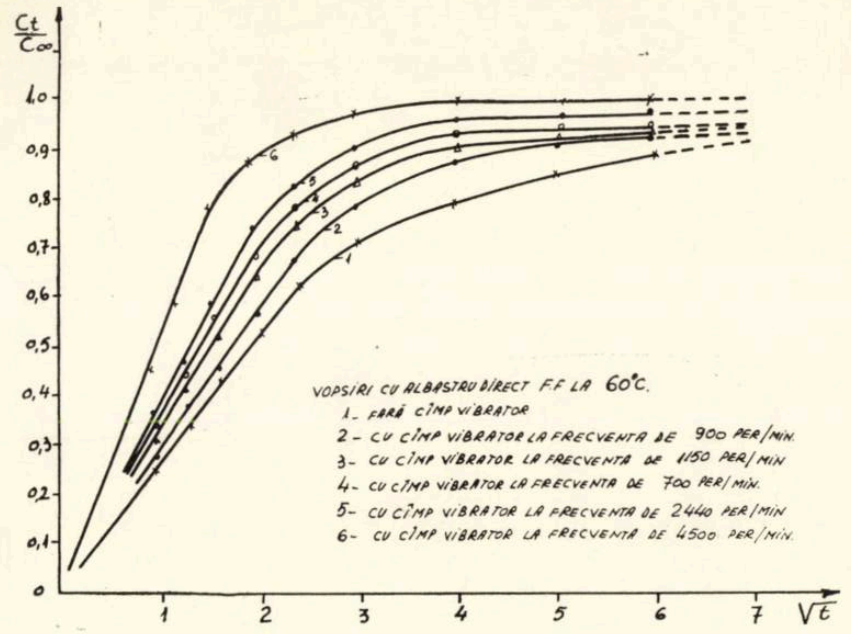


Fig. 10

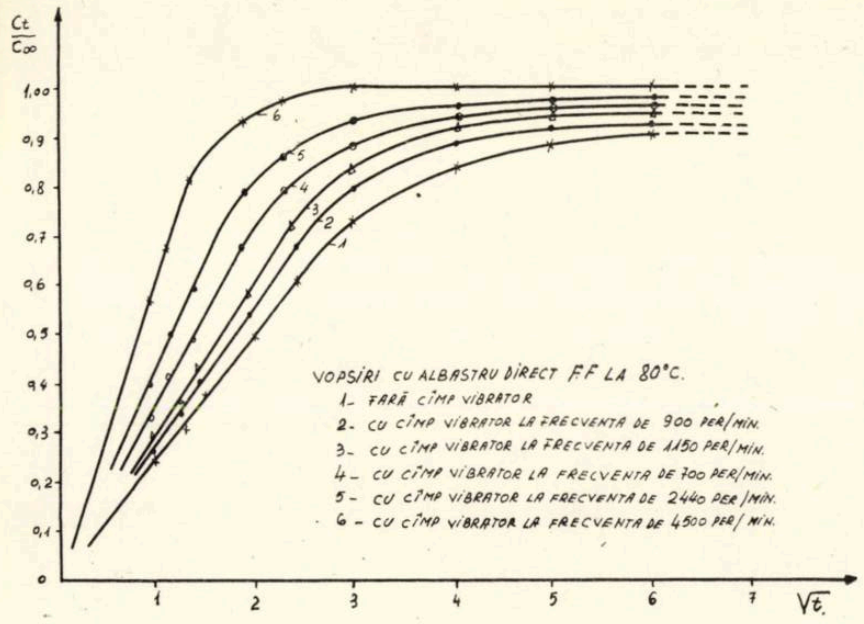


Fig. 11

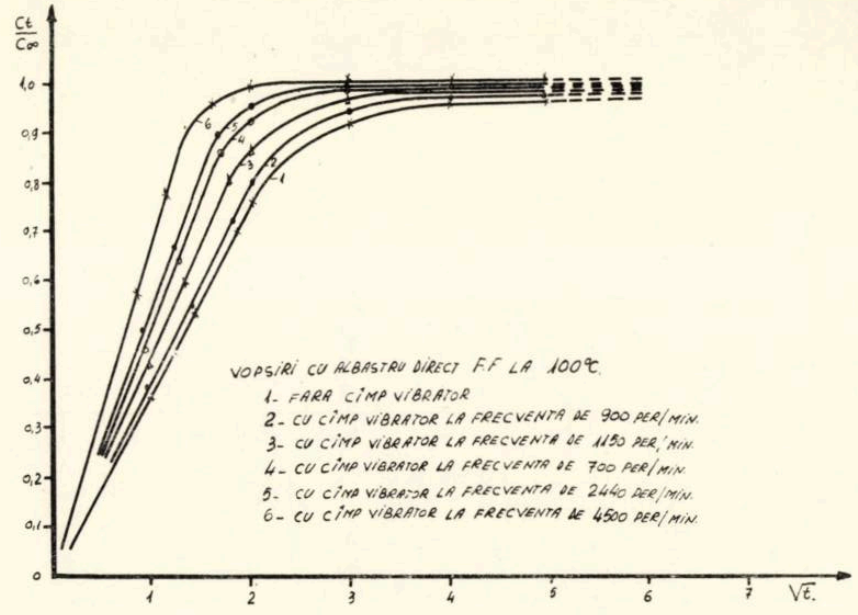


Fig. 12

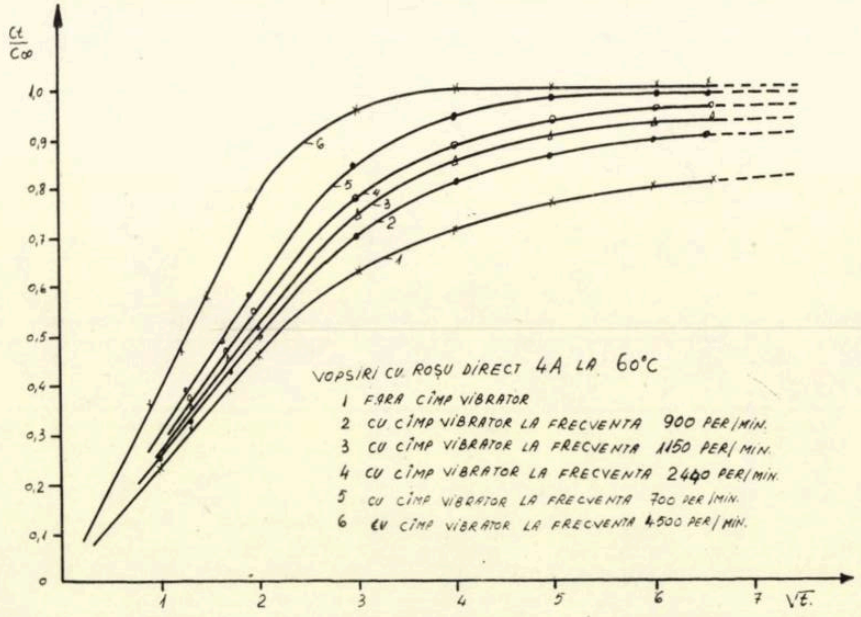


Fig. 13

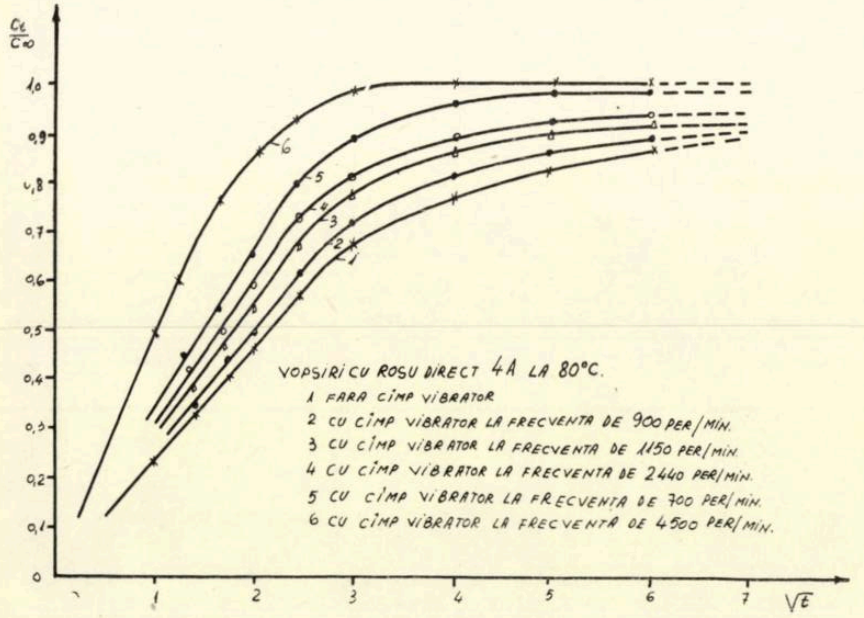


Fig. 14

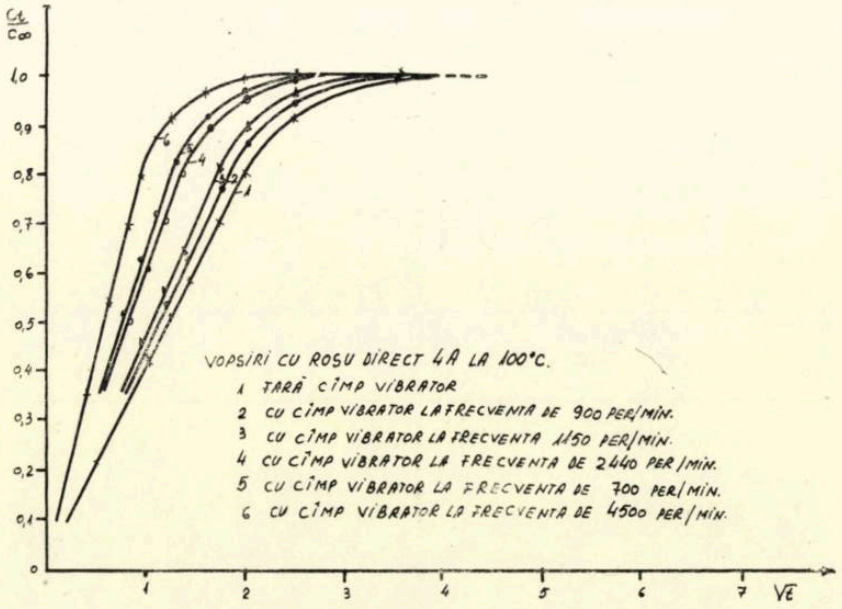
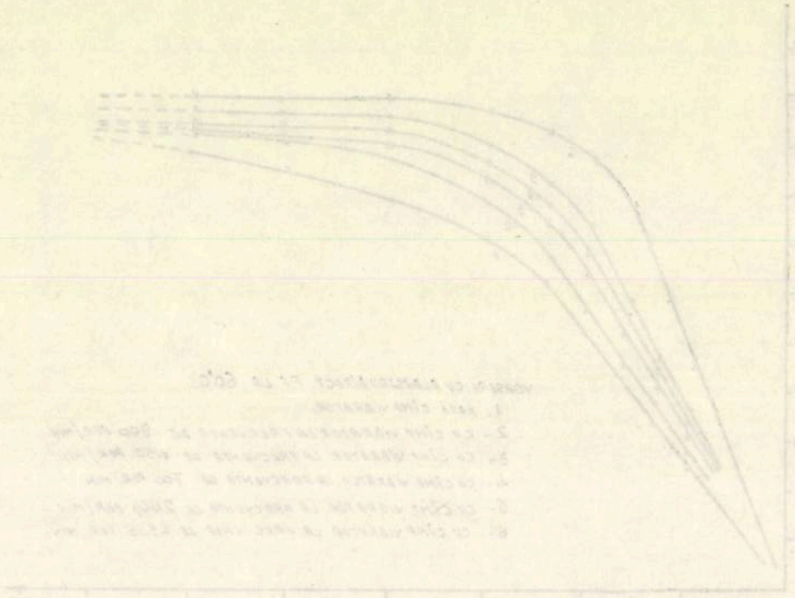
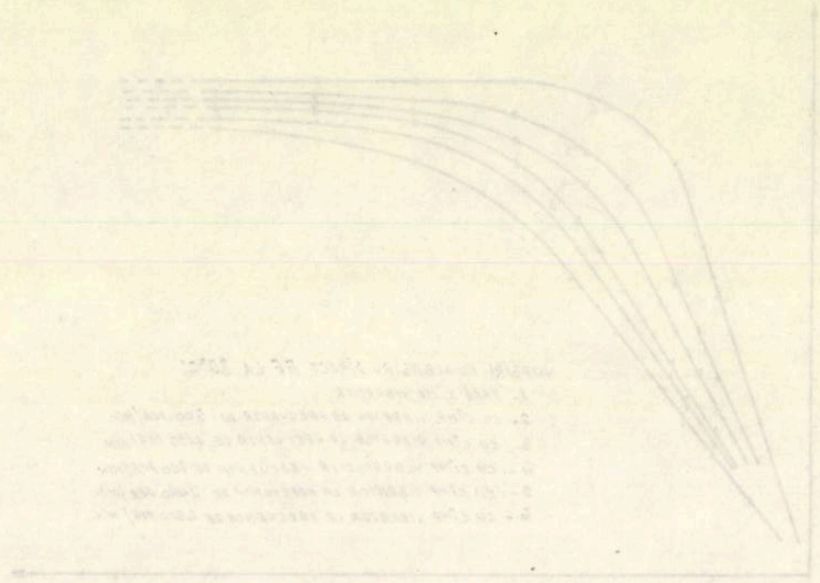
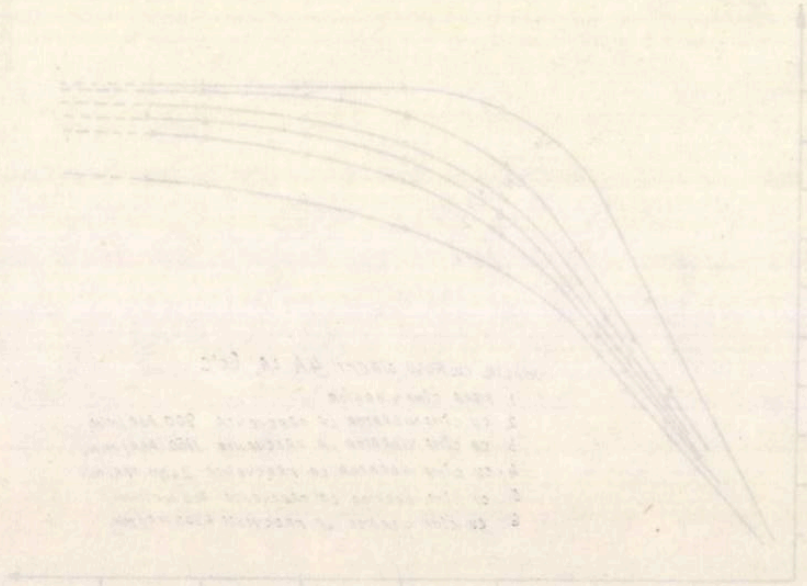
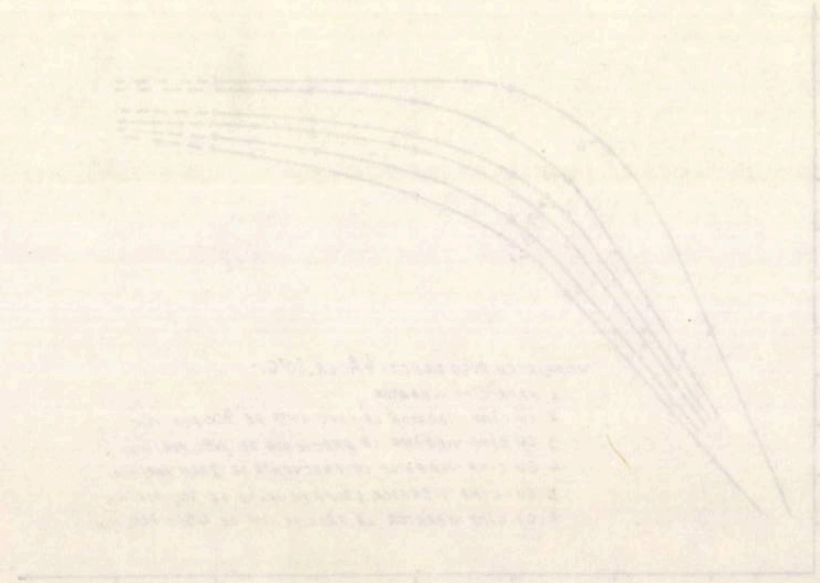


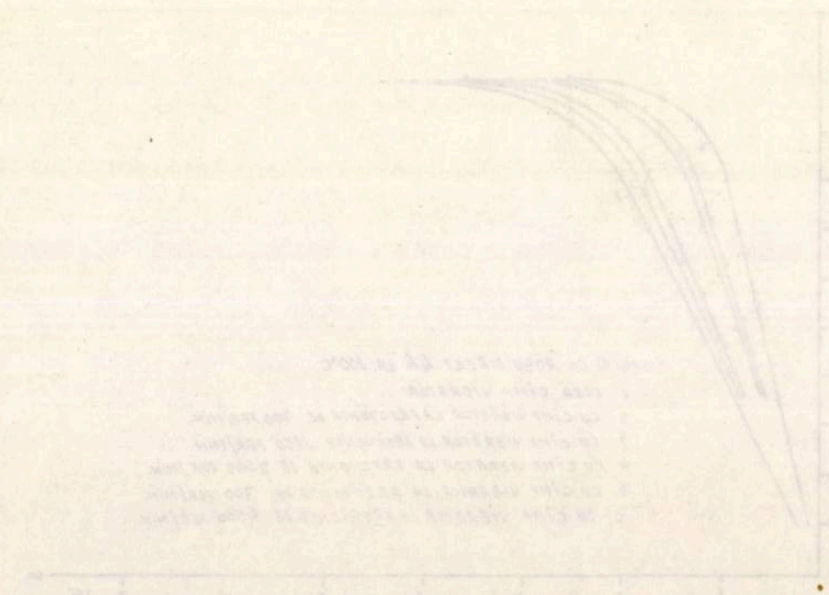
Fig. 15











Tabelul 2

Colorant pe fibră la extincția constantă a soluției (g/100 g fibră)

Colorantul	Modul de vopsire	Suportul textil țesătură tip		
		I	II	III
Verde direct *A*	Fără cîmp vibrator	0,67	0,81	0,60
	Cu cîmp vibrator	0,78	0,93	0,68
Albastru direct *FF*	Fără cîmp vibrator	0,62	0,76	0,57
	Cu cîmp vibrator	0,84	0,90	0,65
Roşu direct 4*A*	Fără cîmp vibrator	0,85	0,99	0,73
	Cu cîmp vibrator	0,98	1,21	0,68

Influența cîmpului vibrator asupra vitezei de vopsire rezultă din datele tabelului 3, în care sînt prezentate valorile timpului de semivopsire. Se constată din tabel că timpul de semivopsire marchează scăderi importante în cazul vopsirilor cu cîmp vibrator. În general, pentru toate temperaturile, timpul de semivopsire scade cu creşterea frecvenței. Corespunzător frecvenței de 700 per/min şi valorile timpului de semivopsire sînt mai mici decît la frecvențele de 900 şi 1 500 per/min.

Atît în cazul aplicării cîmpului vibrator cît şi în lipsa acestuia timpul de semivopsire scade cu creşterea temperaturii, deoarece la activarea pe cale mecanică se adaugă şi activarea pe cale termică. La frecvențe mari se înregistrează scăderi şi mai accentuate.

Influența cîmpului vibrator (tabelul 4) asupra coeficientului total de transfer, arată creşterea acestuia o dată cu creşterea frecvenței, pentru toți coloranții şi la toate temperaturile.

Pentru compararea eficacității cîmpului vibrator în funcție de forma paletelor s-au efectuat vopsiri la aceeaşi frecvență (1 150 per/min) şi aceeaşi amplitudine (4 mm), pe un acelaşi suport textil, la aceeaşi temperatură, cu un dispozitiv prevăzut cu palete de formă rotundă şi cu palete de formă dreptunghiulară.

Datele din tabelul 5 indică creşterea cantității de colorant în cazul folosirii paletelor dreptunghiulare în comparație cu cazul folosirii paletelor rotunde, ca urmare a creşterii efectului de turbulență în apropierea stratului concentrat. Intensificarea efectului de turbulență, în apropierea stratului, realizat cu ajutorul dispozitivului cu paletele dreptunghiulare, se explică prin forma acestora (cu colțuri) cît şi a distanței mai mari, paralelă cu suprafața țesăturii, pe care o prezintă acestea (15 mm — paletele laterale şi 20 mm — paletele centrale), în comparație cu distanța de 2...3 mm pe care o prezintă paletele rotunde.

Tabelul 3

Timpul de semivopsire (min)

Colorantul	Ţesătura tip	Temperatura °C	Fără cîmp vibrator	Cu cîmp vibrator la frecvenţele şi amplitudinile de:				
				700 per/min 6 mm	900 per/min 4 mm	1 150 per/min 4 mm	2 440 per/min 2 mm	4 500 per/min 2 mm
Verde direct *A*	I	60	7,29	1,82	5,29	3,80	2,40	1,21
		80	6,25	1,10	2,89	2,25	1,32	0,56
		100	3,24	0,99	1,82	1,44	1,10	0,49
Albastru direct *FF*	I	60	3,97	2,25	3,05	2,89	1,96	0,99
		80	3,42	1,82	2,89	2,56	1,44	0,64
		100	1,69	1,00	1,44	1,22	0,99	0,42
Roşu direct 4*A*	I	60	5,01	2,89	4,20	3,97	3,42	1,44
		80	4,41	2,25	4,00	3,42	2,89	0,99
		100	1,56	0,56	1,25	1,00	0,72	0,25

Tabelul 4

Coeficientul total de transfer

Colorantul	Temp. °C	Fără cîmp vibrator		Cu cîmp vibrator la frecvenţele şi amplitudinile de:									
				700 per/min 6 mm		900 per/min 4 mm		1 150 per/min 4 mm		2 440 per/min 2 mm		4 500 per/min 2 mm	
		tg α	$tg^2 \alpha$	tg α	$tg^2 \alpha$	tg α	$tg^2 \alpha$	tg α	$tg^2 \alpha$	tg α	$tg^2 \alpha$	tg α	$tg^2 \alpha$
Verde direct *A*	60	0,95	0,90	1,90	3,61	1,10	1,21	1,30	1,69	1,60	8,56	2,35	5,52
	80	1,00	1,00	2,40	5,76	1,45	2,10	1,70	2,89	2,15	4,62	3,00	9,00
	100	1,40	1,96	2,60	6,76	1,75	3,05	2,05	4,20	2,40	5,76	3,30	10,89
Albastru direct *FF*	60	1,30	1,69	1,65	2,72	1,40	1,96	1,50	2,25	1,85	3,42	2,65	6,92
	80	1,40	1,96	1,85	3,42	1,50	2,25	1,60	2,56	2,05	4,20	3,15	9,92
	100	1,85	3,42	2,50	6,25	2,00	4,00	2,20	4,84	2,70	7,29	3,45	12,80
Roşu direct 4*A*	60	1,10	1,21	1,50	2,25	1,20	1,44	1,25	1,56	1,35	1,82	2,10	4,41
	80	1,15	1,32	1,70	2,89	1,25	1,56	1,37	1,89	1,50	2,25	2,70	7,29
	100	1,80	3,24	3,20	10,24	2,15	4,62	2,50	6,25	2,90	8,70	4,10	16,81

Tabelul 5

Colorant pe fibră la extincţia constantă a soluţiei (g/100 g fibră)

Ţesătura tip	Temp. °C	Dispozitivul vibrator cu:	Colorantul		
			Verde direct *A*	Albastru direct *FF*	Roşu direct 4*A*
I	80	palete rotunde	0,78	0,84	0,90
		palete dreptunghiulare	1,43	1,52	1,96

4. Concluzii

a) La vopsirea ţesăturilor celulozice cu coloranţi direcţi, în toate cazurile de aplicare a cîmpului vibrator, cantitatea de colorant legată de fibră este mai mare decît la vopsirile efectuate fără cîmp vibrator.

b) În general, durata procesului de vopsire în cazul agitării este mai mică, factor deosebit de important pentru practica industrială. Pentru vopsirile efectuate la temperaturile curente (60°...100 °C), la intensificarea prin agitare adăugîndu-se şi activarea termică, se micşorează şi mai mult durata procesului de vopsire.

c) Pătrunderea colorantului, pentru vopsirile cu cîmp vibrator, este mai bună, element hotărîtor în vopsirea ţesăturilor groase şi dese. Deci se poate întrevedea o utilizare mai raţională a coloranţilor, prin îmbunătăţirea randamentului în colorant pe fibră.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Kramer B., Mell. Textilber., 1954, **35**, S. 6.
2. Werner L., Mell. Textilber., 1955, **36**, S. 10.
3. Speakman B., Smith J., J. Soc. Dyers Col., 1936, **52**, p. 121.
4. Викерстафф Т., *Физическая химия крашения*. Гизлегпром, М., 1956, (пер. с англ.)
5. Беленький Л. И., *Теория крашения и опыт ее практического применения*. Гизлегпром, М., 1958.
6. Häuserman L., Textil Rundschau, 1960, **15**, S. 8.
7. Bird C. L., Stancey P., J. Soc. Dyers Col., 1961, **77**, p. 6.
8. Su'sman M. N., Podobedow M. S., Petrova E. A., Jakubenko S. K., Textil Praxis, 1956, **11**, S. 4.
9. Grindea M., Vălu Fl., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3 – 4*, p. 423.
10. Kilbey W. F., J. Soc. Dyers Col., 1960, **76**, p. 8.

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССА КРАШЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЕМ ВИБРАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ

(Резюме)

Процесс крашения тканей из целлюлозных волокон (тонких, толстых и густых) прямыми красителями, при температуре в 60°...100° С, интенсифицируется при применении вибрационных полей различной частоты (700...4 500 об/мин) и амплитуды (2...6 мм). На основании экспериментальных данных установлено, что, по сравнению с крашением без таких полей, количество красителя зафиксированного волокном больше, длительность крашения меньше и проникновение глубже.

DIE INTESIFIZIERUNG DES FÄRBEVORGANGES MIT SCHWINGUNGSFELDERN

(Zusammenfassung)

Durch Anwendung der Schwingungsfelder verschiedener Frequenzen (700...4 500 Per/min) und Amplituden (2...6 mm) wird der Färbevorgang der Gewebe aus Zellulosefasern (Dünne, Dicke und Dichte) mit direkten Farbstoffen bei Temperaturen von 60°...100°C verstärkt.

Auf Grund der Versuchsangaben im Vergleich zu den Färbungen ohne solche Felder ist die Menge des in die Faser eingedrungenen Farbstoffes grösser, die Färbedauer niedriger und das Eindringen tiefer.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 677.47

CONTRIBUŢII LA STUDIUL PROPRIETĂŢILOR FIZICO-MECANICE ALE FIBRELOR ARTIFICIALE PRODUSE PRIN SINTEZĂ ÎN REPUBLICA POPULARĂ ROMÎNĂ

DE

I. VLAD, OTILIA MÎLCOMETE şi LUCIA SILBERMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În anul 1965, conform prevederilor Directivelor Congresului al III-lea al P.M.R., se vor produce în ţara noastră circa 13 000 t fibre şi fire sintetice. Fibrele poliamide, tip relon, vor ocupa un loc de frunte în producţia de fibre sintetice romîneşti. În afară de aceste fibre se vor produce fibre polinitrilacrilice — tip melana — şi fibre poliesterice — tip terel. Producţia de fibre sintetice scurte tip *L*, care vor fi prelucrate în amestec cu lînă, va fi mult sporită ţinînd seama de avantajele pe care le prezintă produsele fabricate din asemenea amestecuri de fibre. În anul 1965 consumul de fibre sintetice în industria lînei va fi de 18,9% din consumul total de fibre din această industrie.

Prelucrarea fibrelor sintetice în industria lînii necesită elaborarea şi introducerea unor procese tehnologice noi, corespunzătoare proprietăţilor acestor fibre. Pe baza cunoaşterii proprietăţilor fibrelor sintetice, după cum şi a celor ale fibrelor clasice cu care acestea se amestecă, se pot stabili cu maximum de eficacitate economică atît procesele tehnologice cît şi domeniile de utilizare ale acestor fibre.

Ca o contribuţie la cunoaşterea proprietăţilor fizico-mecanice ale fibrelor produse prin sinteză în ţara noastră, am cercetat, în anul 1959, proprietăţile fibrelor relon *L* 5/60, iar în anul 1961 proprietăţile fibrelor relon *L* 3,5/100.

Fibrele menţionate mai sus ne-au fost puse la dispoziţie de Uzinele de fibre sintetice, Săvineşti.

2. Rezultatele cercetărilor

Lungimea şi caracteristicile ei (v. tabelul 1 şi fig. 1) corespund condiţiilor tehnice ale fibrelor poliamide [2]. Dispersia lungimii este mică atît la fibrele relon *L* 5/60 cît şi la fibrele relon *L* 3,5/100.

La ambele tipuri de fibre se constată o asimetrie la curbele de distribuţie după lungime (fig. 1 a şi b). Fibrele mai scurte decît lungimea modul sînt mai numeroase în comparaţie cu cele a căror lungime este mai mare decît lungimea modul.

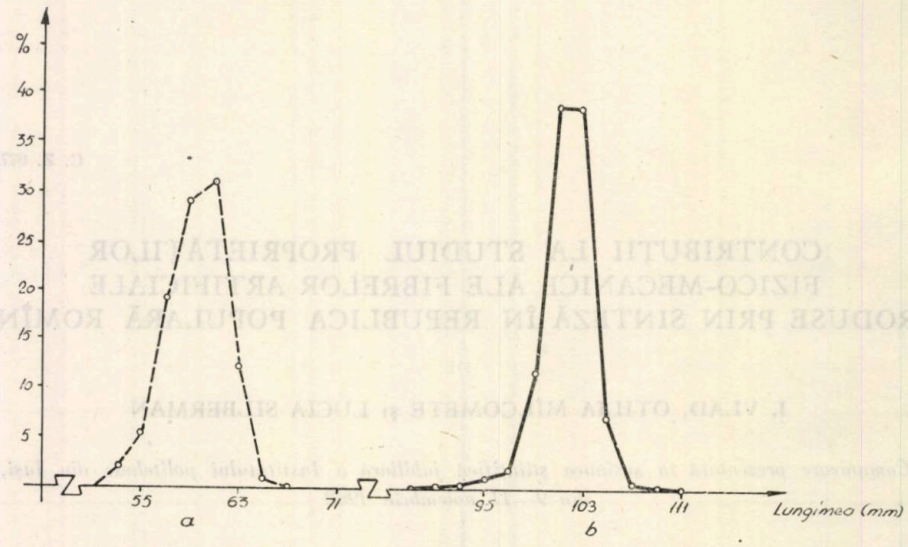


Fig. 1. — Curbele de distribuţie după lungime. *a* — relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.

Grosimea variază în limite restrînse (24...32 μ la relon *L* 5/60 şi 17...26 μ la relon *L* 3,5/100).

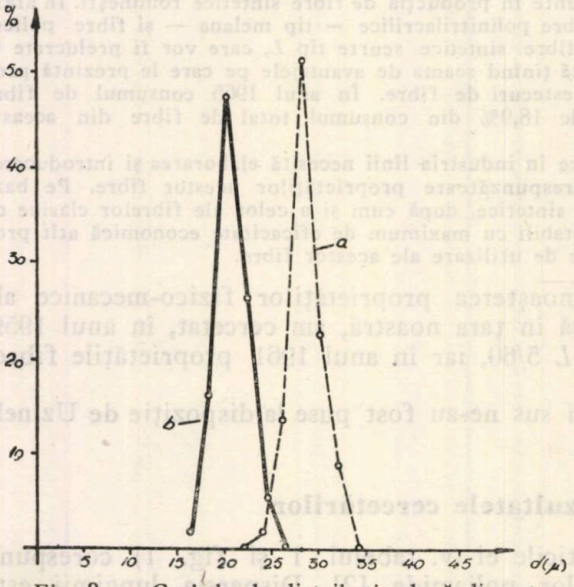


Fig. 2. — Curbele de distribuţie după diametru. *a* — Relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.

Se constată şi în cazul grosimii că numărul fibrelor cu grosimea mai mare decît valoarea modul este mai mare în comparaţie cu numărul fibrelor a căror grosime este mai mică decît valoarea modul (fig. 2 a şi b).

Tenacitatea corespunde condiţiilor tehnice [2]. Curbele de distribuţie după tenacitate la ambele tipuri de fibre prezintă o asimetrie similară grosimii, ceea ce înseamnă că neuniformitatea tenacităţii este o consecinţă a neuniformităţii grosimii, respectiv a ariei secţiunii transversale a fibrelor (fig. 3 a şi b).

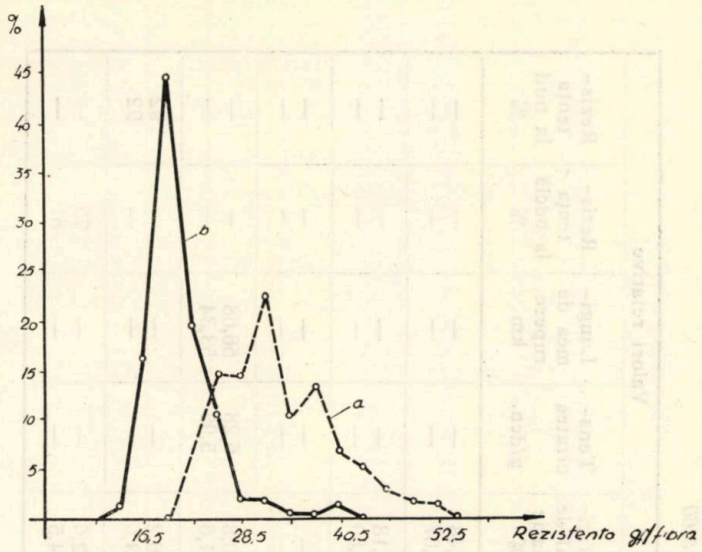


Fig. 3.—Curbele de distribuţie după sarcina de rupere. *a* — relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.

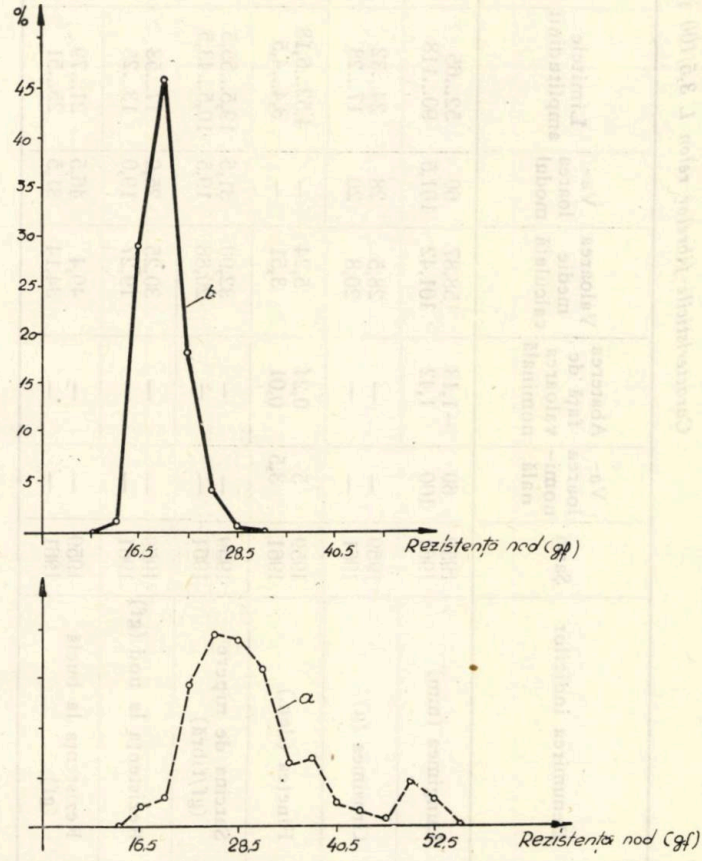


Fig. 4.—Curbele de distribuţie după rezistenţa la nod. *a*—relon *L* 1959, *b*—relon *L* 1961

Tabelul 1

Caracteristicile fibrelor relon L 3,5/100 şi L 5/60

Denumirea indicilor	Şarja	Valoarea nominală	Abaterea faţă de valoarea nominală	Valoarea medie calculată	Valoarea modul	Limitele amplitudinii	Valori relative				
							Coeficientul de variaţie %	Tenacitatea g/den.	Lungimea de rupere km	Rezistenţa la buclă %	Rezistenţa la nod %
Lungimea (mm)	1959	60	−1,13	58,87	60	52...65	3,48	—	—	—	—
	1961	100	1,42	101,42	101,5	90...118	2,07	—	—	—	—
Grosimea (μ)	1959	—	—	28,5	28	24...32	6,18	—	—	—	—
	1961	—	—	20,8	20	17...28	7,60	—	—	—	—
Fineţea (den.)	1959	5	0,24	5,24	—	4,52...6,18	—	—	—	—	—
	1961	3,5	0,01	3,51	—	3,4...4,5	—	—	—	—	—
Sarcina de rupere (gf/fibră)	1959	—	—	32,90	31,5	19,5...55,5	20,8	6,28	56,68	—	—
	1961	—	—	20,88	19,5	10,5...43,5	21,6	5,95	53,34	—	—
Rezistenţa la nod (gf)	1959	—	—	30,25	25,0	17...53	26,2	—	—	—	92
	1961	—	—	19,27	19,0	13...25	13,0	—	—	—	92
Rezistenţa la buclă (gf)	1959	—	—	49,4	46,5	21...79	22,6	—	—	75	—
	1961	—	—	34,14	31,5	25...51	24,5	—	—	81	—

În lucrările de cercetare s-a acordat o deosebită atenție rezistenței la nod și buclă întrucît comportarea fibrelor la asemenea solicitări indică gradul lor de suplețe. Cu cît fibrele prezintă o suplețe mai pronunțată cu atît produsele fabricate din aceste fibre sînt mai plăcute la purtare și au o durată de folosire mai îndelungată.

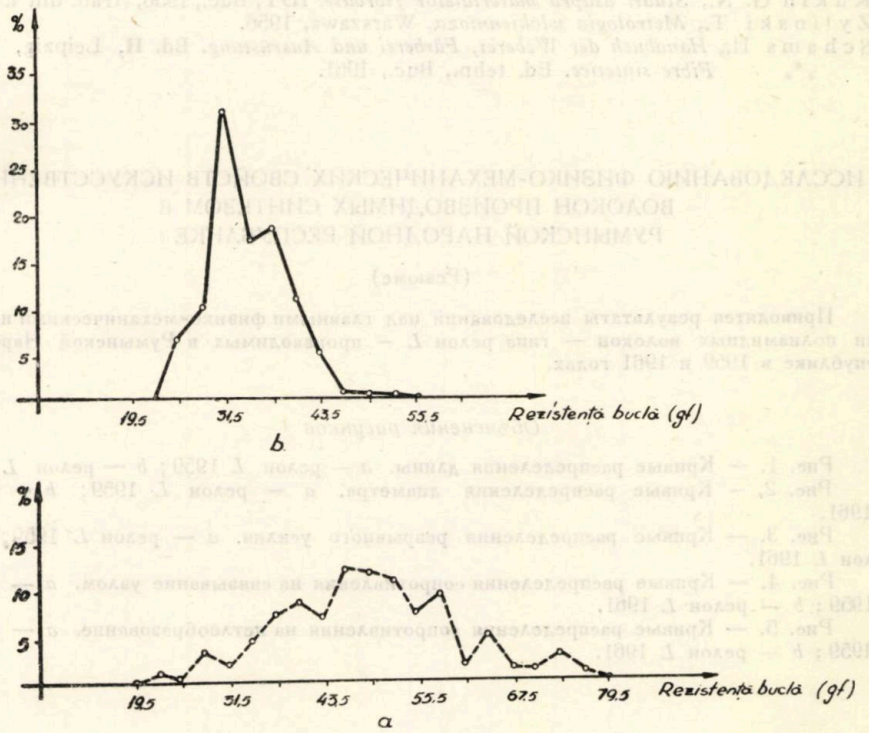


Fig. 5.—Curbele de distribuție după rezistența la buclă. *a*—relon *L* 1959, *b*—relon *L* 1961.

Valorile rezistenței la nod și buclă (v. tabelul 1, fig. 4 și 5) arată că fibrele poliamide — relon *L*— fabricate în țara noastră au suplețe mare.

Neuniformitatea rezistenței la nod și buclă a fibrelor relon *L* 3,5/100 este mult mai mică în comparație cu cea a relonului *L* 5/60.

3. Concluzii

Din cercetările efectuate se constată că fibrele relon *L* produse prin sinteză în R. P. R. au proprietăți asemănătoare cu cele ale fibrelor similare produse în străinătate.

Față de anul 1959 se constată o îmbunătățire simțitoare a principalelor proprietăți fizico-mecanice, în special în ceea ce privește uniformitatea acestor proprietăți.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de filatură

BIBLIOGRAFIE

1. Ionescu-Muscel I., Vlad I., *Fibre şi tehnologie mecanică textilă*. Vol. **I**, Lit. Inv., Iaşi, 1957.
2. — Ind. text., 1960, *8–9*.
3. Wegener W., *Festigkeits- und Formänderungseigenschaften*. În *Handbuch der Werkstoffprüfung*. Zweite Aufl., J. Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1960.
4. Kukin G. N., *Studii asupra materialelor fibroase*. IDT, Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
5. Zylinski T., *Metrologia wlokiennioza*, Warszawa, 1956.
6. Schams H., *Handbuch der Weberei, Färberei und Ausrüstung*. Bd. **II**, Leipzig, 1953.
7. *** *Fibre sintetice*. Ed. tehn., Buc., 1961.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИСКУССТВЕННЫХ ВОЛОКОН ПРОИЗВОДИМЫХ СИНТЕЗОМ В РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКЕ

(Резюме)

Приводятся результаты исследований над главными физико-механическими индексами полиамидных волокон — типа релон *L* — производимых в Румынской Народной Республике в 1959 и 1961 годах.

Объяснения рисунков

Рис. 1. — Кривые распределения длины. *a* — релон *L* 1959; *b* — релон *L* 1961.
Рис. 2. — Кривые распределения диаметра. *a* — релон *L* 1959; *b* — релон *L* 1961.
Рис. 3. — Кривые распределения разрывного усилия. *a* — релон *L* 1959; *b* — релон *L* 1961.
Рис. 4. — Кривые распределения сопротивления на связывание узлом. *a* — релон *L* 1959; *b* — релон *L* 1961.
Рис. 5. — Кривые распределения сопротивления на петлеобразование. *a* — релон *L* 1959; *b* — релон *L* 1961.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS PHYSICO-MÉCANIQUES DES FIBRES ARTIFICIELLES PRODUITES PAR SYNTHÈSE DANS LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

(Résumé)

On présente les résultats des recherches concernant les principaux indices physico-mécaniques des fibres polyamides du type relon *L* produites dans la République Populaire Roumaine en 1959 et 1961.

Explications des figures

Fig. 1. — Courbes de distribution selon la longueur. *a* — relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.
Fig. 2. — Courbes de distribution selon la résistance à la rupture. *a* — relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.
Fig. 3. — Courbes de distribution selon la résistance à la rupture. *a* — relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.
Fig. 4. — Courbes de distribution selon la résistance au noeud. *a* — relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.
Fig. 5. — Courbes de distribution selon la résistance au boucle. *a* — relon *L* 1959, *b* — relon *L* 1961.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C.Z. 677-16

METODĂ SIMPLIFICATĂ PENTRU CALCULUL NEREGULARITĂŢII LINIARE

DE

MIŞU ZEIDMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În controlul tehnic din industria textilă este larg folosit drept caracteristică a neregularităţii diferitelor proprietăţi ale materialelor textile, indicele de neregularitate liniară. Acest indice este definit ca raportul dintre abaterea medie absolută (media valorilor absolute ale abaterilor) şi valoarea medie:

$$U = \bar{\delta}/\bar{x}. \tag{1}$$

Deşi nu prezintă o deosebită importanţă nici din punct de vedere teoretic şi nici pentru aplicaţii statistice mai avansate, indicele de neregularitate liniară U posedă avantajul de a putea fi calculat cu uşurinţă în cazul probelor de volum nu prea mare şi cu valori individuale (cazuri în care determinarea coeficientului de variaţie necesită calcule mai laborioase). Pe de altă parte, indicele U nu este totdeauna — aşa cum a fost considerat — mai puţin sensibil în comparaţie cu coeficientul de variaţie, ci numai în cazurile în care distribuţiile posedă un interval mare de variaţie, iar valorile extremale au frecvenţe mici. Datorită acestui fapt, alături de coeficientul de variaţie şi de alţi indici de neregularitate, indicele de neregularitate liniară se dovedeşte a fi foarte util pentru scopuri practice.

Calculul neregularităţii liniare, pentru distribuţii cu valori individuale, devine mai simplu prin utilizarea formulelor cunoscute ale lui Sommer sau Dobîcin. În cazul unor distribuţii de volum relativ mare, în care valorile se grupează pe clase, folosirea formulelor lui Sommer-Dobîcin nu conduce, în comparaţie cu metoda directă, la o simplificare a calculelor mai substanţială decît în cazul distribuţiilor cu valori individuale.

În cele ce urmează este expusă esenţa unei metode simplificate pentru calculul neregularităţii liniare. Această metodă este mai simplă decît metoda sumelor utilizată la calculul coeficientului de variaţie şi reprezintă o variantă a acestei metode.

2. Principiul metodei

Fie o distribuţie constînd din R valori echidistante (R clase de egală amplitudine). Fixînd arbitrar una din valori drept centru convenţional de grupare, cele R clase se împart în două grupe: prima cuprinde $p-1$ valori mai mici decît centrul C, iar a doua $t-1$ valori mai mari decît centrul C. În tabelul 1 este reprezentată această distribuţie, valorile fiind ordonate crescător de sus în jos. Valorile mai mici decît C sînt notate cu x_i, $(i = 1,...,p)$, de sus în jos, cele mai mari decît C cu x'_j, $(j = 1,...,t)$, de jos în sus, iar frecvenţele corespunzătoare cu n_i, respectiv n'_j. Evident, $x_p = x'_t = C$.

Tabelul 1

Valori medii pe clase	Frecvenţe	Frecvenţe cumulate $a_1 = \sum$(frecvenţe cumulate)
1	2	3
x_1	n_1	n_1
x_2	n_2	n_1+n_2
.	.	.
.	.	.
.	.	.
x	n_i	$n_1+n_2+\cdots+n_i$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
x_{p-1}	n_{p-1}	$n_1+n_2+\cdots+n_{p-1}$
$x_p=C=x'_t$	$n_p=n'_t$	
x'_{t-1}	n'_{t-1}	$n'_1+n'_2+\cdots+n'_{t-1}$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
x'_j	n'_j	$n'_1+n'_2+\cdots+n'_j$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
x'_2	n'_2	$n'_1+n'_2$
x'_1	n'_1	n'_1
	N	$b_1=\sum$(frecvenţe cumulate)'

Notînd cu K amplitudinea constantă a claselor, se poate calcula orice valoare în funcţie de centrul de grupare:

$$x_i = C-(p-i)K \tag{2}$$

sau

(2') $$x'_j = C + (t - j)\,K.$$

Alături de coloana frecvențelor, în tabelul 1 este trecută coloana frecvențelor cumulate, împărțită în două: de sus în jos, pentru primele $p-1$ clase și de jos în sus pentru ultimele $t-1$ clase. Astfel, frecvența cumulată a valorii x_i este egală cu $n_1 + n_2 + \cdots + n_i$, iar cea a valorii x'_j este egală cu $n'_1 + n'_2 + \cdots + n'_j$.

Se notează cu a_1 suma frecvențelor cumulate din partea superioară și cu b_1 suma celor din partea inferioară. Avem:

$$a_1 = n_1 + (n_1 + n_2) + \cdots + (n_1 + n_2 + \cdots + n_{p-1})$$

sau

(3) $$a_1 = \sum_{i=1}^{p-1} (p - i)\, n_i .$$

În mod analog se determină:

(4) $$b_1 = \sum_{j=1}^{t-1} (t - j)\, n'_j .$$

Se observă că sumele de mai sus pot fi extinse și asupra termenilor de ordin p respectiv t, deoarece aceștia din urmă sînt nuli.

Definind valoarea medie prin relația:

$$\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^{p} n_i x_i + \sum_{j=1}^{t} n'_j x'_j \right) \Big/ N$$

și înlocuind pe x_i din 2) și pe x'_j din (2'), rezultă:

(5) $$\bar{x} = C + K(b_1 - a_1)/N.$$

Pentru calculul neregularității liniare se împart cele $p + t - 1 = R$ clase în două grupe: R_1 clase cu valori mai mici și R_2 clase cu valori mai mari decît media ($R_1 + R_2 = p + t - 1 = R$).

Abaterea medie absolută va putea fi scrisă atunci ca suma a doi termeni:

(6) $$\bar{\delta} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{R} n_r \,|\, x_r - \bar{x} \,| = \frac{1}{N} \left[\sum_{r=1}^{R_1} n_r (\bar{x} - x_r) + \sum_{r=R_1+1}^{R_1+R_2} n_r (x_r - \bar{x}) \right],$$

unde indicele r desemnează oricare dintre cele R clase.

În virtutea faptului că suma algebrică a abaterilor este nulă, cei doi termeni din membrul drept al relației (6) sînt egali. Se poate deci scrie:

(7) $$\bar{\delta} = \frac{2}{N} \sum_{r=1}^{R_1} n_r (\bar{x} - x_r)$$

sau:

$$\bar{\delta} = \frac{2}{N}\left(\bar{x}_r \sum_{r=1}^{R_1} n_r - \sum_{r=1}^{R_1} n_r x_r\right) = \frac{2}{N}\left(N_1 \bar{x} - \sum_{r=1}^{R_1} n_r x_r\right), \tag{8}$$

unde N_1 — suma frecvenţelor valorilor mai mici decît media.

În continuare se admite că $\bar{x} < C$ şi, în consecinţă, se poate înlocui indicele r prin i. Această supoziţie nu constituie o restricţie, deoarece, în caz contrar, s-ar fi putut lucra cu valorile mai mari decît media şi s-ar fi înlocuit r prin j. În ambele cazuri demonstraţiile sînt analoge iar formula finală aceeaşi.

Al doilea termen din paranteză se poate transcrie prin înlocuirea lui x_i din (2), sub forma:

$$\sum_{i=1}^{R_1} n_i x_i = \sum_{i=1}^{R_1} n_i [C - (p-i)K] = CN_1 - K\sum_{i=1}^{R_1} n_i (p-i). \tag{9}$$

Dacă valoarea medie $\bar{x}$ diferă de centrul C cu mai puţin decît K, adică, dacă $C - K < \bar{x} < C$ însemnează că $R_1 = p - 1$ şi deci

$$\sum_{i=1}^{R_1} n_i (p-i) = a_1.$$

Făcînd înlocuirile corespunzătoare în (9) şi (8) şi introducînd expresia (5) a lui x în (8), rezultă:

$$\bar{\delta} = (2K/N)\,[(N_1/N)\,b_1 + (N_2/N)\,a_1]. \tag{10}$$

În această relaţie $N_2 = N - N_1$ reprezintă suma frecvenţelor valorilor mai mari decît media.

Dacă însă $\bar{x} < C - K$ şi deci $R_1 < p - 1$, atunci apare în formula lui $\bar{\delta}$ un termen suplimentar. Fie $R_1 = p - l$ (unde $l > 1$). Atunci:

$$\sum_{i=1}^{R_1} n_i (p-i) = \sum_{i=1}^{p} n_i (p-i) - \sum_{i=p-l}^{p-1} n_i (p-i). \tag{11}$$

Primul termen din membrul drept este tocmai a_1, iar al doilea este notat cu B. Sub formă dezvoltată acesta se poate scrie:

$$B = l n_{p-l} + (l-1)\, n_{p-l+1} + \cdots + 2n_{p-2} + n_{p-1}, \tag{12}$$

deci

$$\sum_{i=1}^{R_1} n_i (p-i) = a_1 - B, \tag{13}$$

iar abaterea medie absolută

$$\bar{\delta} = (2K/N)\,[(N_1/N)\,b_1 + (N_2/N)\,a_1 - B]. \tag{14}$$

Cu această valoare a lui $\bar{\delta}$ se calculează apoi neregularitatea liniară, după formula (1).

Observații. a) În cazul în care $\bar{x} > C$, termenul suplimentar din formula lui $\bar{\delta}$ nu mai corespunde relației (12), ci relației:

$$B' = ln'_{t-l} + (l-1)\,n'_{t-l+1} + \cdots + 2n'_{t-2} + n'_{t-1}, \tag{12'}$$

dar în esență el rămîne același, și anume suma produselor dintre frecvențele fiecărei clase cuprinse între C și $\bar{x}$ și numărul de clase care o desparte de C, indiferent dacă C este mai mare sau mai mic decît $\bar{x}$. În formula lui $\bar{\delta}$ termenul suplimentar apare totdeauna cu semnul minus.

b) În cazul cînd valoarea medie este exact egală cu una din valorile medii pe clase (x_r), această valoare poate fi considerată fie mai mare fie mai mică decît media, fără ca rezultatul final să se modifice, deoarece $\bar{x} = x_i \pm \varepsilon$, $(\varepsilon \to 0)$. Pentru ușurarea calculelor $\bar{x}$ se consideră astfel încît media reală să apară cît mai apropiată de centrul convențional C, micșorîndu-se astfel termenul suplimentar B.

c) Un calculator cu oarecare experiență va reuși întotdeauna să aleagă astfel centrul C, încît acesta să nu difere de x cu mai mult de

Tabelul 2

Limitele claselor g	Valoarea medie a clasei	Frecvența %	$a_1 = 37$	$a'_1 = 114$	Calcule
1	2	3	4	5	6
160...164	162	2	2	2	I) $S_1 = b_1 - a_1 = 251 - 37 = 214$;
165...169	167	0	2	2	$\bar{x} = C + K(S_1/N) = 192 +$
170...174	172	1	3	3	$+ 5\,(214/100) = 202{,}7$ g;
175...179	177	3	6	6	$B = 13 + 2.12 = 37$;
180...184	182	3	9	9	
185...189	187	6	15	15	$\bar{\delta} = (2K/N)\,[(N_1/N)\,b_1 + (N_2/N)\,a_1 -$
190...194	192	17	—	32	$- B] = (2.5/100)\,[(57/100).251 +$
195...199	197	13	68	45	$+ (43/100)\,37 - 37] = 12{,}2$ g.
200...204	202	12	55	—	
205...209	207	8	43	43	II) $S'_1 = b'_1 - a'_1 = 128 - 114 = 14$;
210...214	212	6	35	35	$\bar{x} = C' + K(S'_1/N) = 202 +$
215...219	217	14	29	29	$+ 5\,(14/100) = 202{,}7$ g;
220...224	222	9	15	15	$B' = 0$;
225...229	227	6	6	6	$\bar{\delta} = (2K/N)\,[(N_1/N)\,b'_1 + (N_2/N)\,a'_1] =$
					$= (2.5/100)\,[(57/100).128 +$
					$+ (43/100).114] = 12{,}2$ g.
		$N = 100$	$b_1 = 251$	$b'_1 = 128$	
		$N_1 = 57$			$U = (\bar{\delta}/x).100 = (12{,}2/202{,}7).100 = 6\%$
		$N_2 = 43$			

1,2 clase. Dacă însă se doreşte eliminarea completă a termenului suplimentar, atunci, alături de coloana frecvenţelor cumulate se va înscrie o nouă coloană $(a'_1 - b'_1)$ în care s-a fixat un nou centru C', astfel ales, încît $\bar{x} - K < C' < \bar{x} + K$, ceea ce conduce la $B' = 0$.

3. Exemplu numeric

În tabelul 2 este aplicată metoda propusă la cazul concret al unei distribuţii a 100 rezistenţe de fir, împărţite în 14 clase. Drept centru convenţional a fost aleasă valoarea 192, deşi se constată cu uşurinţă că media va fi cu cîteva clase mai mare. În adevăr, din calcule a reieşit $\bar{x} = 202{,}7$, deci o diferenţă de două clase între C şi $\bar{x}$. În acest caz valoarea termenului suplimentar B este de 37. În coloana 5 este refăcut calculul, pentru un alt centru convenţional ($C' = 202$), astfel încît termenul suplimentar este nul.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de filatură

BIBLIOGRAFIE

1. Виноградов Ю. С., *Математическая статистика и ее применение к исследованиям в текстильном производстве.* Гизлегпром, М., 1956.

УПРОЩЕННОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЛИНЕЙНОЙ НЕРОВНОСТИ

(Резюме)

Предлагается упрощенный способ вычисления коэффициента линейной неровности применимый при выборах больших объемов. Использование вычислительных формул (1), (5), (10), (14) облегчает и разрешает быстрое и точное определение значения этого индекса. Предлагаемый числовой пример (табл. 2) доказывает простоту предлагаемого способа.

SIMPLIFIED CALCULATION OF THE INDEX OF LINEAR IRREGULARITY

(Summary)

In the present paper is presented a simplified method for the calculation of the linear irregularity index (percentage mean deviation, P.M.D.), which can be applied to large samples. The calculation formulae (1), (5), (10), (14) are very easy to handle and allow a quick and exact determination of the value of this index. The numerical example from table 2 shows the simplicity of the method.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

Д. К. 685.3

СИЛОВОЕ СООТНОШЕНИЕ НИТОЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ ПОДОШВЫ В ОБУВИ

В. Н. ЦВЕТКОВ

Качество обуви в значительной степени зависит от прочности скрепления ее деталей. Одним из ответственных соединений в обуви является крепление подошвы. Чтобы противостоять значительным нагружениям, возникающим в обуви в процессе ходьбы и бега человека крепление подошвы должно обладать необходимым запасом прочности. Наиболее распространенным методом крепления подошвы в обуви является ниточный. Определим силовые соотношения ниточного соединения в подошве.

Взяв один стежок, будем считать его симметричным относительно оси y-y (рис. 1). При однородных упругих свойствах скрепляемых материалов и ниток плоскость x-x раздела между подошвой и рантом при затяжке стежка естественно остается плоскостью, не искривляется, что в определении силовых соотношений позволяет исходить из ортогональных координатных осей x-x и y-y в плоскости рисунка.

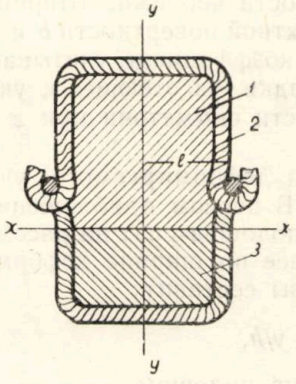


Рис. 1

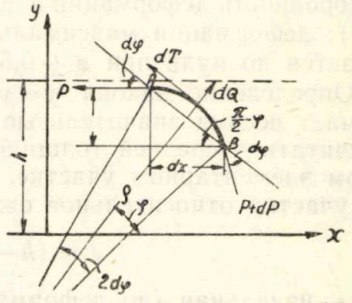


Рис. 2

Рассмотрим элементарный участок нитки с бесконечно малой длиной (рис. 2), на концах которой A и B действуют активные силы насяжения P и $P + \mathrm{d}P$. Выпрямляя элементарную дугу, получим хорду

с углом девиации относительно сил натяжения $\pm d\varphi$. Если обозначить угол между осью x-x и нормалью к элементарной хорде через φ, то центральный угол элементарной дуги составит $2\,d\varphi$, а ее длина $2\rho\,d\varphi$ (ρ — радиус кривизны).

Вдоль элементарной хорды действует сила трения $dT = 2t\rho\,d\varphi$ (t — интенсивность силы трения направленная против возможного скольжения нитки относительно подошвы). Вследствие симметрии стежка к оси y-y расположенное по ней сечение нитки не сможет перемещаться; следовательно, возможное скольжение нитки будет направлено от оси y-y вправо и влево (а на вертикальных участках стежка — вниз), а сила трения на участке, расположенном в рассматриваемом квадрате, будет направлено влево.

Другой силой, действующей на нитку, является реакция подошвы (или ранта), направленная нормально к элементарной хорде. Спроектируем все силы на радиус-вектор, проведенный из центра кривизны элементарной дуги в ее середину:

$$dQ - P\sin d\varphi - (P + dP)\sin d\varphi = 0,$$

или, пренебрегая бесконечно малой величиной второго порядка получим:

$$dQ = 2P\sin d\varphi. \tag{1}$$

По проекциям на касательную к элементарной дуге ($\cos\varphi \to 1$):

$$P + dT = P + dP \text{ или } dT = dP, \tag{2}$$

т.е. натяжение нити убывает по направлению к оси y-y под действием сил трения, а при отсутствии сил трения оно остается постоянным (при $t = 0$, $dT = 0$ и $dP = 0$, т.е. $P = \text{const}$.). После стягивания подошвы ниткой и соответствующей упругой деформации толщина материала на рассматриваемом элементарном участке равна y.

Деформация (h—y) переменна по оси z, перпендикулярной плоскости осей x и y, т. е. нормальной к плоскости чертежа. Ширина деформируемого участка больше ширины контактной поверхности b и равна ab, где коэффициент $a > 1$, (a—поправочный коэффициент, учитывающий неоднородность деформации и ширину площадки, тяготеющей к участку нитки); деформация максимальна к плоскости симметрии при $z = 0$ и снижается до нуля при $z \pm 0{,}5\,ab$.

Определение закона $y = y(z)$ и границ деформируемого участка встречает весьма значительные трудности. В первом приближении будем считать y средней толщиной системы подошва-рант на рассматриваемом элементарном участке. Тогда среднее по ширине деформируемого участка относительное сжатие подошвы составит:

$$\varepsilon = (h - y)/h = 1 - y/h, \tag{3}$$

где h — начальная (до деформации) толщина подошвы.

Считая в первом приближении подошвенный материал подчиняющимся закону пропорциональности (для рассматриваемой области значений деформаций) получим величину реакции:

$$dQ = q\,dF = a\varepsilon Eb\,dS \simeq aEb(1 - y/h)\,dS, \tag{4}$$

где: $q = a\varepsilon E$ — интенсивность реактивной силы, E — модуль упругости подошвенного материала, a — поправочный коэффициент, учитывающий неоднородность деформации площадки, тяготеющей к участку нитки, dF — элементарная контактная площадка, тяготеющая к участку нитки, равная произведению элементарной дуги на ширину b контактной поверхности.

Из уравнений (1) и (4) получим:

$$2P \sin d\varphi = 2aEb(1 - y/h)\varrho\, d\varphi.$$

Упростим это уравнение, учитывая, что $(\sin d\varphi)/(d\varphi) \to 1$:

$$P = aEb(1 - y/h)\varrho. \tag{5}$$

Пользуясь соотношение (для рассматриваемой системы отсчета):

$$1/\varrho \simeq -d^2(h - y)/dx^2 = -d^2y/dx^2,$$

из (5) получим дифференциальное уравнение для кривой касания нитки и подошвенного материала (считая величину q постоянной по ширине деформируемого участка кожи):

$$P(d^2y/dx^2) - (aEb/h)\, y = -aEb. \tag{6}$$

Рассмотрим случай, когда трение нитки о подошвенный материал настолько мало, что им можно пренебречь, а следовательно, $P = \text{const}$. Неоднородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка (6) позволяет получить общее решение в виде суммы общего интеграла соответствующего однородного уравнения:

$$P(d^2y/dx^2) - (aEb/h)y = 0 \tag{7}$$

и частного решения уравнения (5):

$$y_1 = h. \tag{8}$$

При этом $d^2y_1/dx^2 = 0$ и (6) превращается в тождество:

$$(aEb/h)h = aEb.$$

Найдем интеграл дополнительного однородного уравнения (7). Его характеристическое уравнение $P\mu^2 - aEb/h = 0$ имеет два действительных корня:

$$\mu = \pm\sqrt{aEb/(hP)}. \tag{9}$$

Следовательно, общий интеграл соответствующего однородного уравнения:

$$y_{11} = C_1 \exp\left[x\sqrt{aEb/(hP)}\right] + C_2 \exp\left[-x\sqrt{aEb/(hP)}\right] \tag{10}$$

и общее решение уравнения (6):

$$y = C_1 \exp\left[x\sqrt{aEb/(hP)}\right] + C_2 \exp\left[-x\sqrt{aEb/(hP)}\right] + h. \tag{11}$$

Граничное условие, связанное с наличием оси симметрии y-y:

$$(dy/dx)_{x=0} = 0. \tag{12}$$

Дифференцируя уравнение (11), получим:

$$(\mathrm{d}y/\mathrm{d}x)_{x=0} = \sqrt{aEb/(hP)}(C_1 - C_2) = 0. \tag{13}$$

Отсюда $C_1 = C_2$. При этом (11) можно упросить и изобразить в гиперболических функциях:

$$y = 2C_1 \operatorname{ch} x\sqrt{aEb/(hP)} + h. \tag{14}$$

Для нахождения постоянной интегрирования C_1 воспользуемся соотношением статики: проекция всех сил реакций на ось y-y должна равняться удвоенному натяжению на концах нитки:

$$2\int_{x=0}^{x=l} \sin\varphi\,\mathrm{d}Q = 2P, \tag{15}$$

где l — половина длины стежка (рис. 4).

Из уравнения (4), и учитывая уравнение (14), получим:

$$\mathrm{d}Q = -aEb(2C_1/h)\operatorname{ch} x\sqrt{aEb/(hP)}(\mathrm{d}x/\sin\varphi). \tag{16}$$

Подставим полученное значение $\mathrm{d}Q$ в уравнение (15):

$$aEb\frac{2C_1}{h}\int_{x=0}^{x=l} \operatorname{ch} x\sqrt{\frac{aEb}{hP}}\,\mathrm{d}x + P = 0. \tag{17}$$

Производя интегрирование находим:

$$C_1 = \sqrt{hP}/\left[2\sqrt{aEb}\operatorname{sh} l\sqrt{aEb/(hP)}\right]. \tag{18}$$

Из (14) получим окончательное выражение для координаты y:

$$y = -\left\{\sqrt{hP}/\left[\sqrt{aEb}\operatorname{sh} l\sqrt{aEb/(hP)}\right]\right\}\operatorname{ch} x\sqrt{aEb/(hP)} + h. \tag{19}$$

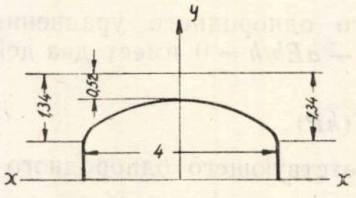


Рис. 3

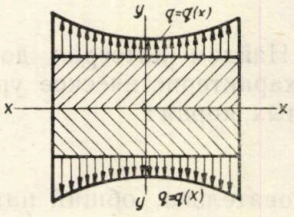


Рис. 4

Определим кривую $y = f(x)$ для обычных условий двухниточного шва. Например, при $h=0{,}5$ см, $a=2$, $E=1\,000$ кГ/см², $b=0{,}5$ см, $l=0{,}2$ см, $P=3$ кГ получим (рис. 3):

$$C_1 = -\left\{\sqrt{0{,}5.3}/\left[2\sqrt{2.1\,000.0{,}05}\operatorname{sh} 0{,}2\sqrt{2.1000.0{,}05/(0{,}5.3)}\right]\right\} = -0{,}025.$$

Размерность C_1, выражена в см. Следовательно,

$$y = -2.0{,}025\operatorname{ch} x\sqrt{2.1\,000.0{,}05/(0{,}5.3)} + 0{,}5 = -0{,}05\operatorname{ch} 8{,}16x + 0{,}5.$$

В частности, на оси y-y ($x = 0$) величина прогиба f подошвы под ниткой составит:

$$y_{x=0} = -0{,}052 + 0{,}5 = 0{,}45 \text{ см}, \quad f_{x=0} = (h-y)_{x=0} = 0{,}5 - 0{,}45 = 0{,}05 \text{ см}.$$

По краям стежка величина прогиба значительно больше:

$$y_{x=l=0{,}2} = -0{,}05 \operatorname{ch} 8{,}16.0{,}2 + 0{,}5 = 0{,}367 \text{ см},$$

$$f_{x=l} = (h-y)_{x=l} = 0{,}5 - 0{,}367 = 0\ 133 \text{ см}.$$

Определим интенсивность реактивной нагрузки q на нитки. Как было показано выше (см. (4)),

$$q = a\varepsilon E = aE(1 - y/h).$$

Подставим в полученное равенство величину y из (19):

$$q = \{\sqrt{PaE}/[\sqrt{hb}\operatorname{sh} l\sqrt{aEb/(hP)}]\}\operatorname{ch} x\sqrt{aEb/(hP)}. \tag{20}$$

Таким образом, интенсивность нагрузки нити прямо пропорциональна гиперболическому косинусу некоторой комбинации параметров стежка; она минимальна у оси симметрии y-y:

$$q_{x=0} = \sqrt{PaE}/[\sqrt{hb}\operatorname{sh} l\sqrt{aEb/(hP)}], \tag{21}$$

и возрастает до максимального значения у точки перегиба нитки:

$$q_{x=l} = \sqrt{PaE/(hb)}\operatorname{cth} l\sqrt{aEb/(hP)}. \tag{22}$$

Например, для величин, принятых в приведенном выше примерном расчете $q_{x=0} = 10$ кГ/см² и $q_{x=0{,}2 \text{ мм}} = 267$ кГ/см².

Типичная эпюра интенсивности реактивной нагрузки показана на рис. 4. Очевидно, при этом в точке перегиба нитки, где давление на нее скрепляемого материала достигает наибольшей величины имеется концентрация напряжений, и нитка работает на срез; нужно ожидать разрушения нитки при перегрузках.

Этот вывод с достаточной наглядностью подтверждает проведенные испытания двухниточных подошвенных швов. Разрушение ниточных стежков в подавляющем числе случаев проходило по точке перегиба ниток. Характер разрыва подтверждает также заключение, что нитка стежка работает в месте перегиба на срез.

В приведенных выше рассуждениях не учтены силы трения на контактной поверхности соединений нитка-подошва. Действие сил трения вносит следующие поправки в расчеты. Так как удельная сила кулонова трения примерно пропорциональна удельному давлению контактирующих поверхностей, очевидно, эпюра сил трения будет иметь примерно такой же вид, как кривая $q = q(x)$ (рис. 4).

Следовательно, на основании уравнения (2) можно сделать вывод, что натяжение нити увеличивается от сечения y-y на оси симметрии ($x=0$) до краев стежка, где оно достигает максимального значения ($x = l$). Вследствие этого кривая $q = q(x)$ под действием сил

трения еще круче поднимается к краям стежка, и сделанный выше вывод о разрушении нитки в точке перегиба становится еще более очевидным.

Количественный учет сил трения можно определить следующими двумя способами:

1. Выведенное дифференциальное уравнение (6) остается в силе и при наличии сил трения, но величина P в нем становится величиной переменной:

$$P = P_0 - \int_{x=x}^{x=l} \mu \, dQ, \tag{23}$$

где: P_0 — максимальное натяжение нити в точке перегиба ($x = l$), μ — коэффициент трения.

Интеграл в (23) представляет собой общую силу трения на участке от точки перегиба ($x=l$) до рассматриваемого сечения (x).

Пользуясь (4), выразим dQ интенсивностью нагрузки q:

$$\mu \int_{x=x}^{x=l} dQ = \mu aEb \int_{x=x}^{x=l} \left(1 - \frac{y}{h}\right) dS = \mu aEb \int_{x=x}^{x=l} \left(1 - \frac{y}{h}\right)\left(1 + \frac{d^2y}{dx^2}\right)^{1/2} dx. \tag{23 а}$$

Теперь дифференциальное уравнение (6) превратилось в интегральное.

2. Из уравнений (4) и (5) получим:

$$dT = dP = aEb\,[(1 - y/h)(d\varrho/dx)\,dx - (1/h)\varrho\,(dy/dx)\,dx];$$

с другой стороны (уравнение (4)):

$$dT = \mu\, dQ \cong \mu aEb\,(1 - y/h)\,(dx/\sin\varphi).$$

Отсюда получим:

$$\mu\,(1 - y/h)\,(1/\sin\varphi) = (1 - y/h)\,(d\varphi/dx) - (1/h)\varrho\,(dy/dx), \tag{24}$$

т. е. дифференциальному уравнению относительно осей y и x.

Интересно отметить, что при ненарушенных стежках и до определенного соотношения между толщиной ниток и размерами шила и иглы прочность шва составляет 65...76% удвоенной прочности слабейшей нитки. Такое соотношение следует ожидать при распределении нагрузки на две нитки, если прочность нитки на срез составляет около 70% ее прочности на разрыв.

Из приведенной выше эпюры натяжения нитки можно сделать следующий вывод.

Во-первых, с увеличением коэффициента трения нитки о подошвенный материал неравномерность интенсивности поперечных нагрузок на нитку увеличивается. Вследствие этого при постоянной силе прижатия подошвы к ранту возрастают максимальные растягивающие и срезывающие нагрузки на нитку, а следовательно и опасность ее разрушения при утяжке стежка.

Во-вторых, как видно из (20) и (22), с увеличением модуля упругости скрепляемого материала возрастает нагрузка на нитку в опасном сечении. Для доказательства этого положения рассмотрим производную:

$$dq_{x=l}/dE = d\left[\sqrt{PaE/(hb)}\,\mathrm{cth}\,l\sqrt{aEb/(hP)}\right]/dE =$$
$$= \sqrt{Pa/(hbE)}\left[\mathrm{cth}\,l\sqrt{aEb/(hP)} - l\sqrt{aEb/(hP)}/\mathrm{sh}^2 l\sqrt{aEb/(hP)}\right]/2.$$

Развернем выражение, заключенное в скобки (для упрощения расчета обозначим $l\sqrt{aEb/(hP)} = \varkappa$):

$$\mathrm{cth}\,\varkappa - \varkappa/\mathrm{sh}^2\varkappa = [\exp(2\varkappa) - \exp(-2\varkappa) - 4\varkappa]/[\exp\varkappa - \exp(-\varkappa)]^2.$$

Знаменатель этой дроби — всегда положительная величина. Если в приведенное выражение ввести обозначение $2\varkappa = \beta$, то числитель дроби примет вид:

$$\exp\beta - \exp(-\beta) - 2\beta = 2(\mathrm{sh}\,\beta - \beta).$$

Воспользуемся известным разложением функций гиперболического синуса в бесконечный ряд:

$$\mathrm{sh}\,\beta = \beta + \beta^3/3! + \beta^5/5! + \ldots$$

Очевидно, $\mathrm{sh}\,\beta - \beta > 0$ (при $\beta > 0$). Следовательно, числитель рассматриваемой дроби — величина положительная, и производная $dq_{x=l}/dE$ также положительная, что и требовалось доказать.

Возвращаясь снова к (22), представим его в несколько преобразованном виде:

$$q_{x=l} = [P/(bl)]\,l\sqrt{aEb/(hP)}\,\mathrm{cth}\,l\sqrt{aEb/(hP)}. \tag{25}$$

Величина $\varkappa$ безразмерная и полностью характеризует стежок поскольку в него входят геометрия стежка (a, b, l), толщина скрепляемых материалов (h), модуль упругости (E) и натяжение нитки (P).

Теперь можем значительно упростить уравнение (22):

$$q_{x=l} = [P/(bl)]\,\varkappa\,\mathrm{cth}\,\varkappa = p\varkappa\,\mathrm{cth}\,\varkappa, \tag{26}$$

где $p = P/(bl)$.

Из этого уравнения видно, что максимальная удельная нагрузка на нитку пропорциональна ее натяжению, обратно пропорциональна ее натяжению, обратно пропорциональна площади контакта bl и пропорциональна произведению параметра $\varkappa$ на его гиперболический котангенс.

При пользовании таблицами гиперболических функций расчет нагрузок на нитку по уравнению (26) не представляет трудности. Кривая $\varkappa\,\mathrm{cth}\,\varkappa$ монотонно и неограниченно возрастает с увеличением аргумента $\varkappa$. Следовательно, неравномерность нагрузки также увеличивается с ростом безразмерного параметра $\varkappa$:

$$dq_{x=l}/d\varkappa = p(\mathrm{cth}\,\varkappa - \varkappa\,\mathrm{sh}^2\varkappa) =$$
$$= \{2p/[\exp\varkappa - \exp(-\varkappa)]^2\}[(2\varkappa)^3/3! + (2\varkappa)^5/5! + \ldots];$$

эта производная всегда положительная величина. При $\varkappa \geqslant 2$, $\operatorname{cth}\varkappa = 1$ (с точностью до 4%); следовательно, при увеличении $\varkappa$ (в области $\varkappa \geqslant 2$) интенсивность нагрузки q возрастает почти линейно. Безразмерный параметр $\varkappa$ в свою очередь увеличивается с ростом коэффициента a, модуля упругости подошвенного материала E и ширины контактной поверхности b и снижается с возрастанием толщины подошвы h. Таким образом, при толстом, податливом материале подошвы (например, резине) условия нагружения нити более благоприятны.

Из (22) и (21) можно получить величину соотношения наибольшей (при $x = l$) и наименьшей (при $x = 0$) интенсивности реактивной нагрузки на нитку:

$$K = q_{x=l} / q_{x=0} = \operatorname{ch} l \sqrt{aEb/(hP)} = \operatorname{ch}\varkappa.$$

Из этого следует, что коэффициент неравномерности нагрузки на нитку K полностью определяется безразмерным периметром $\varkappa$ и меняется в пределах от ∞ до 1.

Поступила 26 I 1962 г.

Московский технологический институт легкой промышленности, СССР

FORCE RELATION OF THE THREAD CONNECTION IN THE SOLE OF FOOTWEAR

(Summary)

Force relations of the thread connection in the sole arising in the process of wearing are examined.

On the basis of analysis of the elementary section of the thread in the stitch and forces, acted on it as a result of reaction of the tied sole unit by stitch, we define the intensiveness of loading upon the thread in the most loaded sections of the thread stitch. The equation of the strength of the thread stitches in the attaching of the bottom is done.

RELAŢIA ÎNTRE FORŢELE LA CUSĂTURA TĂLPII PE ÎNCĂLŢĂMINTE

(Rezumat)

Se studiază problema de repartiţie a forţelor pe cusătura tălpii pe încălţăminte.

Pe baza analizei unei secţiuni elementare în care se pun în evidenţă forţele şi reacţiunile din cusături ale tălpii pe ramă, se defineşte intensitatea sarcinii ce acţionează asupra cusăturii în porţiunile tălpii supuse la sarcini maxime. Ecuaţia finală stabileşte relaţiile de bază între elementele ce intervin în problema studiată.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 675.025

INFLUENŢA PROPRIETĂŢILOR BIZONULUI NEUNS ASUPRA PROCESULUI DE FORMARE

DE

LĂCRĂMIOARA DUMA, VOINEA COCIU şi C. COŞER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Pentru completarea analizei modului în care se comportă diferitele tipuri de piei de feţe în procesul de transformare a deformărilor elastice în deformări plastice, cu scopul stabilirii condiţiilor optime pentru procesul de formare, lucrarea de faţă prezintă rezultatele determinărilor efectuate pe bizon neuns.

Determinările au fost efectuate în aceleaşi regimuri de condiţionare ca şi în lucrările anterioare [5]...[7], respectiv conform celor indicate în tabelul 1.

Tabelul 1

Regimul de condiţionare

Tratamentul de condiţionare-solicitare		Regimul de condiţionare			
		A	*B*	*C*	*D*
Păstrare în atmosferă liberă		×	×	×	×
Umezire 24 ore în atmosferă saturată cu vapori		—	×	×	×
Solicitare la 1 kgf/mm²		×	×	×	×
Păstrare în sarcină 12 ore	atmosferă liberă	×	—	—	×
	$\varphi = 100\%$	—	×	×	—
	atmosferă liberă	—	—	×	—
Readucere în sarcina de 1 kgf/mm²		×	×	×	×
Păstrare în odihnă 12 ore	atmosferă liberă	×	—	×	×
	$\varphi = 100\%$	—	×	—	—
	atmosferă liberă	—	×	—	—

Epruvetele, cu dimensiunile de 170/30 mm, au fost obţinute de pe porţiunea centrală a pielii, tăiate atît în sens longitudinal cît şi în sens transversal, ca în fig. 1.

Rezultatele experimentărilor au fost urmărite pe mediile tuturor valorilor obţinute la solicitări, pentru fiecare regim de condiţionare în parte, precum şi pe mediile valorilor obţinute pentru epruvetele ce au aceeaşi orientare.

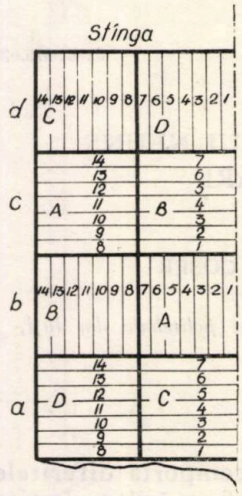


Fig. 1

2. Variaţia sarcinii şi alungirii epruvetelor în timpul determinărilor

a) *Valorile medii ale tuturor determinărilor*

Rezultatele medii ale tuturor determinărilor, indiferent de direcţia epruvetei, pot fi urmărite în tabelul 2 şi fig. 2.

Analiza valorilor cuprinse în tabelul 2 pune în evidenţă următoarele aspecte:

1°. Alungirea maximă remanentă se întîlneşte la epruvetele supuse regimului *C* de condiţionare-solicitare.

2°. Cea mai mică alungire remanentă se întîlneşte în cazul regimului *B*; este posibil ca această comportare să se datorească unor particularităţi specifice pielii din care au fost tăiate epruvetele. Fără

Tabelul 2

Rezultatele medii ale încercărilor, indiferent de direcţia epruvetei

Determinări efectuate		Regimul de condiţionare			
		A	*B*	*C*	*D*
Alungirea sub sarcină %	la 1 kgf/mm²	29,2	30,3	25,7	24,2
	după 12 ore păstrare în atmosferă umedă	—	30,3	25,7	—
	după 12 ore păstrare în atmosferă liberă	29,2	—	25,7	24,2
	epruveta readusă în sarcina de 1 kgf/mm²	30,2	31,5	28,8	26,2
	epruveta scoasă din sarcină	17,5	16,2	20,2	17,8
	odihnă 12 ore în atmosfera umedă	—	14,5	—	—
	odihnă 12 ore în atmosferă liberă	14,7	12,8	17,8	15,5
	% alungire remanentă din alungirea la 1 kgf/mm²	50,3	42,2	69,3	64,0
Valoarea sarcinii în timpul determinării kgf	la 1 kgf/mm²	55,47	55,63	54,26	52,60
	imediat după oprirea aparatului	50,0	50,7	48,5	48,2
	coeficientul de reducere a sarcinii	0,901	0,912	0,893	0,918
	sarcina după 12 ore în atmosferă umedă	—	38,3	36,7	—
	coeficientul de reducere a sarcinii	—	0,689	0,676	—
	sarcina după 12 ore în atmosferă liberă	38,9	—	26,2	29,5
	coeficientul de reducere a sarcinii	0,701	—	0,482	0,561

îndoială însă că în cazul pieilor condiționate după regimul *B* valorile mici ale deformării remanente se pot datori și faptului că solicitările și revenirea s-au efectuat asupra epruvetelor cu conținut ridicat de umiditate, ceea ce a permis ca în perioada de odihnă deformările țesutului să se anuleze în mai mare măsură ca la alte regimuri.

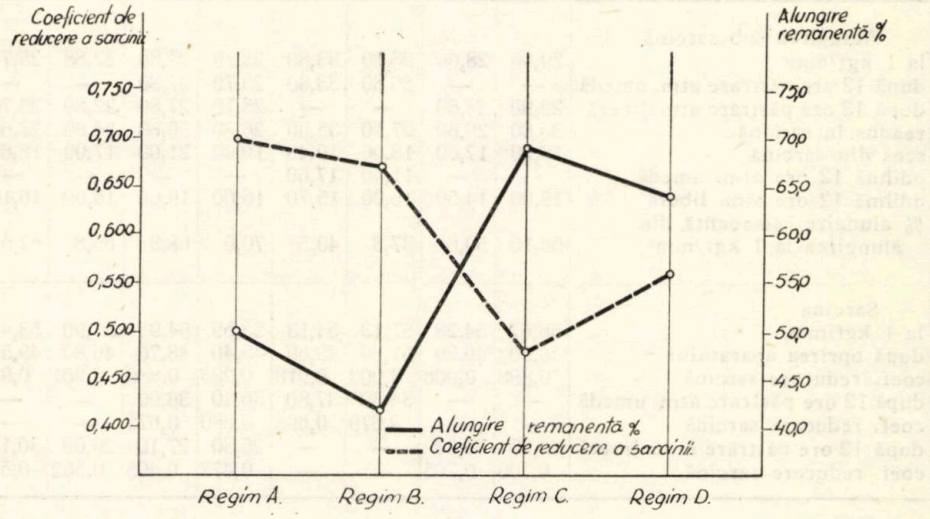


Fig. 2

3° Din valorile deformării remanente se desprinde faptul că procesul de uscare activează relaxarea; astfel probele care nu au suferit acțiunea uscării în procesul de condiționare-solicitare (regimul *B*) au cea mai mică alungire remanentă (42,2% din alungirea inițială), probele care au fost supuse concomitent acțiunii relaxării și uscării (regimul *D*) au o alungire remanentă mai mare (64,0%), iar cele care au suferit în prima perioadă a experimentării numai acțiunea relaxării și în cea de a doua perioadă acțiunea uscării însumată cu cea a relaxării (regimul *C*) prezintă cea mai mare alungire remanentă (69,3%).

4° Valoarea sarcinii în perioada solicitării se reduce în măsură corespunzătoare cu alungirile pe care le suferă epruvetele; cea mai accentuată reducere de sarcină se întîlnește la probele condiționate și solicitate după regimul *C*.

b) *Rezultatele medii ale probelor paralele și ale celor perpendiculare pe linia șirei spinării*

Grupînd rezultatele în funcție de direcția epruvetelor față de linia șirei spinării se obțin valorile din tabelul 3.

Tabelul 3

Comparaţie între probele paralele cu linia şirei spinării şi cele perpendiculare pe linia şirei spinării

Determinări efectuate	Regimul de condiţionare							
	A		*B*		*C*		*D*	
	par.	perp.	par.	perp.	par.	perp.	par.	perp.
Alungirea sub sarcină								
la 1 kgf/mm²	29,90	28,66	26,80	33,80	23,70	27,80	22,88	25,70
după 12 ore păstrare atm. umedă	—	—	26,80	33,80	23,70	27,80	—	—
după 12 ore păstrare atm. liberă	29,90	28,60	—	—	23,70	27,80	22,80	25,70
readus în sarcină	30,80	29,60	27,90	35,00	26,80	30,80	24,80	27,60
scos din sarcină	18,00	17,00	13,00	19,40	19,40	21,00	17,00	18,60
odihnă 12 ore atm. umedă	—	—	11,40	17,60	—	—	—	—
odihnă 12 ore atm. liberă	15,00	14,50	10,00	15,70	16,60	19,00	15,00	16,10
% alungire remanentă din alungirea la 1 kgf/mm²	50,10	50,6	37,3	40,5	70,0	68,3	65,8	62,5
Sarcina								
la 1 kgf/mm²	56,67	54,28	57,13	54,13	53,59	54,93	51,90	53,40
după oprirea aparatului	50,90	49,20	51,80	49,60	48,40	48,70	46,80	49,50
coef. reducere sarcină	0,898	0,906	0,903	0,918	0,903	0,886	0,901	0,927
după 12 ore păstrare atm. umedă	—	—	38,80	37,80	36,40	36,90	—	—
coef. reducere sarcină	—	—	0,679	0,698	0,680	0,672	—	—
după 12 ore păstrare atm. liberă	39,60	38,30	—	—	25,30	27,10	29,00	30,10
coef. reducere sarcină	0,700	0,705	—	—	0,472	0,495	0,562	0,563

Analiza valorilor tabelului 3 pune în evidenţă următoarele aspecte:

1° Alungirea remanentă la epruvetele paralele cu linia şirei spinării prezintă, pentru regimurile *A* şi *B*, valori mai mici decît la epruvetele perpendiculare pe linia şirei spinării. În cazul regimurilor *C* şi *D* alungirea remanentă prezintă valori mai mari la probele paralele cu şira spinării, diferenţele fiind relativ mici; ele se pot datori modului cum au fost întinse pieile la uscarea pe rame.

2° În cadrul epruvetelor orientate în aceeaşi direcţie, influenţa regimului de condiţionare este aceeaşi ca în cazul general; cele mai mari deformări remanente se întîlnesc în cazul regimului *C*. Se succed în ordine regimurile: *D*, *A*, cele mai mici deformări remanente obţinîndu-se la regimul *B*. Considerentele arătate în cazul mediei generale sînt valabile şi în acest caz.

3° Variaţia sarcinii în timpul determinărilor, în cadrul grupelor de probe, are loc analog ca în cazul general.

3. Variaţia grosimii epruvetei

Modificarea grosimii epruvetelor, în urma alungirii şi a îngustării în porţiunea de mijloc, poate fi urmărită în tabelul 4.

Din valorile cuprinse în tabelul 4 se constată că cea mai mare îngroşare remanentă a epruvetelor se întîlneşte în cazul regimului *B*; acest

Tabelul 4

Variația grosimii epruvetelor în perioada încercării

Etapele de încercare	Regimul de condiționare											
	A			*B*			*C*			*D*		
	δ	Δδ		δ	Δδ		δ	Δδ		δ	Δδ	
	mm	mm	%	mm	mm	%	mm	mm	%	mm	mm	%
Valori inițiale	1,93	—	—	1,94	—	—	1,88	—	—	1,87	—	—
la 1 kgf/mm²	2,03	0,10	5,2	2,19	0,25	12,9	2,08	0,20	10,6	1,98	0,11	5,9
după 12 ore sarcină atm. umedă	—	—	—	2,20	0,26	13,4	2,08	0,20	10,6	—	—	—
după 12 ore sarcină atm. liberă	2,02	0,09	4,7	—	—	—	1,96	0,08	4,2	1,90	0,03	1,6
după scoaterea din sarcină	2,02	0,09	4,7	2,20	0,26	13,4	1,96	0,08	4,2	1,92	0,05	2,7
după 12 ore odihnă atm. umedă	—	—	—	2,26	0,32	16,5	—	—	—	—	—	—
după 12 ore odihnă atm. liberă	2,03	0,10	5,2	2,14	0,20	10,3	1,97	0,09	4,8	1,94	0,07	3,7

δ — grosimea epruvetei, Δδ — variația grosimii epruvetei.

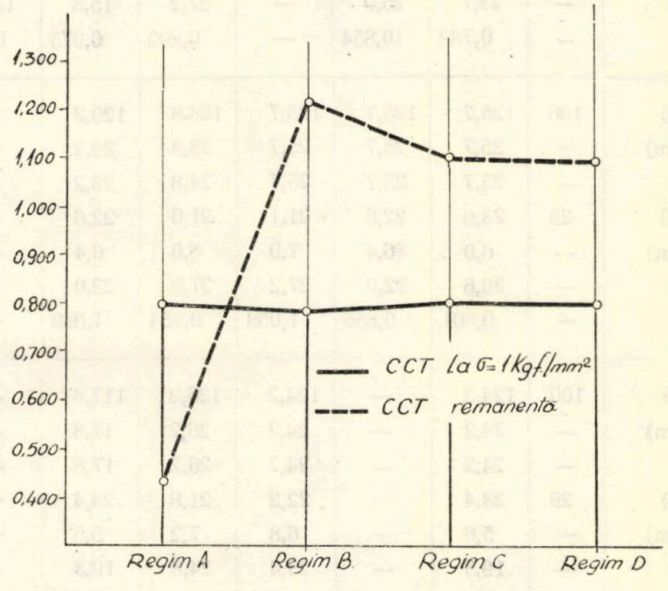


Fig. 3

Tabelul 5

Valoarea coeficientului de contracție transversală

Regimul de condiționare		Valori inițiale	la $1\frac{kgf}{mm^2}$	12 ore $\varphi=100\%$	atm. liberă	Readucere în sarcină	scos din sarcină	12 ore $\varphi=100\%$	Odihnă atm. liberă
	L (mm)	100	129,2	—	129,2	130,2	117,5	—	114,7
	ΔL (mm)	—	29,2	—	29,2	30,2	17,5	—	14,7
	ε_L (%)	—	29,2	—	29,2	30,2	17,5	—	14,7
A	B (mm)	29	22,3	—	22,0	21,9	25,1	—	25,8
	ΔB (mm)	—	6,7	—	7,0	7,1	3,9	—	3,2
	ε_B (%)	—	23,1	—	24,1	24,4	13,4	—	11,0
	$\varepsilon_B/\varepsilon_L$	—	0,791	—	0,825	0,808	0,533	—	0,426
	L (mm)	100	130,3	130,3	—	131,5	116,2	114,5	112,8
	ΔL (mm)	—	30,3	30,3	—	31,5	16,2	14,5	12,8
	ε_L (%)	—	30,3	30,3	—	31,5	16,2	14,5	12,8
B	B (mm)	29	22,1	21,5	—	21,1	24,4	25,1	24,5
	ΔB (mm)	—	6,9	7,5	—	7,9	4,6	3,9	4,5
	ε_B (%)	—	23,7	25,9	—	27,2	15,8	13,4	15,5
	$\varepsilon_B/\varepsilon_L$	—	0,782	0,854	—	0,892	0,975	0,924	1,211
	L (mm)	100	125,7	125,7	125,7	128,8	120,2	—	117,8
	ΔL (mm)	—	25,7	25,7	25,7	28,8	20,2	—	17,8
	ε_L (%)	—	25,7	25,7	25,7	28,8	20,2	—	17,8
C	B (mm)	29	23,0	22,6	21,1	21,0	22,6	—	23,0
	ΔB (mm)	—	6,0	6,4	7,9	8,0	6,4	—	6,0
	ε_B (%)	—	20,6	22,0	27,2	27,5	22,0	—	20,6
	$\varepsilon_B/\varepsilon_L$	—	0,801	0,856	1,058	0,954	1,089	—	1,101
	L (mm)	100	124,2	—	124,2	126,2	117,8	—	115,5
	ΔL (mm)	—	24,2	—	24,2	26,2	17,8	—	15,5
	ε_L (%)	—	24,2	—	24,2	26,2	17,8	—	15,5
D	B (mm)	29	23,4	—	22,2	21,8	23,4	—	24,0
	ΔB (mm)	—	5,6	—	6,8	7,2	5,6	—	5,0
	ε_B (%)	—	19,3	—	23,4	24,8	19,3	—	17,2
	$\varepsilon_B/\varepsilon_L$	—	0,797	—	0,966	0,946	1,085	—	1,105

lucru este posibil să reprezinte o consecinţă a structurii pielii, semifabricatul fiind tăbăcit în crom şi retăbăcit vegetal. Valoarea mare a grosimii epruvetelor supuse regimului *B* concordă şi cu valoarea maximă a coeficientului de contracţie transversală remanentă.

4. Variaţia coeficientului de contracţie transversală

Variaţia parametrilor condiţionării a determinat modificări ale coeficientului de contracţie transversală, care pot fi urmărite în tabelul 5 şi fig. 3.

Astfel, pe cîtă vreme la epruvetele supuse regimului *A* se observă o reducere a coeficientului de contracţie transversală remanentă faţă de coeficientul de contracţie transversală din cazul solicitării la 1 kgf/mm^2, la celelalte regimuri, la care probele au fost umezite anterior solicitării, coeficientul de contracţie transversală remanentă creşte.

Valoarea coeficientului de contracţie transversală remanentă este mai mare în cazul regimului *B* decît în cazurile regimurilor *C* şi *D*. Această comportare poate fi pusă pe seama ţesutului probelor supuse regimului *B*, care au arătat chiar de la început o diferenţiere netă faţă de probele supuse regimurilor *C* şi *D*.

Asociind valorile coeficientului de contracţie transversală remanentă cu celelalte mărimi studiate în cuprinsul lucrării, se poate trage concluzia că regimul *C* corespunde în mai mare măsură necesităţilor formării.

5. Variaţia rezistenţei la rupere

Rezistenţa la rupere, determinată pe epruvetele supuse la cele patru regimuri de condiţionare la 14 zile după terminarea experimentărilor, a dat valorile cuprinse în tabelul 6 şi fig. 4.

Tabelul 6

Variaţia rezistenţei la rupere

	A	*B*	*C*	*D*
Lăţimea iniţială (mm)	29	29	29	29
Grosimea iniţială (mm)	1,93	1,94	1,88	1,87
Aria secţiunii epruvetei (mm^2)	56,0	56,2	54,5	54,2
Lăţimea după odihnă îndelungată (14 zile) (mm)	25,9	24,2	22,7	23,8
Grosimea după odihnă îndelungată (14 zile) (mm)	2,06	2,08	2,00	2,00
Secţiunea după odihnă îndelungată (14 zile) (mm^2)	53,3	50,3	45,4	47,6
Sarcina de rupere (kg)	136,5	148	181	181
Efortul unitar la rupere raportat la secţiunea iniţială (kgf/mm^2)	2,43	2,63	3,32	3,34
Efortul unitar la rupere, raportat la secţiunea finală (kgf/mm^2)	2,56	2,94	3,98	3,81

Rezultatele arată o creştere sensibilă a valorii rezistenţei la rupere în cazul epruvetelor supuse regimurilor *C* şi *D*. La aceste epruvete solicitarea a determinat orientarea fibrelor ţesutului pe direcţia efortului, iar uscarea sub tensiune a fixat ţesutul. Aceasta explică atît valoarea mărită a sarcinii totale de rupere cît şi valoarea mărită a efortului unitar.

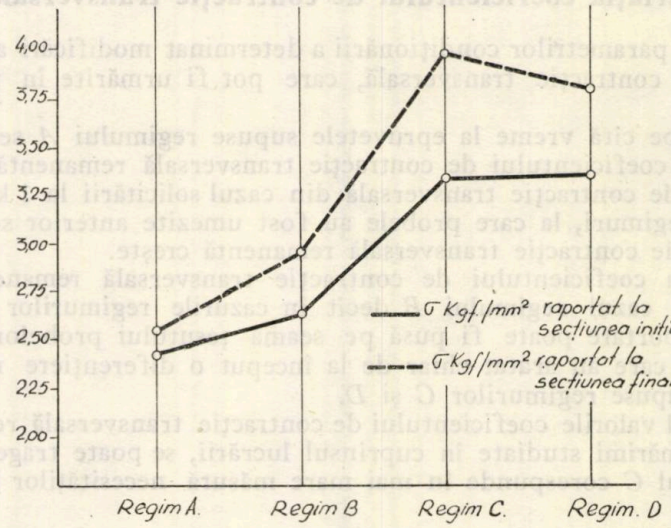


Fig. 4

În cazul epruvetelor supuse regimului *B*, revenirea după solicitare făcîndu-se pe epruvete umede, nu s-a obţinut fixarea ţesutului, ceea ce a determinat o creştere mai mică a sarcinii de rupere, comparativ cu epruvetele supuse regimurilor *C* şi *D*.

Se trage concluzia că regimurile *C* şi *D* de condiţionare-solicitare influenţează favorabil asupra rezistenţei mecanice a pielii, prin orientarea ţesutului pe direcţia efortului.

6. Concluzii

Rezultatele studiului efectuat confirmă pe cele obţinute anterior. Şi în cazul bizonului neuns fenomenul de relaxare se însumează cu efectul reducerii dimensiunilor liniare prin uscarea pielii, accentuînd transformarea alungirilor elastice în alungiri remanente.

Analog ca în cazurile precedente, efectul cel mai pronunţat al transformării deformărilor elastice în deformări remanente se întîlneşte la regimul *C* de condiţionare-solicitare. În cazul acestui regim, în prima perioadă a solicitării relaxarea se manifestă în voie, pielea avînd un conţinut ridicat de umiditate; în perioada a doua a regimului, peste efectul relaxării se suprapune efectul reducerii dimensiunilor liniare, fapt care permite fenomenului de relaxare să acţioneze în continuare şi, în final,

să se transforme o mai mare parte din alungiri în alungiri remanente. Se poate trage concluzia că regimul *C* corespunde mai bine procesului de formare.

Această concluzie poate fi trasă şi din analiza rezultatelor valorii rezistenţei la rupere, care arată valori mărite la regimul *C* şi, în parte, şi din analiza valorii coeficientului de contracţie transversală.

Valorile parametrilor urmăriţi în lucrare sînt, în oarecare măsură, diferite de cele întîlnite în studiile efectuate asupra boxului cu faţa corectată şi a boxului cu faţa naturală. Această diferenţă poate fi pusă pe seama caracteristicilor specifice acestui semifabricat, a cărui prelucrare se diferenţiază de prelucrarea boxului prin tăbăcirea combinată crom-tanin.

Pe baza rezultatelor obţinute la determinarea diferiţilor parametri în perioada experimentărilor, se poate trage concluzia finală că un regim de condiţionare-solicitare asemănător regimului *C* va da rezultatele optime în procesul de formare.

Ne propunem ca, în continuarea studiului, să urmărim condiţiile practice în care se poate realiza acest regim, precum şi influenţa lui asupra îmbunătăţirii calităţii încălţămintei.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de confecţii din piele

BIBLIOGRAFIE

1. Cernov V. N. ş. a., *Tehnologia pielii.* Ed. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
2. Lîkov A. V., *Teoria uscării.* ESAC, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
3. Кавказов Ю. Л., *Взаимодействие кожи с влагой.* Гизлегпром, М., 1952.
4. Зыбин Ю. П., *Технология обуви.* Гизлегпром, М., 1955.
5. Cociu V., Duma L., Fica A., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *3—4*, pp. 386—398.
6. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *3—4*, pp. 407—420.
7. Duma L., Cociu V., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, pp. 457—466.

ВЛИЯНИЕ СВОЙСТВ САНДАЛЬНОЙ ЮФТИ НА ПРОЦЕСС ФОРМОВАНИЯ

(Резюме)

В продолжении предыдущих работ [5]...[7], предлагаются результаты экспериментальных исследований над образцами из сандальной юфти, производимых с целью установления условий при которых имеет место превращение упругих деформаций в остаточные.

Для этого образцы были подвержены разнообразным режимам увлажнения, испытанию на удлинение, сушке, исследуя таким образом типы главных механических характеристик.

ÜBER DEN EINFLUSS DER EIGENSCHAFTEN DES GEPRESSTES RINDOBERLEDERS AUF DIE FORMGEBUNG

(Zusammenfassung)

Als eine Fortsetzung der vorherigen Arbeiten [5]...[7] umfasst die gegenwärtige, die Engebnisse von Untersuchungen die auf gepresstes Rindoberleder ausgeführt wurden, und die den Zweck hatten die Bedingungen festzustellen in denen elastische Vervormung in bleibende übergeht.

Die zu untersuchenden Proben wurden verschiedenen Feuchtigkeits-Dehnungs-Trocknungsbedingungen unterworfen wobei die Änderungen der wichtigsten physischen Eigenschaften verfolgt wurden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Ştiinţe economice

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 1—2, 1963

Экономические науки

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 1—2, 1963

Economics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 338.07 ; 615,4

POSTCALCULUL ÎN INDUSTRIA CHIMICO-FARMACEUTICĂ

DE

D. RUSU, TEODOR NEAGU, I. ADUMITRESEI, RONELIA DAVIDEANU
şi ELENA BLĂNARU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Realizarea unui calcul corect al preţului de cost constituie un obiectiv principal al contabilităţii industriale.

În metodologia calculului preţului de cost, delimitarea în timp a cheltuielilor de producţie, separarea cheltuielilor de producţie de cheltuielile care nu sînt organic legate de fabricarea produselor, afectarea la produs numai a cheltuielilor ocazionate de fabricarea lui şi inventarierea producţiei neterminate, sînt cerinţe esenţiale.

În industria chimico-farmaceutică se aplică metoda pe faze şi produs. Tehnologia fabricării produselor prezintă o delimitare accentuată pe faze, determinată de caracterul procesului de producţie, mult diferit de la o fază la alta. Metoda pe faze permite urmărirea cheltuielilor de producţie şi stabilirea exactă a preţului de cost pe unitate, evidenţiind aportul fazei în formarea preţului.

Metoda permite de asemenea analiza factorilor care au influenţat asupra nivelului preţului de cost şi oferă astfel posibilitatea remedierii deficienţelor semnalate pe fază şi produs.

Studiul de faţă prezintă sinteza unor cercetări şi observaţii în legătură cu postcalculul la Fabrica de antibiotice, Iaşi.

Tema s-a limitat la studierea unor produse caracteristice pentru a înfăţişa detaliat specificul postcalculului. Produsele studiate sînt: a) penicilina *G* potasică condiţionată a 200 000 U. I. şi 400 000 U. I.; b) penicilina *V* vrac.

Sub aspect tehnologic producţia este continuă şi se desfăşoară pe trei faze.

Penicilina G condiţionată parcurge faza de fermentaţie în care are loc procesul biologic de obţinere a produsului în formă de soluţie nativă (stare brută). În faza a doua de fermentaţie produsul obţinut se prelucrează (extras, concentrat, cristalizat şi purificat) prin procedee de sinteză chimică şi se obţine produsul sub formă de vrac. În continuare are loc a treia fază, unde produsul este condiţionat în dozele stabilite prin planul de producţie, conform necesităţilor consumului.

Penicilina V parcurge numai primele două faze. Faza de tabletare (condiţionare) este executată de întreprinderea „Tableta", Bucureşti, specializată în această tehnologie.

Organizarea şi planificarea producţiei, specializarea cadrelor, urmărirea planului, evidenţa cheltuielilor şi calculul preţului de cost sînt determinate de desfăşurarea pe faze a procesului tehnologic. Întreprinderea se conduce după principiile gospodăririi socialiste.

Gospodărirea socialistă în interiorul întreprinderii, pe secţii, impune delimitarea precisă a cheltuielilor şi rezultatelor, pe fiecare fază tehnologică.

Pentru atingerea scopului propus în cercetare, dintre materiile prime folosite sînt nominalizate cele mai reprezentative ca valoare, celelalte fiind cuprinse numai valoric într-o singură poziţie „alte cheltuieli băneşti".

2. Studiul cheltuielilor de producţie pe articole de calcul

a) *Evidenţa consumului de materiale* se realizează prin fişele limită şi prin evidenţa primară din fiecare secţie. Astfel se poate cunoaşte consumul de materiale pe fiecare produs, şarjă şi aparat în parte.

În cadrul secţiilor, în registrele tehnologice şi în fişele de lucru se evidenţiază zilnic consumul de materiale, pe fiecare şarjă, lot sau porţiune.

După fiecare şarjă se înscriu pe secţii materialele consumate în situaţia de decontare a producţiei şi materiilor prime, la fiecare produs în parte. La sfîrşitul lunii, din aceste situaţii rezultă volumul producţiei şi volumul materialelor consumate pe toate şarjele, evaluate la preţuri planificate. Tot aici se evidenţiază, pe şarje, volumul de materii prime în producţia neterminată la începutul şi sfîrşitul perioadei, precum şi consumurile specifice realizate.

Pe baza fişelor centralizatoare din secţii se întocmeşte situaţia centralizatoare pe întreprindere.

În urma studiului efectuat conchidem că cele două situaţii centralizatoare pot fi înlocuite cu succes printr-un singur formular. Noua fişă centralizatoare se aplică în întreprindere. Eficienţa acestei raţionalizări se evaluează la 4 800 ore/an. Situaţia centralizatoare s-a adoptat şi la maşina de contabilizat, ceea ce permite o evidenţă mai concentrată a întregului circuit al materiilor prime.

Fişa centralizatoare de decontare a materiilor prime reprezintă un mijloc eficient de urmărire a îndeplinirii planului de producţie şi a consumurilor specifice pe fiecare şarjă. Secţiile fiind organizate după principiile gospodăririi socialiste, rezultatele obţinute pot fi apreciate în orice moment şi se pot lua măsurile cele mai operative pentru înlăturarea lipsurilor.

„Situaţia centralizatoare de decontare a producţiei şi consumului de materii prime", propusă şi aplicată, se prezintă ca în tabelul 1.

b) *Calculul consumului de producţie auxiliară.* Producţia auxiliară reprezintă 11,3% din întreaga producţie a întreprinderii. Avînd în vedere volumul şi importanţa acestei producţii, în planificarea şi urmărirea planului preţului de cost s-a introdus un articol de calculaţie nou sub denumirea de „utilităţi". Sfera acestui articol cuprinde: energia electrică, apa, aburul, aerul şi frigul necesar producţiei de bază.

Producţia auxiliară care se referă la nevoile gospodăreşti, ca şi întreaga întreţinere mecanică, electrică şi anticorozivă, nu se evidenţiază la utilităţi, ci în conturile colectoare şi de repartizare.

În secţiile auxiliare există aparate de măsură şi control (contoare, apometre, dinamometre, tablouri de abur etc.) care măsoară producţia realizată în fiecare secţie auxiliară şi consumul acestei producţii auxiliare pentru producţia de bază şi pe alte locuri de cheltuieli. Calculul preţului de cost pentru producţia auxiliară începe cu secţia de distribuire a energiei electrice. Această secţie are o pondere mult mai mare decît alte secţii auxiliare şi influenţează sensibil activitatea tuturor secţiilor de producţie.

În mod asemănător se calculează preţul de cost şi pentru producţia celorlalte secţii auxiliare. Pe baza fişelor de calcul se întocmeşte centralizatorul consumului total de producţie auxiliară pe beneficiari. Astfel se cunoaşte valoarea consumului de utilităţi pe perioada respectivă, pe faze. Consumul de produs realizat în faze se stabileşte ulterior cu ajutorul cheilor de repartizare.

c) *Determinarea salariilor directe.* În acest articol de calculaţie sînt cuprinse salariile tarifare, sporurile de toxicitate şi de noapte ale muncitorilor direct productivi. În producţia de antibiotice, marea majoritate (circa 83%) din muncitorii de bază sînt retribuiţi în regie şi numai unele operaţii ca: spălarea flacoanelor, dozarea, ambalarea, sînt retribuite în acord. Asigurarea secţiilor de producţie cu forţă de muncă se face pe bază de norme de personal.

În secţia I, de exemplu, cele 6 fermentatoare sînt supraveghiate într-un schimb de: 1 operator principal, 2 operatori şi 2 operatori ajutori. Secţia I produce simultan pînă la 5 produse: penicilină *V* şi *D*, aureomicină, tetraciclină şi eritromicină. Tot

Tabelul 1

Situaţia centralizatoare de decontare a producţiei şi consumului de materii prime pe faze de producţie pentru penicilina G

Faza I—fermentaţie				Faza II—extracţie-cristalizare				Faza III—condiţionare		
Nr. şarjei	Prod. finită M. U. I. sol. nat.	Lactoză kg	Glucoză kg	Nr. şarjei	Prod. M. U. I. vrac	Acetat de butil	Acetat de Na	Zilele	Prod. buc condiţionat $\frac{\text{flac. cont.}}{\text{M.U.I. vrac}}$	Flacoane buc.
141	183	810	—	132	134	1 200	—	1	154 000	181 000
142	169	816	—	133	121	1 250	—	2	159 000	184 000
143	191	818	—	134	139	1 220	—	3	155 000	155 000
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Total	3 610	19 100	—	—	1 650	14 040	—	—	4 000 000/1425	4 978 000
Prod. neterminată la sfîrşit	760	2 140	—	—	560	2 000	—	—	385	735 000
Total consum		21 240	—	—	2 210	16 040	—	—	1 810	5 713 000
Producţia neterminată la început	740	3 640	—	—	478	1 840	—	—	340	878 000
Ridicat din magazie		17 600	—	—	1 732	14 200	—	—	1 470	4 835 000
Consum specific efectiv		5,29	—	—		8,5	—	—	—	1,240
Consum specific planificat		5,3	—	—		9,0	—	—	—	1,250

Tabelul 2

Calculul preţului de cost al producţiei de energie electrică. Metoda diviziunii simple

Preţul de cost al energiei electrice		Situaţia consumului		
Denumirea cheltuielilor	Total cheltuieli lei	Denumirea consumatorilor	Cantit. kw	Valoarea lei
Energie electrică cumpărată (1 400 000 × 0,50)	700 000	Secţia I fermenţi	45 000	27 300
Salarii	30 000	Secţia II extracţii	3 750	2 250
Contribuţii A.S. asupra salariilor	3 500	Secţia III condiţionare	26 240	15 732
Amortizarea	36 200	Compresoare aer	1 000 000	600 000
Întreţinere instalaţii		Centrală termică	100 000	60 000
		Atelier mecanic	50 000	30 000
Total		Laborator central	25 000	15 000
		Nevoi gospodăreşti	50 000	30 000
Energie electrică distribuită 1 299 990 kw		Total energie cheltuită	1 299 990	780 282
$P_c = \frac{\text{cheltuieli de prod.}}{\text{prod. realiz.}} =$		Pierderi în reţea	100 000	—
$= \frac{780\,282}{1\,299\,990} = 0{,}60$ lei		Energie cumpărată	1 400 000	780 282

Tabelul 3

Recapitulaţia statelor de plată). Secţia I**)* (lei)

Locul de muncă şi categorii de salariaţi	Salariii tarifare	Spor toxicitate	Spor de noapte	Concedii	Premii	Total salarii
Pregătire medii	28 000	500	1 000	600	3 000	33 200
Fermentatoare	82 500	1 500	2 000	3 000	9 000	98 000
Filtrare	13 300	500	1 000	600	2 000	17 400
Total operaţii de bază	123 900	2 500	4 000	4 200	14 000	148 600
Laboranţi	2 500	400	209	400	600	4 100
Lăcătuşi	6 000	800	500	700	1 000	9 000
Muncitori auxiliari	3 000	400	200	400	600	4 600
Personal de serviciu	2 000	—	200	200	300	2 700
Ingineri şi tehnicieni	36 000	800	700	1 500	—	39 000
Total secţia I	173 400	4 900	5 800	7 400	16 500	208 000
Total secţia II	109 500	3 000	2 000	2 800	7 200	124 500
Total secţia III	328 000	—	—	10 000	3 000	341 000

*) Pe locuri şi pe structura cîştigului mediu.
**) Celelalte secţii se evidenţiază global.

muncitorii lucrează simultan la toate aparatele şi la toate produsele. Pentru determinarea salariilor pe produs se utilizează cheile de repartizare, stabilite în raport cu numărul de ore consumate pentru producerea fiecărui produs. La sfîrşitul lunii se întocmeşte recapitulaţia statelor de plată ca în tabelul 3.

Pe baza recapitulaţiei, repartiţia salariilor se prezintă ca în tabelul 4.

Tabelul 4

Repartiţia salariilor (lei)

Articole de calcul / Faze	Salarii directe	Cheltuielile secţiilor de producţie						Total
		130-01	130-06	130-07	130-08	130-09	130-12	
Fermentaţie	130 400	9 000	39 000	4 600	18 200	2 700	4 100	208 000
Extracţie	114 500	—	—	—	—	—	—	—
Condiţionare	328 000	—	—	—	—	—	—	—
Total	572 900	—	—	—	—	—	—	—

În mod asemănător se procedează şi cu contribuţiile pentru asigurări sociale calculînd 11,8% asupra fondului total de salarii.

d) *Cheltuielile secţiilor de producţie.* Folosind metoda Jurnal-order, cheltuielile secţiilor de producţie sînt evidenţiate pe fiecare secţie, separat, în situaţii speciale (fomular nr. 11).

Cheltuielile secţiilor de producţie se grupează în două articole de calculaţie: b) cheltuieli cu întreţinerea şi funcţionarea utilajului, b) cheltuieli comune ale secţiilor de fabricaţie.

Fără a mai prezenta analitic situaţiile respective, presupunem că s-au efectuat pe faze cheltuielile indicate în tabelul 5.

Tabelul 5

Cheltuieli pe faze (lei)

Faza	Cheltuieli cu întreţinerea şi funcţionarea utilajului	Cheltuieli comune ale secţiilor de producţie
I — fermentaţie	411 000	136 000
II — extracţie	160 000	111 000
III — condiţionare	72 000	245 000
Total	643 000	492 000

e) *Cheltuielile generale ale întreprinderii* sînt evidenţiate separat într-o situaţie formular nr. 11 şi constituie un articol de calculaţie distinct în calculul preţului de cost. Aceste cheltuieli se repartizează pe faze de fabricaţie şi pe produse cu ajutorul cheilor de repartizare. Pentru produsele luate în studiu, cheltuielile generale aferente s-au stabilit la suma de lei 883 000.

Toate cheltuielile, fie directe sau indirecte, sînt reflectate sintetic în contabilitatea întreprinderii, în Jurnal-order nr. 8, privind formarea preţului de cost al producţiei.

3. Inventarierea producţiei neterminate

Producţia neterminată la începutul perioadei reprezintă de fapt soldul producţiei neterminate de la sfîrşitul perioadei anterioare.

Valoarea totală a acestei producţii este de lei 3 567 600, din care valoarea materiilor prime reprezintă suma de lei 750 400.

Producţia neterminată exprimată în produs finit (M. U. I.) în funcţie de randamente, pe faze, este compusă din : b) 740 M. U. I. soluţie nativă în fermentaţie, b) 340 M. U. I. soluţie în condiţionare (sub formă de vrac), c) 478 M. U. I. soluţie în extracţie transformată la nivelul produsului finit (sub formă de vrac), d) 444 M. U. I. exprimate în produs finit ca rezultat al transformării soluţiei native din faza de fermentaţie în penicilină vrac în raport cu randamentul mediu realizat în fazele de prelucrare faţă de soluţia nativă care este de 60% (740 M. U. I.×60% =444 M. U. I.), e) 1 262 M. U. I. producţie totală neterminată, exprimată sub formă de produs finit (penicilină vrac).

La sfîrşitul perioadei se inventariază materiile şi materialele aflate în diferite faze de prelucrare şi producţie (semifabricate) din fazele respective

În cazul de faţă în urma inventarierii se obţin datele din tabelul 6.

Tabelul 6

Rezultatele inventarierii

Elementele producţiei materiale	U/M	Secţia I Fermentaţie	Secţia II Extracţie	Secţia III Condiţionare
Penicilină soluţie nativă	M. U. I.	760	—	—
Penicilină vrac	M. U. I.	—	560	385
Acetat de butil	kg	—	2 000	—

Pentru a calcula nivelul valoric al producţiei neterminate se descompune această producţie în elementele sale componente. Valoarea materiilor prime şi materialelor aflate în producţia neterminată se determină ţinînd seama că cantitatea de materii prime şi materiale din fazele de extracţie şi condiţionare rezultă din inventariere şi din evidenţa consumului înregistrat în aceste faze.

Tabelul 7

Cantitatea de materii prime şi materiale din fazele de extracţie şi condiţionare (lei/kg)

Materii prime în extracţie şi în condiţionare	Consum specific acetat de butil	Acetat de butil în extracţie şi în condiţionare	Total acetat de butil	Preţ cost unit.	Valoare totală lei
945 M. U. I.	8,5 kg/M. U. I.	8 032 + 2 000	10 032	8	80 256

Pentru a cunoaşte lactoza aflată în producţia neterminată se transformă volumul producţiei finite din fiecare fază în produsul primei faze (în cazul nostru fermentaţia), deoarece în această fază se consumă lactoză. În exemplul considerat de noi cantitatea de 945 M. U. I. inventariată în secţiile de extracţie de 50%, cît s-a realizat în luna respectivă, se transformă în 1 575 M. U. I. soluţie nativă. Consumul specific de lactoză M.U.I. este de 5,29 kg, iar preţul unitar de 12 lei/kg. Valoarea lactozei aflată în producţia neterminată va fi de 136 447 lei.

Pentru calculul consumaţiei de valori aferente producţiei neterminate provenite de la celelalte articole de calculaţie se foloseşte următoarea metodă. Se transformă întreaga producţie neterminată de la nivelul fazelor în produs finit luîndu-se ca

bază indicii tehnico-economici realizaţi în luna respectivă. Se cumulează producţia neterminată de la începutul perioadei cu producţia în luna curentă, apoi se scade producţia neterminată de la sfîrşitul perioadei (exprimată în produs finit) şi se obţine producţia finită fabricată.

În întreprinderea în care s-au efectuat cercetările noastre cheltuielile ocazionate se repartizau proporţional între producţia finită şi producţia neterminată de la finele perioadei.

Metoda nu asigură un calcul real al preţului de cost. Acest fapt apare foarte pregnant în situaţia producţiei neterminate de la începutul perioadei, unde materiile prime însumează numai 750 400 lei, iar celelalte cheltuieli ocazionate în producţia neterminată 2 817 200 lei. Apare o contradicţie faţă de realitate.

După acest procedeu, asupra producţiei neterminate se repartizează şi cheltuielile ce vor fi ocazionate în viitor pentru produsul finit. Ca urmare a acestui fapt rămîneau, permanent, cheltuieli sporite asupra producţiei neterminate, care periodic totalizau un supranormativ de aproape un milion lei. Fenomenul a influenţat negativ viteza de rotaţie a mijloacelor circulante iar pasivul întreprinderii reflectă o jenă financiară prin apariţia creditelor neachitate în termen.

Cercetarea noastră conduce la o nouă metodă care constă în calculul preţului de cost unitar pe faze, iar repartizarea cheltuielilor se efectuează proporţional cu producţia finită şi neterminată în cadrul fiecărei faze.

Pentru a avea o imagine clară asupra acestui procedeu, prezentăm calculul pentru faza fermentaţiei: a) 740 M. U. I. — producţie neterminată la începutul perioadei, b) 3 610 M. U. I. — fabricat în cursul perioadei, c) 4 350 M. U. I. — total producţie, d) 3 590 M. U. I. — producţie finită la sfîrşitul perioadei, e) 760 M. U. I. — producţie neterminată la sfîrşitul perioadei.

Tabelul 8

Situaţia cheltuielilor pentru faza fermentaţiei (lei)

Articole de calcul	Producţie neterminată la începutul perioadei	Costuri în luna curentă	Total costuri	Producţie neterminată la sfîrşitul perioadei	Producţie finită
Utilităţi	246 435	647 565	894 000	161 000	733 000
Salarii directe	101 600	130 400	234 000	42 000	190 000
Chelt. cu întreţinerea şi funcţionarea utilajului	211 300	411 000	622 300	112 000	510 000
Chelt. comune ale secţiilor de prod.	106 000	136 000	242 000	44 000	198 000
Total	665 335	1 324 965	1 990 300	359 000	1 631 300

În mod asemănător se procedează pentru toate fazele. Valoarea producţiei finite şi a producţiei neterminate pe întreprindere se determină prin însumarea rezultatelor din faze.

Diferenţa dintre producţia neterminată de la începutul şi sfîrşitul perioadei provine din faptul că în primul caz s-a folosit procedeul utilizat de întreprindere, iar în cazul al doilea s-a folosit noua metodă propusă.

4. Chei de repartizare

În metodologia calculului preţului de cost alegerea cheilor de repartizare reclamă cernămînt şi profunzime.

În fermentaţie repartizarea se face în raport cu timpul. Cheltuielile care au pon-

derea cea mai mare (utilităţi, salarii) sînt direct proporţionale cu timpul consumat pentru fiecare produs.

În extracţie s-a folosit numărul de M. U. I. extrase pe fiecare produs. Considerăm că trebuie aleasă o altă mărime. Producţia pe şarje este mult diferenţiată de la un produs la altul. La penicilină *G* de exemplu, se obţine în medie 90...100 M. U. I./şarjă, iar la eritromicină numai 8... 9 M. U. I./şarjă. Propunem să fie ales numărul de şarje la majoritatea produselor, iar la unele produse volumul de prelucrat. Aceste chei exprimă real gradul de participare a forţei de muncă şi a utilajului pe produs.

În condiţionare, independent de doza în care se condiţionează produsul, cheltuielile sînt uniforme şi direct proporţionale pe 1000 flacoane. Volumul producţiei neterminate în flacoane reprezintă cheia cea mai reprezentativă. Operaţii ca: spălarea, controlul, dozarea, ambalarea, etichetarea, sînt aceleaşi indiferent de doze.

Nici cheia de repartizare folosită în condiţionare, funcţie de 1000 flacoane produs finit, nu este justă. Procentul de rebut al producţiei în condiţionare este mult diferit de la un produs la altul. De pildă la penicilină reprezintă 2...3%, iar la policilină 9...10%. Folosind actuala cheie de repartizare întreg rebutul se repartizează asupra produselor finite în mod uniform. Este judicios să alegem drept cheie de repartizare cantitatea totală de flacoane dozate. Se ţine seama astfel de procentul de rebuturi, ceea ce este firesc.

Tabelul 9

Cheia de repartizare în condiţionare (lei)

Produsul	Flacoane dozate		Flacoane produs finit		Rebuturi
	Cantitatea	% faţă de total	Cantitatea	% faţă de total	
Penicilină	850 000	77,28	840 000	78,88	10 000
Policilină	250 000	22,72	225 000	22,12	25 000
Total	1 100 000	100,00	1 065 000	100,00	35 000

Diferenţa de 1,60% (78,88 – 77,28) rezultă din repartizarea după vechea metodologie. Se observă că aplicînd noua cheie de repartizare preţurile unitare s-au modificat.

5. Calculul pe unitate de produs

Calculul pe unitatea de produs reprezintă ultima etapă în postcalcul şi are ca scop stabilirea tuturor cheltuielilor de muncă trecută şi de muncă vie aferentă fiecărei unităţi de produs.

Tabelul 10

Producţia pe faze de fabricaţie

Produsele	Şarje	Ore efectuate în fermentaţie	Secţii			
			Fermentaţie T. soluţie nativă	Extracţie M.U.I.	Condiţionarea	
					Produs flacoane buc.	Pierderi flacoane
Penicilină V vrac	2	200	90	800	—	—
Penicilină G vrac				1 650	—	—
Penicilină G condiţionată	16	2 000	—	1 425	4 000 000	987 000
din care:						
— a 200 000 U.I.				205	1 000 000	219 000
— a 400 000 U.I.				1 220	3 000 000	768 00

Din situaţia centralizatoare întocmită pentru materii prime rezultă cantitatea şi valoarea totală a fiecărei materii prime care a concurat la realizarea produsului finit. Din situaţia privind inventarierea producţiei neterminate la sfîrşitul perioadei şi a producţiei finite rezultă volumul de cheltuieli al celorlalte articole de calcul pe produs şi pe faze tehnologice.

Din producţie s-au obţinut datele cuprinse în tabelul 10.

Efectuînd calculele de repartizare a cheltuielilor pe faze de fabricaţie iar în cadrul fazelor ţinînd seama de problemele abordate anterior, se calculează mai întîi preţul de cost al penicilinei vrac şi apoi al penicilinei condiţionate. Pornind de la preţul de cost al penicilinei vrac şi adăugînd cheltuielile din faza de condiţionare, preţul de cost unitar pentru flacoane de 200.000 U. I. are structura indicată în tabelul 11.

Tabelul 11

Preţul de cost unitar al penicilinei pentru flacoane de 200 000 U.I. (lei)

Cheltuieli	Consum	Preţ	Valoare
Semifabricate penicilina G	0,204 ×	1 280 =	263,12
Flacoane	1,240 ×	0,60 =	744,00
Alte cheltuieli			450,88
Total materii prime			1 458,00
Utilităţi			30,00
Salarii directe			60,00
Cheltuieli cu întreţinerea şi funcţionarea utilajului			28,00
Cheltuieli comune ale secţiilor de producţie			24,00
Cheltuieli generale ale întreprinderii			40,00
Total preţ de cost de uzină pe 1 000 flacoane a 200 000 U. I.			1 640,00

6. Concluzii

a) Metoda de evidenţă analitică a cheltuielilor de producţie şi calculul preţului de cost pe faze şi produs este preferabilă în industria chimico-farmaceutică.

b) Prin aplicarea fişei centralizatoare propuse s-a îmbunătăţit evidenţa decontării producţiei şi consumului de materii prime.

c) Aplicarea noilor chei de repartizare propuse, conduce la îmbunătăţirea metodologiei calculului printr-o justă determinare a preţului de cost pe unitate.

d) Calculul producţiei neterminate, în noua metodă, asigură lichidarea supranormativului fictiv de mijloace circulante.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură

BIBLIOGRAFIE

1. Jebrak M. H., *Curs de evidenţă industrială.* E.S P.L.S., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
2. *** *Postcalculul în întreprinderile industriale şi de construcţii montaj.* Ed. şt., Buc., 1959.
Rusu D. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *1—2*, pp. 415—420.
disoresse W., Geiler G., *Das Rechnungsweser des Industriebetriebe.* Berlin, 1959.
ɜu D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *1—2*, pp. 435—442.

ПОСЛЕРАСЧЕТ В ХИМИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

(Резюме)

На основание предпринятых исследований в химико-фармацевтической промышленности делаются следующие выводы:

а) Метод аналитического учета расходов продукции и расчет себестоимости по фазам и изделиям является наиболее выгодным в химико-фармацевтической промышленности.

б) Применение предлагаемой централизирующей картотеки улучшает систему произведения расчета продукции и расхода сырья.

в) Применение предлагаемых новых ключей распределения улучшает методологию расчета, благодаря безошибочному определению себестоимости единицы продукции.

г) Расчет незаконченой продукции по новому методу обеспечивает ликвидацию фиктивного сверхнорматива оборотных средств.

LE POSTCALCUL DANS L'INDUSTRIE CHIMICO-PHARMACEUTIQUE

(Résumé)

Les Auteurs présentent dans cette Note quelques aspects concernant le postcalcul dans l'industrie chimico-pharmaucetique. Ils aboutissent aux conclusions suivantes:

a) La méthode d'évidence analytique des dépenses de production et du calcul du prix de revient, rapportée aux phases et aux produits, s'avère avantageuse dans l'industrie chimico-pharmaceutique.

b) En appliquant la fiche centralisée proposée on a réussi à améliorer l'évidence des décomptes de la production et de la consommation des matières premières.

c) L'application des clefs de répartition proposés permet à améliorer la méthodologie du calcul du prix de revient, par une détermination juste du prix de revient rapporté à l'unité.

d) Le calcul de la production nonfinie assure, dans ce cas, la liquidation du surnormatif fictif des fonds circulants.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 66 ; 338.062.01

O RELAŢIE DE CALCUL A RITMULUI DE SCĂDERE A PROCENTULUI DE PIERDERI PE DIFERITE INTERVALE DE TIMP ÎN CARE SE ÎMPARTE PERIOADA DE PLAN ÎN INDUSTRIA CHIMICĂ

DE

EUGEN POPA şi VALERIU RĂUŢU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. În lupta pentru reducerea preţului de cost al producţiei industriale, o deosebită importanţă o prezintă reducerea consumului specific de materii prime şi materiale întrucît, aşa cum se subliniază în documentele Congresului al III-lea al P.M.R., ponderea cu care intervin cheltuielile pentru materii prime şi materiale reprezintă circa 2/3 din costul total al producţiei industriale. Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. [1] prevăd că, în perioada planului pe anii 1960...1965 cel puţin 50...60 % din reducerea totală a preţului de cost să se realizeze pe calea micşorării cheltuielilor materiale pe unitatea de produs.

Însă, pentru micşorarea cheltuielilor materiale pe unitatea de produs şi realizarea unor economii cît mai mari la materii prime şi materiale, este necesar să se folosească metode cît mai raţionale de normare a consumurilor.

În stabilirea normelor de consum de materii prime şi materiale în industria chimică şi mai ales în planificarea reducerii acestora, o importanţă deosebită prezintă calculul ritmului de scădere a procentului de pierderi, pe diferite intervale de timp în care se împarte perioada de plan, pentru a se asigura reducerea planificată a normelor de consum.

În cele ce urmează vom căuta să stabilim o metodică de calcul a repartizării juste a sarcinii de reducere a normelor de consum pe diferite intervale de timp în care se împarte perioada de plan, în industria chimică.

2. Norma de consum reprezintă expresia tehnico-economică a cheltuielilor de materiale pe unitatea de produs.

Relaţia generală de calcul a normei de consum de materii prime şi materiale folosită în industrie este :

$$N_c = M/P, \tag{1}$$

unde : N_c — norma de consum de materii prime sau materiale, M — cantitatea de materie primă sau material planificată a se consuma, P — cantitatea de producţie realizată după plan.

În industria chimică consumul de materii prime şi materiale pentru fabricarea unei anumite cantităţi dintr-un produs nu poate fi mai mic decît cantitatea necesară conform ecuaţiei stoechiometrice.

În cursul procesului de producţie au loc însă o serie de pierderi de materii prime şi materiale care influenţează asupra mărimii consumului specific şi care trebuie luate în considerare la stabilirea normei de consum (pierderi prin manipulare, prin depozitare, prin reversibilitatea reacţiilor etc.)

B. Herşcovici şi V. Chiriac [2] referindu-se la normele de consum în industria chimică, stabilesc trei categorii de norme: a) norma de consum teoretică, calculată pe baza ecuaţiei stoechiometrice; b) norma de consum tehnologic, constituită din norma de consum teoretic şi diferitele pierderi tehnologice ca de exemplu: pierderile rezultate din reacţii incomplete, pierderile pe circuitul de fabricaţie etc.); c) norma de consum de aprovizionare alcătuită din norma de consum tehnologic la care se adaugă pierderile netehnologice (prin manipulare, depozitare etc).

În lucrarea noastră vom deosebi numai o singură categorie de normă de consum şi anume, norma tehnică de consum, în care vom include la consumul teoretic de materii prime (obţinut cu ajutorul ecuaţiei stoechiometrice) toate tipurile de pierderi

M. M. Fedorovici [3] calculează norma de consum de materii prime ţinînd seamă de ecuaţiile stoechiometrice şi de diferitele pierderi, folosind relaţia:

$$N_T = C_t/(1-a), \tag{2}$$

unde: N_T — norma de consum tehnic, C_t — consumul teoretic, calculat pe baza ecuaţiei stoechiometrice şi a — pierderile totale de orice natură.

Consumul teoretic se calculează raportînd greutatea moleculară a materiei prime la greutatea moleculară a produsului finit sau semifabricat, ţinînd cont de coeficienţii care rezultă din ecuaţia stoechiometrică:

$$G = nA/(mB), \tag{3}$$

unde: n — coeficientul stoechiometric pentru materia primă, A — greutatea moleculară a materiei prime, m — coeficientul stoechiometric pentru produsul finit sau semifabricat si B — greutatea moleculară a produsului finit sau a semifabricatului.

S. Stefanschi şi I. Prsepiora [4] stabilesc următoarea relaţie pentru calculul normei tehnice de consum:

$$N_{tehn} = N_{teor}\,(1 + K_p/100), \tag{4}$$

unde: N_{tehn} — norma tehnică de consum, N_{teor} — norma teoretică de consum, K_p — coeficientul de pierderi (%).

3. Căutînd să stabilim o relaţie pentru calculul ritmului de scădere a procentului de pierderi am plecat de la formula (4); nu am folosit relaţia (2) deoarece aceasta conduce la o expresie matematică foarte complicată, de forma unei fracţii în care necunoscuta — ritmul de scădere a procentului de pierderi — intervine la un grad egal cu suma unei progresii aritmetice descrescătoare, unde primul termen reprezintă numărul de intervale în care se împarte perioada de plan.

Plecînd de la relaţia (4), am considerat că ritmul de scădere a procentului de pierderi ar putea avea forma:

$$r = 1 - b, \tag{5}$$

unde: r — ritmul de scădere a procentului de pierderi, b — raţia progresiei geometrice descrescătoare; din punct de vedere al consumului de materiale reprezintă coeficientul cu care trebuie înmulţit procentul de pierderi planificat dintr-un interval din perioada de plan, pentru a se obţine procentul de pierderi planificat din intervalul de timp imediat următor al perioadei noastre de plan.

Raţionînd în acest mod, termenul $K_p/100$ din relaţia (4) devine:

$$K_p/100 \rightarrow ab^{n-1}, \tag{6}$$

unde: $a = K_p/100$ — procentul de pierderi planificate în primul interval al perioadei de plan, b — raţia progresiei geometrice descrescătoare după care urmează să scadă procentul de pierderi în perioada de plan, n — numărul de intervale în care se împarte perioada de plan.

Astfel relația (4) devine:

$$N_T = C_t(1 + ab^{n-1}). \tag{7}$$

Se observă că în cazul cînd $n = 1$, adică atunci cînd avem un singur interval în întreaga perioadă de plan, factorul $b^{n-1}=1$, deci produsul $ab^{n-1} = a$, adică relația (7) coincide cu relația (4), așadar intervalul se confundă cu perioada de plan.

4. În continuare, vom stabili expresia matematică pentru cantitatea de materie primă economisită în întreaga perioada de plan, ținînd seama de cantitatea de materie primă care s-ar consuma în această perioadă dacă nu s-ar pune condiția scăderii progresive a procentului de pierderi, precum și de cantitatea de materie primă consumată în aceeași perioadă de plan, luînd în considerare scăderea progresivă a procentului de pierderi.

Astfel vom avea:

$$M_1 = n C_t(1 + a) \tag{8}$$

și

$$M_2 = C_t[(n + a(1 - b^n)/(1 - b)], \tag{9}$$

unde M_1 — cantitatea de materie primă consumată în perioada de plan neținînd seama de scăderea progresivă a procentului de pierderi, M_2 — cantitatea de materie primă consumată în decursul perioadei de plan ținînd seama de planificarea reducerii procentului de pierderi

Rezultă:

$$\Delta M = M_1 - M_2 = n C_t(1 + a) - C_t[(n + a(1 - b^n)/(1 - b)], \tag{10}$$

unde: ΔM — cantitatea de materie primă economisită în perioada de plan dată.

Efectuînd calculele se obține în final:

$$\Delta M = C_t a[n - (1 - b^n)/(1 - b)], \tag{11}$$

sau în procente:

$$\Delta M\,\% = 100\, a[n - (1 - b^n)/(1 - b)]/[n(1 + a)]. \tag{12}$$

Din aceste relații, după cum se constată, este dificil să se determine rația progresiei geometrice descrescătoare (b), din care să se obțină ritmul de scădere al procentului de pierderi (r), în cazul cînd n are o valoare mare, de exemplu cînd $n = 12$ (înțelegînd prin aceasta 12 luni ale unui an calendaristic).

Dacă se consideră pentru n valori mai mici, de exemplu $n = 4$ (cele 4 trimestre ale unui an calendaristic) sau $n = 3$ (cele 3 luni dintr-un trimestru), relația (12) devine o ecuație de gradul 3 respectiv de gradul 2 în b, care se rezolvă ușor prin metode elementare de algebră.

Aflînd valoarea lui b, se poate determina valoarea lui r cu ajutorul relației (5).

Concluzii

Metoda expusă și relația obținută pentru calculul ritmului de scădere a procentului de pierderi, pe diferite intervale de timp în care se împarte perioada de plan, contribuie la cunoașterea prealabilă a posibilității de reducere planificată a normelor de consum de materii prime, materiale etc.

Relația găsită este suficient de simplă pentru a putea fi aplicată în mod practic de către lucrătorii din domeniul normării consumurilor de materii prime, materiale etc., în cazul cînd perioada de pian se împarte în 3 sau 4 intervale de timp.

Întrucît în momentul de față o serie de întreprinderi folosesc mijloace mecanizate pentru executarea rapidă a unor operații de calcul, contribuind astfel la stabilirea operativă a consumurilor specifice de materii prime, devine posibilă folosirea relației deduse pentru un număr de intervale mult mai mare, de exemplu 12, în care s-ar împărți perioada de plan.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de organizare și planificare

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. cu privire la planul de dezvoltare a economiei naţionale pe anii 1960...1965 şi la schiţa planului economic de perspectivă pe 15 ani.* EP., Buc., 1960.
2. Herşcovici B., Chiriac V., *Normarea şi urmărirea consumurilor şi stocurilor de materiale.* Ed. Şt., Buc., 1961.
3. Федорович М. М., *Организация и планирование химического предприятия.* Госполитиздат, М., 1959.
4. Ştefanschi S., Prsepiora I., *Determinarea normelor de consum de materiale în industria chimică.* Probleme de preţuri şi de preţ de cost, caiet selectiv, 1961, *3.*

СООТНОШЕНИЕ РАСЧЕТА РИТМА УБЫВАНИЯ ПРОЦЕНТА ПОТЕРЬ В РАЗНЫХ ИНТЕРВАЛАХ ВРЕМЕНИ, НА КОТОРЫЕ РАЗДЕЛЯЕТСЯ ПЛАНОВЫЙ ПЕРИОД В ХИМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

(Резюме)

Предлагается соотношение применимое для производства расчета ритма убывания процента потерь в различных интервалах времени, на которые разделяется плановый период в химической промышленности.

Пользуя предлагаемый метод является возможность определять плановое убывание норм расхода сырья и других материалов.

Это соотношение имеет практическое применение в тех случаях, когда плановый период разделен на три или четыре интервала времени.

UNE RELATION DE CALCUL DU RYTHME DE DIMINUTION DU PROCENT DE PERTES EN DIVERSES INTERVALLES DE TEMPS DE LA PÉRIODE PLANIFIÉE, DANS L'INDUSTRIE CHIMIQUE

(Résumé)

On expose une méthode permettant à calculer le rythme de diminution du procent de pertes en diverses intervalles de temps — divisions de la période planifiée — en utilisant une relation déduite par les Auteurs.

Cette méthode facilite la connaissance préalable de la possibilité de réduire par voie planifiée les normes de consommation des matières premières, des matériaux etc.

Lorsque la période planifiée est divisée en trois ou quatres intervalles de temps, la relation trouvée peut être appliquée en pratique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 33 (.)-21

CAROL MIHAILIC DE HODOCIN DESPRE ECONOMIA MOLDOVEI ŞI PERSPECTIVELE DEZVOLTĂRII EI INDUSTRIALE

DE

GH. DOBRE

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Carol Mihailic de Hodocin a trăit şi activat în Moldova, la Iaşi, în perioada în care criza de sistem a orînduirii feudale dominante intrase în etapa finală, relaţiile de producţie capitaliste, pe atunci înaintate faţă de cele iobăgiste, se dezvoltau tot mai mult şi luau, mai ales în industrie, un caracter vădit atotcuprinzător, iar antagonismele sociale, de clasă, se ascuţeau şi se adînceau la maxim. Era perioada de sfîrşit a unei epoci istorice şi de încleştată luptă între două lumi: una care era pe moarte, dar nu murise încă, iar alta care se năştea şi se dezvolta, dar nu luase încă locul celei vechi.

Trăind în această epocă de luptă, Carol Mihailic de Hodocin, fără să fie un revoluţionar, s-a situat de partea forţelor sociale şi politice pe atunci înaintate, progresiste. În activitate sa cultural-ştiinţifică el a fost un sincer democrat şi un înflăcărat patriot.

Carol Mihailic de Hodocin s-a născut în anul 1800 [1, p. 18]. La sfîrşitul deceniului al 4-lea al veacului trecut [8, p. 18] el trece munţii din Transilvania în Moldova şi se stabileşte definitiv la Iaşi unde şi încetează din viaţă pe la începutul deceniului al 7-lea [2, pp. 185—201]. În perioada ieşeană — cea mai importantă perioadă a vieţii sale — el desfăşoară pe tărîm tehnico-ştiinţific şi industrial-economic o bogată şi multilaterală activitate. A fost în acest timp pedagog, cercetător neobosit al bogăţiilor naturale ale Moldovei, iniţiator, constructor şi conducător de întreprinderi industriale, publicist etc.

Teza după care Moldova avea în vremea aceea o economie extrem de înapoiată faţă de economia altor ţări şi că trebuie depuse toate eforturile pentru a ajunge din urmă aceste ţări constituie ideia centrală care străbate întreaga operă a lui Mihailic de Hodocin pe tărîmul gîndirii economice şi reprezintă totodată premisa fundamentală de la care el porneşte în activitatea ce a desfăşurat-o [3, p. 331]. Mihailic de Hodocin a stabilit o conexiune între starea de înapoiere a ţării, de structura unilaterală şi de caracterul predominant agrar al economiei Moldovei de atunci. El spunea că în Moldova agricultura reprezintă „temeiul de azi a avutului naţional şi a substanţei naţionale" [3, p. 331]. O asemenea situaţie avea însă, după Mihailic, repercusiuni nefaste asupra ţării, în primul rînd pe linia menţinerii economiei ei la un nivel extrem de scăzut. „Este prea cunoscut — scria el — că toate ţările ce se mărginesc numai în lucrarea pămîntului, sînt foarte înapoiate în privinţa avutului, a culturei şi a industriei" [4, p. 336]. Situaţia economică a Moldovei în acel timp constituia pentru Mihailic o dovadă concludentă în acest sens.

Mai întîi despre starea în care se găsea însăşi agricultura. Pe această linie Mihailic de Hodocin atrăgea luarea aminte asupra existenţei unui însemnat număr de oameni care nu aveau de lucru [3, p. 332] şi care necunoscînd nici un meşteşug trăiau în cumplită înapoiere sub aspect material şi cultural [3, p. 332].

În mod deosebit el atrăgea atenţia asupra nivelului scăzut al productivităţii muncii în agricultură pe care îl punea în legătură nemijlocită mai ales cu faptul că tehnica nu era folosită în această ramură a economiei ţării [4, p. 336].

În aceste condiţii, în afară de faptul că terenuri întinse de pămînt rămîn necultivate [3, p. 331], producţia agricolă era mică, agricultura ţării avea un caracter de monocultură iar veniturile erau foarte scăzute. Toate acestea, după Mihailic, concurau la menţinerea agriculturii într-o situaţie cu mult inferioară faţă de cea a altor ţări. Referindu-se la acest aspect al problemei Mihailic de Hodocin exprima cu adîncă amărăciune : „Cît de napoiată este chiar decît aceea a provinciilor învecinate, şi cu atît mai mult acelor a Rosii meridionele, a Germaniei şi Franţei, atît în privirea cîtimei, a varietăţii şi a perfecţii productelor agricole, precum şi a cîştigului lor" [3, p. 331].

În culori pe cît de sumbre, pe atît de reale, zugrăvea Carol Mihailic situaţia şi altor ramuri din economia Moldovei de pe vremea sa. După el, Moldova, în afară de agricultură, era „foarte mărginită în celelalte ramuri ale economiei naţionale" [4, p. 336]. El avea în vedere aici înainte de toate industria care era ca şi inexistentă. Mihailic menţiona că datorită acestei situaţii, necesităţile oamenilor în îmbrăcăminte şi în alte produse de provenienţă industrială puteau fi satisfăcute numai pe calea importului [5, p. 13].

Potrivit celor arătate de Mihailic, Moldova era lipsită nu numai de industrie în general, dar era lipsită de o industrie metalurgică. Înapoierea economică şi rămînerea Moldovei cu mult în urma altor ţări constituia, după el, principala consecinţă a unei atari situaţii. „Lipsa unei fabrici de fier în ţară — scria el — este cea mai de căpetenie pricină, că industria şi agricultura ţărei din nenorocire se află într-un grad mai îngiosit, decît cum se afla aceste în alte ţări înainte cu 300 de ani" [5, p. 25].

O altă urmare a inexistenţei industriei de fier în Moldova şi remarcată de Hodocin era aceea că sub aspect industrial Moldova depindea de străinătate [5, p. 24]. În situaţia arătată ţinuturi întregi ale ţării rămîneau în părăsire şi nu erau lucrate şi nici populate, circulaţia monetară şi de mărfuri stagna, comerţul exterior se solda cu o balanţă pasivă iar nivelul de trai material şi cultural al locuitorilor era scăzut. Concluzia la care ajungea Carol Mihailic de Hodocin, din analiza făcută economiei Moldovei de atunci, era că pentru remedierea stării existente se impunea o neîntîrziată schimbare în orientarea dezvoltării economiei ţării, prin crearea unei industrii naţionale, în acest scop calea sigură constituind-o întemeierea unei industrii metalurgice autohtone.

Printre primii în gîndirea economică romînească, Mihailic de Hodocin a încercat să fundamenteze această concluzie prin ample argumente, multe dintre ele la acea vreme cu totul inedite. Moldova poate deveni, după Mihailic, o ţară cu o economie înfloritoare şi cu o cultură înaintată numai datorită creării şi dezvoltării unei industrii naţionale. Mai întîi însăşi agricultura ei va putea prospera cu repeziciune în condiţiile existenţei unei asemenea ramuri noi în economia ţării. El scria că... avutul Moldovei şi cultura, chiar şi lucrarea pămîntului, se pot dezvolta prin introducerea industriei manufacture... [4, p. 336]. Hodocin considera că industria reprezintă „reazămul de frunte a agriculturii şi al doilea izvor a avutului naţional şi a culturei" [4, p. 336]. Argumentul principal adus de el în sprijinul acestor afirmaţii constă în aceea că industria naţională reprezintă cel mai sigur, cel mai statornic şi cel mai firesc debuşeu pentru produsele agricole. Agricultura, în concepţia lui Mihailic, nu trebuie să se orienteze cu precădere spre export, deoarece „exportaţia grînelor nu e statornică şi pururе sigură" [4, p. 336], ci spre piaţa internă, aici principalul consumator fiind industria naţională [4, p. 336].

Vorbind de necesitatea unei dezvoltări industriale a Moldovei trebuie să menţionăm că Hodocin milita pentru crearea şi dezvoltarea tuturor ramurilor industriei. După părerea lui numai în felul acesta Moldova putea ajunge o ţară înaintată şi avea posibilitatea să scape de sub feuda străinătăţii. El menţiona, de pildă, că „nu ar fi numai de folos, dar încă şi neapărat de trebuinţă a înfiinţa în sfîrşit şi aice în Moldova, după putinţă, manufacturi de tot felul şi cele mai neînsemnate producturi fabricate din ţări străine" [5, p. 28].

Dar principala sa argumentare mergea pe linia demonstrării necesităţii şi posibilităţii creării şi dezvoltării industriei metalurgice — „de fier" — în Moldova. În producerea de metal, în special de fier, Mihailic de Hodocin vedea calea rezolvării prin-

cipalelor probleme care se puneau pe atunci în faţa Moldovei pe plan social, economic şi politic.

În întemeierea unor întreprinderi industriale de extracţie şi prelucrare a minereurilor de fier, Hodocin vedea mai întîi mijlocul principal de înlăturare sau lichidare a caracterului unilateral, predominant agrar, al economiei Moldovei de atunci. Căci, după el, numai înfiinţarea unor astfel de întreprinderi ar putea să creeze condiţiile necesare pentru ca industria ţării în general să ia o mare dezvoltare. Hodocin pornea aici de la ideea că „temeiul, şi cum am zis muma tuturor industriilor manufactuitoare pămîntene... sînt fabricile de fier în ţară" [4, p. 336]. În ce sens înţelegea el această idee? În primul rînd în sensul că organizarea unor întreprinderi industriale de extracţie şi de prelucrare a minereurilor de fier ar fi putut contribui la înfiinţarea şi a altor întreprinderi şi ramuri industriale [5, pp. 26—27].

În al doilea rînd el înţelegea ideea de mai sus în sensul că o industrie „de fier" ar putea asigura înzestrarea tehnică, în mod economic şi la timp cu maşini şi unelte, a tuturor întreprinderilor industriale existente în ţară [4, p. 336].

O industrie metalurgică în Moldova, cu binefăcătoarele ei urmări pentru dezvoltarea întregii industrii a ţării, va crea — spune Mihailic — condiţii favorabile şi pentru ridicarea de localităţi şi oraşe noi, pentru creşterea absolută şi relativă a populaţiei active a ţării, pentru mărirea veniturilor ei etc. [5, pp. 1—9]. Mihailic de Hodocin arată însă că organizarea unor „fabrici de fier" ar avea o importanţă deosebită pentru dezvoltarea agriculturii Moldovei. El susţinea că asemenea fabrici ar fi „cel mai puternic îndemn a agriculturii" [4, p. 336]. Pe de o parte, ca urmare a apariţiei de localităţi noi, cu o populaţie activă în creştere şi deţinătoare de venituri mai mari, se va crea o cerere tot mai mare de produse agricole. Această cerere va stimula creşterea producţiei agricole şi o parte din ce în ce mai însemnată din această producţie în loc să ia calea exportului în străinătate, de unde se obţin bani puţini, se va îndrepta spre consumul intern. Pe de altă parte, Mihailic arată că agricultura la rîndul ei ar putea fi susţinută în dezvoltarea sa de către „fabricile de fier" prin aceea că va primi unelte şi maşini cu ajutorul cărora se va ridica productivitatea muncii ţăranului şi se va renunţa la importul acestor tipuri de produse din ţări străine unde ele se vînd scump şi se procură greu.

Ca urmare a dezvoltării unei industrii metalurgice în Moldova se va putea intensifica, spune Mihailic, şi circulaţia monetară şi de mărfuri pe piaţa internă a ţării, comerţul exterior se va desfăşura cu rezultate favorabile statului nostru etc.

Concluzia pe care o formula Mihailic de Hodocin în legătură cu cele arătate mai sus era că numai dezvoltarea unei industrii de extracţie şi de prelucrare a minereurilor de fier în Moldova ar putea constitui baza temeinică de creştere a nivelului întregii economii naţionale. „...Fierul — scria el — dintre toate metalurile este cel mai neapărat trebuitor, căci fără dînsul nu se poate nici de cum dizvăli agricultura, fabricile, negoţul; cu un cuvînt toate cîte ţintesc spre îmbunătăţirea, aşezarea şi podoaba unei ţări, fără acest metal nu se pot face [5, pp. 19—20]. Pe aceeaşi linie se înscria şi convingerea lui după care fără o „industrie de fier" nu se poate ridica „avutul public şi particular chiar şi cultura claselor de gios" [4, p. 336]. „Industria fierului" reprezintă pentru Moldova „temeiul dezvoltării culturii şi a avutului naţional" [4, p. 336]. Pe planul relaţiilor externe înfiinţarea unei industrii metalurgice ar crea condiţii, spune Mihailic, ca Moldova nu numai să lichideze înapoierea în care se află în rămînerea în urmă faţă de alte ţări dar să devină şi un stat independent pe plan economic. „Ţările străine — scria el — sug din Moldova pe fiecare an mari sume de bani, şi numai dezvăluirea unei mai mari industrii în ţară, îmbunătăţirea agriculturii, care din nenorocire se află încă într-un grad foarte îngiosit, iar mai ales deschiderea minelor îmbelşugate în ţară, pot întîmpina neîncetata pierdere a capitalului ţărei şi a feri naţia de o deistov sărăcie..." [5, p. 14].

Întemeierea unei „fabrici de fier" în Moldova era, după părerea lui Mihailic, nu numai necesară, dar şi posibilă. În primul rînd Moldova, arăta el, are uriaşe şi inepuizabile resurse de minereuri diferite ca: fier, aramă, plumb, argint, aur etc. Pentru a demonstra existenţa acestor bogăţii Hodocin nu s-a limitat numai la referinţele la documentele istorice din trecut sau la mărturii verbale culese de la locuitorii ţării, ci personal a întreprins numeroase cercetări şi expediţii geologice care i-au adus rezultate pozitive. Dovadă — semnalările lui numeroase cu privire la existenţa de minereuri diverse în munţii Moldovei; aceste semnalări au rămas înscrise în rapoartele şi dările lui de seamă înaintate autorităţilor de atunci. Hodocin, de asemenea, arată că Moldova dispunea şi de uriaşe izvoare de combustibil pentru dezvoltarea „fabricilor de fier". El avea în

vedere, sub acest aspect, întinsele suprafeţe ale ţării acoperite cu păduri. Prin prisma valorificării acestei bogăţii a ţării pentru crearea unei industrii metalurgice în Moldova, Mihailic a scris şi o lucrare specială. Pe vremea aceea bogăţiile amintite se aflau în stăpînirea marilor proprietari de pămînt, a moşierilor feudali. Mihailic nu a ocolit această înprejurare şi în propunerile sale el formula părerea după care statul ar trebui să adopte o legislaţie specială menită să reglementeze problemele legate de organizarea unor întreprinderi miniere, de folosirea pădurilor etc.

În aceste propuneri demn de remarcat este faptul că Mihailic merge pe linia îngrădirii drepturilor marilor proprietari de pămînt şi de păduri concomitent cu creşterea cointeresării lor materiale în dezvoltarea fabricilor de fier din Moldova.

În ceea ce priveşte forţa de muncă el preconiza ideea de a atrage pe de o parte lucrători străini, pe de altă parte muncitori localnici, în ambele cazuri însă formulînd condiţia ca toţi să fie eliberaţi de plata oricăror servituţi feudale şi chiar de obligaţia de a presta serviciul militar.

În plus Hodocin milita pentru ridicarea nivelului şi lărgirea orizontului cultural al lucrătorilor ; şcoala de „arte şi meşteşuguri" pe care el a condus-o la înfiinţarea ei, era menită să aducă o contribuţie tocmai în acest scop.

În legătură cu necesarul de bani în vederea întemeierii fabricilor de fier, Mihailic recomanda mobilizarea sumelor disponibile la proprietarii de moşii sau asocierea diferitelor persoane care deţineau sume mai mari de bani şi crearea pe această bază a unor societăţi speciale de tipul societăţilor anonime apărute mai tîrziu la noi în ţară. Interesant de relevat este faptul că Mihailic de Hodocin nu solicita din partea statului privilegii speciale pentru întreprinzătorii care îşi investeau capitalurile lor în industrie, în special privilegii pe linia schimbării tarifului vamal sau pe linia scutirii de impozite şi acordării de prime etc., cum cereau mai tîrziu protecţioniştii romîni şi nu numai romîni, începînd cu deceniul al 8-lea al secolului trecut.

În sfîrşit, transpunerea în viaţă a ideilor sale cu privire la înfiinţarea de întreprinderi pentru extragerea şi prelucrarea minereurilor de fier el o vedea şi pe calea unei susţinute şi largi acţiuni de propagandă în favoarea întemeierii unor astfel de întreprinderi. Pîrghia politică principală prin intermediul căreia el preconiza realizarea ideilor sale o constituia statul.

Acesta din urmă, arăta Hodocin, era interesat în construirea întreprinderilor respective, mai întîi pentru că astfel îşi va putea mări veniturile, şi în al doilea rînd pentru că numai cu ajutorul lor Moldova ar fi putut să se afirme pe arena internaţională ca un stat demn de toată luarea aminte.

* * *

Din cele de mai sus Carol Mihailic de Hodocin ne apare ca un remarcabil gînditor pe tărîmul cugetării şi ştiinţei economice romîneşti. Trăind într-o vreme de adînci prefaceri în viaţa socială, economică şi politică a Moldovei de la mijlocul secolului trecut, el s-a situat de partea forţelor sociale înaintate care militau pentru schimbarea stărilor economice existente şi orientarea ţării pe calea progresului. Cunoscător al situaţiei economiei de atunci a Moldovei, Hodocin a arătat caracterul înapoiat şi deosebita rămînere în urmă a ei de alte ţări.

Prin acestea el continua opera înaintaşilor săi. Dar Hodocin a dus această operă mai departe.

Spre deosebire de predecesorii săi şi în contradicţie cu punctul de vedere al cercurilor oficiale dominante, reacţionare, Mihailic de Hodocin lega starea de înapoiere a ţării de structura şi caracterul predominant agrar al economiei Moldovei de pe vremea aceea.

Datorită condiţiilor istorice în care a trăit şi mai ales ca urmare a limitelor de clasă de care a dat dovadă, Mihailic nu a mers în analiza sa pînă la găsirea şi formularea adevăratei cauze care determina situaţia economică arătată, şi anume existenţa relaţiilor de producţie feudale dominante intrate în plin proces de criză.

Dar, o seamă de constatări de ale sale veridice, cu privire, de pildă, la nivelul tehnic scăzut în agricultura Moldovei, la exploatarea neraţională a bogăţiilor ţării, ca şi la traiul material cu totul mizer în care se zbăteau oamenii muncii etc. au constituit un pas serios înainte în cugetarea economică romînească spre cunoaşterea cauzei amintite.

În centrul soluţiilor pe care el le propunea pentru ieşirea din situaţia existentă pe atunci în Moldova, Hodocin nu a pus problema rezolvării chestiunii agrare prin lichidarea iobăgiei şi împroprietărirea ţăranilor cu pămînt, adică nu a pus problema

rezolvării problemei feudale a epocii sale, ci a înlocuit-o cu problema orientării țării spre crearea și dezvoltarea industriei în general, și a industriei metalurgice în special.

Pe vremea aceea însă, fără soluționarea problemei agrare nu se putea pune cu șanse de izbîndă problema înființării de întreprinderi industriale și mai ales de cele pentru extragerea și prelucrarea minereurilor de fier.

De aici și coloratura utopică a considerațiilor și activității sale pe tărîmul fundamentării necesității și posibilității orientării economiei Moldovei pe o cale industrială.

Acest lucru nu l-a împiedicat totuși pe Mihailic să formuleze în legătură cu amintita fundamentare teze și idei cu caracter științific și de natură să împingă gîndirea social-economică înaintată din Moldova de atunci spre căutarea și găsirea cauzelor profunde care împiedicau progresul țării și care frînau în special dezvoltarea forțelor ei de producție.

Gîndirea economică a lui Carol Mihailic de Hodocin privită în această lumină are un profund caracter înaintat progresist.

De notat că la înălțimea la care s-a ridicat Mihailic în gîndirea economică din țara noastră nu au ajuns nici exponenții burgheziei industriale înaintate din Romînia în deceniile care au urmat după încetarea sa din viață, și între care exponenți Dionisie P. Marțian, P. S. Aurelian, Xenopol și alții ocupă un loc de seamă.

Explicația o găsim în faptul că burghezia romînă în a doua jumătate a secolului XIX ajunsese în esență o clasă retrogradă, ostilă științei și intereselor dezvoltării țării pe calea progresului social, economic și politic.

Problemele abordate de Mihailic de Hodocin pentru întîia oară vor fi puse pe o bază cu adevărat științifică și rezolvate pînă la capăt abia de clasa muncitoare și de partidul ei de avangardă marxist-leninist.

Activitatea Partidului Comunist Romîn și apoi a Partidului Muncitoresc Romîn pe acest tărîm de activitate constituie o dovadă mai mult decît concludentă în această privință.

Hodocin vorbind de însemnătatea pe care ar avea-o industria metalurgică pentru economia Moldovei de atunci, a sesizat, evident unilateral, numai consecințele pozitive ale dezvoltării unei asemenea industrii, scăpînd din vedere faptul că aceasta fiind o industrie de tip capitalist crearea ei avea să ducă la o exploatare și mai intensă a oamenilor muncii.

De asemenea, în propunerile sale cu privire la posibilitatea creării de „fabrici de fier" în Moldova apărea naiv și nejustificat apelul lui la stat de vreme ce acesta nu reprezintă altceva, decît un instrument în mîinile claselor exploatatoare dominante pentru apărarea intereselor lor de clasă și ținerea în frîu a maselor largi populare care neîncetat se ridicau la luptă împotriva exploatatorilor și asupritorilor lor.

Relevăm totuși că Hodocin a semnalat în legătură cu aceste aspecte și laturi noi în viața social-economică din Moldova de atunci, aducînd prin aceasta o contribuție la îmbogățirea gîndirii economice romînești cu idei și teze pe vremea aceea inedite.

În opera economică a lui Mihailic de Hodocin regăsim elemente înaintate ale cuceririlor științei economice contemporane lui pe plan mondial. Apreciată în ansamblu ea este însă o operă cu vădite trăsături originale.

Aprecierea nivelului de dezvoltare economică în funcție de structura pe ramuri a acestei economii, indicarea căilor pentru o asemenea orientare a economiei țării, care în funcție de posibilitățile existente să fie în stare a satisface necesitățile de consum individual și productiv intern, evidențierea locului și rolului fiecărei ramuri de producție în economia națională ca și stabilirea interdependenței dintre aceste ramuri etc. reprezintă doar cîteva idei și teze care atestă din plin existența trăsăturilor respective.

Institutul de cercetări economice,
Academia Republicii Populare Romîne,
București

BIBLIOGRAFIE

1. * * * Arhivele statului, Buc., Administrative, 1837, Dosar nr. *318.*
2. Turcu C., Studii și articole de Istorie, 1961, **III**, pp. 185–201.
3. Mihailic de Hodocin C., Gazeta de Moldavia, 18 oct. 1851, nr. *83.*
4. — Gazeta de Moldavia, 22 oct. 1851, nr. *84.*
5. — *Despre lucrarea minelor de metal*, Iași, 1842.

КАРОЛ МИХАЙЛИК ДЕ ГОДОЧИН ОБ ЭКОНОМИКЕ МОЛДОВЫ И ПЕРСПЕКТИВАХ ЕЕ ИНДУСТРИАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ

(Резюме)

Автор статьи анализирует экономические концепции одного из Яссских мыслителей в области прогрессивной экономики XIX века.

Переживая период социальных экономических разногласий и изменений в румынском обществе прошлого века, Карол Михайлик де Годочин проявил себя сторонником передовых сил борющихся за прогресс и благосостояние народа.

С своих публикациях Михайлик выявил много нового в экономическом состоянии страны и внес исключительные для того времени идеи и тезисы по вопросам поднятия индустриального развития Молдовы.

LES OPINIONS DE CAROL MIKHAÏLIC DE HODOCIN SUR L'ÉCONOMIE DE LA MOLDAVIE ET LES PERSPECTIVES DE SON ESSOR INDUSTRIEL

(Résumé)

On présente les traits principaux de la conception économique de Carol Mikhaïlic de Hodocin, économiste progressiste qui a vécu dans le XIX-ième siècle.

Vivant au milieu des émeutes et des transformations sociales-économiques dans les principautés roumains, Carol Mikhaïlic de Hodocin s'est situé sur la position des forces sociales progressistes qui militaient pour le progrès et le bien aise du peuple.

Mikhaïlic a signalé des aspects nouveaux dans la vie sociale-économique de la Moldavie, apportant de cette manière une contribution à l'enrichissement de la pensée économique roumaine avec des thèses et des idées inédites.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

RECENZII
BOOK REVIEWS
BUCHBESPRECHUNGEN
РЕЦЕНЗИИ
COMPTES RENDUS
RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. CREANGĂ I., LUCHIAN T., *Introducere în calculul tensorial.* Ed. did. şi pedag., Buc., 1963, 321 pp.

În cadrul eforturilor neîncetate ale cercetătorilor şi oamenilor de ştiinţă de a smulge secretele naturii, pentru a le folosi apoi spre binele societăţii omeneşti, A. Einstein (*The meaning of relativity*, Methuen & Co., Ltd., London, 1951, Appendice II) schiţează posibilitatea de a descrie cîmpurile gravitaţional şi electromagnetic cu ajutorul unui tensor nesimetric de ordinul al doilea $g_{\lambda\mu}$.

Apariţia în Editura didactică şi pedagogică, în condiţii exemplare, a unei cărţi deosebit de competente, consacrată introducerii în calculul tensorial, intră pe deplin în rezonanţă cu faptul că asistăm pe scară mondială la publicarea sistematică a unui mare număr de volume consacrate calculului tensorial.

Nevoia de a folosi în practica inginerească calculul tensorial — acest instrument indispensabil pentru reprezentarea unor noţiuni fizice şi mecanice — conduce — paralel cu extinderea studiilor de adîncire, ce se publică în diferite reviste de specialitate — la elaborări noi în acest domeniu şi chiar şi la reeditări de cărţi mai vechi (de ex., Kästner S., *Vektoren, Tensoren, Spinoren. Eine Einführung in den Tensorkalkül unter Berücksichtigung der physikalischen Anwendung.* Akad. Verlag, Berlin, 1960, XII + + 308 S.; Jeffreys H., *Cartesian Tensors.* Cambridge Univ. Press, 1962, London (reeditare din 1931); Широков П. А., *Тензорное исчисление.* 2-е изд., Казанский ун-т, 1961, 447 стр. (reeditare din 1934) ş. a. ş. a.

Ref., care a avut ocazia să sublinieze în „International Mathematical News" numeroase laturi pozitive ale cărţii recenzate aici — rezultat al îmbinării talentelor didactice ale autorilor cu elaborări de profunzime, soldate cu simplificări esenţiale şi eleganţă în prezentare (de ex. §§ 3...5 din cap. IX, consacrate calculului diadic) — se mărgineşte în cele de mai jos să ateste utilitatea incontestabilă a cărţii pentru studenţii de la institutele tehnice.

Autorii au reuşit pe deplin în intenţia lor de a întocmi cartea astfel încît, fără a sacrifica rigoarea matematică, ea să poată fi citită şi înţeleasă şi de acei ce nu au o pregătire matematică avansată.

În capitolele I, II, IV sînt expuse, pe scurt, toate noţiunile de geometrie analitică, calcul vectorial şi algebră liniară, ce vor fi utilizate ulterior. În cap. III se introduc unii tensori din spaţiul euclidian cu trei dimensiuni, pentru a pregăti pe cititor în vederea înţelegerii noţiunii generale de tensor în spaţii liniare cu n dimensiuni, care este dată în capitolul V. În cap. VI sînt expuse operaţiile cu tensori, iar în cap. VII şi VIII se dau respectiv noţiunile tensoriale de bază din geometria diferenţială a varietăţilor multidimensionale şi se prezintă în formă tensorială unele noţiuni elementare din mecanica mediilor deformabile.

Cititorul, studentul-inginer de astăzi sau inginerul şi tehnicianul cu pregătirea de ieri (mai redusă), este condus astfel pe nesimţite către variate culmi de folosire a calculului tensorial în mecanica raţională, geometria diferenţială, algebra liniară, teoria relativităţii, mecanica mediilor continue (deformabile) şi elasticitate, teoria plasticităţii, hidrodinamică, electrodinamică, magnetofluidodinamică ş. a. ş. a. putînd aborda cu succes studii de actualitate care necesită cunoaşteri de generalizări ale calculului tensorial, ca de ex., inel tensorial, care reprezintă o algebră poliliniară de dimensiune finită în corpul numerelor reale şi care reuneşte într-un anume sens calculul vectorial, diadic, tensorial, matricial şi cuaternionic.

*

Il Rif. indica cui sopra alcuni dettagli concernenti l'eccellente libro — tanto dal punto di vista del suo contenuto quanto da quello editoriale — consacrato all'Introduzione nel Calcolo tensoriale dovuto al Prof. I. Creangă ed alla Prof. sa Tudora Luchian, additando al fatto che ha avuto gia l'occasione di raccomandare sulle pagine dell'„International Mathematical News" la traduzione di questo libro anche in qualche lingua di larga circolazione. *D. Mangeron*

2. VOLTERRA V., *Opere Matematiche. Memorie e Note.* Publicate a cura dell' Accademia Nazionale dei Lincei col concorso del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Volume primo: 1881—1892, Roma, Accademia Nazionale dei Lincei, 1954, XXXIII+ +604 pp.; volume secondo: 1893—1899; 1956, 626 pp.; volume terzo 1900—1913; 1957, 614 pp.; volume quarto: 1914—1925; 1960, 540 pp.; volume quinto: 1926-1940; 1962, 538 pp.

Unul dintre evenimentele de deosebită importanţă în viaţa matematică internaţională a fost apariţia operelor matematice a marelui matematician contemporan Vito Volterra.

Este semnificativ şi totodată emoţionant faptul că Guido Castelnuovo, chemat să prezideze Accademia Nazionale dei Lincei reconstituită, a considerat că este oportună, simbolică şi plină de bun augur pentru activitatea de viitor a acelei Academii editarea neîntîrziată a *Operei matematice a lui Vito Volterra*, unul dintre cei mai iluştri membri ai Academiei dei Lincei şi, poate, cel mai autoritar preşedinte al ei. Sarcina de a realiza această iniţiativă a fost preluată de un comitet compus din următorii membri ai Academiei: Ugo Amaldi, Luigi Amoroso, Giuseppe Armellini, Umberto d'Ancona, Joseph Pérès, Enrico Persico, Mauro Picone, Antonio Signorini, Carlo Somigliana, Edoardo Volterra, ajutat de către prof. Elena Freda. Guido Castelnuovo a fost preşedintele acestui comitet pînă la ultima clipă a vieţii sale, dirijînd cu pasiune şi grijă deosebită ansamblul lucrărilor de editare.

Volumele de Opere, menţionate în titlu, cuprind într-însele, aranjate în ordinea cronologică a apariţiei, toate studiile şi notele de specialitate ale ilustrului matematician. S-au exclus de la inserare numai tratatele, precum şi cîteva discursuri şi rapoarte ocazionale sau avînd un caracter strict parlamentar. S-a păstrat cu grijă deosebită forma originală a fiecărei lucrări, introducîndu-se uşoare modificări numai atunci cînd s-au găsit adnotări sau rectificări posterioare în exemplarele conservate de către Vito Volterra în biblioteca sa personală. Aflate la subsolul paginilor, atare modificări sînt prevăzute întotdeauna cu sigla [N. d. R.].

Ducerea la bun sfîrşit a ansamblului acestei munci complexe şi plină de migală, pentru a scoate la lumină întreaga vastă operă ştiinţifică a lui Vito Volterra, a fost uşurată graţie unui ajutor efectiv şi pasionat acordat fără încetare de către soţia marelui matematician.

Primele XXXIII pagini din volumul întîi cuprind cuvîntările asupra operei matematice a lui Vito Volterra, ţinute cu prilejul adunării academice comemorative de către Guido Castelnuovo şi Carlo Somigliana, urmate fiind de o scurtă prezentare a datelor biografice, expuse din inimă de prietenul fidel al marelui matematician V. Volterra, Joseph Pérès.

Încheind această scurtă prezentare, considerăm că este aproape de prisos să subliniem faptul că numeroşi cercetători romîni, specialişti în Analiza matematică, au folosit şi folosesc în lucrările lor de specialitate profundele rezultate de mare anvergură ale ilustrului matematician italian Vito Volterra, oferite astăzi într-un mănunchi înche-

gat şi într-o prezentare excelentă, graţie iniţiativei Academiei Naţionale dei Lincei şi a sprijinului C.N.R. cercetătorilor de pretutindeni.

*

Il rif. espone brevemente cui sopra, in lingua romena, alcuni dettagli concernenti l'edizione pubblicata a cura dell'Accademia Nazionale dei Lincei col concorso del Consiglio Nazionale delle Ricerche, delle Opere Matematiche di Vito Volterra.

D'impareggiabile valore odierno, l'opera matematica dell'uno dei soci più illustri dell'e uno dei più autorevoli presidenti dell' Accademia Nazionale dei Lincei, ricostituita sotto la presidenza del Guido Castelnuovo, col concorso fattivo e apassionato della eletta consorte de Vito Volterra, rimane tuttora la fonte inesauribile d'ispirazione per i cultori di matematica del mondo intero. *D. Mangeron*

3. TANFORD CH., *Physical chemistry of Macromolecules*. John Wiley & Sons. Inc., 1961, London, 710 pp.

Ref. analizează în mod critic lucrarea lui Ch. Tanford, *Chimia fizică a macromoleculelor*, apreciind aportul original al autorului şi recomandînd cartea specialiştilor din R.P.R.

The work, divided into 9 chapters, comprises 710 pages and 110 graphs and figures.

After a short introduction, dealing principally with a brief history of the physical chemistry of macromolecules, beginning with Thomas Greene — considered as the founder of this branch of science (1861) — the autor passes on in chapter I to a survey of the main types of natural and synthetic macromolecules.

The second chapter, having as object the methods of determining macromolecular structure, presents the latest means of investigation, special attention being paid to X-ray diffraction spectroscopy, ultraviolet and infrared dichroism, nuclear magnetic resonance, electronic microscopy, measurement methods of dielectric constant, dipole moment, dielectric dispersion, optical rotation, birefringence, and other physical properties of solids.

Statistics of linear polymers is treated in chapter III, and fundamental principles of the thermodynamics of solutions are dealt with in chapter IV. In this chapter, subjects are extremely interesting and useful to the specialist, as for instance: phase equilibria chemical potential of ideal and real solutions, osmotic pression and factors influencing it, stability of polymer solutions, sedimentation equilibrium, etc.

Chapter V deals with light scattering by particles of various sizes, and experimental determination of diffusion, while chapter VI is dedicated to transport processes and viscozity. The thorough and welladvised exposition of such modern problems as the viscosity of suspensions, transport in an electric field, theory of electrophoretic mobility, rotary motion of macromolecules, is quite remarkable in that chapter.

Physical chemistry of polyelectrolytes, holds our attention in chapter VII and general theory of multiple equilibria occupies chapter VIII, while chapter IX deals with the kynetics of macromolecular compounds (polymerization) polycondensations, enzyme action degradation processes, etc).

It must be noted that, on the whole, Charles Tanford offers an important work on the Physical Chemistry of macromolecules, reaching for beyond the classical exposition of problems, of ample information and thorough presentation of the problems tackled with.

It is only natural that the huge amount of labour, necessary to the elaboration of such a work as *Physical Chemistry of Macromolecules*, should arise considerable interest, and therefore, give way to certain observations and suggestions regarding the outline of a second edition.

In the first place, there is the question of a more systematic arrangement of the problems (for instance, the grouping together of all experimental methods in one chapter) and proportion of chapters, according to the importance of the problems dealt with. In the second place, a more attentive use of the reference material, should be advisable, a complete perusal of all the available translations of the basic published work, that has of recent years enriched the field of the physical chemistry of polymers all over the world.

Thus, any reader of the present book may clearly come to the conclusion that the author has not quoted the reference correctly, neglecting completely the substantial

contribution of Russian and Soviet specialists, as well as these of other countries in the field of the physical chemistry of polymers.

Thirdly, owing to his personal scientific formation, Prof. Charles Tanford is induced to choose most of his examples from the field of biopolymers, neglecting other aspects, and thus narrowing the work's outline.

Endly, considering the importance of the chemistry of radiations in the domain of polymerization in solid phase, and of graft copolymers, a separate chapter on the subject might render even more valuable the work we are presenting.

Positively appreciating the original contribution of the author in dealing with the problems of the physical chemistry of macromolecules, we commend it to the scientists being convinced that they will join us in this appreciation. *Cr. I. Simionescu*

4. McKELVEY J. M., *Polymer Processing*. John Wiley and Sons, Inc., N.-Y., 1962.

Lucrarea *Polymer Processing* (Prelucrarea polimerilor), aparţine lui James McKelvey, profesor la Universitatea de inginerie chimică din Washington.

Materialul tratat este împărţit în 14 capitole însoţite de 4 anexe.

Cartea nu conţine numai problemele teoretice ale prelucrării polimerilor prin diferite procedee ci şi un studiu amănunţit al unor proprietăţi fundamentale ale compuşilor macromoleculari.

Autorul prezintă procesele de prelucrare prin prizma mecanicii fluidelor, reologiei (incluzînd curgerea ne-newtoniană şi vîscoelasticitatea), transferului caloric, termodinamicii, chimiei şi fizicii polimerilor.

În introducere se arată scopul prelucrării polimerilor şi se clasifică operaţiile de prelucrare, iar în capitolul 2 autorul se ocupă de ecuaţiile reologice, de fluidele ne-newtoniene, corelaţia dintre vîscozitate şi temperatură şi de probleme de vîscoelasticitate.

Capitolul 3 este destinat izotermelor curgerii în tuburi, în canale cu secţiune dreptunghiulară şi printre cilindri coaxiali, procese frecvente în prelucrarea polimerilor. În continuare (capitolul 4) tratîndu-se probleme legate de întinderea şi contracţia polimerilor se discută stabilitatea lor dimensională şi ecuaţia de stare.

Dr. E. Baer dezvoltă în capitolul 5 procesul important de cristalizare a polimerilor, insistînd asupra morfologiei polimerilor cristalini, asupra orientării şi frecărilor interne ca şi asupra cineticii cristalizării.

Fenomenele de suprafaţă, termodinamica adeziunii, forţele intermoleculare ce participă în acest proces şi activarea superficială a polimerilor constituie obiectul celui de al 6-lea capitol al cărţii.

După tratarea amănunţită a comportării dielectrice a polimerilor (capitolul 7) se trece la adîncirea chestiunilor legate de căldura şi energia necesitate în diferitele procese de prelucrare (capitolul 8) insistîndu-se asupra curgerii matarialelor şi asupra transferului caloric.

Capitolele 9...11 conţin o analiză hidrodinamică făcută la nivel superior, a unor operaţii de bază în prelucrarea materialelor termoplastice şi anume, calandrarea şi extruderea.

Una din operaţiile fundamentale în prelucrarea compuşilor macromoleculari o constituie obţinerea amestecurilor omogene ale polimerilor cu diferiţi adjuvanţi. Autorul tratează această problemă în capitolul 12 plecînd de la cîteva exemple tipice de amestecare şi anume: a) dispersarea negrului de fum în polietilenă cu ajutorul amestecătorului tip Banbury, b) amestecarea cauciucurilor cu ajutorul valţurilor, c) amestecarea a doi polimeri diferiţi cu ajutorul extruderelor.

În acest capitol se acordă o atenţie deosebită gradului de omogenizare, amestecării laminare, amestecării cu ajutorul extruderelor, stabilirii expresiilor matematice ale forţelor ce participă în diferitele tipuri de amestecare.

Ultimele capitole (13 şi 14) sînt destinate formării prin injecţie, analizîndu-se fenomenul de contracţie şi întregul ciclu de formare, şi procesului de sudare a maselor plastice.

În cele patru anexe de la finele cărţii se dau: a) explicaţia modului în care au fost deduse ecuaţiile meçanicii fluidelor folosite în capitolul 2; b) explicarea notaţiilor din diferitele capitole; c) constantele fizice şi factorii de conversie; d) bibliografia folosită de autor.

Lucrarea valoroasă a prof. J. M. McKelvey constituie o analiză ştiinţifică profundă a operaţiilor de prelucrare a polimerilor, completată cu stabilirea ecuaţiilor matematice ce leagă parametrii lor de bază. Discutarea proceselor este însoţită de o largă varietate de exemple de calcul şi grafice.

*

La réf. expose ci-dessus quelques détails concernant l'excellent ouvrage *Polymer Processing* par J. McKelvey. *D. Feldman*

5. STOENESCU AL., *Elemente de cosmonautică*. Ed. tehn., Buc., 1962, 144 pp.

Era zborurilor cosmice a fost deschisă la 4 octombrie 1957, prin lansarea în U. R. S. S. a primului satelit artificial al pământului, denumit „Sputnik-1", la 2 ianuarie 1959 a fost lansat „Lunik-1", la 15 mai 1960 a fost lansată „nava cosmică-1", iar la 12 aprilie 1961 nava cosmică „Vostok—1" purta la bordul său pe primul cosmonaut al lumii, maiorul sovietic I. A. Gagarin. O dată cu aceste succese remarcabile ale geniului uman, multiplele probleme legate de cosmonautică devin din ce în ce mai actuale. Pe această linie, lucrarea prof. Al. Stoenescu prezintă, într-o formă uşor accesibilă, cele mai importante date legate de zborul în cosmos şi metodele de determinare prin calcul a elementelor principale ale mişcării pe orbită, ca: viteză, perioadă, traiectorie etc.

Lucrarea este împărţită în 20 de capitole, urmate de o scurtă bibliografie (22 de titluri).

Primele şapte capitole sînt destinate studiului traiectoriei sateliţilor artificiali şi planetelor artificiale, considerîndu-le drept puncte materiale supuse acţiunii unor forţe centrale. După unele consideraţii privitoare la legea atracţiei universale şi la modul ei de acţiune la suprafaţa a diferite planete, se trece la considerarea sateliţilor artificiali pe orbite circulare sau eliptice. Influenţa rotaţiei pământului asupra lansării sateliţilor artificiali este de asemenea luată în considerare. O atenţie deosebită este acordată navelor orbitale — sateliţi care trec periodic la o anumită distanţă de pământ şi o altă planetă, facilitînd călătoria de la pământ la planeta respectivă. Se studiază separat cazul unei călătorii pământ-lună, precum şi cazul unei călătorii către o planetă interioară sau către o planetă exterioară. O atenţie deosebită este acordată lansării de rachete şi sateliţi artificiali spre o ţintă dată; se studiază amănunţit proprietăţile geometrice ale traiectoriilor pentru proiectilele lansate din acelaşi punct cu aceeaşi viteză iniţială, dar în toate direcţiile posibile; menţionăm de asemenea studiul lansării rachetelor şi sateliţilor artificiali în direcţie constantă, spre o ţintă dată. Se acordă atenţie şi calculului timpului în care proiectilul străbate o anumită porţiune din traiectoria sa, precum şi preciziei necesare lansării rachetelor balistice intercontinentale. Rezultatele teoretice expuse sînt exemplificate numeric, în special în legătură cu rachetele şi sateliţii lansaţi în ultimii ani.

În următoarele patru capitole se introduce influenţa celorlalte corpuri cereşti. Pentru aceasta se începe cu menţionarea problemei generale a celor *n* corpuri, studiindu-se, în special, problema celor trei corpuri. Datorită dificultăţilor de ordin matematic, se consideră apoi problema circulară restrînsă, rezultatele obţinute fiind aplicate la zborul pământ-lună. Se fac apoi şi alte consideraţii aproximative cu privire la diferitele traiectorii pământ-lună. De asemenea, menţionăm determinarea sferelor de acţiune a diferitelor corpuri cereşti.

În capitolele XII, XIII, XIV se reiau unele probleme considerînd racheta drept un corp de masă variabilă. Se introduce noţiunea de mişcare reactivă, se expune principiul rachetei şi se deduce ecuaţia lui Meşcerski, precum şi ecuaţia sa generalizată; pornind de aici se prezintă ecuaţiile generale ale dinamicii corpului de masă variabilă. Folosind aceste date se dau cîteva elemente de dinamica mişcării rachetei pe traiectoria activă (forţa de propulsie, mişcarea pe verticală, mişcarea într-un plan vertical).

Ultimele capitole sînt destinate unor probleme complementare: descrierea a diferitelor tipuri de rachete şi a modului de dirijare giroscopică a lor, problema întoarcerii din cosmos, problema suprasarcinii şi imponderabilităţii. Se expune de asemenea un scurt istoric al zborurilor efectuate în cosmos în ultimii şase ani.

Lucrarea cuprinde, pe lîngă metode şi formule cunoscute, şi unele rezultate obţinute de autor. Lucrarea se adresează tuturor celor care, avînd cel puţin o pregă-

tire medie în domeniul mecanicii, se interesează de problemele actuale şi deosebit de frumoase ale zborului cosmic.

*

Il rif. espone cui sopra, in lingua romena, alcuni dati concernenti il nuovo libro dovuto al prof. Al. Stoenescu, consacrato ad un'introduzione allo studio della cosmonautica.

P. P. Teodorescu

6. АИСТОВ Н. Н., ВАСИЛЬЕВ Б. Д., ИВАНОВ В. Ф., САХНОВСКИЙ К. В., СМИРНОВ Н. А., ОРЛОВ А. И., ШИФРИН С. М., *История строительной техники.* Госстройиздат, Л.—М., 1962, 560 стр.

Cartea *Istoria tehnicii construcţiilor* (1962), scrisă de un colectiv de eminenţi savanţi sovietici cu renume mondial, cuprinde istoria dezvoltării şi perfecţionării tehnicii construcţiilor, a executării fundaţiilor şi a construcţiilor de zidărie, lemn, metal şi beton armat, de la origine pînă în timpurile noastre.

*

Die Geschichte der Bautechnik, die im Jahre 1962 von einem Kolektiv berühmter sowjetischer Wissenschaftler geschrieben wurde, enthält eine Beschreibung der Entwicklung der Bautechnik von Ursprung bis heute. Das Werk enthält viele Ergebnisse aus der Geschichte der Bautechnik; manche sind zum ersten mal publiziert.

Das Werk enthält: Fundierungen, Mauer, Holz, Metal, Eisenbetobau Innenarbeiten, Installationen. Die Ingenieurberechnungen wurden besonders berücksichtigt. Die Industrialisierung der Bauarbeit wurde betont.

Die Montagen in Vergangenheit und Gegenwart werden beschrieben. Die Gegenwärtige Fortschritte in der Bautechnik speziellerweise analysiert wurden. Die Rolle der russischen und sowjetischen Wissenschaftler und Entdecker in der Entwicklung der Technik wird besonders hervorgehoben.

Die Erscheinung dieses Werkes ist in der Fachlitteratur höchst willkommen.

E. Munteanu

F1812

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul IX (XIII)

FASC. 3 – 4

1963

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul IX (XIII)

FASC. 3 – 4

1963

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. D. ATANASIU, prof. C. CALISTRU, conf. Gh. CHIRIȚĂ,
prof. TOMA FĂRCAȘ, prof. TIBERIU GOLGOȚIU,
prof. ILIE MATEI, membru corespondent al Academiei R.P.R.,
prof. D. MANGERON, conf. AUREL MARCHIȘ,
prof. D. RUSU, prof. GH. VASILIU

Redactor responsabil: acad. prof. CRISTOFOR SIMIONESCU,

Secretar: lector HUGO ROSMAN

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL IX (XIII), fasc. 3—4 1963

SUMAR

Pag.

REDACŢIONALE. XV

MATEMATICI. MECANICĂ TEORETICĂ. FIZICĂ

AL. CLIMESCU, Două probleme privind inegalităţile 1

EUG. DOBRESCU, Familii compacte de funcţii definite pe un produs cartezian a două spaţii metrice 7

O. BORŮKVA, Asupra mulţimii ecuaţiilor diferenţiale ordinare de ordinul al doilea care au aceeaşi dispersie fundamentală . . . 11

D. MANGERON, Asupra problemei lui Cauchy pentru ecuaţii cu derivate parţiale de tip „compus" în sensul lui Hadamard 21

N. G. BONDAR, O nouă metodă în teoria vibraţiilor neliniare . . . 25

FL. G. MAZZELLA, Unele teoreme relative la problemele lui Mangeron — Krivoşen privitoare la ecuaţii integro-diferenţiale . . . 35

F. S. ROSSI, Aplicarea metodei lui Mangeron la studiul unor probleme de contur neliniare 39

S. COMÉT, Transformările conforme ale spaţiilor cu mai mult de două dimensiuni 43

ŞT. RUSCIOR, Despre hipersuprafaţa caracteristică a unei hipersuprafeţe riglate din S_4 59

I. RUSU, C. HUIU, N. IRIMICIUC şi GR. TAŞCĂ, Secţiuni plane şi intersecţii de corpuri geometrice în geometria reprezentativă plan-axială 67

N. CH. PATTABHI RAMACHARYULU, Scurgere staţionară laminară a unui fluid incompresibil printr-un inel cu pereţi poroşi . . . 75

K. S. SARMA, Unele probleme relative la deformaţii finite, cu perturbaţie constantă (V) 81

J. LEGRAS, O extensiune a ALGOL-ului: ALGOL-ul lingvistic . . 85

L. de BROGLIE, O nouă prezentare a termodinamicii particulei izolate 91

J. M. ŽIVOJINOV şi S. M. CVETKOVIČ, Determinarea presiunii vaporilor saturaţi de argon pe baza mecanicii statistice şi cuantice şi pe baza termodinamicii clasice 95

Pag.

CHIMIE

GH. BURLACU, C. IOAN și R. ȘMOCOT, Dozarea colorimetrică a cuprului din soluții de azotit de sodiu 103

S. SAVENCU, T. GOLGOȚIU, A. BUCUR și GH. MOROI, Studiul echilibrului sistemelor $ZnSO_4 . 7 H_2O : NH_3$ și $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$ . . 111

M. DIMA, E. DIACONESCU, I. SCONDAC și V. POPESCU, Asupra preparării și purificării pentaeritritei 115

R. Z. TUDOSE, Un nou tip de schimbător de căldură (I) 128

M. MARINESCU, GH. ADAMESCU, E. MATEI și C. ONISCU, Intensificarea transferului de căldură prin centrifugarea unuia din fluide 135

GH. LUPUȘOR și T. LIXANDRU, Noi tipuri de coloranți azotici stilbenici (II) 143

H. I. AREȘIDZE și E. P. HECINAȘVILI, Studiul hidrocarburilor *n*-parafinice ale țițeiului din Satkenissi cu ajutorul carbamidei 149

V. DIACONESCU, E. POPPEL și P. OBROCEA, Asupra unor probleme ale utilizării celulozelor din stuf și paie în fabricarea hîrtiei . . . 155

GH. CHIRIȚĂ, M. MANCIU, A. CHIRIȚĂ, E. BOȚI și C. ȚÎRDEA, Studiul parametrilor tehnologici de obținere a enotaninului din semințele de struguri 167

GH. BURGHELEA și GH. ALEXA, Epuizarea optimă în difuzie și calitatea extractului din lemn de stejar 177

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ

E. LUCA, F. TRIFAN și A. VASILIU, Influența unui cîmp electric continuu suprapus cîmpului de înaltă frecvență, asupra proprietăților dielectrice ale unor pulberi de ferită și ale unor amestecuri eterogene formate din pulberi de ferite și ulei de parafină . . . 187

C. ONU, V. PRISĂCARU, L. TURIC și V. BEJAN, Contribuții la realizarea unui aparat electronic de tip electrosomn cu sincroscop . 197

N. BOȚAN și E. BALABAN, Asupra unei metode de comandă a motoarelor asincrone trifazate cu ajutorul amplificatoarelor magnetice . 203

N. GAVRILAȘ, Transmisia tensiunii de impuls în transformatorul cu două înfășurări 211

D. BĂRBULESCU, Măsurarea inductanțelor și capacităților prin metoda deviațiilor egale, utilizînd principiul semicompensării reactanțelor în circuite serie 223

G. TRUBINA și N. I. CERNOPIATOV, Comutarea generatoarelor sincrone la viteze de rotație mărite 233

H. ROSMAN, Asupra puterii aparente instantanee în circuite electrice în regim permanent periodic 241

Pag.

MECANICĂ TEHNICĂ

I. L. GHERONIMUS, Asupra principiului deplasărilor virtuale . . . 251

W. BOGUSZ, Problemă neoscilatorie pentru sisteme neliniare cu un singur grad de libertate 263

D. MANGERON și Z. TERPLAN, Dinamica mașinilor în lumina noilor studii relative la mecanismele plane și spațiale 267

A. TONDL, Rezonanțele principale ale sistemelor neliniare cu mai multe grade de libertate 273

A. BRAIER și H. ROSMAN, Asupra bilanțului energetic în cazul oscilatorilor cu frecare uscată, perturbați periodic 283

V. BAUȘIC și AL. CLIMESCU, Contribuții la studiul barelor curbe plane 291

C. LINDE și AL. ROR, Stand pentru studiul experimental al capacității de tracțiune a transmisiei prin frecare cu cablu din oțel, uzuală . 295

V. V. MAHALDIANI, Noi formule de reducere ale caracteristicilor motoarelor de automobile cu carburator, la condiții atmosferice normale 305

E. GAIGINSCHI, M. GUTMAN, și V. GIURCĂ, Aplicarea noțiunii de „centru termodinamic" al ciclului izocor la calculul termic al acestuia 309

M. BUGA, C. BURADA, A. CIRILLO, C. GEORGESCU și D. MOCANU, Studiu teoretic și experimental asupra repartizării eforturilor unitare în cadrul boghiului pe trei osii al vagoanelor de marfă de 80 tone 317

B. GHEORGHIU, S. CIOCHINĂ, C. BOHOSIEVICI și V. ALEXANDRESCU, Variația coeficientului de dilatare liniară, funcție de structura metalografică, la unele oțeluri carbon pentru scule (STAS 1700-50) . 325

A. RĂILEANU și D. NICOLESCU, Determinarea constantelor și exponenților din relațiile momentului de torsiune și a forței axiale la burghierea oțelurilor românești (V) 331

AL. RENER, Determinarea constantelor și exponenților din relațiile momentului de torsiune și a forței axiale la burghierea oțelurilor românești (VI) 335

CONSTRUCȚII. HIDROTEHNICĂ

J. GÓLECKI și J. WALCZAK, Cîmp de deplasări și stare de tensiune într-un inel greu elastic, sprijinit într-un punct 337

A. ȘESAN, D. DIACONU, V. BAUȘIC și I. CIONGRADI, Asupra repartizării forțelor orizontale pe diafragme la clădiri din panouri mari 355

V. FOCȘA, A. RADU și AL. VEREȘ, Dimensionarea termică a pereților din panouri mari cu punți 361

A. MIHUL, G. ASANDEI și D. ZĂICESCU, Silozuri demontabile din beton precomprimat 369

Pag.

A. A. HOHLOV, Studiul comportării dinamice a podurilor sub trafic mixt 379

E. PĂUNEL, AL. CHELĂRESCU, O. NICHITA, GH. BÎGU, A. MIHUL, I. IAROȘINSCHI-DRABIC și F. VASILESCU, Studiul zăcămîntului de ghips din nordul Moldovei 387

V. BLIDARU și E. BLIDARU, Drenajul vertical în desecarea și desalinizarea terenurilor și ca sursă de apă pentru irigații 401

INDUSTRIE UȘOARĂ

N. BĂDAN și M. ZEIDMAN, Unele aspecte ale structurii firelor cablate 409

M. GRINDEA și S. IFRIM, Solubilitatea lînii în caprolactamă-bisulfit . 415

F. REICHER, Contribuție la metodica calculului neregularității rotației arborelui principal la mașinile de lucru cu referire specială la războiul de țesut 421

F. VĂLU, I. LUCA și M. GRINDEA, Contribuții la intensificarea procesului de vopsire cu cîmp ultrasonor 427

ȘTIINȚE ECONOMICE

P. MÎLCOMETE, C. NICOLICIOIU și C. MACARIE, Din gîndirea economică a lui Gheorghe Panu 435

D. VOINA, Procesul formării contabilității duble 443

I. HĂLĂLĂU, T. NEAGU și A. CUCIUREANU, Studiu asupra normării consumului de materii prime în întreprinderile integrate de bumbac 451

E. POPA și V. RĂUȚU, Calculul indicatorilor de utilizare intensivă la unele tipuri de aparate folosite în industria chimică 463

RECENZII 467

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ

Том IX (XIII), выпуск 3—4 1963 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ОТ РЕДАКЦИИ XV

МАТЕМАТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ФИЗИКА

АЛ. КЛИМЕСКУ, Две задачи относящиеся к неравенствам . . . 1

Е. ДОБРЕСКУ, Компактные семейства функций определенных в декартовом произведении двух метрических пространств 7

О. БОРУВКА, О множестве обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка имеющих основную дисперсию . . . 11

Д. МАНЖЕРОН, О задаче Коши для уравнений в частных производных „составного" в смысле Адамара типа 21

Н. Г. БОНДАРЬ, Новый метод теории нелинейных колебаний . . 25

Ф. ДЖ. МАЗЗЕЛЛА, Некоторые теоремы относящиеся к задачам Манжерона-Кривошеина по интегро-дифференциальным уравнениям . 35

Ф. С. РОССИ, Применение метода Манжерона в решении нелинейных граничных задач 39

С. КОМЕТ, Конформное отображение более чем двухмерных пространств 43

ШТ. РУСЧОР, О характеристической гиперповерхности некоторой линейчатой гиперповерхности пространства S_4 59

И. РУСУ, К. ГУЮ, Н. ИРИМИЧУК и Г. ТАШКЭ, Плоские сечения и пересечения геометрических тел в изобразительной плоско-аксиальной геометрии 67

Н. Х. ПАТТАБХИ РАМАХАРИУЛУ, Прокатное стационарное течение несжимаемой жидкости через кольцо с пористыми стенками . . 75

К. С. САРМА, К задаче определения конечных деформаций при постоянном возмущении (V) 81

Ж. ЛЕГРА, Расширение понятия АЛГОЛ: АЛГОЛ лингвистический . 85

Л. де БРОЙЛЬ, Новое представление термодинамики изолированных частиц 91

Ж. М. ЖИВОЖИНОВ и С. М. ЦВЕТКОВИЧ, Определение давления насыщенных паров аргона на основе статической и квантовой механики и классической термодинамики 95

Стр.

ХИМИЯ

Г. БУРЛАКУ, К. ИОАН и Р. ШМОКОТ, Колориметрическое определение меди в растворах нитрата натрия 103

С. САВЕНКУ, Т. ГОЛГОЦИУ, А. БУКУР и Г. МОРОЙ, Изучение равновесия систем $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ и $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$ . . 111

М. ДИМА, Е. ДЯКОНЕСКУ, И. СКОНДАК и В. ПОПЕСКУ, О препарировании и очищении пентаэритрита 115

Р. З. ТУДОСЕ, Новый тип теплообменника (I) 129

М. МАРИНЕСКУ, Г. АДАМЕСКУ, Е. МАТЕЙ и К. ОНИСКУ, Интенсификация теплопередачи фугованием 135

Г. ЛУПУШОР и Т. ЛИКСАНДРУ, Новые виды стильбеновых азокрасителей (II) 143

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Е. П. ХЕЧИНАШВИЛИ, Исследование *н*-парафиновых углеводородов сацхенисской нефти с помощью карбамида . 149

В. ДЯКОНЕСКУ, Э. ПОППЕЛ и П. ОБРОЧА, Некоторые вопросы использования целлюлозы из тростника и соломы в производстве бумаги 155

Г. КИРИЦЭ, М. МАНЧУ, А. КИРИЦЭ, Е. БОЦИ и К. ЦЫРДЯ, Изучение технологических параметров получения енотанина из виноградных семян 167

Г. БУРГЕЛЯ и Г. АЛЕКСА, Оптимальное истощение и качество дубового экстракта 177

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА

Е. ЛУКА, Ф. ТРИФАН и А. ВАСИЛИУ, Влияние оказываемое на диэлектрические свойства некоторых порошков феррита и неоднородных смесей порошка феррита с парафиновым маслом постоянным электрическим полем наложенным на высокочастотное . . . 187

К. ОНУ, В. ПРИСЭКАРУ, Л. ТУРИК и В. БЕЖАН, Электронный аппарат типа электросон с синхроноскопом 197

Н. В. БОЦАН и Е. БАЛАБАН, О методе управления трехфазных асинхронных двигателей с помощью магнитных усилителей . . 203

Н. ГАВРИЛАШ, Передача импульсных явлений в трансформаторе с двумя обмотками 211

Д. БЭРБУЛЕСКУ, Измерение индуктивности и емкости по методу равных девиаций используя принцип полукомпенсации реактансов в последовательной цепи 223

Г. С. ТРУБИНА и Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ, Переключение синхронных генераторов на большую скорость вращения 233

Г. РОСМАН, О мгновенной кажущейся мощности в электрических цепях в установившемся периодическом режиме 241

Стр.

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Я. Л. ГЕРОНИМУС, О принципе виртуальных перемещений . . 251

В. БОГУШ, Неколеблющееся решение для нелинейных систем с одной степенью свободы 263

Д. МАНЖЕРОН и З. ТЕРПЛАН, Динамика машин в свете новых работ по исследованию плоских и пространственных механизмов (I) . 267

А. ТОНДЛ, Главные резонансы нелинейных систем с несколькими степенями свободы 273

А. БРАЙЕР и Г. РОСМАН, Об энергетическом балансе осцилляторов с сухим трением и периодическим возмущением 283

В. БАУШИК и АЛ. КЛИМЕСКУ, К изучению плоских изогнутых балок 291

К. ЛИНДЕ и АЛ. РОР, Стенд для экспериментального исследования тяговой способности передачи с канатоведущим шкивом . . . 295

В. В. МАХАЛДИАНИ, Новые формулы для приведения к нормальным атмосферным условиям показателей карбюраторного двигателя . 305

Е. ГАЙДЖИНСКИЙ, М. ГУТМАН и В. ДЖЮРКЭ, Применение понятия „термодинамический центр" изохорного цикла в его термическом расчете 309

М. БУГА, К. БУРАДА, А. ЧИРИЛЛО, К. ДЖОРДЖЕСКУ и Д. МОКАНУ, Теоретическое и экспериментальное исследование распределения унитарных усилий в рамме трехосной тележки товарных 80-ти тонных вагонов 317

Б. ГЕОРГИУ, К. ЧИОКИНЭ, К. БОГОСИЕВИЧ и В. АЛЕКСАНДРЕСКУ, Изменение коэффициента теплового расширения в зависимости от структуры у некоторых инструментальных сталей (1700-50) . . 325

А. РЭИЛЯНУ и Д. НИКОЛЕСКУ, Определение параметров сил резания и крутящих моментов в процессе сверления румынских сталей (V) 331

АЛ. РЕНЕР, Определение параметров сил резания и крутящих моментов в процессе сверления румынских сталей (VI) 335

СТРОИТЕЛЬСТВО. ГИДРОТЕХНИКА

И. ГОЛЕЦКИ и И. ВАЛЧАК, Поле смещения и состояние напряжения в тяжелом упругом кольце с одной точкой упора . . . 337

А. ШЕСАН, Д. ДИЯКОНУ, В. БАУШИК и И. ЧОНГРАДИ, О распределении горизонтальных сил в диафрагмах крупнопанельных зданий 355

В. ФОКША, А. РАДУ и АЛ. ВЕРЕШ, Термический расчет крупнопанельных стен с мостами 361

А. МИХУЛ, Г. АСАНДЕЙ и Д. ЗЭИЧЕСКУ, Разборные силозы из предварительно напряженного бетона 369

А. А. ХОХЛОВ, Исследование динамической работы мостов под совмещенную езду 379

Стр.

Е. ПЭУНЕЛ, АЛ. КЕЛЭРЕСКУ, О. НИКИТА, Г. БЫГУ, А. МИХУЛ, И. ЯРОШИНСКИЙ-ДРАБИК и Ф. ВАСИЛЕСКУ, Исследование залежей гипса в северной части Молдовы 387

В. БЛИДАРУ и Е. БЛИДАРУ, Вертикальный дренаж для сушки и десалинизации почв и как источник поливной воды 401

ЛЕГКАЯ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

Н. БЭДАН и М. ЗЕЙДМАН, Некоторые виды структуры двухкруточной нити 409

М. ГРИНДЯ и С. ИФРИМ, Растворимость шерсти в капролактаме-бисульфите 415

Ф. РЕЙШЕР, К методике расчета неравномерности вращения главного вала в исполнительных машинах, в частности, применительно к ткацкому станку 421

Ф. ВЭЛУ, И. ЛУКА и М. ГРИНДЯ, К интенсификации процесса крашения ультразвуковым полем 427

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

П. МЫЛКОМЕТЕ, К. НИКОЛИЧОЮ и ДЖ. МАКАРИЕ, Об экономическом мышлении Георге Пану 435

Д. ВОЙНА, Процесс образования двойной бухгалтерии . . . 443

И. ХЭЛЭЛЭУ, Т. НЯГУ и А. КУЧУРЯНУ, Исследования нормирования расхода сырья в хлопкобумажной промышленности . . . 451

Е. ПОПА и В. РЭУЦУ, Расчет показателей интенсивного использования у некоторых типов аппаратов употребляемых в химической промышленности 463

РЕЦЕНЗИИ 467

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES

VOL. IX (XIII), Fasc. 3—4 1963

CONTENTS

	Pag.
EDITORSCHIP'S ANNOUNCEMENTS	XV
MATHEMATICS. THEORETICAL MECHANICS. PHYSICS.	
AL. CLIMESCU, Deux problèmes concernant les inégalités	1
E. DOBRESCU, Compact families of functions defined on a cartesian product of two metrical spaces	7
O. BORŮVKA, Sur l'ensemble des équations différentielles linéaires ordinaires du deuxième ordre qui ont la même dispersion fondamentale	11
D. MANGERON, Sur le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles de type „composé" au sens d'Hadamard	21
N. G. BONDAR, New method in the theory of nonlinear vibrations	25
F. G. MAZZELLA, Alcuni teoremi concernenti i problemi di Mangeron—Krivošein spettanti alle equazioni integro-differenziali	35
F. S. ROSSI, Sopra il metodo di Mangeron in certi problemi al contorno non lineari	39
S. COMÉT, Les transformations conformes des espaces à plus de deux dimensions	43
ȘT. RUSCIOR, Sur l'hypersurface caractéristique d'une hypersurface reglée dans S_4	59
I. RUSU, C. HUIU, N. IRIMICIUC et GR. TAȘCĂ, Sections planes et intersections des corps géometriques dans la géometrie représentative plane-axiale	67
N. CH. PATTABHI RAMACHARYULU, Steady laminar flow through an annulus with porous walls of an incompressible fluid	75
K. S. SARMA, Some problems in finite strains with perturbation constant (V)	81
J. LEGRAS, Une extension de l'ALGOL : l'ALGOL linguistique	85
L. de BROGLIE, Nouvelle présentation de la thermodynamique de la particule isolée	91
J. M. ŽIVOJINOV et S. M. CVETKOVIČ, Determination de la pression de vapeur saturée de l'argon d'apres la mécanique statistique et quantique et la thermodynamique classique	95

Pag.

CHEMISTRY

GH. BURLACU, C. IOAN et R. ŞMOCOT, Dosage colorimétrique du cuivre dans la solution de nitrite de sodium 103

S. SAVENCU, T. GOLGOŢIU, A. BUCUR und GH. MOROI, Gleichgewichtstudium der $ZnSO_4 . 7 H_2O : NH_3$ und $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$ Systeme 111

M. DIMA, E. DIACONESCU, I. SCONDAC et V. POPESCU, Sur la préparation et la purification du pentaérythrol 115

R. Z. TUDOSE, Un nouveau type d'échangeur de chaleur (I) 129

M. MARINESCU, GH. ADAMESCU, E. MATEI et C. ONISCU, L'intensification du transfère de chaleur par centrifugation 135

GH. LUPUŞOR et T. LIXANDRU, Nouveaux types de colorants azoïques stylbéniques 143

H. I. ARESHIDZE and E. P. KHECZINASHVILI, Research on *n*-paraffin hydrocarbons of the Saskhenissi petroleum with help of carbamide 149

V. DIACONESCU, E. POPPEL und P. OBROCEA, Über einige Fragen bei der Verwendung von Zellstoffen aus Schilf und Stroh zur Papiererzeugung 155

GH. CHIRIŢĂ, M. MANCIU, A. CHIRIŢĂ, E. BOŢI et C. ŢÎRDEA, Étude des paramètres technologiques pour l'obtention de l'oenotanin des pépins de raisins 167

GH. BURGHELEA et GH. ALEXA, Épuisement optimum dans les diffuseurs et la qualité de l'extrait de bois de chêne 177

ELECTRICAL ENGINEERING. ELECTRONICS

E. LUCA, F. TRIFAN et A. VASILIU, Influence d'un champ électrique continu superposé à un champ de haute fréquence, sur les propriétés diélectriques de certaines poudres de ferrites et de certains mélanges hétérogènes formés de ferrites en poudre et d'huile de paraffine 187

C. ONU, V. PRISĂCARU, L. TURIC und V. BEJAN, Beiträge zum Bau eines elektronischen Gerätes von Elektroschlaftypus mit Synchroskop 197

N. V. BOŢAN et E. BALABAN, Sur une méthode de commande des moteurs asynchrones triphasés, à l'aide des amplificateurs magnétiques 203

N. GAVRILAŞ, Transmission des phénomènes de choc dans le transformateur à deux enroulements 211

D. BĂRBULESCU, La mesure des inductances et des capacités par la méthode des déviations égales, en utilisant le principe de la semicompensation des réactances dans les circuits séries 223

G. S. TURBINA and N. I. CZERNOPIATOV, Changing of the synchronous generators rotation velocity to a higher one 233

H. ROSMAN, Sur la puissance apparente instantannée dans les circuits électriques en régime permanent périodique 241

Pag.

MECHANICAL ENGINEERING

I. L. GERONIMUS, Sur le principe des déplacements virtuels . . . 251

W. BOGUSZ, Nonoscillatory problem for nonlinear single degree of freedom systems 263

D. MANGERON and Z. TERPLAN, Machine dynamics in the light of new research concerning plane and spacial mechanisms (I) . . 267

A. TONDL, Hauptresonanzen nichtlinearer System mit mehreren Freiheitsgraden 273

A. BRAIER et H. ROSMAN, Sur le bilan énergétique dans le cas des oscillateurs à frottement coulombien, perturbés périodiquement . . 283

V. BAUȘIC et AL. CLIMESCU, Contribution à l'étude des barres courbes 291

C. LINDE und AL. ROR, Versuchseinrichtung zur Unterzuchung der Treibfähigkeit von Treibscheibenantrieb mit Drahtseil 295

V. V. MAHALDIANI, Nouvelles formules de réduction des caractéristiques des moteurs d'automobiles à carburateur, aux conditions atmosphériques normales 305

E. GAIGINSCHI, M. GUTMAN et V. GIURCĂ, Application de la notion de „centre thermodynamique" du cycle isochore au calcul thermique de ce cycle 309

M. BUGA, C. BURADA, A. CIRILLO, C. GEORGESCU et D. MOCANU, Étude théorique et expérimentale sur la répartition des efforts unitairs dans le cadre du chariot sur trois essieus des vagons de marchandise de 80 tonnes 317

B. GHEORGHIU, C. CIOCHINĂ, C. BOHOSIEVICI und V. ALEXANDRESCU, Die Änderung des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten, als Funktion des Gefüges, für einige Werzeugskohlenstoffstähle (STASS 1700-50) 325

A. RĂILEANU et D. NICOLESCU, Détermination des parametres des forces de coupe et des moments concernant les aciers roumains soumis au perçage (V) 331

AL. RENER, Détermination des paramètres des forces de coupe et des moments concernant les aciers roumains soumis au perçage (VI) 335

CONSTRUCTIONS. HIDROTECHNICS

J. GÓLECKI and J. WALCZAK, Displacement field and state of stress in the heavy, elastic ring supported at the point (I) 337

A. ȘESAN, D. DIACONU, V. BAUȘIC et I. CIONGRADI, Sur la répartition des forces horizontales dans les diaphragmes des constructions en grands panneaux 355

V. FOCȘA, A. RADU et AL. VEREȘ, Sur le calcul thermique des parois en grands panneaux, avec ponts thermiques 361

A. MIHUL, G. ASANDEI et D. ZĂICESCU, Sur les silos démontables en béton armé précontrait 369

Pag.

A. A. KHOHLOV, Dynamic research of bridge work under combined traffic 379

E. PĂUNEL, AL. CHELĂRESCU, O. NICHITA, GH. BÎGU, A. MIHUL, I. IAROȘINSCHI-DRABIC et F. VASILESCU, Étude du gissement de gypse du nord de la Moldavie 387

V. BLIDARU et E. BLIDARU, Le drainage vertical utilisé en desséchement et dessalaison des terrains et comme source d'eau pour les irrigations 401

LIGHT INDUSTRY ENGINEERING

N. BĂDAN and M. ZEIDMAN, Some aspect of cabled yarn's structure 409

M. GRINDEA et S. IFRIM, La solubilité de la laine dans caprolactame-bisulphite 415

F. REICHER, Beiträge zur Methodik der Berechnung der Drehungsungleichmässigkeit der Hauptwelle bei Arbeitmaschinen 421

F. VĂLU, I. LUCA und M. GRINDEA, Beiträge zur Intesifizierung Färbevorganges mittels Ultraschallfeld 427

ECONOMICS

P. MÎLCOMETE, C. NICOLICIOIU et G. MACARIE, Sur la pensée économique de Gheorghe Panu 435

D. VOINA, Le processus de la formation de la comptabilité double . 443

I. HĂLĂLĂU, T. NEAGU et A. CUCIUREANU, Étude des normes de consommation des matières premières dans les entreprises de cotton 451

E. POPA et V. RĂUȚU, Le calcul des indicateurs d'utilisation intensive relatifs à certains types d'appareils destinés à l'industrie chimique 463

BOOKS REVIEWS 467

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

REDACŢIONALE . ОТ РЕДАКЦИИ
EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia revistei *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией журнала *Известия Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

HUAUX A., (Institut polytechnique, Mons, Belgique), *Quelques problèmes de la stabilité des solutions constantes de l'équation autonome de Liénard.*

LUDVIG GY., (Technische Universität, Budapest, Ungarien), *Harmonische Erregung mit stabilisierter Amplitude.*

HOEHNKE H. J., (Deutsche Akademie der Wissenschaften, Berlin, DDR), *Über das Radikal einer Primärkongruenz in einer kommutativen Halbgruppe.*

BOGUSZ W. and SKOWRONSKI J. M., (Academy of Sciences, Warsaw, Poland), *Kinetik Synthesis of General Mechanical Systems.*

DIEUDONNÉ J., (Institut des Hautes Études Scientifiques, Bures-Sur-Yvette (S-&-O,) Paris, France), *Sur le produit de mesures.*

SCOTT E. J., (University of Illinois, Urbana, Ill., USA), *On the Non-Linear One-Dimensional Diffusion Equation with a Source or Sink.*

CARRELLI A., (Università di Napoli, Italia), *Alcuni nuovi problemi di fisica sperimentale.*

LEGRAS J., (Centre de Calcul Automatique de l'Université de Nancy, France) *L'ALGOL, notation de l'INFORMATIQUE.*

БЛОХ Г. А., (Всесоюзный научно-исследовательский институт торфяной промышленности, Москва, СССР), *Основные вопросы структуры и классификации механизмов.*

BLATTNER J. W., (San Fernando Valley State College, USA), *On the Convergence of a certain Matrix Iteration.*

YOUNG L. M., (San Fernando Valley State College, USA), *A Solution of the general cyclic Quintic.*

EHRMANN H., (Technische Hochschule Bergakademie Clausthal, Clausthal-Zellefeld, Bundesrepublik Deutschland), *Existenzsätze für die Lösungen gewisser nichtlinearer Randwertaufgaben.*

DENJOY A., (Académie des Sciences, Paris, France), *Catégories définies par l'association de rapports logiques d'inclusion ou d'exclusion, vis-à-vis de p classes d'éléments dans une même espace.*

XIN E., (RIAS, Baltimore, Md., USA and University of Buenos Aires, Argentina) and MANGERON D., (Polytechnic Institute of Jassy, Roumania), *The Closure of the obtainable Set for Problems in optimal Control.*

КОЖЕВНИКОВ С. Н., (Академия Наук УССР, Киев, СССР) и МАНЖЕРОН Д., (Яеский политехнический институт, г. Яссы, РНР), *О динамическом эффекте действия ускорений второго порядка.*

ГАМРЕКЕЛИ С., (Грузинский политехнический институт, г. Тбилиси, СССР) и МАНЖЕРОН Д., (Яеский политехнический институт, г. Яссы, РНР), *Моделирующие устройства для анализа и синтеза четырехзвенных механизмов.*

BELLMAN R., KALABA R., AROESTY J. and UENO S., (The RAND Corporation, Santa Monica, Cal., USA), *Invariant imbedding and rarefied gas dynamics.*

ROSSI F. S., (Istituto Nazionale per le applicazioni del Calcolo, Roma, Italia) e MANGERON D., (Istituto politecnico, Iasi, Romania), *Sui sviluppi in serie di polinomi di Legendre generalizzati, spettanti alle equazioni con derivate totali di Picone.*

RAY KARUNAKANTA, (City College, Calcutta, West Bengal, India) *Note on the Torsion of a composite circular Cylinder.*

ROSENBERG I., (Techniche Hochschule, Brno, Tschechoslowakei), *Zu einigen Fragen der Superposition von Funktionen mehrer Veränderlicher.*

v. KRZYWOBLOCKI M. Z., (Michigan State University, USA), *Epihydrodynamics of Liquide in a tank in an electro-magnetic Field with a sudden Change of the gravitational Field.*

PATTABHI RAMACHARYULU N. CH., (Regional Engineering College, Warangal, India), *A note on the Rotation of an isotropic conducting Liquid in plane Motion.*

RAMAKANTH J., (University of Rhode Island, Kingston, USA), *Vibrations of a prestressed sphere.*

ИНДРЕАШ Г. и РЫЛЬЦЕВ П. И. (Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, СССР), *Расчет магнитного поля плоской кольцевой катушки с током*

ПОНОМАРЕВ К. К., (Вечерний институт пищевой промышленности, Москва, СССР) *Основные применения теории матричного метода к расчету механических систем*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Matematici, Mecanică teoretică, Fizică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 3—4, 1963

Математика, Теоретическая механика, Физика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Mathematics, Theoretical Mechanics, Physics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 517.5

DOUĂ PROBLEME PRIVIND INEGALITĂȚILE

DE

AL. CLIMESCU

Comunicare prezentată în sesiunea științifică jubiliară a Institutului politehnic din Iași, din 9—11 noiembrie 1962

1. În Nota de față ne propunem să aducem o contribuție la două interesante probleme din teoria inegalităților. Prima problemă este aceea a determinării tuturor inegalităților polinomiale de un anume tip, iar a doua se referă la determinarea pe cale recursivă a unei întregi serii de inegalități.

2. Fie $P(x)$ un polinom de grad $n(\geqslant 3)$, căruia îi impunem următoarele condiții:

1° $P(x)$ este de forma $ax^n + bx^{n-1} + cx + d$, cu coeficienți reali;

2° $P(x) > 0$ dacă $x > 1$;

3° dacă $x \geqslant 0$, $P(x)$ se anulează numai pentru valoarea $x = 1$;

4° $P'(x)$ păstrează un semn constant în fiecare din intervalele $[0,1)$, $[1,\infty)$.

Evident că $P(x)$ nu poate fi descrescător în intervalul $[1,\infty)$, deci necesar $P'(x) \geqslant 0$ dacă $x \geqslant 1$ și avem numai următoarele două cazuri posibile: α) $P'(x) \geqslant 0$ dacă $x \geqslant 0$; β) $P'(x) \leqslant 0$ dacă $0 \leqslant x \leqslant 1$ și $P'(x) \geqslant 0$ dacă $x \geqslant 1$ și în particular $P'(1) = 0$.

În cazul β), 1 este rădăcină de ordin impar pentru $P'(x)$, deci $P'(x) = (x-1)^{2n-1} Q(x)$, unde $Q(x) \geqslant 0$ dacă $x \geqslant 0$, deci de forma $Q(x) = Q_1^2(x) + xQ_2^2(x)$; forma generală a lui $P'(x)$ fiind cunoscută, rămîn interesante numai cazurile în care se impun condiții suplimentare, de exemplu condițiile 1°...3°.

3. Cazul α). $P(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx + d$, $a > 0$ după 2° și $a + c + d = 0$ după 3°; $P'(x) = nax^{n-1} + (n-1)bx^{n-2} + c$, deci $P'(0) = 0$; $P''(x) = n(n-1)ax^{n-2} + (n-1)(n-2)bx^{n-3} = (n-1)x^{n-3} \times [\ldots + (n-2)b]$.

Dacă $b \geqslant 0$ toate condiţiile sînt verificate şi

(1) $P(x) = a(x^n - 1) + b(x^{n-1} - 1) + c(x - 1)$, $(a > 0,\ b \geqslant 0,\ c \geqslant 0,\ n \geqslant 3)$,

cu specializările:

(1)′ $P(x) = a(x^n - 1) + b(x^{n-1} - 1)$, $(a > 0,\ b \geqslant 0,\ n \geqslant 2)$,

(1)″ $P(x) = a(x^n - 1) + c(x - 1)$, $(a > 0,\ c \geqslant 0,\ n \geqslant 2)$.

Dacă $b < 0$, schimbînd notaţia, putem presupune:

$$P(x) = a[(n-2)x^n - nbx^{n-1} + cx + d],$$

$$(a > 0,\ b \geqslant 0,\quad d = -(n-2) + nb - c),$$

$$P'(x) = a[n(n-2)x^{n-1} - n(n-1)bx^{n-2} + c],$$

$$P''(x) = n(n-1)(n-2)a(x^{n-2} - bx^{n-3}) = n(n-1)(n-2)ax^{n-3}(x - b).$$

Este evident necesar şi suficient ca $P''(b) \geqslant 0$, ceea ce dă $c \geqslant nb^{n-1}$, deci:

(2) $$P(x) = a[(n-2)(x^n - 1) - nb(x^n - 1) + (nb^{n-1} + k)(x - 1)],$$

$$(n \geqslant 3,\ a > 0,\ b > 0,\ k \geqslant 0).$$

Pentru $a = 1$, $b = 1$, $k = 0$ se obţine inegalitatea particulară:

(3) $$P(x) = (n-2)x^n - nx^{n-1} + nx - (n-2) \geqslant 0 \text{ dacă } x \geqslant 1,$$

semnul = putîndu-se prezenta numai dacă $x = 1$.

Inegalitatea (3) prezintă interes deoarece ecuaţia corespunzătoare $P(x) = 0$ se obţine punînd în ecuaţia $\operatorname{tg} nt = n \operatorname{tg} t$, ecuaţie care se întîlneşte în teoria ovalelor, $\exp(it) = x$.

Cazul β). $P(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx + d$, $(n \geqslant 3)$. Condiţiile $P(1) = P'(1) = 0$ dau: $c = -na - (n-1)b$, $d = (n-1)a + (n-2)b$, deci:

$$P(x) = ax^n + bx^{n-1} - [na + (n-1)b]x + (n-1)a + (n-2)b,$$

$$P'(x) = nax^{n-1} + (n-1)bx^{n-2} - [na + (n-1)b],$$

$$P''(x) = n(n-1)ax^{n-2} + (n-1)(n-2)bx^{n-3} = (n-1)x^{n-3}[nax + (n-2)].$$

Evident $a > 0$; dacă şi $b \geqslant 0$, toate condiţiile sînt îndeplinite, deci o primă formă a polinomului $P(x)$ este:

(4) $$P(x) = ax^n + bx^{n-1} - [na + (n-1)b]x + (n-1)a + (n-2)b,$$

$$(n \geqslant 3,\ a > 0,\ b > 0).$$

Dacă $b \leqslant 0$, schimbînd notaţia, putem lua:

$$P(x) = a[(n-2)x^n - nbx^{n-1} + cx + d],\ (a > 0,\ b > 0,\ n \geqslant 3),$$

$$P'(x) = a[n(n-2)x^{n-1} - n(n-1)bx^{n-2} + c],$$

$$P''(x) = ax^{n-3}n(n-1)(n-2)(x - b).$$

Condițiile $P(1) = P'(1) = 0$ dau $c = n[(n-1)b - (n-2)]$, $d = -(n-2) + nb - c = -(n-2) + nb - n(n-1)b + n(n-2) = (n-1)(n-2) - n(n-2)b = (n-2)(n - 1 - nb)$. Cum $P'(0) = ac \leqslant 0$, mai rezultă $c \leqslant 0$, adică $b \leqslant (n-2)/(n-1)$ în care caz $d > 0$, deci $P(0) = d > 0$. $P'(x)$ descreşte de la $P'(0) = c \leqslant 0$ pînă la $P'(b)$, apoi creşte mereu trecînd prin $P'(1) = 0$, $(b < 1)$. Toate condițiile sînt deci îndeplinite şi avem a doua formă a polinomului:

$$P(x) = a\{(n-2)x^n - nbx^{n-1} + n[(n-1)b - (n-2)]x + (n-2)(n-1-nb)\}, \tag{5}$$
$$(n \geqslant 3,\ a > 0,\ 0 \leqslant b \leqslant (n-2)/(n-1)).$$

Cele două cazuri extreme dau:

$$b = 0,\ P(x) = a[(n-2)x^n - n(n-2)x + (n-1)(n-2)],$$

sau schimbînd notația şi verificînd direct valabilitatea pentru $n = 2$,

$$P(x) = a(x^n - nx + n - 1),\quad (a > 0,\ n \geqslant 2). \tag{6}$$

$b = (n-2)/(n-1)$ dă

$$P(x) = a\{(n-2)x^n - [n(n-2)/(n-1)]x^{n-1} + (n-2)/(n-1)]\},$$

sau schimbînd notația şi verificînd imediat valabilitatea pentru $n = 2$:

$$P(x) = a[(n-1)x^n - nx^{n-1} + 1],\quad (a > 0,\ n \geqslant 2). \tag{7}$$

În definitiv s-a demonstrat

Propoziția I. *Toate polinoamele de forma* $P(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx + d$ *care satisfac la condițiile:* 1° $P(x) > 0$ *dacă* $x > 1$; 2° $P(1) = 0$; 3° $P(x) \neq 0$, *dacă* $x \geqslant 0$, $(x \neq 1)$ şi α) $P'(x) \geqslant 0$ *pentru* $x \geqslant 0$ *sînt de forma* (1) *respectiv* (2), *iar acelea care satisfac la condițiile* 1°, 2°, 3° şi β) $P'(x) \leqslant 0$ *dacă* $0 \leqslant x \leqslant 1$ *şi* $P'(x) \geqslant 0$ *dacă* $x \geqslant 1$ *sînt de forma* (4) *respectiv* (5), *cu cazurile particulare* (6) *şi* (7).

Observația I. Tipul (6) se extinde la cazul cînd n ar fi un număr oarecare > 1 şi este bine cunoscut [1, p. 12]. Similar se poate arăta imediat că (5) rămîne valabil pentru n oarecare mai mare decît 2.

Observația II. Toate inegalitățile de mai sus pot da inegalități nținînd mai multe variabile. De exemplu înlocuind în (3) x cu u/v, inem:

$$(n-2)u^n - nu^{n-1}v + nuv^{n-1} - (n-2)v^n \geqslant 0,\ \text{dacă}\ u \geqslant v \geqslant 0$$

$$-2)u^n - nu^{n-1}v + nuv^{n-1} - (n-2)v^n \leqslant 0,\ \text{dacă}\ 0 \leqslant u \leqslant v,$$

neputînd fi atins decît pentru $u = v$.

ar se obține din (7), pentru $a = 1$, $(n-1)u^n - nu^{n-1}v + v^n \geqslant 0$, $u = x^{1/n}$, $v = y^{1/n}$, $[(n-1)x + y]/n \geqslant x^{(n-1)/n}y^{1/n}$, deci prin

$$-1)x + y]/n\} \geqslant [(n-1)/n]\log x + (1/n)\log y,\ (x > 0,\ y > 0),$$

tînd fi atins numai pentru $x = y$, ceea ce constituie, pentru în evidență, o demonstrație a concavității funcției $\log x$ curge la derivata secundă.

4. Să considerăm un şir de funcţii $g_n(u, v)$ satisfăcînd la următoarele condiţii:

(9) 1° $g_n(u, v)$ este definită şi $\geqslant 0$ pentru $u \geqslant 0$, $v \geqslant 0$, $(n = 1, 2, \ldots)$;
2° $g_n(u + h, v) \geqslant g_n(u, v)$ dacă $h \geqslant 0$.

Formăm recursiv şirul de funcţii:

$$f_2(x_1, x_2) = g_2(x_1, x_2),\ f_3(x_1, x_2, x_3) = g_3[f_2(x_1, x_2), x_3], \ldots,$$
(10)
$$f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = g_n[f_{n-1}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}), x_n], \ldots$$

Evident că $f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ este definită pentru $x_i \geqslant 0$ şi

$$f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geqslant 0, \quad (x_i \geqslant 0). \tag{11}$$

De asemenea $f_2(x_1 + h, x_2) = g_2(x_1 + h, x_2) \geqslant g_2(x_1, x_2) = f_2(x_1, x_2)$ dacă $h \geqslant 0$, apoi $f_3(x_1 + h, x_1, x_3) = g_3[f_2(x_1 + h, x_2), x_3] \geqslant g_3[f_2(x_1, x_2), x_3] = f_3(x_1, x_2, x_3)$ şi inductiv:

$$f_n(x_1 + h, x_2, \ldots, x_n) \geqslant f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n), \text{ dacă } h \geqslant 0. \tag{12}$$

Putem acum demonstra

P r o p o z i ţ i a II. *Fie $g_n(u, v)$ un şir de funcţii satisfăcînd la proprietăţile* (9) *şi $f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ un şir de funcţii definit prin* (10). *Dacă $\varphi(x)$ este o funcţie definită pentru $x > 0$* şi $\varphi(x) \geqslant 0$, $\varphi[g_n(u, v)] \geqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$ *sau* $\varphi[g_n(u, v)] \leqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$, *atunci*:

$$\varphi[f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)] \geqslant f_n[\varphi(x_1), \varphi(x_2), \ldots, \varphi(x_n)], \text{ respectiv}$$
$$\varphi[f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)] \leqslant f_n[\varphi(x_1), \varphi(x_2), \ldots, \varphi(x_n)].$$

Dacă de exemplu $\varphi[g_n] \geqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$, atunci $\varphi[f_2(x_1, x_2)] = \varphi[g_2(x_1, x_2)] \geqslant g_2[\varphi(x_1), \varphi(x_2)] = f_2[\varphi(x_1), \varphi(x_2)]$ şi inductiv:
$\varphi[f_n(x_1, \ldots, x_n)] = \varphi[g_n(f_{n-1}(x_1, \ldots, x_{n-1}), x_n)] \geqslant g_n[\varphi(f_{n-1}), \varphi(x_n)] \geqslant g_n[f_{n-1}(\varphi(x_1), \ldots, \varphi(x_{n-1})), \varphi(x_n)] = f_n[\varphi(x_1), \varphi(x_2), \ldots, \varphi(x_n)]$, (prin aplicarea proprietăţilor stabilite).

Similar, dacă $\varphi[g_n] \leqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$.

Următoarele aplicaţii sînt imediate:

1° $g_n(u, v) = [(n - 1)u + v]/n$, de unde $f_2(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)/2$, $f_3(x_1, x_2, x_3) = [2f_2(x_1, x_2) + x_3]/3 = (x_1 + x_2 + x_3)/3$ şi în general $f_n(x_1, \ldots, x_n) = (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)/n$.

Aplicînd (8) şi propoziţia II urmează:

$$\log f_n(x_1, \ldots, x_n) \geqslant f_n(\log x_1, \ldots, \log x_n) \text{ adică}$$
$$\log[(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)/n] \geqslant (1/n)\log(x_1, \ldots, x_n) \tag{13}$$

(inegalitatea dintre media aritmetică şi geometrică).

2° Fie $a \geqslant 1$, $b \geqslant 1$, $c \geqslant 1$, $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$, deci $\varphi(x) > 0$ dacă $x \geqslant 0$ şi dacă $x > 0$, $y > 0$, $\varphi(xy) = ax^2y^2 + bxy + c \leqslant (ax^2 + bx + c)(ay^2 + by + c)$, deoarece revine la $(a^2 - a)x^2y^2 + abxy(x + y) + ac(x^2 + y^2) + (b^2 - b)xy + bc(x + y) + c^2 - c \geqslant 0$ cu semnul = posibil numai pentru $c = 1$, $x = y = 0$.

Luînd $g_n = uv$ se găseşte $f_n(x_1, ..., x_n) = x_1 x_2 ... x_n$, deci, dacă $a \geqslant 1$, $b \geqslant 1$, $c \geqslant 1$, $x_i \geqslant 0$, atunci:

$$(14)\quad ax_1^2 x_2^2 ... x_n^2 + bx_1 x_2 ... x_n + c \leqslant (ax_1^2 + bx_1 + c) ... (ax_n^2 + bx_n + c),$$

semnul = nefiind posibil decît dacă $c = 1$, $x_1 = ... = x_n = 0$.

3° Dacă $a > 0$, $b \geqslant 0$, avem $a(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 + b \geqslant (\sqrt{ax + b} + \sqrt{ay + b})^2$, cum se verifică imediat, de unde, luînd $g_n(u, v) = (u + v)^2$, deci $f_n(x_1, x_2, ..., x_n) = (x_1 + x_2 + ... + x_n)^2$ şi rezultatul:

Dacă $a > 0$, $b \geqslant 0$, $n \geqslant 2$,

$$(15)\ a(x_1 + x_2 + ... + x_n)^2 + b \leqslant (\sqrt{ax_1 + b} + \sqrt{ax_2 + b} + ... + \sqrt{ax_n + b})^2$$

sau, după o evidentă schimbare de notaţie:

Dacă $a > 0$, $b \geqslant 0$, $x_i \geqslant 0$, atunci:

$$(16)\quad a(x_1 + x_2 + ... + x_n)^2 + b \leqslant (\sqrt{ax_1^2 + b} + ... + \sqrt{ax_n^2 + b})^2, \quad (n \geqslant 2),$$

semnul = avînd loc numai pentru $b = 0$.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Beckenbach E. F., Bellman R., *Inequalities.* Ergebnisse der Mathematik. Neue Folge, H. *30*, Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, XI+198 S.

ДВЕ ЗАДАЧИ ОТНОСЯЩИЕСЯ К НЕРАВЕНСТВАМ

(Резюме)

Доказываются следующие предложения и даются и некоторые их применения:

I. *Все полиномы формы* $P(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx + d$ *удовлетворяющие условиям*: 1° $P(x) > 0$ *если* $x > 1$; 2° $P(1) = 0$; 3° $P(x) \neq 0$ *если* $x \geqslant 0$, $x \neq 1$ *и* α) $P'(x) \geqslant 0$ *в случае* $x \geqslant 0$ *являются формы* (1) *соответственно* (2), *а те, что удовлетворяют условиям* 1°, 2°, 3° *и* β) $P'(x) \leqslant 0$ *в случае* $0 \leqslant x \leqslant 1$ *и* $P'(x) \geqslant 0$ *если* $x \geqslant 1$, *являются формы* (4) *соответственно* (5).

II. *Пусть* $g_n(u, v)$ *ряд функций удовлетворяющий свойствам* (9) *и* $f_n(x_1, ..., x_n)$ *ряд функций определяемый* (10). *Если функция* $\varphi(x)$ *является определенной для* $x \geqslant 0$, $\varphi(x) \geqslant 0$ *и* $\varphi[g_n(u, v)] \geqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$ *или* $\varphi[g_n(u, v)] \leqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$, *тогда*:

$$\varphi[f^n(x_1, x_2, ..., x_n)] \geqslant f_n[\varphi(x_1), .., \varphi(x_n)],$$

ответственно

$$\varphi[f_n(x_1, x_2, ..., x_n)] \leqslant f_n[\varphi(x_1), ..., \varphi(x_n)],$$

DEUX PROBLÈMES CONCERNANT LES INÉGALITÉS

(Résumé)

On démontre les propositions suivantes, dont on donne aussi des applications :

I. *Tous les polynomes de la forme* $P(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx + d$ *qui satisfont aux conditions* : 1° $P(x) > 0$ *si* $x > 1$; 2° $P(1) = 0$; 3° $P(x) \neq 0$ *si* $x \geqslant 0$, $x \neq 1$ et $\alpha)$ $P'(x) \geqslant 0$ *si* $x \geqslant 0$, *sont de la forme* (1), *respectivement* (2), *et ceux qui satisfont aux conditions* 1°, 2°, 3° *et* $\beta)$ $P'(x) \leqslant 0$ *si* $0 \leqslant x \leqslant 1$ *et* $P'(x) \geqslant 0$ *si* $x \geqslant 1$, *sont de la forme* (4), *respectivement* (5).

II. *Soit* $g_n(u, v)$ *une suite de fonctions satisfaisant aux propriétés* (9) *et* $f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, *une suite de fonctions définie par* (10). *Si* $\varphi(x)$ *est une fonction définie pour* $x \geqslant 0$, $\varphi(x) \geqslant 0$ *et* $\varphi[g_n(u,v)] \geqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$ ou $\varphi[g_n(u,v)] \leqslant g_n[\varphi(u), \varphi(v)]$ *alors :*

$$\varphi[f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)] \geqslant f_n[\varphi(x_1), \varphi(x_2), \ldots, \varphi(x_n)],$$

respectivement

$$\varphi[f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)] \leqslant f_n[\varphi(x_1), \varphi(x_2), \ldots, \varphi(x_n)].$$

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. C. 519.56

COMPACT FAMILIES OF FUNCTIONS DEFINED ON A CARTESIAN PRODUCT OF TWO METRICAL SPACES

BY
EUGEN DOBRESCU

Paper presented at the Jubiliar Scientific Session, Polytechnic Institute Jassy, November 9—11, 1962

1. We give two metrical spaces, X and Y respectively with the metrics ϱ and σ. We give also a function $f: X \times Y \to A$, defined on the cartesian product of the two spaces, with values on the normed liniar space A.

K. Bogel [1], M. Nicolescu [2], E. Dobrescu and I. Sălăgean [3] call such a function, hyperbolic continuous in the point $(x_0, y_0) \in X \times Y$, if to any $\varepsilon > 0$ corresponds a $\delta > 0$, so that $x \in X, y \in Y, \varrho(x, x_0) < \delta$ and $\sigma(y, y_0) < \delta$ entails

$$\| f(x_0, y) + f(x, y_0) - f(x_0, y_0) - f(x, y) \| < \varepsilon.$$

If $\{f(x, y)\}$ is a family of functions, we should say that this family is equal hyperbolic continuous [4] in $(x_0, y_0) \in X \times Y$ if to any $\varepsilon > 0$, corresponds a $\delta(\varepsilon) > 0$ so that for $x \in X, y \in Y$, $\varrho(x, x_0) < \delta$ and $\sigma(y, y_0) < \delta$ we should have:

$$\| f_i(x_0, y) + f_i(x, y_0) - f_i(x_0, y_0) - f_i(x, y) \| < \varepsilon,$$

regardless the function of the family.

2. In a previous work we have pointed out [5]:

An equal, hyperbolic continuous and equally bounded family of functions in a side $E \times F \subset X \times Y$, is if a fixed P point can be found, so that the family should be compact on the two directions parallel with X and Y traced through P.

In an other work [6] we have shown:

The necessary and sufficient condition so that the equal, hyperbolic continuous and equally bounded family of functions $\{f(x, y)\}$ on a side $E \times F \subset X \times Y$ should be totally bounded — in Hausdorff's meaning [7] *— on that side, is that the family $\{f(a, y) + f(x, b)\}$ should be totally bounded, (a, b) being an arbitrary fixed point on $E \times F$.*

Lilly Jeanne Nicolescu [8] establishes a criterion of compacity for the hyperbolic continuous functions, making use of the notion of hyperbolic differentiability.

In the following lines we set before ourselves the task to find conditions which make it posible for the compacity on a fixed direction of a family of numerical functions defined on the cartesian product to entail compacity on the entire space.

We give such a family $\{f(x,y)\}$, $P(a,b)$ a fixed point in $E\times F\subset X\times Y$ and Δ a direction traced through P.

Let us suppose that the family of functions satisfies: a) they are equal continuous on every direction parallel with Δ; b) there is an A, so that whatever will be the pair $y', y''\in F$ and the functions of the family we should have $|f(x,y')-f(x,y'')|<A\sigma(y',y'')$ for every $x\in E$.

Under these conditions, the family of functions:

$$\varphi(x,y)=f(x,y)+f(\bar{x},y)-2f(x,\underline{y}),$$

where we marked $(x,y)\in\Delta$, $(\bar{x},y)\in\Delta$, is equal continuous in $E\times F$.

Indeed, let us have $M(x,y)$ and $M'(x',y')$ two points on $E\times F$, and $N(x',y'')$ the point resulted from the intersection of a direction parallel with Δ traced through M with a direction parallel with Y traced through M'. We have:

$$\varphi(x,y)-\varphi(x',y')=f(x,\underline{y})-f(x',\underline{y'})+f(\bar{x},y)-f(\bar{x'},y')-$$
$$-2[f(x,y)-f(x',y'')]+2[f(x',y')-f(x',y'')],$$

hence:

$$|\varphi(x,y)-\varphi(x',y')|\leqslant|f(x,\underline{y})-f(x',\underline{y'})|+|f(\bar{x},y)-f(\bar{x'},y')|+ \tag{1}$$
$$+2|f(x,y)-f(x',y'')|+2|f(x',y')-f(x',y'')|.$$

Let us suppose $\varrho(x,x')<\delta$ and $\sigma(y,y')<\delta$, there $\varrho(\bar{x},\bar{x'})<\delta$, $\sigma(\underline{y},\underline{y'})<\delta$ and $\sigma(y',y'')<\delta$.

Thanks to the equal continuity of the family on each and every direction parallel with Δ it results that to any $\varepsilon>0$ corresponds a $\delta(\varepsilon)$ so that:

$$|f(x,\underline{y})-f(x',\underline{y'})|<\varepsilon,\ |f(\bar{x},y)-f(\bar{x'},y')|<\varepsilon,\ |f(x,y)-f(x',y'')|<\varepsilon, \tag{2}$$

as soon as $\varrho(x,x')<\delta(\varepsilon)$ and $\sigma(y,y')<\delta$.

Thanks to the condition b) it results that there is an A so that:

$$|f(x',y')-f(x',y'')|<A\sigma(y',y'')<A\delta(\varepsilon)<h(\varepsilon), \tag{3}$$

where $\lim_{\varepsilon\to 0}h(\varepsilon)=0$.

From (2) and (3) it results for (1) that to any $\varepsilon>0$ it corresponds a $\delta(\varepsilon)$, so that:

$$|\varphi(x,y)-\varphi(x',y')|<4\varepsilon+2h(\varepsilon)=\varepsilon',$$

that the family $\{\varphi(x,y)\}$ is an equal continuous family of funct on $E\times F$.

4. Let us suppose as given an equally bounded family $\{f$ on $E\times F$ and which also satisfies the conditions a) and b) giv Let us also suppose that the family is compact on the direction through P.

From the compacity on this direction it results that from any sequence $\{f_n(x,y)\}$ we can extract on uniformely convergent subsequence $\{f_n^1(x,y)\}$ in points of the type (x,y) to a function of the family.

From the same reason from the sequence $\{f_n^1(x,y)\}$ we can extract an uniformely convergent subsequence $\{f_n^2(x,y)\}$ in points of the type $(\bar{x},y)$, to a function of the family.

Let us consider the sequence $\varphi_n^2(x,y)=f_n^2(x,\underline{y})+f_n^2(x,\bar{y})-2f_n^2(x,y)$. The functions $\{\varphi_n^2(x,y)\}$ are equal continuous and equally bounded in $E\times F$(s. **3**), that is they constitute in $E\times F$ a compact family [9].

There we can extract an uniformely convergent subsequence $\{\varphi_n^3(x,y)\}$ in $E\times F$ to a function of the family.

But the sequence

$$f_1^3(x,\bar{y}),\ f_2^3(x,\bar{y}),\dots,f_n^3(x,\bar{y}),\dots \tag{4}$$

is uniformely convergent.

The sequence

$$f_1^3(\bar{x},y),\ f_2^3(\bar{x},y),\dots,f_n^3(\bar{x},y),\dots \tag{5}$$

is uniformely convergent too.

Also the sequence

$$\varphi_1^3(x,y),\ \varphi_2^3(x,y),\dots,\varphi_n^3(x,y),\dots \tag{6}$$

is uniformely convergent

Thanks to the uniform convergence of the sequence (4) it results that to any $\varepsilon>0$ it corresponds an $N_1(\varepsilon)$ so that for $n\geqslant N_1$ we have:

$$|f_{n+p}^3(x,\underline{y})-f_n^3(x,\underline{y})|<2\varepsilon/3. \tag{7}$$

Thanks to the uniform convergence of the sequence (5) it results that to the same $\varepsilon>0$ it corresponds a $N_2(\varepsilon)$ so that for $n\geqslant N_2$ we have:

$$|f_{n+p}^3(\bar{x},y)-f_n^3(\bar{x},y)|<2\varepsilon/3. \tag{8}$$

Thanks to the uniform convergence of the sequence (6) it results that to the same $\varepsilon>0$ it corresponds a $N_3(\varepsilon)$, so that for $n\geqslant N_3$ we have:

$$|\varphi_{n+p}^3(x,y)-\varphi_n^3(x,y)|<2\varepsilon/3. \tag{9}$$

Marking $N=\sup(N_1,N_2,N_3)$ we have for $n\geqslant N$ the inequalities (7), (8), (9) simultaneously taking place.

But:

$$f_{n+p}^3(x,y)-f_n^3(x,y)=\frac{1}{2}\{-[\varphi_{n+p}^3(x,y)-\varphi_n^3(x,y)]+$$
$$+[f_{n+p}^3(x,\underline{y})-f_n^3(x,\underline{y})]+[f_{n+p}^3(\bar{x},y)-f_n^3(\bar{x},y)]\},$$

Hence according to (7), (8), (9), for $n \geqslant N$ we have $|f^3_{n+p}(x,y) - f^3_n(x,y)| < \varepsilon$. That is from the family $\{f_3(x,y)\}$ we have extracted an uniformely convergent subsequence.

We can easily see that the limit of this subsequence is a function of the same family. We have this come to the:

Theorem 1. *So that a family of equal continuous functions on the direction parallel with* Δ *and equally bounded should be compact in* $E \times F \subset X \times Y$ *it is sufficient to have:* a) *to find a fixed point in* $E \times F$ *so that the family should be compact on the direction* Δ *traced trough* P; b) *to find an* A, *so that regardless the pair* $y', y'' \in F$ *and the function of the family, to have* $|f(x,y') - f(x,y'')| < A\sigma(y', y'')$ *for any* $x \in E$.

In the same way can be demonstrate the:

Theorem 2. *So that a family of equal continuous functions on the directions parallel with* Δ *and equally bounded should be compact in* $E \times F \subset X \times Y$ *it is sufficient to have:* a) *to find a fixed point in* $E \times F$ *so that the family should be compact on the direction* Δ *traced through* P; b) *to find an* A, *so that regardless the pair* $x', x'' \in E$ *and the function of the family to have* $|f(x',y) - f(x'',y)| < A\varrho(x', x'')$ *for any* $y \in F$.

Mining Institute, Petroshani,
P. R. Roumania

REFERENCES

1. Bogel K., J. für reine u. angew. Math., 1934, **170,** *9*; Ibid., 1935, **173,** *5*.
2. Nicolescu M., *Analiză matematică*. Vol. **II**, Ed. tehn., Buc., 1958.
3. Dobrescu E., Sălăgean I., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi, s. I, 1960, **VI**, p. 547.
4. Dobrescu E., St. şi cerc. matem., 1957, **2**, *1*, p. 103.
5. Dobrescu E., Sălăgean I., Comun. Acad. R. P. R., 1959, **IX,** *3*, p. 215.
6. — Comun. Acad. R. P. R., 1959, **IX,** *5*, p. 419.
7. Hausdorff F., *Mengenlehre*. Berlin, 1927, S. 108.
8. Nicolescu L. J., Bul. Şt. Acad. R. P. R., secţ. şt. matem. şi fiz., 1955, **VII,** *3*, p. 545.
9. Montel P., *Leçons sur les fonctions entières et méromorphes*. Gauthiers-Villars, Paris, 1932, pp. 74—84.

КОМПАКТНЫЕ СЕМЕЙСТВА ФУНКЦИЙ ОПРЕДЕЛЕННЫХ В ДЕКАРТОВОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ ДВУХ МЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ

(Резюме)

Исследуется и доказывается возможность найти достаточные условия, чтобы из компактности семейства функций $\{f(x,y)\}$ в определенном направлении из декартового произведения $X \times Y$ двух метрических пространств вытекала бы компактность во всей области существования этих функций.

FAMILII COMPACTE DE FUNCŢII DEFINITE PE UN PRODUS CARTEZIAN A DOUĂ SPAŢII METRICE

(Rezumat)

Se stabilesc condiţiile care permit să se deducă compactitatea familiilor nu de funcţii în întregul spaţiu, dată fiind compactitatea lor într-o direcţie prefixat produs cartezian a două spaţii metrice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 517.942

SUR L'ENSEMBLE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES ORDINAIRES DU DEUXIÈME ORDRE QUI ONT LA MÊME DISPERSION FONDAMENTALE

PAR

OTAKAR BORŮVKA

I. Introduction

1. Considérons une équation différentielle linéaire ordinaire du deuxième ordre de la forme jacobienne:

$$(q) \qquad y'' = q(t)\,y,$$

la fonction q étant continue dans l'intervalle $j = (-\infty, \infty)$. Pour abréger le langage nous appelons la fonction q la *base* de l'équation (q).

Nous supposons que l'équation (q) est oscillatoire; ceci veut dire que toute intégrale de l'équation (q) possède, vers les deux extrémités de l'intervalle j, une infinité de zéros.

Dans ces conditions on définit, dans l'intervalle j, une fonction φ, appelée la *dispersion centrale fondamentale de première espèce* de l'équation (q) [2]. Nous parlerons plus brièvement de la dispersion *fondamentale* de l'equation (q) ou bien de la dispersion fondamentale appartenent à la base q, etc. La fonction φ est définie d'une telle manière que, pour $t \in j$, la valeur $\varphi(t)$ soit le premier nombre conjugué à droite au nombre t; en d'autres termes, si l'on considère une intégrale quelconque de l'équation (q), s'annulant en t, alors $\varphi(t)$ représente le premier zéro de l'intégrale en question qui dépasse t. La fonction φ possède, dans l'intervalle j, les propriétés suivantes:

1) $1^\circ\ \varphi(t) > t$, $2^\circ\ \varphi \in C_3$, $3^\circ\ \varphi'(t) > 0$, $4^\circ\ \lim\limits_{t \to -\infty} \varphi(t) = -\infty, \lim\limits_{t \to \infty} \varphi(t) = \infty$.

pelons qu'on désigne par C_k, $(k = 0, 1, 2, \ldots)$, la classe des fonctions s possédant partout la dérivée continue d'ordre k.

II. Position du problème

2. On s'est occupé, à plusieurs reprises, des équations différentielles (q), dont la dispersion fondamentale (φ) est linéaire et de la forme $\varphi(t) = t + d$, d étant une constante positive. Dans ce qui suit nous supposons (ce qui ne restreint point la généralité) $d = \pi$. Nous appelons *base élémentaire* la base de toute équation (q) pour laquelle $\varphi(t) = t + \pi$. Les équations (q) à bases élémentaires sont caractérisées, évidemment, par la propriété que deux zéros consecutifs de leurs intégrales ont toujours la même distance, qui est égale à π.

O. Borůvka [2] a montré que toute base élémentaire est periodique de période π. M. M. Laitoch [6] s'est occupé des équations différentielles (q) ayant la dispersion fondamentale $\varphi(t) = at + d$, avec $a > 0$, $d > 0$ — constantes. M. L. Frank [4] s'est occupé plus profondément des bases élémentaires. M. E. Barvínek [1] a montré que toute fonction φ, jouissant des propriétés (1), représente la dispersion fondamentale de certaines équations différentielles (q) et il a déterminé toutes les bases correspondantes. M. F. Neuman [5] vient de déduire une formule élégante qui entraine toutes les bases élémentaires:

$$q(t) = f''(t) + f'^2(t) + 2f'(t)\operatorname{cotg}(t - c) - 1; \tag{2}$$

$c \in j$ désigne une constante arbitraire, $f \in C_2$ une fonction périodique de période π et telle que

$$f(c) = 0, \quad f'(c) = 0, \quad \int_0^{\pi} \frac{e^{-2f(\sigma)} - 1}{\sin^2(\sigma - c)}\, d\sigma = 0.$$

En particulier $\left(f(t) = -\frac{1}{2}\log\left[1 - \frac{1}{3}\sin 2(t - c)\sin^2(t - c)\right]\right)$ le système de bases:

$$q(t|c) = \left[\sin 4(t - c) + \frac{1}{3}\sin^4(t - c)\right] \Big/ \left[1 - \frac{1}{3}\sin 2(t - c)\sin^2(t - c)\right]^2 - 1, \tag{3}$$

déterminé par les différentes valeurs du paramètre $c \in [0, \pi/4]$, consiste en bases élémentaires.

Insistons, pour un moment, sur ce résultat. On voit facilement que pour $c_1 \neq c_2$ on a $q(t|c_1) \neq q(t|c_2)$. Ceci montre que le système en question a la puissance du continu, $\aleph$. Désignons par M l'ensemble formé de toutes les bases élémentaires. Les éléments de M étant des fonctions continues, on a $\operatorname{card} M \leqslant \aleph$. D'autre part, comme le système des fonctions $q(t|c)$ est un sous-ensemble de M, on voit que $\operatorname{card} M \geqslant \aleph$. Il en résulte $\operatorname{card} M = \aleph$. Nous arrivons ainsi au résultat que l'ensemble de toutes les équations différentielles (q) qui ont la même dispersion fondamentale $\varphi(t) = t + \pi$ a la puissance du continu.

Ces considérations conduisent au problème suivant:

Déterminer la puissance de l'ensemble formé par toutes les équati différentielles (q) *possédant la même dispersion fondamentale* φ, *qui d'ailleurs arbitraire.*

III. L'algèbre des phases

3. Nous allons commencer par rappeler la notion et les propriétés essentielles des fonctions appelées phases de l'équation (q), fonctions qui jouent le rôle le plus important dans la théorie qui nous occupe.

Considérons une équation (q) dans les conditions énoncées. u, v étant un couple ordonné d'intégrales linéairement independantes de l'équation (q), on entend sous *phases* du couple en question toute fonction α qui est continue dans l'intervalle j, et y satisfait, à l'exception des zéros de l'intégrale v, à l'équation $\operatorname{tg}\alpha(t) = u(t)/v(t)$.

Il existe, par conséquent, précisément, un système dénombrable des phases en question et ces phases diffèrent, l'une de l'autre, par des multiples entiers de π.

On appelle phase de l'équation (q) une phase appartenant au système des phases déterminé par un couple ordonné d'intégrales linéairement indépendates quelconques de l'équation (q).

Résumons brièvement les propriétés fondamentales des phases de l'équation (q) en tant qu'elles nous seront utiles dans la suite.

Soit α une phase quelconque de l'équation (q).

D'abord, on voit facilement, compte tenu de la définition même de la notion de phase, que la fonction α appartient à la classe C_3, la dérivée α' étant toujours positive ou bien négative.

La fonction $y(t) = k_1\{\sin[\alpha(t) + k_2]\}/\sqrt{|\alpha'(t)|}$, formée par des constantes k_1, k_2, représente l'intégrale générale de l'équation (q).

Ce résultat entraîne, et on le voit facilement si l'on tient compte de la supposition quant au caractère oscillatoire de l'équation (q), que la fonction α est inférieurement et supérieurement non-bornée.

On s'assure aussi, sans aucune espèce de difficultés, que la phase α se trouve liée, dans l'intervalle j, à la dispersion fondamentale φ par l'équation d'Abel:

$$\alpha\varphi(t) = \alpha(t) + s\pi, \quad (s = \operatorname{sgn}\alpha'(t)). \tag{4}$$

On voit que la phase α détermine univoquement la fonction φ suivant la formule:

$$\varphi(t) = \alpha^{-1}(\alpha(t) + s\pi). \tag{5}$$

Finalement, remarquons que, par la phase α se trouve univoquement déterminée la base q d'après l'une ou l'autre des formules:

$$-\{\operatorname{tg}\alpha,\ t\} = q(t), \qquad -\{\alpha,\ t\} - \alpha'^2(t) = q(t). \tag{7}$$

Nous avons désigné, comme d'habitude, par le symbole $\{\alpha,\ t\}$, par la dérivee schwarzienne de la fonction α au point t:

$$\{\alpha,\ t\} = \frac{1}{2}\alpha'''(t)/\alpha'(t) - \frac{3}{4}\alpha''^2(t)/\alpha'^2(t).$$

Ceci étant prélevé la voie qui va conduire à la solution du me proposé consiste dans l'étude de la structure de l'ensemble de certaines fonctions appelées fonctions-phases.

Nous denommons *fonctions-phase* toute fonction α, définie dans l'intervalle $j = (-\infty, \infty)$, qui jouit dans cet intervalle de la propriété d'être inférieurement et supérieurement non-bornée et d'appartenir à la classe C_3; on suppose en outre que la dérivée α' est toujours positive ou bien négative.

On voit que toute phase d'une équation oscillatoire quelconque (q) est une fonction-phase et, inversement, toute fonction-phase α, représente une phase d'une équation oscillatoire (q), la base de cette équation étant donnée par une formule telle que (6) ou bien (7). Nous parlons, par conséquent, plus brièvement, des phases au lieu des fonction-phases.

L'étude de la structure de l'ensemble des phases que nous allons développer, revient à appliquer des méthodes algébriques empruntées de la théorie des groupes. C'est alors dans ce sens que nous parlons de *l'algèbre des phases*.

5. *Groupe des phases.* Soit $\mathfrak{G}$ l'ensemble formé de toutes les phases. On voit facilement que l'ensemble $\mathfrak{G}$ contient la phase-identité $\varphi_0(t) = t$ et que, pour deux phases quelconques, α, $\beta \in \mathfrak{G}$, la fonction composée $\alpha\beta$ et de même la fonction inverse α^{-1} appartiennent encore à $\mathfrak{G}$. Il en résulte que l'ensemble $\mathfrak{G}$, dans lequel on a défini l'opération binaire (multiplication) à l'aide de la composition des fonctions, représente un groupe, avec l'élément neutre $\varphi_0(t)$. Nous appelons $\mathfrak{G}$ le *groupe des phases*.

6. *Équivalence des phases.* Nous définissons, à présent, dans le groupe $\mathfrak{G}$, une relation d'équivalence de la manière suivante.

Étant données deux phases α, $\beta \in \mathfrak{G}$ quelqonques, on définit la phase β d'être équivalente à α s'il subsiste une relation de la forme:

$$\operatorname{tg} \beta(t) = [c_{11} + c_{12} \operatorname{tg} \alpha(t)]/[c_{21} + c_{22} \operatorname{tg} \alpha(t)], \tag{8}$$

c_{11}, c_{12}, c_{21} étant des constantes convenables telles que $|c_{ij}| \neq 0$. On suppose la relation vérifiée pour toutes les valeurs $t \in j$ à l'exception des points singuliers du premier membre.

La relation en question étant, évidemment, reflexive, symétrique et transitive, elle représente, en effet, une relation d'équivalence $(\mathcal{R})$.

Le groupe $\mathfrak{G}$ se décompose, par conséquent, en différentes classes mod $\mathcal{R}$. Toute classe consiste en phases qui sont équivalentes par paires tandis que deux phases appartenant à des classes différentes ne sont jamais équivalentes l'une à l'autre.

7. *Sous-groupe fondamental.* Désignons par $\mathfrak{E}$ cette classe mod qui contient l'élément neutre du groupe $\mathfrak{G}$, $\varphi_0(t)$.

La classe $\mathfrak{E}$ consiste, par conséquent, en phases, ε, telles que:

$$\operatorname{tg} \varepsilon(t) = (c_{11} + c_{12} \operatorname{tg} t)/(c_{21} + c_{22} \operatorname{tg} t), \tag{9}$$

les constantes c_{ij} prenant toutes les valeurs pour lesquelles

Or, on voit que pour deux phases ε_1, $\varepsilon_2 \in \mathfrak{E}$ quelconques, tion composée $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ et de même la fonction inverse ε_1^{-1} apparti encore à $\mathfrak{E}$. Ceci montre que la classe $\mathfrak{E}$ représente un sous-grou

groupe $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{E} \subset \mathfrak{G}$. Nous appelons $\mathfrak{E}$ le *sous-groupe fondamental* du groupe $\mathfrak{G}$.

Soit $\alpha \in \mathfrak{G}$ une phase arbitraire. Désignons par $\bar{a}$ la classe mod $\mathcal{R}$ qui renferme α, $\alpha \in \bar{a}$. En remplaçant dans la formule (9) t par $\alpha(t)$ on voit que, pour tout élément $\varepsilon \in \mathfrak{E}$, la phase $\varepsilon\alpha$ résulte équivalente à α. Ceci entraîne $\bar{a} \supset \mathfrak{E}\alpha$, $\mathfrak{E}\alpha$ étant la classe latérale à droite de l'élément α par rapport au sous-groupe $\mathfrak{E}$. D'autre part, en remplaçant, dans la formule (8), t par $\alpha^{-1}(t)$, on voit que, pour toute phase β équivalente à α, la fonction $\beta\alpha^{-1}(= \varepsilon)$ appartient au sous-groupe $\mathfrak{E}$, de sorte que $\beta = \varepsilon\alpha \in \mathfrak{E}\alpha$. Ceci entraîne $\bar{a} \subset \mathfrak{E}\alpha$. On a par conséquent, $\bar{a} = \mathfrak{E}\alpha$.

Nous voyons que les classes des phases mutuellement équivalentes mod $\mathcal{R}$, représentent précisément les classes latérales à droite par rapport au sous-groupe fondamental $\mathfrak{E}$. On peut dire aussi que *la décomposition du groupe* $\mathfrak{G}$ *en classes* mod $\mathcal{R}$ *coïncide avec la décomposition en classes latérales à droite par rapport au sous-groupe fondamental.* Dans la suite nous désignons par $\bar{E}$ la décomposition en question du groupe $\mathfrak{G}$.

8. *Bases.* Associons à toute phase α la fonction q, appelée la *base de* α, fonction donnée par une formule telle que (6) ou bien (7). La base q appartient, évidemment, à la classe C_0.

On a, en particulier, $q_{\varphi 0} = -1$, φ_0 étant, rappelons-le, l'élément neutre du groupe $\mathfrak{G}$, $\varphi_0(t) = t$.

Subsiste, pour deux phases quelconques, α, $\beta \in \mathfrak{G}$, *la formule*:

$$q_{\alpha\beta} = q_\beta + (1 + q_\alpha \beta)\beta'^2. \tag{10}$$

On a, en effet:

$$q_{\alpha\beta}(t) = -\{\operatorname{tg} \alpha\beta,\ t\} = -\{\operatorname{tg} \alpha,\ \beta(t)\}\beta'^2(t) - \{\beta,\ t\} =$$

$$= q_\alpha[\beta(t)]\beta'^2(t) - \{\beta,\ t\} = (1 + q_\alpha[\beta(t)])\beta'^2(t) + q_\beta(t),$$

ce qui démontre la formule (10).

La formule en question entraîne, en particulier, que les bases associées à deux phases mutuellement inverses, α, $\bar{\alpha}(= \alpha^{-1})$, sont liées, l'une à l'autre, suivant la formule $(1 + q_\alpha) + (1 + q_{\bar{\alpha}}\alpha)\alpha'^2 = 0$, qui peut être mise sous la forme symétrique:

$$[1 + q_\alpha(t)]/\alpha'(t) + [1 + q_{\bar{\alpha}}(\bar{t})]/\bar{\alpha}'(\bar{t}) = 0;$$

les valeurs t, $\bar{t} \in j$ se rattachent l'une à l'autre par les équations $\bar{t} = \alpha(t)$, $t = \bar{\alpha}(\bar{t})$.

Remarquons que la formule (10) peut être généralisée pour un nombre (fini) quelconque de phases α, β,...,λ. On a, par ex., pour trois phases arbitraires, α, β, γ:

$$q_{\alpha\beta\gamma} = q_\gamma + (1 + q_\beta\gamma)\gamma'^2 + (1 + q_\alpha\beta\gamma)(\beta\gamma)'^2. \tag{11}$$

9. Nous allons montrer maintenant que *les bases,* q_α, q_β, *associées à deux phases arbitraires* α, $\beta \in \mathfrak{G}$, *coïncident si et seulement si les phases*

en question sont mutuellement équivalentes, on bien, en d'autres termes, *si elles appartiennent au même élément de la décomposition* E.

En effet, si les phases α, β sont mutuellement équivalentes, on a une relation telle que (8) et cette relation entraîne:

$$q_\beta(t) = -\{\operatorname{tg}\beta,\ t\} = -\{\operatorname{tg}\alpha,\ t\} = q_\alpha(t).$$

Inversement, si les bases q_α, q_β coïncident, on a l'égalité du deuxième et du troisième membre dans les équations précédentes, égalité qui entraîne une relation de la forme (8).

Nous voyons, par conséquent, que toutes les phases appartenant à la même classe quelconque $\mathfrak{E}\alpha \in E$, possèdent toujours la même base q_α, tandis qu'à des phases appartenant à des éléments différentes de la décomposition E se trouvent associées des bases différentes.

Toute classe $\mathfrak{E}\alpha \in E$ détermine, par conséquent, précisément une équation (q) oscillatoire, à savoir celle avec la base q_α; inversement, à toute équation (q) oscillatoire correspond précisément un élément de la décomposition E, à savoir l'élément constitué par des phases qui déterminent la base de l'équation (q).

Désignons par $\mathcal{B}E$ l'ensemble formé par des bases de toutes les équations oscillatoires (q). L'application en question $(\mathcal{B})$ de l'ensemble E sur $\mathcal{B}E$, faisant correspondre à toute classe $\mathfrak{E}\alpha \in E$ la base $q_\alpha \in \mathcal{B}E$, résulte, évidemment, biunivoque.

Remarquons que, en particulier, la base déterminée par le sous-groupe fondamental $\mathfrak{E}$ est la fonction $q_{\varphi 0}(t) = -1$, $\mathcal{B}\mathfrak{E} = -1$.

10. *Phases élémentaires.* On entend sous *phase élémentaire* une phase (A) qui vérifie, dans l'intervalle j, l'équation:

$$\mathrm{A}(t+\pi) = \mathrm{A}(t) + s\pi, \quad (s = \operatorname{sgn}\mathrm{A}'). \tag{12}$$

Ainsi, par ex., la phase-unité du groupe $\mathfrak{G}$, $\varphi_0(t) = t$, est une phase élémentaire.

On démontre facilement qu'*une phase* A *est élémentaire si et seulement si la dispersion fondamentale correspondante* φ *est linéaire et de la forme* $\varphi(t) = t + \pi$.

En effet, soit A une phase quelconque et φ la dispersion fondamentale appartenant à A. Si la fonction φ est linéaire et de la forme en question, l'équation d'Abel correspondante a la forme (12), ce qui montre que la phase A est élémentaire. Inversement, si la phase A est élémentaire alors l'équation (12), confrontée avec l'équation d'Abel correspondante, conduit à la formule $\varphi(t) = t + \pi$, ce qui achève la démonstration.

Nous avons appelé (v. **2**) base élémentaire, la base d'une équation (q) dont la dispersion fondamentale est égale à $t + \pi$. Nous voyons, par conséquent, que dans notre langage, *les phases élémentaires engendrent des bases élémentaires, lesquelles, à leur tour, se trouvent associées à des phases élémentaires.*

Soit A une phase élémentaire. On a, par conséquent, dans l'intervalle j, une relation telle que (12). On en voit, que la fonction $P(t) = \mathrm{A}(t) - st$, $(s = \operatorname{sgn} \mathrm{A}')$, jouit, dans l'intervalle en question, des propriétés suivantes: 1° $P \in C_3$, 2° $P'(t) + s > 0$ ou bien < 0 suivant que $s = +1$ ou bien $= -1$, 3° $P(t + \pi) = P(t)$. Remarquons que, en particulier, la fonction P est périodique et de période π.

Inversement, on se rend compte facilement que P étant dans l'intervalle j une fonction jouissant des propriétés 1°...3° avec $s = \pm 1$, la fonction

$$\mathrm{A}(t) = st + P(t) \tag{13}$$

représente une phase élémentaire telle que $\operatorname{sgn} \mathrm{A}' = s$. Par conséquent, la formule (13) entraîne toutes les phases élémentaires [1].

11. Dans ce paragraphe nous allons montrer que *l'ensemble des phases élémentaires* $\mathfrak{H}$ *forme un sous-groupe du groupe* $\mathfrak{G}$.

En effet, on voit d'abord, comme nous l'avons d'ailleurs déja remarqué, que $\varphi_0(t) \in \mathfrak{H}$.

De plus, la phase AB, constituée par les phases élémentaires A, B, résulte encore élémentaire, ce qui résulte de l'inspection des formules ci-dessous:

$$\mathrm{AB}(t + \pi) = \mathrm{A}[\mathrm{B}\, t + \pi)] = \mathrm{A}[\mathrm{B}(t) + s_2\pi] = \mathrm{AB}(t) + s_1 s_2 \pi =$$

$$= \mathrm{AB}(t) + \operatorname{sgn}(\mathrm{AB})'\pi, \quad (s_1 = \operatorname{sgn} \mathrm{A}',\ s_2 = \operatorname{sgn} \mathrm{B}').$$

Finalement, la phase $\overline{\mathrm{A}}\ (= \mathrm{A}^{-1})$, inverse à la phase A, est encore élémentaire. On a, pour $T \in j$, les relations:

$$\overline{\mathrm{A}}[\mathrm{A}(T) + \pi] = \overline{\mathrm{A}}[\mathrm{A}(T + s\pi] = T + s\pi, \quad (s = \operatorname{sgn} \mathrm{A}' = \operatorname{sgn} \overline{\mathrm{A}}'),$$

qui entraînent, pour $t = \mathrm{A}(T)$, $T = \overline{\mathrm{A}}(t)$ l'équation $\overline{\mathrm{A}}(t + \pi) = \mathrm{A}(t) + s\pi$.

Nous voyons, par conséquent, que l'ensemble $\mathfrak{H}$ représente bien un sous-groupe du groupe $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H} \subset \mathfrak{G}$.

Nous allons montrer à présent que toute phase B qui est équivalente à une phase élémentaire A est aussi élémentaire.

En effet, la phase A étant élémentaire, la base associée à A, q_{A}, résulte aussi élémentaire. D'autre part, la phase B étant équivalente à A, on a $q_{\mathrm{B}} = q_{\mathrm{A}}$. Il en résulte que la base q_{B} est élémentaire; on conclut, par conséquent, que la phase B est élémentaire.

Cette observation entraîne que, chaque classe $\overline{a} \in E$ qui renferme une phase élémentaire, est constituée entièrement par des phases élémentaires. On voit, en particulier, que le sous-groupe fondamental $\mathfrak{E}$ est constitué entièrement par des phases élémentaires. Par conséquent, *le sous-groupe* $\mathfrak{E}$ *représente un sous-groupe du groupe* $\mathfrak{H}$. Nous arrivons ainsi aux relations $\{1\} \subset \mathfrak{E} \subset \mathfrak{H} \subset \mathfrak{G}$, $\{1\}$ étant le plus petit sous-groupe en $\mathfrak{G}$, constitué par l'élément unique $\varphi_0(t) = t$.

Désignons par $\overline{H}$ la décomposition du groupe $\mathfrak{G}$ en classes latérales droite par rapport à $\mathfrak{H}$.

La relation $\mathfrak{E} \subset \mathfrak{H}$ entraîne $\overline{E} \leqslant \overline{H}$ [3, p. 135], c'est-à-dire que toute classe $\mathfrak{H}\alpha \in \overline{H}$ est la réunion de certaines classes-éléments de la décomposition $\overline{E}$.

Pour toute classe $\mathfrak{H}\alpha \in \overline{H}$ désignons par $\overline{H}_\alpha$ l'ensemble des classes-éléments de la décomposition $\overline{E}$ qui fournissent, par réunion, la classe $\mathfrak{H}\alpha$, et au lieu de $\overline{H}_{\varphi_0}$ écrivons, plus simplement $\overline{H}_t$. Nous avons, par conséquent, $\overline{H}_\alpha = \mathfrak{H}\alpha \cap \overline{E} \subset \overline{E}$ et, en particulier, $\overline{H}_t = \mathfrak{H} \cap \overline{E} \subset \overline{E}$ [3, p. 8].

12. Nous allons montrer maintenant que *les ensembles* $\overline{H}_t$, $\overline{H}_\alpha$ *ont la même puissance* (au sens de la théorie des ensembles).

Dans ce but remarquons d'abord que les éléments de l'ensemble $\overline{H}_t$, $\overline{H}_\alpha$ sont respectivement $\mathfrak{E}A$, $\mathfrak{E}A\alpha$, où $A \in \mathfrak{H}$ parcourt les différentes phases élémentaires. Faisons alors correspondre à tout élément $\mathfrak{E}A \in H_t$ l'élément $\mathfrak{E}A\alpha \in H_\alpha$. De cette manière on définit une représentation, évidemment univoque, de l'ensemble $\overline{H}_t$ sur $\overline{H}_\alpha$. Si les images $\mathfrak{E}A\alpha$, $\mathfrak{E}B\alpha \in H_\alpha$ de deux éléments quelconques $\mathfrak{E}A$, $\mathfrak{E}B \in \overline{H}_t$ coïncident, on a $\mathfrak{E}A\alpha = \mathfrak{E}B\alpha$ et cette relation entraîne $(A\alpha)(B\alpha)^{-1} \in \mathfrak{E}$. D'autre part sont valables, évidemment, les formules $(A\alpha)(B\alpha)^{-1} = A\alpha\alpha^{-1}B^{-1} = AB^{-1}$, de sorte que la coïncidence des images en question conduit à la relation $AB^{-1} \in \mathfrak{E}$; cette dernière donne, à son tour, $\mathfrak{E}A = \mathfrak{E}B$. On voit que la représentation ci-dessus de l'ensemble $\overline{H}_t$ sur $\overline{H}_\alpha$ est biunivoque. La proposition se trouve démontrée.

Or, revenons à l'application $\mathcal{B}$ de l'ensemble $\overline{E}$ sur l'ensemble $\mathcal{B}\overline{E}$ formé de toutes les bases des équations (q) oscillatoires, application que nous avons considérée dans **11.** Cette application étant biunivoque les ensembles $\overline{H}_t$, $\mathcal{B}\overline{H}_t$ et de même les ensembles $\overline{H}_\alpha$, $\mathcal{B}\overline{H}_\alpha$ ont des puissances égales. D'autre part, les ensembles $\overline{H}_t$, $\overline{H}_\alpha$ ayant eux aussi la même puissance, comme nous venons de le voir, il en est de même pour les ensembles $\mathcal{B}\overline{H}_t$, $\mathcal{B}\overline{H}_\alpha$ qui ont, par conséquent, des puissances égales. Or, l'ensemble $\mathcal{B}\overline{H}_t$ étant formé de toutes les bases élémentaires, il a la puissance du continu $\aleph$ (v. **2**).

Nous sommes donc arrivés à la conclusion que *l'ensemble* $\mathcal{B}\overline{H}_\alpha$, *formé par des bases correspondantes aux différents éléments de la décomposition* $\overline{E}$ *et située dans le même élément* $\mathfrak{H}\alpha \in \overline{H}$, *a toujours la puissance du continu.*

13. En ce qui concerne notre problème, jouit un rôle important la proposition suivante:

Deux phases quelconques α, $\beta \in \mathfrak{G}$ *possèdent la même dispersion fondamentale si et seulement si la phase* $A = \alpha\beta^{-1}$ *résulte élémentaire.*

Démonstration. a) Supposons que les phases α, β possèdent la même dispersion fondamentale, φ. Nous avons alors les formules:

$$\alpha\varphi = \alpha + s_1\pi, \quad (s_1 = \operatorname{sgn}\alpha'), \quad \beta\varphi = \beta + s_2\pi, \quad (s_2 = \operatorname{sgn}\beta')$$

et leurs conséquences:

$\beta^{-1}(\beta + s_2\pi) = \alpha^{-1}(\alpha + s_1\pi)$, $\alpha\beta^{-1}(\beta + s_2\pi) = \alpha + s_1\pi$, $\alpha\beta^{-1}(t + s_2\pi) = \alpha\beta^{-1} + s_1\pi$. La dernière de ces équations entraîne $\alpha\beta^{-1}(t + \pi) = \alpha\beta^{-1}(t) + s_1 s_2 \pi$, et on voit que la phase $A = \alpha\beta^{-1}$ est bien élémentaire.

b) Supposons, à présent, que la phase $A = \alpha\beta^{-1}$ est élémentaire. Désignons par φ_1, φ_2 les dispersions fondamentales appartenant aux phases α, β et soient $s_1 = \operatorname{sgn}\alpha'$, $s_2 = \operatorname{sgn}\beta'$. Nous avons alors les formules:

$$\alpha = A\beta,\ \alpha\varphi_2 = A\beta\varphi_2 = A(\beta + s_2\pi) = A\beta + s_1\pi = \alpha + s_1\pi = \alpha\varphi_1,$$

qui entraînent, à leur tour, $\varphi_1 = \varphi_2$. Notre proposition se trouve, par conséquent, démontrée.

Le résultat que nous venons d'obtenir permet à conclure que, deux phases quelconques α, $\beta \in \mathfrak{G}$ ont la même dispersion fondamentale, φ, si et seulement si elles sont contenues dans le même élément de la décomposition $\overline{H}$.

En effet, d'après le résultat en question, les phases α, β ont la même dispersion fondamentale φ si et seulement si l'on a $\alpha\beta^{-1} \in \mathfrak{H}$. Or, on sait [3, p. 140] que cette relation est nécessaire et suffisante pour que les classes $\mathfrak{H}\alpha$, $\mathfrak{H}\beta$ coïncident, ou bien, pour que les phases α, β soient contenues dans le même élément $\mathfrak{H}\alpha = \mathfrak{H}\beta$ de la décomposition $\overline{H}$.

Nous arrivons à la conclusion que, *les différentes classes à droite par rapport au sous-groupe* $\mathfrak{H}$, *ou bien*, en d'autres termes, *les différents éléments de la décomposition* $\overline{H}$, *sont constitués par toutes les phases qui ont la même dispersion fondamentale.*

L'application de la décomposition $\overline{H}$ sur l'ensemble formé de toutes les dispersions fondamentales, qui associe à tout élément $\overline{a} \in \overline{H}$ la dispersion fondamentale φ, formée, d'après la formule (5), à l'aide des phases $\alpha \in \overline{a}$, résulte, évidemment, biunivoque.

IV. Solution du problème proposé

14. Les résultats précédents permettent d'arriver rapidement à la solution de notre problème.

Considérons l'ensemble M formé de toutes les bases des équations (q) oscillatoires qui ont la même dispersion fondamentale φ. Soit α une phase appartenant à une base quelconque $q_a \in M$. Alors toutes les phases qui appartiennent aux différentes bases-éléments de l'ensemble M constituent le classe $\mathfrak{H}\alpha \in \overline{H}$ (v. **13**). Par conséquent, les bases-éléments de l'ensemble M sont précisément les éléments de l'ensemble $\mathcal{B}\overline{H}_a$, $M = \mathcal{B}\overline{H}_a$. Nous voyons que l'ensemble M a la puissance du continu $\aleph$ (v. **12**). Nous obtenons de cette manière la solution du problème proposé: *la puissance de l'ensemble formé de toutes les équations* (q) *qui ont la dispersion fondamentale* φ, *ne dépend point du choix particulier de la fonction* φ *et résulte toujours égale à la puissance du continu.*

Nous allons terminer nos considérations en indiquant une formule qui donne toutes les bases des équations (q) oscillatoires possédant une dispersion fondamentale.

Revenons aux notations précédentes. Soit α une phase appartenant à une base arbitraire $q_\alpha \in M$.

Nous savons que toute phase β qui appartient à une base arbitraire $q_\beta \in M$ est de la forme $\beta = A\alpha$, A étant une phase élémentaire convenable. Nous avons, par conséquent, d'après la formule (10), $q_\beta = q_\alpha + (1 + q_A\alpha)\alpha'^2$, ou q_A désigne la base appartenant à la phase A, base qui est par conséquent élémentaire. Or, en se servant de la formule (2) (accommodée de sorte qu'on écrit t au lieu de $t - c$ et $f(t)$ au lieu de $f(t + c)$), on trouve la formule:

$$q = q_\alpha + (f''\alpha + f'^2\alpha + 2f'\alpha.\operatorname{cotg}\alpha)\alpha'^2, \quad (q = q_\beta), \tag{14}$$

la fonction f étant, dans l'intervalle $j = (-\infty, \infty)$, de la classe C_2, périodique de période π et telle que

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = 0, \quad \int \frac{e^{-2f(\sigma)} - 1}{\sin^2\sigma}\, d\sigma = 0.$$

En définitive, *la formule* (14), *formée par les fonctions f jouissant des propriétés ci-dessus, donne toutes les bases oscillatoires q, possédant la même dispersion fondamentale* φ.

Reçu le 14 II 1963

Université de Brno,
R. S. Tchéchoslovaque

BIBLIOGRAPHIE

1. Barvínek E., Acta F. R. N. Univ. Comen., Mat., 1961, V, *8—10*, pp. 465—474.
2. Borůvka O., Čech. mat. Ž., 1953, **3** (**78**), pp. 199—251.
3. — *Grundlagen der Grupyoid- und Gruppentheorie.* VEB Deutscher Verlag der Wiss., Berlin, 1960.
4. Frank L., Sborník VUT v Brne, 1958, pp. 91—96.
5. Neuman F., *Sur les équations différentielles linéaires oscillatoires du deuxième ordre avec la dispersion fondamentale* $\varphi(t) = t + \pi$, (sous presse).
6. Laitoch M., Čech. mat. Ž., 1955, **6** (**81**), pp. 365—380.

О МНОЖЕСТВЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ИМЕЮЩИХ ОСНОВНУЮ ДИСПЕРСИЮ

(Резюме)

Доказывается, что мощность множества всех дифференциальных уравнений имеющих общую основную дисперсию φ, не зависит от частного образа выбора функции φ и является всегда равной мощности континуума.

ASUPRA MULȚIMII ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE ORDINARE DE ORDINUL AL DOILEA CARE AU ACEEAȘI DISPERSIE FUNDAMENTALĂ

(Rezumat)

Se demonstrează că puterea mulțimii tuturor ecuațiilor diferențiale având aceeași dispersie fundamentală φ, nu depinde de modul particular de alegere a lui φ și rezultă totdeauna egală cu puterea continuului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 517.946.6

SUR LE PROBLÈME DE CAUCHY POUR LES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DE TYPE „COMPOSÉ" AU SENS D'HADAMARD

PAR
D. MANGERON

À JACQUES HADAMARD, membre honoraire de l'Académie de la République Populaire Roumaine, IN MEMORIAM

1. Tout récemment L. Gårding [1] a résolu, en collaboration avec J. Leray [2], avec des hypothèses minimales, le problème de Cauchy pour un système quasi-linéaire d'ordre un, strictement hyperbolique dans une bande, tandis que Ph. A. Dionne [3], tout en adaptant des espaces fonctionnels de Sobolev [4] à une bande, a étendu les inégalités énergétiques de Gårding à une classe plus vaste d'opérateurs et a obtenu par là des résultats plus précis concernant la solution du problème de Cauchy hyperbolique, spécialement dans le cas non linéaire.

Une série de résultats de l'Auteur, annoncés dans le séminaire de l'Institut National Italien pour l'Application de Calcul dès 1937 et publiés dans [5], tout en s'inquadrant dans les études bien profondes mentionnées ci-dessus et concernant le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles de type „composé" au sens de Hadamard, ont été utilisées, entre autres, par M. A. D. Mychkis [6].

Nous énoncerons dans ce qui suit, tout en nous reliant à l'ordre d'idées exposées dans [5], quelques théorèmes concernant l'unicité et l'existence des problèmes de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles d'ordre supérieur de type „composé", de forme:

$$H[E(u)] = f(x,y), \quad x = (x_1, x_2, \ldots, x_m), \quad y = (y_1, y_2, \ldots, y_m), \tag{1}$$

où les opérateurs différentiels linéaires H et E possèdent respectivement des cônes caractéristiques réel et imaginaire, et dont le prototype est précisément l'équation de Hadamard [7]:

$$\partial^4 u/\partial x^4 - \partial^4 u/\partial y^4 = 0. \tag{2}$$

2. Soit, pour fixer les idées H, qui figure dans (1), un opérateur différentiel linéaire hyperbolique de deuxième ordre et E un tel opérateur elliptique à coefficients analytiques. Supposons en outre, que les coefficients qui figurent dans l'expression de l'opérateur H et la fonction $f(x, y)$ sont donnés dans le domaine D de l'hyperplan (x, y) où les coefficients de $E(u)$ sont analytiques. Soit enfin:

$$E(u) = v.$$

Supposons que par chaque point P du domaine D passe toujours une courbe caractéristique et une seule, appartenant à l'un ou bien à l'autre des deux systèmes de caractéristiques de l'équation :

$$Hu = 0. \tag{4}$$

Soit C une portion régulière d'une courbe C^*, arbitrairement assignée dans le domaine D et ayant des extrémités P_1 et P_2. Supposons en outre que C n'est pas tangente à aucune des courbes caractéristiques de (4) et se trouve entièrement contenue dans le quadrilatère Q déterminé dans le domaine D par les deux couples de caractéristiques menées par les points P_1 et P_2.

A lieu le suivant

Théorème 1. *Dans les hypothèses ci-dessus, l'unicité du problème de Cauchy dans le quadrilatère Q en est assurée pour l'équation* (1) *dans la classe de fonctions C^{IV} (finies et continues dans le domaine D avec leurs dérivées d'ordre IV inclus).*

3. Considérons, en particulier, l'équation de Hadamard (2). Par correspondance à l'équation (2) le domaine D se transforme dans le plan (x, y) tout entier, tandis que les deux systèmes de caractéristiques sont formés par les fascicules de droites parallèles aux bissectrices des angles des axes de coordonnées. Prenons pour l'arc de courbe C le segment d'intervalle (a, b) de l'axe x et pour les conditions de Cauchy :

$$\partial^i u/\partial y^i|_{y=0} = S_i(x), \quad (i = 0, 1, 2, 3). \tag{5}$$

En nous nous servant d'une brillante idée de M. M. Picone [8], [9] qui, tout en faisant connexer certaines bandes à des domaines donnés relatifs aux équations aux dérivées partielles, réunit dans un seul tenant nombre de théories et de méthodes disparates, en commençant par la méthode de Bernoulli-Fourier classique, nous énonçons le

Théorème 2. *Condition nécessaire pour l'existence dans un rectangle* :

$$R_c = \{\alpha \leqslant x \leqslant \beta, \quad |y| < c \leqslant (b-a)/2, \quad \alpha \leqslant a, \quad \beta \geqslant b\} \tag{6}$$

de la solution de l'équation (2) *satisfaisant aux conditions* :

$$\begin{cases} \partial^i u/\partial y^i|_{y=0} = \bar{S}_i(x), \ (i = 0, 1, 2, 3), \quad \bar{S}_i(x) \equiv S_i(x), \quad x \in (a, b), \\ u(\alpha, y) = u(\alpha, 0) = \bar{S}_0(\alpha), \quad u_{xx}(\alpha, y) = u_{xx}(\alpha, 0) = \bar{S}_0''(\alpha), \\ u(\beta, y) = u(\beta, 0) = \bar{S}_0(\beta), \quad u_{xx}(\beta, y) = u_{xx}(\beta, 0) = \bar{S}_0''(\beta), \end{cases} \tag{7}$$

et par suite condition nécessaire de l'existence de la solution de la même équation satisfaisant dans $Q.R_c$ aux conditions de Cauchy (5), *consiste dans la convergence pour $|y| < c$ des séries* :

$$\sum_{k=1}^{\infty} |u_k^{(i)}(y)|^2, \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4), \tag{8}$$

où l'on a mis :

$$u_k(y) = \frac{1}{2}\{u_k(0) + [1/(k\varrho)^2]\,u_k''(0) + A_k/(k\varrho)^4\}\,\mathrm{ch}\,k\varrho y + \frac{1}{2}\{[1/(k\varrho)]\,u_k'(0) +$$

$$(9)\quad + [1/(k\varrho)^3]u_k'''(0)\}\,\mathrm{sh}\,k\varrho y + \frac{1}{2}\{u_k(0) - [1/(k\varrho)^2]\,u_k''(0) + Ak/(k\varrho)^4\}\cos k\varrho y +$$

$$+ \frac{1}{2}\{[1/(k\varrho)]\,u_k'(0) - [1/(k\varrho)^3]\,u_k'''(0)\}\sin k\varrho y - A_k/(k\varrho)^4,$$

$$(k = 1, 2, \ldots),\quad \varrho = \pi/(\beta - \alpha).$$

$$(10)\qquad A_k = k\varrho\,[\bar{S}_0''(\alpha) - (-1)^k\,\bar{S}_0''(\beta)] - (k\varrho)^3\,[\bar{S}_0(\alpha) - (-1)^k\,\bar{S}_0(\beta)],$$

$$(11)\qquad u_k^{(i)}(0) = \left(\frac{2}{\beta - \alpha}\right)^{1/2}\int_\alpha^\beta \bar{S}_i(\xi)\sin k\varrho\,(\xi - \alpha)\,d\xi,\quad (i = 0, 1, 2, 3).$$

4. En ce que regarde le problème de la détermination des conditions suffisantes de l'existence et de la construction effective de la solution du problème posé, nous énoncerons ici le

Théorème 3. *Si la fonction $\bar{S}_0$ de la classe C^{IV} dans l'intervalle (α, β) y possède la dérivée d'ordre 5 à variation bornée et s'annulle avec ses dérivées d'ordre 2 et 4 dans les extrémités de cet intervalle, si $\bar{S}_1$ de la classe C''' possède dans (α, β) la dérivée d'ordre 4 à variation bornée et s'annulle dans les extrémités α, β de cet intervalle avec sa dérivée d'ordre 2 et si, enfin, $\bar{S}_2 \equiv \bar{S}_0''$ et $\bar{S}_3 \equiv \bar{S}_1''$, la solution cherchée du problème de Cauchy concernant l'équation (2) existe dans le domaine Q défini ci-dessus et est donnée par le développement:*

$$(12)\qquad u \approx \left(\frac{2}{\beta - \alpha}\right)^{1/2}\sum_{k=1}^{\infty} u_k(y)\sin k\varrho\,(x - \alpha).$$

À la suite du fait que les données de Cauchy sont analytiques, on arrive à préciser le domaine de l'existence de la solution. Dans cet ordre d'idées a lieu, par exemple, le suivant

Théorème 4. *L'existence de la solution du problème de Cauchy en est assurée dans le domaine Q tout entier si les fonctions $\bar{S}_i$ sont des combinaisons linéaires d'un nombre fini de sinus du système complet orthonormal considéré:*

$$(13)\qquad [2/(\beta - \alpha)]^{1/2}\sin k\varrho\,(x - \alpha),\quad (k = 1, 2, \ldots,).$$

On peut énoncer sans difficulté des généralisations du théorème 3. À savoir, a lieu, par exemple, le suivant

Théorème 5. *Si, tout en conservant les hypothèses du théorème 3 relatives aux fonctions $\bar{S}_0$ et $\bar{S}_1$, les fonctions $\bar{S}_2$ et $\bar{S}_3$ sont telles, que pour $0 < c \leqslant (b - a)/2$ on a dans (α, β):*

$$(14)\qquad \begin{cases} \bar{S}_2 = \bar{S}_0'' + \sum_{k=1}^{\infty} \dfrac{q_k}{\mathrm{ch}\,k\varrho c}\sin k\varrho\,(x - \alpha), & |q_k| = Mk^\alpha, \\ \bar{S}_3 = \bar{S}_1'' + \sum_{k=1}^{\infty} \dfrac{p_k}{\mathrm{sh}\,k\varrho c}\sin k\varrho\,(x - \alpha), & |p_k| = Nk^\beta, \end{cases}$$

où M, N, α, β sont des constantes, la solution du problème de Cauchy existe dans la partie du domaine Q correspondante à l'inégalité $|y| < c$ et est donnée par le développement (12).

5. Les résultats acquis, et d'autres encore, basés sur [13], que nous exposérons dans un autre Recueil, reflètent l'intérêt accordé dans ces derniers temps par de nombreux chercheurs, aux problèmes à la frontière „improprement" bien posés [10]...[14].

Reçu le 26 X 1963

Institut polytechnique de Jassy,
Chaire de mathématiques II

BIBLIOGRAPHIE

1. Gårding L., *Problèmes de Cauchy pour les systèmes quasi-linéaires d'ordre un, strictement hyperboliques.* Dans *Les équations aux dérivées partielles.* Colloques Internationaux du CNRS, Paris, 1963, pp. 33—40.
2. Leray J., *Prolongement de la transformation de Laplace ; leurs applications aux équations aux dérivées partielles.* Colloque sur l'Analyse fonctionnelle, CBRM, Louvain, 1961, pp. 7—28.
3. Dionne P. A., *Problème de Cauchy hyperbolique et espaces fonctionnels de S. L. Sobolev.* Dans *Les équations aux dérivées partielles.* Colloques internationaux du CNRS, Paris, 1963, pp. 25—32.
4. Sobolev S. L., *Équations aux dérivées partielles pour les fonctions extrémales des problèmes du calcul numérique.* Dans *Les équations aux dérivées partielles.* Colloques internationaux du CNRS, Paris, 1963, pp. 197—206.
5. Mangeron D., Pubbl. Ist. Naz. Appl. Calcolo, Roma, 1939, *70*, 8 pp.
6. Мышкис А. Д., УМН, 1948, стр. 615.
7. Hadamard J., *Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations.* Dover Publ., N.-Y., 1952, 316 pp.
8. Picone M., Ann. Sc. Norm. Supp., (2), 1936, **V**, pp. 213—288.
9. Miranda C., R. Accad. d'Italia, Memorie, 1936, **VII**, pp. 271—319.
10. Fichera G., *Numerical approximation for the solution of an atypical boundary value problem.* Colloque sur l'Analyse numérique, CBRM, Louvain, 1961, pp. 51—60.
11. Иванов В. К., Матем. сборн., 1953, **61 (103) : 2**, стр. 211—223.
12. Овсянников Л. В., Зеленяк Т. И., Вестник АН СССР, 1963, *11*, стр. 93—97.
13. Mangeron D., *Sur les relations entre les solutions de certains problèmes à la frontière polydimensionnels d'ordre supérieur.* Lucrările celui de al IV-lea Congres al Matematicienilor Romîni, Acad. R. P. R., 1960, pp. 146—147.
14. — *Sur une nouvelle classe de problèmes à la frontière.* International Congres of Mathematicians. Abstracts of short Communications, Stockholm, 1962, p. 95.

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ „СОСТАВНОГО" В СМЫСЛЕ АДАМАРА ТИПА

(Резюме)

Работы доложенные на недавно проведенном в Новосибирске советско-американском симрозиуме по уравнениям в частных производных [12], а так же и ряд работ по граничным задачам „некорректного типа" [10], [11], [13], [14], привели автора к продолжению одной из своих прошлых работ [5], относящейся к задаче Коши для уравнений в частных производных „составного" в смысле Адамара типа, заинтересовавшей некогда, в частности А. Д. Мышкиса [6]. Вышеизложенные теоремы входят теперь в рамки унитарной теории уравнений в частных производных типов граничных задач намеченную автором в одной из своих работ представленных на IV-м Съезде Румынских Математиков [13].

ASUPRA PROBLEMEI LUI CAUCHY PENTRU ECUAŢII CU DERIVATE PARŢIALE DE TIP „COMPUS" ÎN SENSUL LUI HADAMARD

(Rezumat)

Se enunţă o serie de teoreme, ce se încadrează [11] în problema formulată în ti

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

Д. К. 517.933

НОВЫЙ МЕТОД ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Н. Г. БОНДАРЬ

Уравнение колебаний одного класса нелинейных осцилляторов имеет вид:

$$\ddot{x}(t) + N(x)\dot{x}^2(t) + R(x) = F(t). \tag{1}$$

Пусть:

$$\psi(x) = \int_0^x N(x)\,dx, \quad \text{т. е. } \psi'(x) = N(x). \tag{2}$$

Здесь и дальше точками обозначены производные по времени t, штрихами — по неизвестной x.

Представим функцию $R(x)$ в виде:

$$R(x) = e^{-2\psi(x)} f(x) f'(x), \tag{3}$$

где e — основание натуральных логарифмов.

Решая уравнение (3) и учитывая граничное условие $f(0) = 0$, которое вытекает из физического условия $R(0) = 0$, получим следующее выражение для характеристической функции:

$$f(x) = \left[2\int_0^x R(x)\, e^{2\psi(x)}\,dx\right]^{1/2}. \tag{4}$$

Используя идею переменного масштаба времени, введем замены:

$$z = f(x), \quad \varepsilon = \varphi(t), \quad \dot{\varphi}(t) = e^{-\psi(x)} f'(x).$$

Тогда нелинейное уравнение (1) преобразуется в линейное урав-:

$$z''(\varepsilon) + z(\varepsilon) = [F(t)/\dot{\varphi}(t)]\, e^{\psi(x)} = \lambda(\varepsilon).$$

Решением этого уравнения будет:

$$z(\varepsilon) = A\cos\varepsilon + B\sin\varepsilon + \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \lambda(u)\sin(\varepsilon - u)\,du. \tag{7}$$

Это равенство с помощью соотношений (5) можно записать в виде:

$$f(x) = A\cos\varphi(t) + B\sin\varphi(t) + \int_0^t F(\tau)\,e^{\psi[x(\tau)]}\sin[\varphi(t) - \varphi(\tau)]\,d\tau. \tag{8}$$

Здесь A и B — произвольные постоянные интегрирования.

Выражение (8) представляет собой решение нелинейного уравнения (1) в неявной форме. Убедимся в этом. С этой целью продифференцируем его по времени:

$$f'(x)\dot{x}(t) = \left\{-A\sin\varphi(t) + B\cos\varphi(t) + \right.$$

$$\left. + \int_0^t F(\tau)\,e^{\psi[x(\tau)]}\cos[\varphi(t) - \varphi(\tau)]\,d\tau\right\}\dot{\varphi}(t).$$

Учитывая последнее из соотношений (5), получаем выражение:

$$\dot{x}e^{\psi(x)} = -A\sin\varphi(t) + B\cos\varphi(t) + \int_0^t F(\tau)\,e^{\psi[x(\tau)]}\cos[\varphi(t) - \varphi(\tau)]\,d\tau. \tag{9}$$

Еще раз дифференцируем по времени. Имеем:

$$[\ddot{x} + \psi'(x)\dot{x}^2]\,e^{\psi(x)} = -\left\{A\cos\varphi(t) + B\sin\varphi(t) + \right.$$

$$\left. + \int_0^t F(\tau)\,e^{\psi[x(\tau)]}\sin[\varphi(t) - \varphi(\tau)]\,d\tau\right\}\dot{\varphi}(t) + F(t)\,e^{\psi(x)}.$$

Разделив на $e^{\psi(x)}$ и используя формулу (8), найдем:

$$\ddot{x} + \psi'(x)\dot{x}^2 = -f(x)\dot{\varphi}(t)\,e^{-\psi(x)} + F(t).$$

Имея в виду равенства (2), (3) и последнее из соотношений (5), приходим к уравнению (1).

Произвольные постоянные A и B получим из начальных условий

$$t = 0, \quad x = x_0, \quad \dot{x} = v_0, \tag{10}$$

подставляя которые в выражения (8) и (9), найдем:

$$f(x_0) = A\cos\varphi(0) + B\sin\varphi(0), \quad v_0 e^{\psi(x_0)} = -A\sin\varphi(0) + B\cos\varphi(0).$$

Решая эту алгебраическую систему и подставляя решение в формулу (8), получим:

$$(11)\quad f(x) = f(x_0)\cos\eta(t) + v_0 e^{\psi(x_0)}\sin\eta(t) + \int_0^t F(\tau) e^{\psi[x(\tau)]}\sin[\eta(t) - \eta(\tau)]\,d\tau,$$

где обозначено:

$$(12)\qquad \eta(t) = \varphi(t) - \varphi(0).$$

Для определения функции фазового угла $\eta(t)$ используем последнее из равенств (5) и соотношение (12):

$$\dot{\varphi}(t) = \dot{\eta}(t) = e^{-\psi(x)} f'(x) = \alpha(\eta),$$

откуда:

$$\int_0^\eta \frac{d\eta}{\alpha(\eta)} = t.$$

Здесь равенство $\eta(0) = 0$ вытекает из соотношения (12).

Из формулы (11) могут быть получены решения для частных случаев: автономной ($F(t) \equiv 0$) и консервативной ($F(t) \equiv 0$, $N(x) \equiv 0$) систем.

Применение вышеизложенной теории для решения конкретных задач теории нелинейных колебании содержится в работах автора [1]...[4]. Распространение метода на нелинейные задачи статики стержней изложено в статье [5].

Далее рассмотрим уравнение нелинейных колебаний вида:

$$(13)\qquad \ddot{x}(t) + N(x)\dot{x}(t) + R(x) = F(t).$$

В отличие от уравнения (1), это уравнение можно проинтегрировать только приближенно для систем содержащих малый параметр, т. е. когда второй член в уравнении (13) мал по сравнению с остальными членами. Оказывается, что при этих условиях, как увидим ниже, решение уравнения (13) близко к решению заменяющего уравнения:

$$(14)\qquad \ddot{x} + 2\dot{\beta}\dot{x} + (f/f')[\ddot{\beta} + \dot{\beta}^2 + \dot{\varphi}^2 - (\ddot{\varphi}/\dot{\varphi})\dot{\beta}] = F(t).$$

Здесь через $f(x)$, $\varphi(t)$ и $\beta(t)$ обозначены неизвестные пока функции.

В отличие от уравнения (13), уравнение (14) допускает решение в квадратурах. В самом деле. Используя идею переменного масштаба времени и вводя замены:

$$(15)\qquad z = f(x)e^{\beta(t)}, \quad \varepsilon = \varphi(t), \quad f'(x) = \dot{\varphi}(t),$$

получаем возможность представить уравнение (14) в виде:

$$(16)\qquad z''(\varepsilon) + z(\varepsilon) = [F(t)/\dot{\varphi}(t)]e^{\beta(t)} = \lambda(\varepsilon).$$

Решение этого уравнения дается формулой (7). Переходя к старым переменным по условиям (15), получаем:

$$f(x)\,e^{\beta(t)} = A\cos\varphi(t) + B\sin\varphi(t) + \int_0^t F(\tau)\,e^{\beta(\tau)}\sin[\varphi(t)-\varphi(\tau)]\,d\tau. \tag{17}$$

Полученное выражение является решением уравнения (14) в неявной форме. Убедимся в этом. С этой целью продифференцируем его по времени. Будем иметь:

$$(f'\dot{x} + f\dot{\beta})\,e^{\beta} = \left\{-A\sin\varphi + B\cos\varphi + \int_0^t F(\tau)\,e^{\beta(\tau)}\cos[\varphi(t)-\varphi(\tau)]\,d\tau\right\}\dot{\varphi}. \tag{18}$$

Еще раз дифференцируя по времени и учитывая равенства (17) и (18), после простых преобразований приходим к уравнению:

$$\ddot{x} + \dot{x}[(f''/f')\dot{x} + 2\dot{\beta} - \ddot{\varphi}/\dot{\varphi}] + (f/f')[\ddot{\beta} + \dot{\beta}^2 + \dot{\varphi}^2 - (\ddot{\varphi}/\dot{\varphi})\dot{\beta}] = F(t). \tag{19}$$

Продифференцируем по времени последнее из условий (15). Находим $f''(x)\dot{x} = \ddot{\varphi}(t)$. Разделив это равенство почленно на последнюю из формул (15), получим $(f''/f')\dot{x} = \ddot{\varphi}/\dot{\varphi}$. Это выражение приводит уравнение (19) к уравнению (14).

Из сопоставления уравнений (13) и (14) вытекает, что выражение (17) будет решением уравнения (13) при выполнении условий:

$$R(x) = (f/f')[\ddot{\beta} + \dot{\beta}^2 + \dot{\varphi}^2 - (\ddot{\varphi}/\dot{\varphi})\dot{\beta}], \tag{20}$$

$$N(x) = 2\dot{\beta}(t), \quad f'(x) = \dot{\varphi}(t). \tag{21}$$

Эти условия представляют собой систему трех дифференциальных нелинейных уравнений с тремя неизвестными функциями $f(x)$, $\beta(t)$ и $\varphi(t)$. Точное решение этой системы невозможно, поэтому будем искать приближенное решение.

Выясним удельный вес членов в формуле (20). Если функция $N(x)$ содержит малый параметр, а функция фазового угла $\varphi(t)$, как известно [2], [3], близка к линейной, то доминирующую роль в формуле (20) будет играть третий член. Пренебрегая всеми членами кроме третьего и учитывая вторую формулу (21), будем иметь:

$$R(x) \cong [f(x)/f'(x)]\,\dot{\varphi}^2(t) = f(x)f'(x).$$

Решая это уравнение при граничном условии $f(0) = 0$, вытекающем из физического условия $R(0) = 0$, получаем для характеристической функции $f(x)$ выражение, совпадающее с формулой (4) для систем без трения ($N(x) \equiv 0$, $\psi(x) \equiv 0$), а именно:

$$f(x) = \left[2\int_0^x R(x)\,dx\right]^{1/2}. \tag{22}$$

Для определения произвольных постоянных интегрирования A и B, входящих в решение (17), воспользуемся начальными условиями (10). Подставляя их и формулы (21) в равенства (17) и (18), найдем:

$$\begin{cases} f(x_0)\,e^{\beta(0)} = A\cos\varphi(0) + B\sin\varphi(0), \\ \left[\dot{\varphi}(0)\,v_0 + \frac{1}{2}f(x_0)\,N(x_0)\right]e^{\beta(0)} = [-A\sin\varphi(0) + B\cos\varphi(0)]\,\dot{\varphi}(0). \end{cases}$$

Пренебрегая в последнем равенстве вторым членом, содержащим малый параметр, решая систему и подставляя результаты в решение (17), окончательно получаем приближенное решение в виде:

$$f(x) = e^{-\gamma(t)}\left\{f(x_0)\cos\eta(t) + v_0\sin\eta(t) + \right. \tag{23}$$
$$\left. + \int_0^t e^{\gamma(\tau)}F(\tau)\sin[\eta(t) - \eta(\tau)]\,d\tau\right\}.$$

Здесь помимо выражения (12) использовано обозначение:

$$\gamma(t) = \beta(t) - \beta(0). \tag{24}$$

Функции фазового угла $\eta(t)$ и затухания $\gamma(t)$ можно найти, решая систему уравнений, которая вытекает из формул (21) и (24), а именно:

$$\dot{\eta}(t) = f'(x), \quad \dot{\gamma}(t) = \frac{1}{2}N(x). \tag{25}$$

Эта система должна решаться при начальных условиях:

$$\eta(0) = 0, \quad \gamma(0) = 0, \tag{26}$$

которые вытекают из формул (12) и (24).

Связь уравнений (25) осуществляется через неизвестную x, которая находится из решения (17). Решение системы (25) в общем виде невозможно. Его следует выполнять для отдельных частных случаев.

Рассмотрим автоколебательные системы, близкие к линейным, уравнение движения которых имеет вид:

$$\ddot{x}(t) + N(x)\dot{x}(t) + \theta^2 x(t) = F(t). \tag{27}$$

Здесь функция $N(x)$ содержит малый параметр и является знакопеременной четной функцией [6].

Уравнение (27) является частным случаем уравнения (13), в котором $R(x) = \theta^2 x$. Следовательно, на основании формулы (22), для характеристической функции получаем выражение:

$$f(x) = \left[2\int_0^x \theta^2 x\,dx\right]^{1/2} = \theta x. \tag{28}$$

Откуда $f'(x)=\theta$. Итак первое уравнение (25) приобретает вид $\dot{\eta}(t)=\theta$. Интегрируя его при первом начальном условии (26), имеем:

$$\eta(t)=\theta t. \tag{29}$$

Таким образом, подставляя выражения (28) и (29) в равенство (23), получаем приближенное решение уравнения (27) автоколебаний в виде:

$$x=e^{-\gamma(t)}\left[x_0\cos\theta t+\frac{v_0}{\theta}+\frac{1}{\theta}\int_0^t e^{\gamma(\tau)}F(\tau)\sin\theta(t-\tau)\,d\tau\right].$$

В качестве второго частного случая, рассмотрим колебания нелинейных систем с вязким трением, которые описываются уравнением:

$$\ddot{x}(t)+2n\dot{x}(t)+R(x)=F(t). \tag{30}$$

Это уравнение представляет собой частный случай уравнения (13), где $N(x)\equiv 2n=\text{const.}$, $(n\ll 1)$.

Второе уравнение (25) в этом случае приобретает вид $\dot{\gamma}(t)=n$. Интегрируя его при втором начальном условии (26), имеем $\gamma(t)=nt$. Подставляя это выражение в равенство (23), получаем приближенное решение уравнения (30) в виде:

$$f(x)=e^{-nt}\left\{f(x_0)\cos\eta(t)+v_0\sin\eta(t)+\int_0^t e^{n\tau}F(\tau)\sin[\eta(t)-\eta(\tau)]\,d\tau\right\}, \tag{31}$$

В частности, для случая линейной системы, колебания которой описываются уравнением:

$$\ddot{x}+2n\dot{x}+\theta^2x=F(t), \tag{32}$$

решение (31), в силу формул (28) и (29), приобретает вид:

$$x=e^{-nt}\left[x_0\cos\theta t+\frac{v_0}{\theta}\sin\theta t+\frac{1}{\theta}\int_0^t e^{n\tau}F(\tau)\sin\theta(t-\tau)\,d\tau\right]. \tag{33}$$

Точным решением уравнения (32), как известно [7], является выражение:

$$x=e^{-nt}\left[x_0\cos\theta_* t+\frac{v_0+nx_0}{\theta_*}\sin\theta_* t+\frac{1}{\theta_*}\int_0^t e^{n\tau}F(\tau)\sin\theta_*(t-\tau)\,d\tau\right],$$

$$\theta_*=\theta\sqrt{1-(n/\theta)^2}\cong\theta.$$

Пренебрегая здесь величинами второго порядка малости, приходим к равенству (33), которое используется в теории линейных колебаний для практических целей.

Приложение изложенной теории к решению конкретных задач приведено в работах [8], [9].

Далее рассмотрим нелинейное уравнение:

$$\ddot{x}(t) + N(t)\dot{x}(t) + R(x)T(t) = F(t). \tag{34}$$

При медленном изменении функций $N(t)$ и $T(t)$, решение уравнения (34), как будет показано ниже, оказывается близким к решению заменяющего уравнения:

$$\ddot{x} + [(f''/f')\dot{x} + 2(\dot{\Phi}/\Phi) - \ddot{\varphi}/\dot{\varphi}]\dot{x} + (f/f')[\ddot{\Phi}/\Phi + \dot{\varphi}^2 - (\ddot{\varphi}\dot{\Phi})/(\dot{\varphi}\Phi)] = F(t). \tag{35}$$

Здесь через $f(x)$, $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$ обозначены неизвестные пока функции.

В отличие от уравнения (34), уравнение (35) допускает решение в квадратурах. Используя идею переменного масштаба времени и вводя замены:

$$z = f(x)\Phi(t), \quad \varepsilon = \varphi(t), \quad f'(x)\Phi^2(t) = \dot{\varphi}(t)\,e^{\beta(t)}, \tag{36}$$

получаем возможность представить уравнение (35) в виде:

$$z''(\varepsilon) + z(\varepsilon) = [F(t)\,e^{\beta(t)}]/[\Phi(t)\dot{\varphi}(t)] = \lambda(\varepsilon).$$

Решение этого уравнения дается формулой (7). Переходя к старым переменным по условиям (36), имеем:

$$f(x)\Phi(t) = A\cos\varphi(t) + B\sin\varphi(t) + \int_0^t \frac{e^{\beta(\tau)}}{\Phi(\tau)} F(\tau)\sin[\varphi(t) - \varphi(\tau)]\,d\tau. \tag{37}$$

Здесь A и B — произвольные постоянные интегрирования, $\beta(t)$ — неизвестная пока функция.

Выражение (37) является решением уравнения (35) в неявной форме. В этом можно убедиться путем двухкратного дифференцирования по времени равенства (37), аналогично тому как это делалось выше.

Подставляя начальные условия (10) и последнее выражение (36) в решение (37) и его первую производную по времени и полагая там $\dot{\Phi}(t) \cong 0$ (см. ниже), находим выражения для произвольных постоянных:

$$A = f(x_0)\Phi(0)\cos\varphi(0) - [e^{\beta(0)}/\Phi(0)]\,v_0\sin\varphi(0),$$

$$B = f(x_0)\Phi(0)\sin\varphi(0) + [e^{\beta(0)}/\Phi(0)]\,v_0\cos\varphi(0).$$

С учетом этих формул, решения (37) можно представить:

$$\Phi(t)f(x) = \Phi(0)f(x_0)\cos\eta(t) + [e^{\beta(0)}/\Phi(0)]\,v_0\sin\eta(t) +$$

$$+ \int_0^t \frac{e^{\beta(\tau)}}{\Phi(\tau)} F(\tau)\sin[\eta(t) - \eta(\tau)]\,d\tau, \tag{38}$$

использовано обозначение (12).

Дифференцируя последнее из условий (36) по времени, получаем:

$$(f''/f')\dot{x} + 2(\dot{\Phi}/\Phi) - \ddot{\varphi}/\dot{\varphi} = \dot{\beta}.$$

Следовательно, заменяющее уравнение (35) можно упростить к виду:

$$\ddot{x} + \beta\dot{x} + (f/f')[\ddot{\Phi}/\Phi + \dot{\eta}^2 - (\ddot{\eta}\dot{\Phi})/(\dot{\eta}\Phi)] = F(t). \tag{39}$$

Здесь использованы равенства, следующие из обозначения (12), а именно:

$$\dot{\varphi}(t) = \dot{\eta}(t), \quad \ddot{\varphi}(t) = \ddot{\eta}(t).$$

Из сопоставления уравнений (34) и (39) вытекает, что равенство (38) будет решением уравнения (34) при выполнении условий:

$$N(t) = \dot{\beta}(t), \tag{40}$$

$$R(x) = f(x)/f'(x), \tag{41}$$

$$T(t) = \ddot{\Phi}(t)/\Phi(t) + \dot{\eta}^2(t) - [\ddot{\eta}(t)\dot{\Phi}(t)]/[\dot{\eta}(t)\Phi(t)], \tag{42}$$

$$f'(x)\Phi^2(t) = \dot{\eta}(t)\,e^{\beta(t)}. \tag{43}$$

Из этих четырех условий надлежит найти четыре неизвестных функции $f(x)$, $\beta(t)$, $\eta(t)$ и $\Phi(t)$. Первые два условия являются независимыми уравнениями. Два последних условия представляют собой систему двух уравнений, точное решение которой невозможно.

Приближенное решение можно получить, если считать функции $\eta(t)$ и $\Phi(t)$ медленно изменяющимися. В этом случае, в порядке первого приближения, можно положить $\dot{\Phi} \cong 0$, $\ddot{\Phi} \cong 0$, $\ddot{\eta} \cong 0$. Тогда условие (42) приобретает вид:

$$T(t) = \dot{\eta}^2(t). \tag{44}$$

Интегрируя это уравнение при первом начальном условии (26) получим:

$$\eta(t) = \int_0^t \sqrt{T(t)}\,dt. \tag{45}$$

Для второго приближения снова используем условие (42), полагая там только $\ddot{\Phi} \cong 0$. Будем иметь:

$$\dot{\eta}_2(t) = \{T(t) + [\ddot{\eta}(t)\dot{\Phi}(t)]/[\dot{\eta}(t)\Phi(t)]\}^{1/2}.$$

Используя здесь формулу (44) для первого приближения и интегрируя при первом начальном условии (26), найдем:

$$\eta_2(t) = \int_0^t \left[T(t) + \frac{\dot{T}(t)\dot{\Phi}(t)}{2T(t)\Phi(t)}\right]^{1/2} dt.$$

Интегрируя уравнение (40), получим:

$$\beta(t) = \int N(t)\,dt + C_1. \tag{46}$$

Условие (41) можно представить в виде:

$$df/f = dx/R(x).$$

Интегрируя это уравнение, будем иметь:

$$f(x) = C_2 \exp\left[\int \frac{dx}{R(x)}\right].$$

Как вытекает из решения (38) и условий (41) и (43), произвольные постоянные интегрирования можно положить: $C_1 = 0$, $C_2 = 1$.

Последняя из неизвестных функции $\Phi(t)$ определяется из условия (43). Подставляя туда выражения (41) и (44), найдем:

$$\Phi(t) = \{[R(x)/f(x)]\sqrt{T(t)}\,e^{\beta(t)}\}^{1/2}. \tag{47}$$

Как вытекает из формул (45), (46) и (47) медленное изменение функций $\eta(t)$ и $\Phi(t)$ будет иметь место, если этим же свойством обладают функции $N(t)$ и $T(t)$.

Применение вышеизложенной теории к решению конкретных задач приведено в работах [9], [10].

В заключение отметим, что изложенный метод решения нелинейных уравнений колебаний может быть назван *методом переменного масштаба времени.* Он имеет некоторую связь, которую мы углубим впоследствии, с работой Д. Манжерона [11].

Поступила 25 IV 1963 г.

Днепропетровский институт инженеров ж. д. транспорта, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондар М. Г., Доповіді АН УРСР, 1961, *10.*
2. — Прикл. мех., 1961, **VII**, *5.*
3. — Доповіді АН УРСР, 1961, *11.*
4. — *Решение задач нелинейных колебаний методом переменного масштаба времени.* Труды ДИИТ"а, 1962, *38.*
5. — Строит. мех. и расчет соор., 1962, *6.*
6. Stoker J. J., *Nonlinear vibrations in mechanical and electrical systems.* N.-Y., 1950.
7. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э., *Теория колебаний.* Физматгиз, М., 1959.
8. Бондарь Н. Г., *Колебания нелинейных систем содержащих малый параметр,* Труды ДИИТ"а, 1962, *38.*
9. — Доповіді АН УРСР, 1963, *3.*
10. — Доповіді АН УРСР, 1962, *7.*
11. Mangeron D., Gaz. Mat., 1947, **LII**, *6.*

NEW METHOD IN THE THEORY OF NONLINEAR VIBRATIONS

(Summary)

The elaborated method, called the *method of a variable time scale,* is applied in the study of nonlinear equations (1), the change of variables being (5).

There are to be mentioned the facts that equations with the square of the speed posess exact solutions and nonlinear oscillation equations with small parameters and systems with slowly changing parameters posess but approximate solutions.

O NOUĂ METODĂ ÎN TEORIA VIBRAŢIILOR NELINIARE

(Rezumat)

Metoda elaborată, numită metoda *schimbării de scară a timpului,* este aplicată în studiul ecuaţiilor neliniare (1), ţinîndu-se seama de schimbarea de variabilă (5).

Printre rezultatele obţinute se menţionează faptul că ecuaţiile conţinînd pătratul vitezei posedă soluţii exacte, pe cînd sistemele neliniare cu parametri mici şi sistemele cu parametri cu variaţie lentă au soluţii aproximative.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 517.948.34

ALCUNI TEOREMI CONCERNENTI I PROBLEMI DI MANGERON-KRIVOŠEIN SPETTANTI ALLE EQUAZIONI INTEGRO-DIFFERENZIALI

DI

FLAVIO GIOIA MAZZELLA

1. În una Sua recentissima Nota inserita nei Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei e consacrata al metodo integrale di risoluzione di una classe di problemi al contorno concernenti le equazioni integro-differenziali di Picone-Mangeron [1], la Prof-sa Ştefania Ruscìor ha esposto alcuni problemi concernenti varie classi di equazioni integro-differenziali, ampiamente studiate nel caso lineare e non lineare dal Mangeron stesso e dal L. E. Krivošein, sin dalla loro Nota lincea dedicata a M. Picone nel suo 75° compleanno [2]...[6].

In ciò che segue si stabiliscono, seguendo le notazioni e l'ordine delle idee di Mangeron-Krivošein, alcuni teoremi di esistenza e di unicità spettanti ai problemi al contorno:

$$u(A)\big|_{\mathrm{Fr}\,R} = \varphi_0(A), \quad D^i u(A)\big|_{R_1} = \varphi_i(A), \quad (i = 1, 2, \ldots, k-1), \tag{1}$$

relativi alle equazioni integro-differenziali non lineari:

$$D^k u(A) + \sum_{i=k-2}^{0} \sum_{j=k-2}^{0} B_{ij}(A) \frac{\partial^{i+j} u(A)}{\partial x^i \, \partial y^j} = f_1[A, u(A)] + \iint_R K(A, B) f_2[B, u(B)] \, dB, \tag{2}$$

oppure

$$D^k u(A) + \sum_{i=k-2}^{0} \sum_{j=k-2}^{0} B_{ij}(A) \frac{\partial^{i+j} u(A)}{\partial x^i \, \partial y^j} = f_1[A, u(A)] + \iint_{R_1^*} K_1(A, B) f_2[B, u(B)] \, dB, \tag{3}$$

ove $D \equiv \partial^2/(\partial x\,\partial y)$ è il simbolo della derivata prima, totale, di M. Picone [7], $B_{ij}(A) \equiv B_{ij}(x,y)$, $\varphi_i(A)$, $K(A,B) \equiv K(x,y;\xi,\eta)$ sono funzioni note continue per tutti i suoi argomenti $A, B, u \in g\{R, r_1 \leqslant |u| \leqslant r_2\}$, $R = [a,c] \times [b,d]$, $dB \equiv d\xi\, d\eta$, $f_1[A,u(A)]$, $f_2[B,u(B)]$ sono funzioni date, in generale non lineari, rispetto al secondo argomento per tutti $A \equiv (x,y)$, $B \equiv (\xi,\eta)$, $u \in g$; Fr R è la frontiera del dominio R;

$$(4) \qquad R_1 = \begin{cases} x = a,\ b \leqslant y \leqslant d, \\ y = b,\ a \leqslant x \leqslant c, \end{cases} \qquad R_1^* = \begin{cases} a \leqslant t \leqslant x, \\ b \leqslant \tau \leqslant y, \end{cases}$$

mentre nella (3):

$$(5) \qquad K(A,B) \equiv \begin{cases} K_1(A,B) \not\equiv 0,\ a \leqslant t \leqslant x,\ b \leqslant \tau \leqslant y; \\ 0,\ x \leqslant t,\ y \leqslant \tau. \end{cases}$$

2. Sia $\Phi(A)$ una funzione nota $2k$ volte continuamente derivabile, soddisfacente le condizioni al contorno omogenei, corrispondenti alle (1), e sia $M(A,B)$ la funzione di Green [8][1]) del problema al contorno:

$$(6) \qquad u(A)|_{\mathrm{Fr}\,R} = 0,\ D^i u(A)|_{R_1} = 0,\ (i = 1,2,\ldots,k-1),\ D^k u(A) = 0.$$

Dalle (1), (2) si ottiene per conseguenza:

$$(7) \qquad \begin{aligned} u(A) = \Phi(A) + \iint_R M(A,B) \Big\{ f_1[B,u(B)] - \sum_{i=k-2}^{0} \sum_{j=k-2}^{0} B_{ij}(B) \frac{\partial^{i+j} u(B)}{\partial \xi^i\, \partial \eta^j} + \\ + \iint_R K(B,C)\, f_2[C,u(C)]\, dC \Big\}\, dB \equiv \Phi(A) - \iint_R M(A,B)\, S[u(B)]\, dB + \\ + \iint_R f_3[A,B,u(B)]\, dB, \end{aligned}$$

ove si è posto:

$$(8) \qquad \begin{cases} f_3[A,B,u(B)] \equiv M(A,B)\, f_1[B,u(B)] + \\ \qquad + f_2[B,u(B)] \iint_R M(A,C)\, K(C,B)\, dC, \\ S[u(B)] \equiv \sum_{i=k-2}^{0} \sum_{j=k-2}^{0} B_{ij}(B) \dfrac{\partial^{i+j} u(B)}{\partial \xi^i\, \partial \eta^j}. \end{cases}$$

Introduciamo le funzioni:

$$(9) \qquad V_{ij}(A) \equiv \partial^{i+j} u(A)/(\partial x^i\, \partial y^j),\ (i,j = 0,1,\ldots,k-2).$$

---

[1]) Detta „funzione di Mangeron" in alcuni lavori dedicati a certe estensioni del metodo variazionale escogitate da questo autore, [9], [10], doviti a G. Stampacchia [11], M. Salvadori [12], F. Manaresi [13] ed altri ancora.

Si ottiene allora:

$$V_{pr}(A) = \frac{\partial^{p+r}\Phi(A)}{\partial x^p \partial y^r} - \iint_R \left[\frac{\partial^{p+r} M(A,B)}{\partial x^p \partial y^r} \sum_{i=k-2}^{0} \sum_{j=k-2}^{0} B_{ij}(B)\, V_{ij}(B) - \right.$$

(10)

$$\left. - \frac{\partial^{p+r} f_6[A, B, V_{00}(B)]}{\partial x^p \partial y^r} \right] dB, \quad (i, j = 0, 1, \ldots, k-2),$$

oppure, nella transcrizione matriciale-vettoriale, si ha:

$$V(A) = L(A) + \iint_R Q[A, B, V(B)]\, dB. \tag{11}$$

Si può enunciare quindi il seguente

Teorema 1. *Se per il sistema* (11) *si realizza, ad esempio, il principio di Banach* [14], *il problema* (1), (2) *possiede una soluzione unica* $2k$ *volte continuamente derivabile, che può essere costruita tramite il metodo delle approssimazioni successive.*

3. Se nelle (2) si ha $B_{ij}(A) \equiv 0$, $(i, j = 1, 2, \ldots, k-2;\ A \in R)$, risulta:

$$u(A) = \Phi(A) + \iint_R f_0[A, B, u(B)]\, dB, \tag{12}$$

ove si è posto:

$$f_0[A, B, u(B)] \equiv M(A, B)\, B_{00}(B)\, u(B) + f_3[A, B, u(B)]. \tag{13}$$

Ha luogo il

Teorema 2. *La soluzione dell'equazione integrale* (12) *risulta pure soluzione del problema al contorno* (1), (2).

4. Poichè, in corrispondenza all'equazione (3), si può scrivere:

$$\iint_R M(A, B) \left\{ - \sum_{i=k-2}^{0} \sum_{j=k-2}^{0} B_{ij}(B) \frac{\partial^{i+j}(B)}{\partial t^i \partial \tau^j} f_1[B, u(B)] + \right.$$

$$\left. + \int_a^t \int_b^\tau K_1(B, C)\, f_2[C, u(C)]\, dC \right\} dB \equiv - \iint_R M(A, B)\, S[u(B)]\, dB +$$

(14)

$$+ \iint_R f[A, B, u(B)]\, dB,$$

ove si è posto:

$$f[A, B, u(B)] \equiv M(A, B)\, f_1[B, u(B)] + \int_t^x \int_\tau^y M(A, C)\, K_1(A, C)\, dC, \tag{15}$$

l'analisi del problema (1), (3) può essere eseguita in modo analogo con quello già utilizzato per la risoluzione del problema (1), (2).

5. In una Nota di prossima pubblicazione, vista l'importanza vieppiù crescente dei problemi al contorno spettanti ai sistemi integro-differenziali, lineari o no, ordinarie oppure a derivate parziali o totali, studiati dal Mangeron e dal Krivošein [16] ed applicati poscià dalla E. B. Karpirlovska, F. S. Rossi ed altri ancora, esporremo alcuni teoremi concernenti la determinazione di certe soluzioni singolari rispetto a λ relativi ai sistemi differenziali collegati al sistema (1), (2).

Pervenuta il 17 VI 1963

Istituto Tecnico Superiore, Terracina, Italia

BIBLIOGRAFIA

1. Ruscior Şt., Rend. Acad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., (8), 1963, **XXXV**, *6*.
2. Mangeron D., Krivošein L. E., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., (8), 1963, **XXXIV**, *2*, pp. 123—129.
3. Mangeron D., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., (8), 1963, **XXXIV**, *2*, pp. 118—122.
4. Mangeron D., Krivošein L. E., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1963, **XXXIII**, pp. 226—266.
5. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **254**, pp. 3624—3626.
6. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1961, **253**, pp. 1190—1192.
7. Picone M., Ann. Sci. Univ. de Jassy, S. I, 1940, **XXVI**, *1*, pp. 183—232.
8. Mangeron D., C. r. Acad. Sci., Paris, 1937, **204**, pp. 94—96, 544—546, 1022—1024.
9. — Rend. Accad. Sci. fis., mat., Napoli, (4), 1932, **II**, pp. 1—11.
10. — Rend. Acad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat., (6), 1932, **XVI**, pp. 5—10.
11. Stampacchia G., Giornale di Matem., (4), 1948—49, **78**, pp. 81—96.
12. Salvadori M.. Ann. Scuola Norm. Sup. di Pisa, (2), 1936, V, pp. 5—72.
13. Manaresi F., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1954, **XXIII**, pp. 163—213.
14. Banach S., *Théorie des opérations linéaires*. Tow. Mat. Nauk., Warszawa, 1932.
15. Mangeron D., Krivošein L. E., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, (in stampa).

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕМЫ ОТНОСЯЩИЕСЯ К ЗАДАЧАМ МАНЖЕРОНА-КРИВОШЕИНА ПО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

(Резюме)

Рассматриваются, следуя заглавию, теоремы существования и единственности задач (1), (2); (1), (3).

UNELE TEOREME RELATIVE LA PROBLEMELE LUI MANGERON-KRIVOŞEIN PRIVITOARE LA ECUAŢII INTEGRO-DIFERENŢIALE

(Rezumat)

Se stabilesc, urmînd ordinea de idei şi notaţiile utilizate într-o serie de lucrări recente datorite lui Mangeron-Krivoşein [2]... [6], cîteva teoreme relative la existenţa şi unicitatea soluţiilor problemelor de contur (1) privitoare la ecuaţiile integro-diferenţiale (2) sau (3).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 517.946

SOPRA IL METODO DI MANGERON IN CERTI PROBLEMI AL CONTORNO NON LINEARI

DI

FRANCESCO SAVERIO ROSSI

1. La mole vieppiù crescente di lavori sulle equazioni integro-differenziali concernenti numerosi problemi teorici o la risoluzione di varie questioni interessanti moderni rami della Fisica (esempio tipico: il capitolo consacrato alla cinetica dei „plasmi") [1]...[6], constituisce una spinta potente verso la formazione di vere e proprie scuole in questo dominio di ricerche [7]...[10].

Nella presente mi propongo di applicare il metodo cosidetto di Mangeron, da questo Autore esposto recentemente al Congresso dell' Unione Internazionale di Meccanica Teorica ed Applicata (IUTAM) [11], alla risoluzione di certi problemi non lineari relativi ad una classe di equazioni integro-differenziali, ampiamente studiati — nel caso non lineare — dal Mangeron stesso e dal Krivošein sin della loro Nota lincea dedicata a M. Picone in occasione del Suo 75° compleanno [12]...[15].

2. Considero a tale proposito il problema non omogeneo al contorno:

$$u(A)\big|_{\mathrm{Fr}\,R} = 0,\quad D^i u(A)\big|_L = \varphi_i(A),\quad (i = 1, 2, \ldots, k-1), \tag{1}$$

concernente l'equazione integro-differenziale a derivate parziali:

$$D^k u(A) - p\,D^\nu u(A) = f_0(B) + \lambda \int_a^x \int_b^y K(A, B)\, f[B, u(B)]\, \mathrm{d}B, \tag{2}$$

ove $\varphi_i(A)$, $(i = 1, 2, \ldots, k-1)$, $K(A, B)$, $f[B, u(B)]$, $f_0(A)$ sono funzioni note continue per tutti $A \equiv (x, y)$, $B \equiv (t, \tau) \in R$, $u \in g_0$, $K(A, B) \equiv K(x, y, t, \tau)$, λ è un parametro, $L = \{x = a,\ b \leqslant y \leqslant d;\ y = b,\ a \leqslant x \leqslant c\}$; $Du(A) \equiv \partial^2 u/(\partial x \partial y)$ è il simbolo della derivata totale secondo Picone [16], [17], $\mathrm{Fr}\,R$ è la frontiera del dominio rettangolare $R = [a, c] \times [b, d]$ e $\nu < k, \nu, k$ sono certi numeri.

Poichè, in seguito dell'applicazione del metodo della riduzione [12], il problema (1), (2) si riduce al seguente:

$$(3)\qquad \begin{aligned} u(A) &= \psi_0(A) + \iint_R M(A,C)\left\{ f_0(C) + p\,D^{\nu}u(C) + \right. \\ &\left. + \lambda \int_a^{\xi}\int_b^{\eta} K(C,B)\, f[B,u(B)\,\mathrm{d}B \right\} \mathrm{d}C \equiv \psi(A) + p\iint_R M(A,C)\, D^{\nu}u(C)\,\mathrm{d}C + \\ &+ \lambda \iint_R K_1(A,B)\, f[B,u(B)]\,\mathrm{d}B, \end{aligned}$$

ove $\psi_0(A)$ è una funzione nota $2k$ volte continuamente derivabile (k volte rispetto ad x e k volte rispetto a y), soddisfacente le condizioni al contorno (1), mentre $M(A,B)$ è la funzione di Green [18, p. 50], spettante al problema al contorno omogeneo:

$$(3^{\star})\qquad D^k u(A) = 0,\ u(A)\,|_{\mathrm{Fr}\,R} = 0,\ D^i u(A)\,|_L = 0,\ (i = 1, 2, \ldots, k-1),$$

si può scrivere, prendendo $\nu = 0$, e, per conseguenza $D^{\nu}u(A) \equiv u(A)$,

$$(4)\qquad u(A) = \psi_2(A) + p\iint_R M(A,B)\,u(B)\,\mathrm{d}B + \lambda\iint_R K_1(A,B)\, f[B,u(B)]\,\mathrm{d}B.$$

Nell'ipotesi che è noto il nucleo risolvente $R(A,B)$ del nucleo $pM(A,B)$, si può pervenire, seguendo la via indicata nella memoria [19], all'equazione integrale di forma:

$$(5)\qquad u(A) = \psi_2(A) + \lambda\iint_R K_2(A,B)\, f[B,u(B)]\,\mathrm{d}B.$$

Supponiamo ora che 1 non è un autovalore del nucleo $pM(A,B)$ e che non si conosce il nucleo risolvente $R(A,B)$. Per la risoluzione approssimativa dell'equazione (4) applichiamo il metodo delle equazioni integrali di Mangeron [11]. Utilizzeremo all'uopo la formola:

$$(6)\qquad \iint_R M(A,B)\,u(B)\,\mathrm{d}B \cong \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}\, M(A;x_i,y_j)\,u(x_i,y_i),$$

ove c_{ij} sono coefficienti noti spettanti ad una formola di cubatura scelta. Si ha per conseguenza:

$$(7)\qquad \begin{aligned} v(A) &= \psi(A) + p\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}\, M(A;x_i,y_j)\,v(x_i,y_j) + \\ &+ \lambda\iint_R K_1(A,B)\, f[B,v(B)]\,\mathrm{d}B. \end{aligned}$$

Mettendovi nella (7) $x = x_{\alpha}$, $y = y_{\beta}$, si trova anzitutto:

$$(8)\qquad v(x_i,y_j) = \sigma_{ij} + \lambda\iint_R g_{ij}(B)\, f[B,v(B)]\,\mathrm{d}B,\ (i = 1, 2, \ldots, n;\ j = 1, 2, \ldots, m),$$

ove $\sigma_{ij}, g_{ij}(B)$ sono da considerarsi quantità note.

Tenendo conto della (8), (7) può essere trascritta sotto la forma:

$$v(A) = h(A) + \lambda \iint_R M_0(A, B) f[B, v(B)]\, dB, \tag{9}$$

ove $h(A)$ e $M_0(A, B)$ sono fuzioni note.

Seguendo l'ordine delle idee esposto nella [11], l'equazione (9) si risolve per via approssimativa. Le soluzioni (esatte oppure approssimative) di questa equazione si prendono per soluzioni approssimative del problema spettante al sistema integro-differenziale non lineare (1), (2).

Supponiamo, ad esempio, che la funzione $f[B, u(B)]$ soddisfa la condizione di Lipschitz rispetto all'argomento u col coefficiente $\mu(B)$ e sia:

$$l_1 = 1 - \sup_g \iint_R |\lambda M_0(A, B)|\, \mu(B)\, dB < 0. \tag{10}$$

La soluzione approssimativa del problema (1), (2) può essere costruita tramite la formole:

$$v_i(A) = h(A) + \lambda \iint_R M_0(A, B) f[B, v_{i-1}(B)]\, dB, \quad (i = 1, 2, \ldots), \tag{11}$$

ove $v_0(A) \equiv h(A)$. Se non si fa l'uso della formola (8), allora:

$$\begin{aligned} w(A) = \psi(A) + \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} c_{ij} [pM(A; x_i, y_j)\, w(x_i, y_j) + \\ + \lambda K_1(A; x_i, y_j) f[x_i, y_j; w(x_i, y_j)]. \end{aligned} \tag{12}$$

Sostituendo nella (12) $x = x_\alpha$, $y = y_\beta$, $(\alpha = 1, 2, \ldots, n;\ \beta = 1, 2, \ldots, m)$, si ottiene della (12) il sistema:

$$W = \Psi + Q(W). \tag{13}$$

Se l'operatore Q soddisfa la condizione $\| Q \| < 1$, il vettore W può essere costruito tramite il metodo delle approssimazioni successive. Sia w_{ij}^0, $(i = 1, 2, \ldots, n;\ j = 1, 2, \ldots, m)$, la soluzione (esatta oppure approssimativa) del sistema (13). Allora la funzione:

$$\begin{aligned} w_{mn}(A) = \psi(A) + \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} c_{ij} [pM(A; x_i, y_j)\, w_{ij}^0 + \\ + \lambda K_1(A; x_i, y_j) f(x_i, y_j; w_{ij}^0)] \end{aligned} \tag{14}$$

si prende per la soluzione approssimativa del problema (1), (2) e quindi ha luogo il seguente

T e o r e m a 1. Se: a) *il problema* (1), (2) *possiede una soluzione unica* $2k$ [1]) *volte continuamente derivabile*, b) *ha luogo l'ineguaglianza* $\| Q \| < 1$ (13), *allora la soluzione approssimativa di esso problema può essere costruita tramite la formola* (14) [2]).

---

[1]) $\partial^{i+j} u / (\partial x^i\, \partial y^j)$, $(i, j = 0, 1, \ldots, k)$.

[2]) Un altra via per la risoluzione del problema (1), (2) sarà esposta in una ampia memoria dovuta al Mangeron e al Krivošein [19].

3. In una nostra nota di prossima pubblicazione considereremo, prendendo le mosse da un nostro lavoro anteriore [20] e collegandosi con un altro lavoro del Mangeron [21], alcune nuove classi di funzioni.

Ricevuta il 21 V 1963

Istituto per le Applicazioni del Calcolo, Roma, Italia

BIBLIOGRAFIE

1. Guernsey R. L., Phys. Rev., 1962, **127**, *5*, pp. 1446—1452.
2. Kohlmayr G. F., Acta phys. Austriaca, 1960, **13**, *2—3*, pp. 300—314.
3. Levin G. G., Nohel J. A., J. Math. a. Mech., 1960, **9**, *3*, pp. 347—368.
4. Mangeron D., C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **252**, pp. 2894—2896.
5. Кривошеин Л. Е., *Приближенное решение некоторых задач для линейных интегро-дифференциальных уравнений.* Автореф. дисс. канд. физ.-мат. н., Среднеаз. гос. ун-т, Ташкент, 1958.
6. Быков Я. В., *Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям в Киргизий*, вып. *I*, Изд. АН Кирг. ССР, Ин-т физ., мат. и мех., Фрунзе, 1961, стр. 3—54.
7. Picone M., Publlicazioni dell'INAC-Roma. Serie di lavori sul tema *Ciò che ha data e ciò che può dare l'Istituto per le Applicazioni del Calcolo.*
8. Кривошеин Л. Е., *Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, в Киргизии*, вып. *II*, Изд. АН. Кирг. СССР, Ин-т физ., мат. и мех., Фрунзе, 1962, стр. 253—266.
9. Vasilache S., Rev. Math. pures et appl., 1960, **5**, *2*, pp. 251—274.
10. Mangeron D., Krivošein L. E., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1963, **XXXIII**, pp. 226—266.
11. Mangeron D., Nel volume *Symposium on non linear Vibrations.* Kiev, 1963.
12. Mangeron D., Krivošein L. E., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, cl. sci. fis., mat. e nat., (8), 1961, **XXXI**, *1—2*, pp. 27—32.
13. — Bull. Acad. Polon. Sci., Série sci. math., astr., phys., 1961, **IX**, pp. 707—712.
14. — Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. sci. fis., mat. e nat., (8), 1963, **XXXIV**, *2*, pp. 123—129.
15. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **254**, pp. 3624—3626.
16. Mangeron D., C. r. Acad. Sci., Paris, 1937, **204**, pp. 94—96, 544—546, 1022—1024.
17. Picone M., Ann. Sci. Univ. de Jassy, S. I, 1940, **XXVI**, *1*, pp. 183—232.
18. Mangeron D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *3—4*, pp. 49—51.
19. Mangeron D., Krivošein L. E., Ricerche di Matematiche (in stampa).
20. Rossi F. S., Pubbl. dell'Ist. Appl. Calcolo, 1953, Roma, nr. *370*, 6 pp.
21. Mangeron D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1955, **2** (**6**), *1—2*, pp. 21—27.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАНЖЕРОНА В РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

(Резюме)

Метод Манжерона [11] применяется для решения задачи (1), (2).

APLICAREA METODEI LUI MANGERON LA STUDIUL UNOR PROBLEME DE CONTUR NELINIARE

(Rezumat)

Autorul aplică metoda lui Mangeron, expusă la recentul congres al Uniunii Internaţionale de Mecanică Teoretică şi Aplicată (IUTAM) [11], la studiul unor probleme de contur, neliniare, relative la o clasă de ecuaţii integro-diferenţiale (1), (2), amplu studiată în cazul neliniar de D. Mangeron şi L. E. Krivoşein [12]... [15].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 513.82

LES TRANSFORMATIONS CONFORMES DES ESPACES À PLUS DE DEUX DIMENSIONS

PAR

STIG COMÉT

1. Introduction

En 1850, Liouville a énoncé son théorème sur les transformations conformes de l'espace euclidien à trois dimensions [1]. Pour les espaces n-dimensionels ($n > 2$), le théorème fut démontré par Bromwich [2], qui donna dans son travail des références quant aux démonstrations déjà parues. Employant le calcul différentiel absolu, Levi-Civita [3] a étudié la représentation conforme des variétés métriques. Le procédé permet à obtenir une déduction d'une formule de Finzi [4], d'où l'on a obtenu la forme canonique de l'élément linéaire dans une variété à courbure constante. Dans toutes les démonstrations mentionnées on a supposé que la métrique est donnée par une forme quadratique *positivement définie*.

Nous avons signalé [5, p. 124] qu'une déduction de ce théorème à l'aide de calculs formels s'applique même à des métriques plus générales. C'est le but du présent travail de donner une telle déduction. Nous voulons commencer par un traitement d'espaces à métriques bien générales, employant la méthode du repère naturel, d'É. Cartan (voir p. ex. [6]). Des calculs bien connus seront répétés brièvement afin de montrer leur validité pour le cas d'une forme métrique non-définie. Plus on voudra préciser les résultats, plus il faudra imposer aux espaces considérés des conditions restrictives. Finalement, nous nous sommes restreints aux espaces dont les coéfficients de la forme métrique sont constants. Pour ces espaces nous démontrerons le théorème de Liouville.

Toute transformation conforme d'une espace à métrique constante, definie ou non, mais non-singulière, dont le nombre de dimensions surpasse deux, s'obtient comme produit d'un nombre limité d'inversions.

En particulier, dans le cas d'une forme métrique non-définie, on sera mené à certaines transformations liées à l'existence de vecteurs non nuls d'une longueur nulle. Ces transformations peuvent remplacer les inversions dans l'énoncé du théorème de Liouville en ce qui concerne les espaces d'une telle métrique. Ce fait n'exerce aucune influence sur la validité du théorème, parce que chacune de ces transformations peut s'obtenir comme produit d'inversions. Réciproquement toute inversion s'obtient par un nombre de transformations de cette espèce.

Contrairement à ce qu'a fait M. Murgesco dans son travail [7], dont j'ai pris récemment connaissance, je me suis borné exprès aux métriques symétriques. D'après ce que j'ai montré auparavant [5, pp. 127—128], les transformations conformes par rapport à une métrique antisymétrique sont d'une nature très différente. Enfin, si la forme métrique n'est ni symétrique ni antisymétrique, il faut que la transformation satisfasse, simultanément, aux conditions provoquées par une forme symétrique et à celles provoquées par une forme antisymétrique. Les calculs ne présentent aucune difficulté.

Qu'il me soit permis d'exprimer ma gratitude cordiale a M. Gårding qui m'a inspiré à ameliorer la version originale de ma déduction, en la plaçant dans un contexte naturel.

2. Définitions et notions générales

Soient $\mathbb{S}$ et $\mathbb{S}'$ deux espaces n-dimensionels, chacun muni *d'une métrique non-définie* [1]:

$$(1) \qquad \text{a)} \quad g_{jk}\,du^j\,du^k, \qquad \text{b)} \quad g'_{jk}\,du'^j\,du'^k,$$

où les tenseurs $g_{jk}(u^i)$, $g'_{jk}(u'^i)$ sont symétriques et ont leur déterminant non nul, au moins dans quelques régions des espaces considérés.

Attachons au point $P(u^i) \in \mathbb{S}$ le repère naturel $\mathbf{e}_k$ [2]) et au point $P'(u'^i) \in \mathbb{S}'$ le repère naturel $\mathbf{e}'_k$, d'une manière telle que:

$$(2) \qquad \mathbf{e}_j\,\mathbf{e}_k = g_{jk}, \quad \mathbf{e}'_j\,\mathbf{e}'_k = g'_{jk}.$$

Si

$$(3) \qquad u'^i = u'^i(u^j)$$

est une application non singulière du point P au point P', qu'on désigne par $P \to P'$, et $\mathbf{y}_k$ le repère naturel qui correspond aux coordonnées u^k en P', on a:

$$(4) \qquad \mathbf{y}_k = \mathbf{e}'_i\,(\partial u'^i/\partial u^k)$$

et, par conséquent,

$$(5) \qquad \mathbf{y}_j\,\mathbf{y}_k = g'_{ih}\,(\partial u'^i/\partial u^j)(\partial u'^h/\partial u^k).$$

Le but de notre travail est d'étudier pour des espaces à $n > 2$ dimensions, *les applications $P \to P'$ conformes*, c'est-à-dire celles définies par la propriété:

$$(6) \qquad g'_{jk} = \lambda g_{jk},$$

où $\lambda = \lambda(u^j)$ est une fonction qui dépend seulement des coordonnées u^j. Vu la relation (5), la condition (6), écrite en termes de u^j, prend la forme:

$$(7) \qquad \lambda g_{jk} = g'_{ih}\,(\partial u'^i/\partial u^j)\,(\partial u'^h/\partial u^k).$$

Donc, en supposant $\lambda \neq 0$ et la transformation (3) non singulière dans un domaine $\mathfrak{D} \in \mathbb{S}$, il en résulte que, pourqu'il soit possible d'établir une application conforme $P \to P'$, il faut tout d'abord que les signatures des matrices g_{jk} et g'_{jk} soient ou identiques, ou bien opposées.

---

[1]) Dans ce qui suit on supposera que tous les indices prennent des valeurs de 1 à n et on adoptera la convention d'adition d'Einstein.

[2]) Les vecteurs seront notés par des lettres grasses.

Supposons encore pour ce qui suit que les fonctions λ, g_{ik} et g'_{ik} sont deux fois dérivables et notons:

$$\lambda g_{jk} = q_{jk}. \tag{8}$$

Dans ces conditions ou peut attacher aux espaces considérés des nouveaux objets géométriques, précisément, la connexion métrique:

$$\Lambda_{j\ k}^{\ i} = (\partial q_{kl}/\partial u^j + \partial q_{jl}/\partial u^k - \partial q_{jk}/\partial u^l) g^{li}/(2\lambda) \tag{9}$$

pour le point $P \in \mathfrak{S}'$, et

$$\Gamma_{j\ k}^{\ i} = (\partial g_{kl}/\partial u^j + \partial g_{jl}/\partial u^k - \partial g_{jk}/\partial u^l)\, g^{li}/2, \tag{10}$$

celle qui correspond au point $P \in \mathfrak{S}$, où g^{li} sont définis par les relations $g_{ml}\, g^{li} = \delta^i_m$, ($\delta^i_m$ sont les symboles de Kronecker).

Alors, en posant :

$$[1/(2\lambda)]\,(\partial\lambda/\partial u^j) = \mu_j, \quad \mu_l\, g^{li} = \mu^i, \tag{11}$$

et compte tenu de (8), par des simples dérivations nous déduisons de (9) les relations:

$$\Lambda_{j\ k}^{\ i} = \Gamma_{j\ k}^{\ i} + \mu_j \delta^i_k + \mu_k \delta^i_j - \mu^i g_{jk}, \tag{12}$$

qui représentent les transformations de connexions dans le cas des applications conformes. Soit encore $R_{j\ lm}^{\ k}$ le tenseur de courbure construit avec les coefficients $\Gamma_{j\ l}^{\ k}$ et

$$S_{j\ lm}^{\ k} = \partial\Lambda_{j\ m}^{\ k}/\partial u^l - \partial\Lambda_{j\ l}^{\ k}/\partial u^m + \Lambda_{j\ m}^{\ h}\Lambda_{h\ l}^{\ k} - \Lambda_{j\ l}^{\ h}\Lambda_{h\ m}^{\ k} \tag{13}$$

son analogue pour l'espace $\mathfrak{S}'$. Si nous considérons la différence:

$$T_{j\ lm}^{\ k} = S_{j\ lm}^{\ k} - R_{j\ lm}^{\ k}, \tag{14}$$

par l'introduction des expresions:

$$\Gamma_{jlm} = g_{hl}\,\Gamma_{j\ m}^{\ h}, \tag{15}$$

$$f_{jl} = \partial\mu_j/\partial u^l - \mu_j\mu_l - \mu^i\Gamma_{jil}, \tag{16}$$

et

$$f_l^k = \partial\mu^k/\partial u^l - \mu^k\mu_l + \mu^h\Gamma_{h\ l}^{\ k}, \tag{17}$$

on arrive à la formule de Finzi [4] (v. [3, p. 231]):

$$T_{i\ lm}^{\ k} = \delta^k_m f_{jl} - \delta^k_l f_{jm} - g_{jm} f^k_l + g_{jl} f^k_m + (\delta^k_m g_{jl} - \delta^k_l g_{jm})\,\mu^h\mu_h. \tag{18}$$

En effectuant une contraction avec g^{ji}, de (18) on aboutit à un tenseur qui se montrera fondamental pour nos déductions:

$$T^{ik}_{\ \ lm} = \delta^i_l f^k_m - \delta^i_m f^k_l - \delta^k_l f^i_m + \delta^k_m f^i_l + \varepsilon^{ik}_{\ \ lm}\mu^h\mu_h, \tag{19}$$

où

$$\varepsilon^{ik}_{\ \ lm} = \delta^i_l\delta^k_m - \delta^i_m\delta^k_l. \tag{20}$$

3. Equations différentielles des applications conformes

En posant $k = m$ dans la relation (19), on obtient le tenseur contracté :

$$T^i{}_l = \delta^i_l f + (n-2) f^i_l + (n-1)\,\delta^i_l \mu^h \mu_h, \tag{21}$$

où

$$f = f^m_m. \tag{22}$$

Par une nouvelle contraction des indices i et l dans (21), on arrive au scalaire :

$$T = 2(n-1) f + n(n-1)\,\mu^h \mu_h, \tag{23}$$

où $T = T^h{}_h$. En éliminant f entre (21) et (23) on aboutit au système différentiel :

$$f^i{}_l + \frac{1}{2}\delta^i_l \mu^h \mu_h = [2(n-1) T^i_l - \delta^i_l T]/[2(n-1)(n-2)], \tag{24}$$

— où λ est la fonction inconnue —, dont l'accomplissement constitue une condition nécessaire pour que l'application $P \to P'$ soit conforme. Enfin, par la substitution des f^i_l de (24) dans (19) on obtient, pour le tenseur $T^{ik}{}_{lm}$, l'expression :

$$T^{ik}{}_{lm} = (\delta^i_l T^k{}_m - \delta^i_m T^k{}_l - \delta^k_l T^i{}_m + \delta^k_m T^i_l)/(n-2) - \varepsilon^{ik}{}_{lm} T/[(n-1)(n-2)]. \tag{25}$$

Introduisons maintenant une fonction σ, en posant :

$$\lambda = \varepsilon \sigma^{-2}, \tag{26}$$

où $\varepsilon = \pm 1$, ainsi que $\lambda\varepsilon > 0$. Il résulte alors de (11), $\mu_j = -\sigma_j/\sigma$, $(\sigma_j = \partial\sigma/\partial u^j)$, et encore, pour les quantités (17), les relations :

$$f^k_l = -(\partial\sigma^k/\partial u^l + \sigma^h \Gamma^k_{h\,l})/\sigma, \quad (\sigma^i = g^{ij}\sigma_j);$$

alors les équations (24) prennent la forme :

$$\partial\sigma^i/\partial u^l + \sigma^h \Gamma^i_{h\,l} = \frac{1}{2}(\delta^i_l \zeta - \sigma\varphi^i_l), \tag{27}$$

où nous avons posé :

$$\zeta = \sigma^h \sigma_h/\sigma, \tag{28}$$

et

$$\varphi^i{}_l = [2(n-1) T^i{}_l - \delta^i_l T]/[(n-1)(n-2)]. \tag{29}$$

Les équations (27) nous suggèrent à attacher aux points P et P' les vecteurs :

$$\operatorname{grad}\sigma = \sigma^i \mathbf{e}_i, \quad \operatorname{grad}'\sigma = \sigma^i \mathbf{y}_i,$$

dont les différentielles absolues peuvent être mises sous la forme :

(30) $$\mathbf{D}\,\mathrm{grad}\,\sigma = (\mathrm{d}\sigma^i + \sigma^h \Gamma_{h\,l}^{i}\,\mathrm{d}u^l)\,\mathbf{e}_i = (\zeta\,\mathrm{d}\mathbf{P} - \sigma\varphi_l^i\,\mathrm{d}u^l\,\mathbf{e}_i)/2,$$

et

(31) $$\mathbf{D}\,\mathrm{grad}'\,\sigma = (\mathrm{d}\sigma^i + \sigma^h \Lambda_{h\,l}^{i}\,\mathrm{d}u^l)\,\mathbf{y}_i = -(\zeta\,\mathrm{d}\mathbf{P}' + \sigma\varphi_l^i\,\mathrm{d}u^l\,\mathbf{y}_i)/2,$$

où $\mathrm{d}\mathbf{P} = \mathbf{e}_i\,\mathrm{d}u^i$, $\mathrm{d}\mathbf{P}' = \mathbf{y}_i\,\mathrm{d}u^i$, et les coefficients $\Lambda_{h\,l}^{i}$ ont été remplacés par les expressions (12). Enfin, en dérivant la relation (28), à l'aide de (27), on arrive à une relation utile pour ce qui suit:

(32) $$\partial\zeta/\partial u^l = -\varphi_l^i\,\sigma_i.$$

4. Espaces isotropes

En utilisant une légère généralisation pour la notion connue dans le cas des espaces de Riemann, on dira que les espaces $\mathfrak{S}$ et $\mathfrak{S}'$ sont isotropes si, pour tous les points $P \in \mathfrak{S}$ et $P' \in \mathfrak{S}'$, ont lieu les relations:

(33) $$R^{ik}{}_{lm} = -K\,\varepsilon^{ik}{}_{lm} \quad \text{et} \quad S^{ik}{}_{lm} = -K'\,\varepsilon^{ik}{}_{lm},$$

K et K' étant scalaires. Dans ces conditions le tenseur $T^{ik}{}_{lm}$ prend la forme:

(34) $$T^{ik}{}_{lm} = (K - \varepsilon K'/\sigma^2)\,\varepsilon^{ik}{}_{lm} = \varphi\varepsilon^{ik}{}_{lm},$$

où la notation φ est introduite pour brièveté. Alors, les relations (21), (23) et (29) deviennent:

$$T^i{}_l = (n-1)\,\varphi\delta_l^i, \quad T = n(n-1)\,\varphi, \quad \varphi_l^i = \varphi\delta_l^i;$$

de même, les expressions (30), (31) et (32) prennent respectivement la forme:

(35) $$\mathbf{D}\,\mathrm{grad}\,\sigma = (\zeta - \sigma\varphi)\,\mathrm{d}\mathbf{P}/2, \qquad (36)\quad \mathbf{D}\,\mathrm{grad}'\,\sigma = -(\zeta + \sigma\varphi)\,\mathrm{d}\mathbf{P}'/2$$

et

(37) $$\partial\zeta/\partial u^l = -\varphi\sigma_l.$$

La dernière équation nous donne $\mathrm{d}\zeta = -\varphi\,\mathrm{d}\sigma$, et, par conséquent, on a:

(38) $$\mathrm{d}\zeta/\mathrm{d}\sigma = -\varphi = K'\,\varepsilon/\sigma^2 - K.$$

Compte tenu de (28), il s'ensuit donc que la somme $\sigma^h\sigma_h$ est une fonction de σ seulement. Les équations (27) prennent donc la forme:

$$\partial\sigma^i/\partial u^l + \sigma^h \Gamma_{h\,l}^{i} = \frac{1}{2}[\mathrm{d}(\sigma\zeta)/\mathrm{d}\sigma]\,\delta_l^i,$$

et — vu que l'espace $\mathfrak{S}$ est isotrope —, leur condition d'intégrabilité devient:

$$(\delta_l^i\sigma_m - \delta_m^i\sigma_l)\,[\mathrm{d}^2(\sigma\zeta)/\mathrm{d}\sigma^2 + 2K] = 0.$$

En faisant pour l'instant abstraction du cas $\sigma = \text{const.}$, cette condition revient à la suivante:

$$(39) \qquad d^2(\sigma\zeta)/d\sigma^2 = -2K.$$

Retournons maintenant au cas où σ est une constante non nulle. Alors, les relations (12), (13) et (14) nous donnent: $\Lambda^i_{jk} = \Gamma^i_{jk}$, $S^k_{j\,lm} = R^k_{j\,lm}$, $T^k_{j\,lm} = 0$ et, par conséquent, du (34) on tire la condition nécessaire $K' = \varepsilon\sigma^2 K$. Donc, dans ce cas, l'application $P \to P'$ est une isométrie suivie d'une dilatation de module constant σ^{-1}. Réciproquement, de la relation (34) on constate que $T^{ik}_{\ lm} = 0$ (pour toutes les valeurs des indices) si et seulement si $\varphi = 0$. Il en résulte alors $d\zeta = 0$, donc $\zeta = a = \text{const.}$

Les conditions d'intégrabilité du système (32) exigent alors les alternatives suivantes: ou la quantité σ est constante, ou bien la relation (39) est remplie. Vu que la première alternative a été considérée auparavant, en supposant σ non constante, on obtient de (39) $K = 0$, parce que $\zeta\sigma = \sigma a$. Donc, φ étant nul, il résulte $K' = 0$. Ce cas sera traité en détail au sixième paragraphe.

5. Espaces plus particuliers

Nous voulons porter notre attention sur les espaces isotropes $\mathcal{E}$, dont le scalaire K est constant. Afin de ne faire référence à aucune théorie concernant la courbure des espaces à métrique non définie, nous éviterons désormais l'expression „soit l'espace $\mathcal{E}$ à courbure constante".

Dans ce qui suit on cherche une application conforme de cet espace, $P \to P'$, pour laquelle la quantité λ (et σ) ne soit pas constante. La condition d'intégrabilité (39) pour le système (27) nous donne $\sigma\zeta = a + 2b\sigma - K\sigma^2$, a et b étant constantes, et donc $\zeta = a/\sigma + 2b - K\sigma$. En introduisant cette expression dans la relation (38), on obtient $a = -\varepsilon K'$, et il en résulte que le scalaire K' de l'espace $\mathcal{E}'$ est constant. Alors, on obtient pour ζ, l'expression:

$$(40) \qquad \zeta = 2b - \sigma K - \varepsilon K'/\sigma.$$

Nous sommes conscients du fait que l'emploi de la relation (39) demande l'existence des dérivées du troisième ordre de la fonction λ. En supposant cette existence nous avons pu déduire la constance du scalaire K'. Au contraire, si l'on suppose que le scalaire K' (ainsi que K) est constant, on déduit directement l'expression (40) de (38) et, pour celà on ne suppose pas que l'existence des dérivées du deuxième ordre de la fonction λ. Il faut souligner fortement ces distinctions parce que nous allons rencontrer dans le prochain paragraphe la situation où K et K' seront supposés constants.

À l'aide de la relation (40), les équations (35) et (36) deviennent:

$$(41) \quad \mathbf{D}\,\text{grad}\,\sigma = (b - \sigma K)\,d\mathbf{P}, \qquad (42) \quad \mathbf{D}\,\text{grad}'\,\sigma = -(b - \varepsilon K'/\sigma)\,d\mathbf{P}'.$$

En mettant la relation (41) sous une forme analogue à (27), on obtient les équations:

$$\partial\sigma^i/\partial u^l + \sigma^h \Gamma^i_{hl} = \delta^i_l (b - \sigma K),$$

qui peuvent être transformées en:

$$\partial^2 \sigma / (\partial u^l \partial u^m) = \Gamma^k_{lm} (\partial\sigma / \partial u^k) + g_{lm} (b - \sigma K). \tag{43}$$

Si des valeurs initiales de σ et de ses premières dérivées sont données, on peut resoudre le système précédent, sa condition d'intégrabilité étant remplie. Puis, compte tenu de (12), on obtient:

$$d\mathbf{y}_i = \Gamma^k_{jl} \mathbf{y}_k \, du^l - (\sigma_j \mathbf{y}_l \, du^l + \mathbf{y}_j \, d\sigma - \sigma^k \mathbf{y}_k g_{jl} \, du^l)/\sigma. \tag{44}$$

On peut déterminer les vecteurs $\mathbf{y}_k$ qui correspondent au chemin choisi pour l'intégration, et puis on trouve P' à l'aide de la relation $d\mathbf{P}' = \mathbf{y}_j \, du^j$, bien-entendu en rapportant $\mathbf{y}_i$ et P' à un système fixe d'axes de coordonnées à l'origine fixe (par exemple, les positions initiales des $\mathbf{y}_j$ et P' peuvent servir comme système de référence). Il faut observer que la fonction σ est bien déterminée par les valeurs des variables u^j, tandis qu'il n'en est pas de même pour le vecteur grad σ, en général. Ceci s'explique par le fait que les vecteurs de base $\mathbf{e}_j$, par rapport auxquels se réfèrent les composantes σ^j de grad σ, dépendent du chemin d'intégration car le scalaire K n'est pas nul.

Pour illustrer les considérations précédentes envisageons un espace à trois dimensions, défini par la métrique suivante:

$$(d\mathbf{P}, d\mathbf{P}) = -(du^1)^2 + (\operatorname{ch} u^1 \, du^2)^2 + (\operatorname{ch} u^1 \cos u^2 \, du^3)^2.$$

Il est le sous-espace déterminé par l'équation $x^2 + y^2 + z^2 - t^2 = 1$ dans un espace lorentzien à quatre dimensions, dont l'élément linéaire est $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - dt^2$. Cet élément se réduit à $(d\mathbf{P}, d\mathbf{P})$ dans le sous-espace considéré si l'on y introduit des coordonnées curvilignes convenables. La plupart des symboles Γ_{jkl} sont nuls, exceptés seulement:

$$\Gamma_{122} = \Gamma_{221} = -\Gamma_{212} = \operatorname{ch} u^1 \operatorname{sh} u^1, \quad \Gamma_{133} = \Gamma_{331} = -\Gamma_{313} = \operatorname{ch} u^1 \operatorname{sh} u^1 (\cos u^2)^2,$$
$$\Gamma_{233} = \Gamma_{332} = -\Gamma_{323} = -(\operatorname{ch} u^1)^2 \cos u^2 \sin u^2.$$

On trouve aisément:

$$R^k_{jlm} = -(\delta^k_m g_{jl} - \delta^k_l g_{jm}),$$

d'où, il s'en suit que l'espace $\mathcal{S}$ est isotrope et que le scalaire $K = 1$. Alors, l'intégration du système (49) nous conduit à la solution:

$$\sigma = b + b_1 \operatorname{sh} u^1 + \operatorname{ch} u^1 . [b_2 \sin u^2 + \cos u^2 . (b_3 \cos u^3 + b_4 \sin u^3)],$$

où b, b_1, b_2, b_3, b_4 sont des constantes arbitraires. À l'aide des relations (26) et (8) les éléments de la matrice métrique au point P' de l'espace $\mathcal{S}'$ sont connus maintenant, si les variables u^j sont employées comme coordonnées du point P'. La recherche des propriétés de l'espace $\mathcal{S}'$, défini par cette métrique, commence par l'évaluation de (44). Pour K' on trouve l'expression

$$\varepsilon K' = b^2 + b_1^2 - b_2^2 - b_3^2 - b_4^2.$$

6. Espaces à métrique constante

Nous commençons ce paragraphe par un aperçu du cas général. Soit l'espace $\mathcal{S}$ donné par sa forme métrique (1), et soit $\mathcal{D}$ un domaine de $\mathcal{S}$, ayant les propriétés énoncés au deuxième paragraphe. On peut

attaquer le problème des applications conformes en fixant d'avance une fonction σ de coordonnées u^i, continue avec toutes ses deux premières dérivées dans $\mathfrak{D}$ et ne s'annulant pas dans $\mathfrak{D}$. Alors, les relations (6), où λ a la forme (26), définissent une métrique qui déterminera, par définition, l'espace image $\mathfrak{E}'$ (ou, bien entendu, un domaine $\mathfrak{D}'$ de cet espace). Les formules développées dans les §§ **2** et **3** nous permettent à calculer explicitement les quantités nécessaires pour la description de $\mathfrak{E}'$. En particulier, les composantes $S^k_{j\,lm}$ du tenseur de Riemann-Christoffel s'en obtiennent avec avantage de la manière suivante: après avoir calculé ζ par (28), on obtient de (27):

$$\varphi^i_l = \delta^i_l \zeta/\sigma - 2\,(\partial\sigma^i/\partial u^l + \sigma^h \Gamma^i_{h\,l})/\sigma. \tag{45}$$

On conclut de (29) et (25) que:

$$T^{ik}{}_{lm} = \frac{1}{2}\,(\delta^i_l \varphi^k_m - \delta^i_m \varphi^k_l - \delta^k_l \varphi^i_m + \delta^k_m \varphi^i_l),$$

où φ^i_l sont données par les relations précédentes, et puis, par une contraction, on obtient les composantes $T^k_{j\,lm} = g_{ji}\, T^{ik}{}_{lm}$. Finalement, les composantes $S^k_{j\,lm}$ sonst déterminées par (14), où $R^k_{j\,lm}$ sont déjà connus.

Dans ce qui suit nous considérons les applications conformes d'un espace $\mathfrak{E}$ dont le scalaire K est nul. Si la forme métrique est positivement définie, l'espace est localement euclidien, et alors il existe un système de coordonnées pour lequel, dans le domaine $\mathfrak{D}$ de $\mathfrak{E}$, les coefficients g_{jk} de la forme métrique sont constants. Alors, les vecteurs $\mathbf{e}_k$ étant constants, nous aurons toujours:

$$\mathbf{P} - \mathbf{P}_0 = (u^j - u^j_0)\,\mathbf{e}_j\,, \tag{46}$$

$P_0\,(u^j_0)$ désignant le point de départ.

Quant à l'espace $\mathfrak{E}'$, nous requérons l'isotropie avec le scalaire K' constant, nul ou non. Alors (41) est équivalent, sous forme condensée, au système à résoudre (43). Puisque $K = 0$ et que les vecteurs de base $\mathbf{e}_j$, qui interviennent implicitement en (41) sont constants en vertu de la constance des g_{jk}, on en obtient $\operatorname{grad}\sigma - (\operatorname{grad}\sigma)_0 = b\,(\mathbf{P} - \mathbf{P}_0)$. En posant $(\operatorname{grad}\sigma)_0 = \alpha^i\,\mathbf{e}_i$, on trouve:

$$\sigma^i = \alpha^i + b\,(u^i - u^i_0), \tag{47}$$

d'où, il résulte par intégration:

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha^i\,(u_i - u_{i0}) + (b/2)\,(u^i - u^i_0)\,(u_i - u_{i0}). \tag{48}$$

On obtient alors de (40), vu les relations précédentes et (28):

$$\varepsilon K' = 2b\sigma - \sigma^i\,\sigma_i = 2b\sigma_0 - \alpha^i\,\alpha_i\,. \tag{49}$$

En imposant maintenant à l'espace $\mathfrak{E}'$ la condition $K' = 0$, nous restreignons les fonctions (48) à celles pour lesquelles on a

(50) $$2b\sigma_0 - \alpha^i \alpha_i = 0.$$

On distingue des catégories différentes d'applications, selon le degré du polynôme σ:

1°. Si σ se réduit à une constante σ_0, la condition (50) est remplie. Les applications correspondantes sont dites de la *catégorie A*.

2°. Si σ est du deuxième degré, c'est-à-dire si $b \neq 0$, la valeur de σ_0 obtenue de (50) et insérée en (48) nous donne:

(51) $$\sigma = (b/2)\,(u^i - u^i_0 + \alpha^i/b)\,(u_i - u_{i0} + \alpha_i/b).$$

Ces applications seront appelées de la *catégorie B*.

3°. Si $b = 0$, la condition (50) devient:

(52) $$\alpha^i \alpha_i = 0.$$

S'il est possible de choisir les nombres α^i, non tous nuls, de manière à satisfaire à la relation (52), le polynôme σ sera du premier degré, à savoir:

(53) $$\sigma = \sigma_0 + \alpha^i (u_i - u_{i0}),$$

et nous aurons des applications de la *catégorie C*.

Il faut remarquer que si la forme métrique de l'espace $\mathfrak{S}$ est positivement définie, la condition (52) exige que tous les α^i soient nuls, réduisant ainsi σ à une constante, et rangeant l'application dans la catégorie *A*. En d'autres mots, parmi les espaces $\mathfrak{S}$ à tenseur métrique g_{jk} constant, *les espaces dont la forme métrique est non-définie sont les seuls qui permettent des applications conformes de la cotégorie C* sur un espace $\mathfrak{S}'$ isotrope, dont le scalaire $K' = 0$.

Cherchons les applications $P \to P'$ qui font part des trois catégories ci-dessus mentionnées. Pour celà il faut intégrer le système (44), qui prend la forme:

(54) $$\sigma d\mathbf{y}_j = -\sigma_j \mathbf{y}_l \, du^l - \mathbf{y}_j \, d\sigma + \sigma^k \mathbf{y}_k \, du_j ,$$

augmenté par les équations:

(55) $$d\mathbf{P}' = \mathbf{y}_j \, du^j .$$

Il admet une solution unique, étant donnés l'application P'_0 du point P_0 et les vecteurs de base $\mathbf{y}_j$ en P'_0, ceux-ci désignés par $\mathbf{c}_j$ et satisfaisant aux relations:

(56) $$(\mathbf{c}_j , \mathbf{c}_k) = \varepsilon g_{jk}/\sigma_0^2 .$$

En effet, les conditions d'intégrabilité sont remplies en vertu de la supposition $K = K' = 0$, et puis, le domaine $\mathfrak{D}$ est simplement connexe, ce qui assure l'unicité de la solution, pourvu que les chemins d'intégration soient entièrement contenus dans $\mathfrak{D}$. De plus, nous supposons qu'il est possible de choisir des coordonnées dans $\mathfrak{S}'$, de manière à rendre constants les coefficients de la forme métrique.

K' étant nul, en intégrant l'équation (42) on trouve grad' $\sigma + b\mathbf{P}' = \mathbf{a}'$, c'est-à-dire :

$$\sigma^i \mathbf{y}_i + b\mathbf{P}' = \mathbf{a}', \tag{57}$$

où

$$\mathbf{a}' = \alpha^i \mathbf{c}_i + b\mathbf{P}'_0 \tag{58}$$

est un vecteur constant. En posant les relations (54) sous la forme $\mathrm{d}(\sigma \mathbf{y}_j) = -\sigma_j \mathrm{d}\mathbf{P}' + \sigma^k \mathbf{y}_k \mathrm{d}u_j$, et compte tenu de (47), on arrive à la relation $\mathrm{d}(\sigma \mathbf{y}_j + \sigma_j \mathbf{P}') = b\mathbf{P}' \mathrm{d}u_j + \sigma^k \mathbf{y}_k \mathrm{d}u_j$; en utilisant encore la relation (56), l'équation précédente devient $\mathrm{d}(\sigma \mathbf{y}_j + \sigma_j \mathbf{P}') = \mathbf{a}' \mathrm{d}u_j$, d'où, par intégration, on aboutit à la solution :

$$\sigma \mathbf{y}_j - \sigma_0 \mathbf{c}_j + \sigma_j \mathbf{P}' - \alpha_j \mathbf{P}'_0 = \mathbf{a}' (u_j - u_{j0}). \tag{59}$$

Dans ce qui suit, il faut traiter séparément les trois catégories de solutions.

Catégorie A. Dans ce cas on a $b = 0$, $\alpha^j = 0$ et $\sigma = \sigma_0$. Par conséquent le vecteur $\mathbf{a}'$ est nul, et nous obtenons de (59), σ_0 n'étant pas nul, $\mathbf{y}_j = \mathbf{c}_j$; alors, par l'intégration de (55) on trouve :

$$\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0 = (u^j - u_0^j)\, \mathbf{c}_j . \tag{60}$$

En comparant les relations (60) et (46) on voit que, dans le cas où l'application $P \to P'$ est de catégorie A, les composantes contravariantes de $\mathbf{P} - \mathbf{P}_0$ par rapport aux vecteurs de base $\mathbf{c}_j$ servent de multiplicateurs aux vecteurs $\mathbf{c}_j$ en formant le vecteur $\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0$. Nous pouvons introduire les composantes p'_k du vecteur $\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0$ par rapport au système de vecteurs $\mathbf{c}_j$, en posant $p'_k = (\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0, \mathbf{c}_k)$, où le produit intérieur est formé en utilisant la forme métrique de l'espace $\mathcal{E}'$, auquel appartiennent P', P'_0 et $\mathbf{c}_k$. En posant encore $p_k = (\mathbf{P} - \mathbf{P}_0, \mathbf{e}_k)$, nous trouvons d'après (60), (56) et (2), $p'_k = \varepsilon p_k / \sigma_0^2$. Il en résulte que les composantes covariantes de $\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0$ par rapport au système $\mathbf{c}_j$ sont proportionnelles à celles de $\mathbf{P} - \mathbf{P}_0$ par rapport au système $\mathbf{e}_j$. On trouve alors pour les carrés des longueurs des vecteurs $\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0$ et $\mathbf{P} - \mathbf{P}_0$ la relation :

$$(\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0 , \mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0) = \varepsilon (\mathbf{P} - \mathbf{P}_0 , \mathbf{P} - \mathbf{P}_0)/\sigma_0^2 .$$

Donc, l'application de catégorie A de l'espace $\mathcal{E}$ sur l'espace $\mathcal{E}'$ se fait par similitude. Les vecteurs $\mathbf{c}_j$ s'expriment par les vecteurs de base $\mathbf{e}'_k$ de l'espace $\mathcal{E}'$, à savoir :

$$\mathbf{c}_j = c_j^k \mathbf{e}'_k , \tag{61}$$

où $(\mathbf{e}'_j, \mathbf{e}'_k) = g'_{jk}$; par suite, les coefficients c^k peuvent être déterminés d'après (56), par les équations :

$$g'_{ih} c_j^i c_k^h = \varepsilon g_{jk}/\sigma_0^2 , \tag{62}$$

où ε a un signe bien précisé par les signatures des matrices g_{jk} et g'. Si les espaces $\mathcal{E}$ et $\mathcal{E}'$ sont identiques, les dernières relations nous p

trent que les applications de catégorie A sont des mouvements dans l'espace $\mathcal{E}$, suivis d'une dilatation proportionnelle à σ_0^{-1}.

Catégorie B. Puisque $b \neq 0$, on peut introduire les points fixes M (dans $\mathcal{E}$) et N (dans $\mathcal{E}'$), en posant :

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}_0 - \alpha^i \mathbf{e}_i/b, \qquad (64)\quad \mathbf{N} = \mathbf{a}'/b = \mathbf{P}'_0 + \alpha^i \mathbf{c}_i/b. \tag{63}$$

Pour brièveté, on introduit encore la notation $[\mathbf{x}]$, pour la norme du vecteur $\mathbf{x}$. Alors, les points M et N nous permettent d'écrire:

$$[\mathbf{P} - \mathbf{M}] = 2\sigma/b, \tag{65}$$

et de déduire de (51), à l'aide de (6), (26) et (49):

$$[\mathbf{P}' - \mathbf{N}] = \sigma^i \sigma^h (\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_h)/b^2 = \varepsilon \sigma^i \sigma_i/(b^2 \sigma^2) = 2\varepsilon/(b\sigma). \tag{66}$$

Il s'en suit que M et N sont des points d'exception : M, où σ aurait la valeur nulle, non permise, n'appartient pas au domaine $\mathcal{D}$, et N, où σ deviendrait infini, n'appartient pas à $\mathcal{D}'$.

Achevons maintenant l'intégration de (59). Compte tenu de (64) on obtient $\sigma \mathbf{y}_j + \sigma_j (\mathbf{P}' - \mathbf{N}) = \sigma_0 \mathbf{c}_j + \mathbf{P}'_0 \alpha_j - \mathbf{N}\alpha_j = \sigma_0 \mathbf{c}_j - \alpha^i \alpha_j \mathbf{c}_i/b$, ou:

$$\sigma \mathbf{y}_j + \sigma_j (\mathbf{P}' - \mathbf{N}) = \sigma_0 \gamma^i_j \mathbf{c}_i , \tag{67}$$

où nous avons posé :

$$\gamma^i_j = \delta^i_j - \alpha_j \alpha^i/(b\sigma_0). \tag{68}$$

La matrice γ^i_j, interprétée comme une transformation linéaire de composantes contravariantes, effectue une symétrie par rapport à un hyperplan dont la direction normale a les composantes contravariantes α^i. En effet, pour un vecteur qui a les composantes $\varkappa\alpha^i$, on a, eu égard à (50), $\gamma^i_j \varkappa\alpha^j = \varkappa\alpha^i - \varkappa\alpha_j \alpha^i \alpha^j/(b\sigma_0) = \varkappa\alpha^i - 2\varkappa\alpha^i = -\varkappa\alpha^i$. De plus, pour un vecteur orthogonal au premier, soit-il de composantes β^i, on obtient $\gamma^i_j \beta^j = \beta^i - \alpha_j \alpha^i \beta^j/(b\sigma_0) = \beta^i$, puisque $\alpha_j \beta^j = 0$ grâce à l'orthogonalité. Il faut encore remarquer que :

$$\gamma^k_j \gamma^l_k = \delta^l_j \quad \text{et} \quad g_{ih} \gamma^i_j \gamma^h_k = g_{jk} . \tag{69}$$

L'intégration de (67), vu que son premier membre est la dérivée de $\sigma(\mathbf{P}' - \mathbf{N})$, nous donne maintenant $\sigma(\mathbf{P}' - \mathbf{N}) - \sigma_0 (\mathbf{P}'_0 - \mathbf{N}) = \sigma_0 \gamma^i_j (u^j - u^j_0)\, \mathbf{c}_i$, ou, par l'intermédiaire de (64) et des propriétés de la matrice γ^i que nous venons de montrer :

$$\sigma(\mathbf{P}' - \mathbf{N}) = \sigma_0 \gamma^i_j (u^j - u^j_0 + \alpha^j/b)\, \mathbf{c}_i . \tag{70}$$

Bien que cette relation décrit complètement l'application $P \to P'$, nous nous proposons de lui donner une forme plus simple en remplaçant le repère naturel initial $\mathbf{c}_i$ par un autre système de vecteurs de base, à savoir, $\mathbf{c}'_h = \sigma_0 \gamma^i_h \mathbf{c}_i$. D'après (69) il en résulte $\mathbf{c}_i = \gamma^k_i \mathbf{c}'_k/\sigma_0$, et re par (56), $(\mathbf{c}'_j, \mathbf{c}'_k) = \sigma_0^2 \gamma^i_j \gamma^h_k (\mathbf{c}_i, \mathbf{c}_h) = \varepsilon g_{jk}$. D'ailleurs ce nouveau

système s'obtient en transformant le système des vecteurs de base $\mathbf{e}'_i$ de l'espace $\mathcal{E}'$ selon (62), avec $\sigma_0 = 1$. La formule (70), décrivant l'application $P \to P'$, devient :

$$\sigma\,(\mathbf{P}' - \mathbf{N}) = (u^k - u_0^k + \alpha^k/b)\,\mathbf{c}'_k\,. \tag{71}$$

En introduisant $\mathbf{c}'_k$, on observe que l'expression (64) du point N s'écrit :

$$\mathbf{N} = \mathbf{P}'_0 - \alpha^k\,\mathbf{c}'_k/(b\sigma_0).$$

Si P se meut sur une hypersphère (dans $\mathcal{E}$) de centre M, la valeur de σ reste constante, d'après (65). Par suite (66) exprime le fait que P' se trouve sur une hypersphère (dans $\mathcal{E}'$) de centre N. Les normes correspondantes deviennent égales, au signe près, pour $\sigma = \pm 1$. Ici, il faut choisir le signe qui correspond au signe de σ dans le domaine $\mathcal{D}$. Les normes des rayons de ces hypersphères sont égales à $2/b$, au signe près.

En particulier, si l'espace $\mathcal{E}'$ se confond avec $\mathcal{E}$ nous reconnaissons en (71) une inversion, combinée avec une translation et avec une rotation amenant le système $\mathbf{e}'_i\,(= \mathbf{e}_i)$ au système $\mathbf{c}'_k$. Si cette rotation manque $(\mathbf{c}'_i = \mathbf{e}_i)$ et si, de plus, le point N coïncide avec M, la relation (71) prend la forme :

$$\sigma\,(\mathbf{P}' - \mathbf{M}) = \mathbf{P} - \mathbf{M}, \tag{72}$$

et donc représente une inversion proprement dite.

Catégorie C. Outre le vecteur (58), qui devient dans ce cas :

$$\mathbf{a}' = \alpha^i\,\mathbf{c}_i\,, \tag{73}$$

on a encore besoin du vecteur :

$$\mathbf{a} = \alpha^i\,\mathbf{e}_i\,, \tag{74}$$

attaché au point P. Non nuls, ils ont les normes nulles, autrement dit, chacun d'eux est orthogonal à lui même, ce qui résulte aisément de (52), (56) et (2). Donc, on a :

$$[\mathbf{a}] = 0,\ [\mathbf{a}'] = 0. \tag{75}$$

Observons de plus que $\sigma_j = \alpha_j$ et qu'on peut écrire, d'après (53), (46) et (74) :

$$\sigma = \sigma_0 + (\mathbf{P} - \mathbf{P}_0\,,\ \mathbf{a}). \tag{76}$$

L'intégration de (59) donne alors l'expression cherchée :

$$\sigma\,(\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0) = \frac{1}{2}\,[\mathbf{P} - \mathbf{P}_0]\,\mathbf{a}' + \sigma_0\,(u^j - u_0^j)\,\mathbf{c}_j\,. \tag{77}$$

On veut établir maintenant quelques propriétés géométriques simples des applications de catégorie C. Pour celà formons le produit intérieur avec $\mathbf{a}'$ et (77), en employant (73), (56) et (75), $\sigma\,(\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0\,,\ \mathbf{a}') = \varepsilon\,(\mathbf{P} - \mathbf{P}_0\,,\ \mathbf{a})/\sigma_0$. En introduisant ici l'expression de σ, donnée (76), on arrive à la relation $\{(\mathbf{P} - \mathbf{P}_0\,,\ \mathbf{a}) + \sigma_0\}\{(\mathbf{P}' - \mathbf{P}'_0\,,\ \mathbf{a}') - \varepsilon/\sigma_0\} =$

qui peut nous fournir une première propriété des applications de catégorie C: si, pour une valeur fixe du scalaire s, le point P se meut dans l'hyperplan:

$$(\mathbf{P}-\mathbf{P}_0,\ \mathbf{a})+\sigma_0=s, \tag{78}$$

le poit P' se mouvera dans l'hyperplan:

$$(\mathbf{P}'-\mathbf{P}'_0,\ \mathbf{a}')-\varepsilon/\sigma_0=-\varepsilon/s. \tag{79}$$

Les deux faisceaux d'hyperplans qui s'obtiennent en variant s sont homographiques. De plus, en faisant varier P sur une droite parallèle au vecteur (74), on a:

$$\mathbf{P}=\mathbf{P}_1+\varkappa\mathbf{a}, \tag{80}$$

où P_1 est un point fixe et $\varkappa$ est un scalaire variable. En désignant par σ_1 la valeur de σ dans le point P_1, on obtient, d'après (76) et (75), $\sigma=\sigma_0+(\mathbf{P}_1-\mathbf{P}_0,\ \mathbf{a})+\varkappa(\mathbf{a},\ \mathbf{a})=\sigma_1$. Ainsi, avec $P_1\to P'_1$, compte tenu de (73) et (74), on a de (77):

$$\sigma_1(\mathbf{P}'-\mathbf{P}'_1)=\sigma(\mathbf{P}'-\mathbf{P}'_0)-\sigma_1(\mathbf{P}'_1-\mathbf{P}'_0)=\varkappa\mathbf{a}'(\mathbf{P}_1-\mathbf{P}_0,\ \mathbf{a})+\varkappa^2\mathbf{a}'(\mathbf{a},\ \mathbf{a})/2+$$
$$+\varkappa\sigma_0\alpha^j\mathbf{c}_j=\varkappa(\sigma_1-\sigma_0)\mathbf{a}'+\varkappa\sigma_0\mathbf{a}'=\varkappa\sigma_1\mathbf{a}'.$$

Par suite:

$$\mathbf{P}'=\mathbf{P}'_1+\varkappa\mathbf{a}', \tag{81}$$

qui nous conduit à une seconde propriété des applications de catégorie C: si P se déplace sur la droite (80), parallèle au vecteur $\mathbf{a}$, P' se déplacera, d'après (81), sur une droite parallèle à $\mathbf{a}'$.

Une troisième propriété se déduit de (77) pour la norme:

$$\sigma^2[\mathbf{P}'-\mathbf{P}'_0]=[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0](\mathbf{a}',\ \mathbf{c}_j)\sigma_0(u^j-u^j_0)+\sigma_0^2(\mathbf{c}_j,\ \mathbf{c}_k)(u^j-u^j_0)(u^k-u^k_0),$$

ce qui nous donne, d'après (73), (56), (74) et (53):

$$[\mathbf{P}'-\mathbf{P}'_0]=\varepsilon[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0]/(\sigma\sigma_0). \tag{82}$$

Donc, si P se trouve sur la multiplicité d'intersection de l'hyperplan (78) avec une hypersphère de centre P_0, $[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0]=R$, P' se trouvera sur la multiplicité d'intersection de l'hyperplan (79) avec l'hypersphère de centre P'_0, $[\mathbf{P}'-\mathbf{P}'_0]=\varepsilon R/(s\sigma_0)$.

Remarquons que la multiplication des nombres α^i et de σ_0 par un facteur arbitraire n'altère pas l'application décrite par (77). En effet, les deux membres de cette égalité se multiplient par le même facteur. Sans restreindre la généralité, nous pouvons donner à σ_0 une valeur quelconque, pourvu qu'elle ne soit pas nulle. Posons ainsi $\sigma_0=1$ et considérons le cas où les deux espaces $\mathfrak{S}$ et $\mathfrak{S}'$ se confondent. Parce que $\sigma_0=1$, le repère initial, formé par les $\mathbf{c}_i$, résulte du système de vecteurs de base $\mathbf{e}_j$ à l'aide d'une symétrie. Abstraction faite de cette transformation, les applications de catégorie C s'expriment alors, dans le cas $\mathfrak{S}'=\mathfrak{S}$, par la formule:

$$\sigma(\mathbf{P}'-\mathbf{P}'_0)=\mathbf{P}-\mathbf{P}_0+[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0]\mathbf{a}/2. \tag{83}$$

7. Le théorème de Liouville

Les trois catégories d'applications trouvées épuisent les applications conformes possibles d'un espace $\mathfrak{S}$ sur un espace $\mathfrak{S}'$, de métriques constantes et non-singulières, si le nombre n des dimensions dépasse deux. Il n'y a aucune difficulté de montrer que toute application ainsi trouvée est vraiment une application conforme, et nous n'y insisterons pas.

Dans le cas où $\mathfrak{S}' = \mathfrak{S}$, le théorème de Liouville prétend que toute application conforme s'obtient par un nombre limité d'inversions proprement dites.

D'abord, considérons les applications de catégorie A. Par un choix convenable de trois inversions proprement dites successives, on peut obtenir une symétrie par rapport à un hyperplan donné, pourvu que ce plan ne contienne pas sa direction normale. La démonstration de cet énoncé (v. [8, p. 125]) reste valide dans les espaces à métrique non-définie, sous la condition indiquée concernant l'hyperplan en question. Puisque toute rotation peut être réalisée par un nombre $\leqslant n$ de symétries successives (v. [10, **10**] et [9, p. 20]), il suit que toute rotation est le résultat d'un nombre limité d'inversions proprement dites. De plus, une translation s'obtient à l'aide de deux symétries par rapport à de hyperplans parallèles, une homothétie par deux inversions à pôle commun, et une dilatation par une translation suivie d'une homothétie ou d'une rotation. Par conséquent, toute application de l'une des catégories A et B peut être obtenue par un nombre limité d'inversions proprement dites.

Dans les espaces à métrique positivement ou negativement définie il n'existe pas d'applications de catégorie C, et pour ces espaces la validité du théorème de Liouville est donc établie. Si la métrique est non définie, il faut étudier encore la catégorie C. À ce but, considérons deux inversions proprement dites successives:

$$\sigma'(\mathbf{P}'-\mathbf{M}) = \mathbf{P}-\mathbf{M},\quad \sigma''(\mathbf{P}''-\mathbf{M}') = \mathbf{P}'-\mathbf{M}', \tag{84}$$

où l'on a $\sigma' = b[\mathbf{P}-\mathbf{M}]/2$ et $\sigma'' = b'[\mathbf{P}'-\mathbf{M}']/2$.

En éliminant $\mathbf{P}'$ entre les équations (84) on a:

$$\sigma'\sigma''(\mathbf{P}''-\mathbf{M}') = \sigma'(\mathbf{M}-\mathbf{M}')+\mathbf{P}-\mathbf{M}, \tag{85}$$

et d'ici, en posant $\sigma = \sigma'\sigma''$, on trouve:

$$\sigma = \sigma' b'[\mathbf{P}'-\mathbf{M}+\mathbf{M}-\mathbf{M}']/2 = \sigma' b'\{[\mathbf{P}'-\mathbf{M}]+[\mathbf{M}-\mathbf{M}']+$$
$$+2(\mathbf{P}'-\mathbf{M},\ \mathbf{M}-\mathbf{M}')\}/2 = \sigma' b'\{2/(b\sigma')+[\mathbf{M}-\mathbf{M}']+$$
$$+2(\mathbf{P}-\mathbf{M},\ \mathbf{M}-\mathbf{M}')/\sigma'\}/2 = b'/b+b'(\mathbf{P}-\mathbf{M},\ \mathbf{M}-\mathbf{M}')+\sigma' b'[\mathbf{M}-\mathbf{M}']/2.$$

Puisque σ' est un polynôme du deuxième degré en les coordonnées de P, l'application (85) est, en général, de la catégorie B. Cependant, si l'on choisit les pôles M et M' de manière que $[\mathbf{M}-\mathbf{M}'] = 0$, ce qui est toujours possible quand la métrique est non-définie, l'application (85) sera de la catégorie C. La forme normale (83), avec $\sigma_0 = 1$, sera obtenu si l'on choisit $b' = b$, et en posant $b(\mathbf{M}-\mathbf{M}') = \mathbf{a}$. Alors, (85) devie

$\sigma(\mathbf{P}''-\mathbf{M}')=\mathbf{P}-\mathbf{M}+[\mathbf{P}-\mathbf{M}]\,\mathbf{a}/2$. On doit encore compléter cette transformation par une translation initiale, menant de P_0 à M, et par une translation finale, menant de M' à P_0''. Ainsi, toute application de la forme (83) s'obtient par deux inversions proprement dites et deux translations.

Nous en concluons que toute application de catégorie C s'obtient par un nombre limité d'inversions proprement dites. Celà veut dire que *le théoréme de Liouville subsiste encore pour les espaces dont la métrique est non-définie.* Maintenant on veut faire une remarque complémentaire. Il est évident que par deux applications successives de catégorie C il résultera une application où la fonction σ sera, en général, du deuxième degré. Donc, l'application résultante sera de catégorie B. Alors, on veut démontrer que toute inversions d'un espace où la métrique est non-définie (et non-singulière) s'obtient par deux applications successives de catégorie C. On choisit la première, $P\to P'$, sous la forme normale (83), à savoir $\sigma'(\mathbf{P}'-\mathbf{P}_0')=[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0]\,\mathbf{a}'/2+\mathbf{P}-\mathbf{P}_0$, où $\mathbf{a}'=\alpha'^i\mathbf{e}_i\neq 0$, $[\mathbf{a}']=0$, $\sigma'=1+(\mathbf{P}-\mathbf{P}_0,\,\mathbf{a}')$, et l'autre, $P'\to P''$, sous la forme générale (77), c'est-à-dire, $\sigma''(\mathbf{P}''-\mathbf{P}_0'')=[\mathbf{P}'-\mathbf{P}_0']\,\mathbf{a}/2+(u'^j-u_0'^j)\,\mathbf{c}_j$, où par analogie avec (73) et (74), on a posé $\mathbf{a}=\alpha''^i\mathbf{c}_i$, $\mathbf{a}''=\alpha''^i\mathbf{e}_i$, $[\mathbf{a}'']=0$ et $\sigma''=1+(\mathbf{P}'-\mathbf{P}_0',\,\mathbf{a}'')$. En observant que les u'^j sont les coordonnées de P' par rapport au système de vecteurs $\mathbf{e}$ (à une origine fixée), et compte tenu de (82), on arrive à la relation :

$$\sigma'\sigma''(\mathbf{P}''-\mathbf{P}_0'')=[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0](\alpha'^j+\alpha''^j)\,\mathbf{c}_j/2+(u^j-u_0^j)\,\mathbf{c}_j. \tag{86}$$

D'autre part, on trouve pour $\sigma'\sigma''$ l'expression :

$$\sigma'\sigma''=1+(\mathbf{P}-\mathbf{P}_0,\,\mathbf{a}'+\mathbf{a}'')+[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0](\mathbf{a}',\,\mathbf{a}'')/2.$$

Or, dans l'espace où la métrique est non-définie, il est toujours possible de choisir le vecteur $\mathbf{a}'\neq 0$ tellement que $[\mathbf{a}']=0$. Ce vecteur fixé on peut déterminer $\mathbf{a}''$ de manière à donner au produit intérieur $(\mathbf{a}',\mathbf{a}'')$ une valeur préscrite, non nulle, à savoir :

$$(\mathbf{a}',\mathbf{a}'')=b, \tag{87}$$

satisfaisant encore à la condition $[\mathbf{a}'']=0$. En effet, il existe certainement un vecteur $\mathbf{x}$, tel que $(\mathbf{a}',\mathbf{x})\neq 0$ (on pourrait choisir $\mathbf{x}$ identique à l'un des $\mathbf{e}_j$ pour lesquels $\alpha'^j\neq 0$), et en le multipliant par un facteur scalaire on peut avoir $(\mathbf{a}',\mathbf{x})=b$. Alors, en posant $\mathbf{a}''=\mathbf{x}+\varkappa\mathbf{a}'$, où $\varkappa=-[\mathbf{x}]/(2b)$ est déterminé par la condition $[\mathbf{a}'']=0$, la relation (87) sera évidemment remplie par cet $\mathbf{a}''$. Maintenant, introduisons le vecteur $\mathbf{a}=\mathbf{a}'+\mathbf{a}''=\alpha^i\mathbf{e}_i$, qui a, d'après (87), la norme $[\mathbf{a}]=2(\mathbf{a}',\mathbf{a}'')=2b$. En posant $\sigma=\sigma'\sigma''$, il résulte alors $\sigma=b[\mathbf{P}-\mathbf{P}_0+\mathbf{a}/b]/2=b[\mathbf{P}-\mathbf{M}]/2$, où $\mathbf{M}=\mathbf{P}_0-\mathbf{a}/b$. La formule (86) peut être écrite maintenant sous la forme :

$$b[\mathbf{P}-\mathbf{M}](\mathbf{P}''-\mathbf{P}_0''-\alpha^j\mathbf{c}_j/b)/2=(\delta_i^j-\alpha_i\alpha^j/b)(u^i-u_0^i+\alpha^i/b)\,\mathbf{c}_j. \tag{88}$$

Dans le second membre nous reconnaissons, d'après (68), la matrice γ_j^i qui effectue une symétrie. En raison de sa présence nous avons

choisi la forme générale (77) pour l'aplication $P' \to P''$. En précisant le système des $\mathbf{c}_j$ par $\mathbf{c}_j = \gamma_j^k \mathbf{e}_k$, et en choisissant $P_0'' = P_0$ (vu encore les propriétés de la matrice γ_j^k), on obtient la formule (88) sous la forme $b[\mathbf{P} - \mathbf{M}](\mathbf{P}'' - \mathbf{M})/2 = \mathbf{P} - \mathbf{M}$, qui représente précisément l'équation d'une inversion proprement dite. Le pôle M et la puissance $2/b$ d'une inversion étant arbitrairement données, l'analyse faite auparavant nous montre la manière dans la quelle il faut choisir et déterminer successivement, $\mathbf{a}', \mathbf{x}, \varkappa, \mathbf{a}'', \mathbf{a}, P_0, \gamma_j^k, \mathbf{c}_j$ et P_0'', afin de réaliser l'inversion à l'aide de deux applications de catégorie C.

Pour les espaces à métrique non-définie on peut donc énoncer le théorème de Liouville sous la forme modifiée suivante:

Toute application conforme d'un espace à plus de deux dimensions, à métrique constante, non-singulière et non-définie, s'obtient comme produit d'un nombre limité d'applications de catégorie C.

Université de Stockholm, Suède

Reçu le 24 III 1962

BIBLIOGRAPHIE

1. Liouville J., J. de math. pures et appl., 1850, **15**, p. 103.
2. Bromwich T. J. I. A., Proc. London Math. Soc., 1901, **33**, p. 185.
3. Levi-Civita T., *The absolute differential calculus.* Blackie & Son, Ltd. London and Glasgow, 1926 (1947).
4. Finzi B., Atti del. R. Ist. Veneto, 1903, **62**, p. 1049.
5. Comét S., C. R. du 11-e Congr. des math. Scandinaves, Trondheim, 1949, p. 122.
6. Cartan É., *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann.* Gauthier-Villars, Paris, 1928.
7. Murgescu V., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 77.
8. Duporcq E., *Premiers principes de géométrie moderne.* Gauthier-Villars, Paris, 3e ed., 1938.
9. Dieudonné J., *Sur les groupes classiques.* Act. Sci. et Ind., *1040*, Hermann, Paris, 1948.
10. Cartan É., *Leçons sur la théorie des spineurs.* T. I, Act. Sci. et Ind., *643*, Hermann, Paris, 1938.

КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ БОЛЕЕ ЧЕМ ДВУХМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

(Резюме)

Рассматривается задача конформных отображений для случая n-мерных пространств с неопределенной метрикой. Углубляется в особенности случай, когда метрический тензор является постоянным и при этом на него распространяется теорема Лиувилля следующим образом:

Любое конформное отображение пространства с постаянной метрикой, определенной, или неопределенной, но единственной, мера которой более двух, получается в виде произведения некоторого числа инверсий.

TRANSFORMĂRILE CONFORME ALE SPAŢIILOR CU MAI MULT DE DOUĂ DIMENSIUNI

(Rezumat)

Se studiază problema reprezentărilor conforme în cazul spaţiilor n-dimensionale, dotate cu o metrică nedefinită. Se insistă în special asupra cazului cînd tensorul metric este constant şi pentru care se extinde teorema lui Liouville, în modul următor:

Orice transformare conformă a unui spaţiu cu metrică constantă, definită sau nu, dar nesingulară, a cărui număr de dimensiuni este mai mare decît doi, se obţine ca produs al unui număr finit de inversiuni.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 513.82

DESPRE HIPERSUPRAFAŢA CARACTERISTICĂ A UNEI HIPERSUPRAFEŢE RIGLATE DIN S_4

DE

ŞTEFANIA RUSCIOR

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Fiind dată o hipersuprafaţă riglată (H) în S_4, de ecuaţie:

$$\bar{r} = \bar{\varrho}(u,v) + w\bar{\alpha}(u,v), \tag{1}$$

în fiecare punct nesingular al hipersuprafeţei este definit hiperplanul tangent prin ecuaţia:

$$[\bar{R} - \bar{r},\ \bar{r}_u,\ \bar{r}_v,\ \bar{r}_w] = 0. \tag{2}$$

Ţinînd seama de ecuaţia (1) şi ordonînd coeficienţii după w, ecuaţia hiperplanului tangent devine:

$$Lw^2 + (M+N)w + P = 0, \tag{3}$$

în care:

$$L = [\bar{R} - \bar{\varrho},\ \bar{\alpha}_u,\ \bar{\alpha}_v,\ \bar{\alpha}], \quad M = [\bar{R} - \bar{\varrho},\ \bar{\varrho}_u,\ \bar{\alpha}_v,\ \bar{\alpha}],$$
$$N = [\bar{R} - \bar{\varrho},\ \bar{\alpha}_u,\ \bar{\varrho}_v,\ \bar{\alpha}], \quad P = [\bar{R} - \bar{\varrho},\ \bar{\varrho}_u,\ \bar{\varrho}_v,\ \bar{\alpha}].$$

Am presupus condiţii de regularitate necesare în cele ce urmează şi în particular că matricea funcţională

$$(\bar{r}_u, \bar{r}_v, \bar{r}_w) = (\bar{\varrho}_u + w\bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_v + w\bar{\alpha}_v, \bar{\alpha})$$

este de rang 3 pentru valori generice ale parametrilor u, v, w.

Considerînd figura geometrică formată de hiperplanele tangente duse de-a lungul unei generatoare generice (g), se constată că sînt posibile trei cazuri:

1°. Hiperplanele tangente înfăşoară un con.

2°. Hiperplanele tangente formează un fascicul de hiperplane. Ele trec printr-un plan fix pe care convenim să-l numin planul (π) — *plan de bază al generatoarei* (g) (el conţine generatoarea); şi, în sfîrşit,

3°. Hiperplanul tangent este fix de-a lungul unei generatoare. Am arătat într-o lucrare anterioară [1] că pentru ca hipersuprafaţa (H) să fie de tip 2° este necesar şi suficient să fie îndeplinite condiţiile analitice:

$$\bar{\alpha}_v = \lambda\bar{\alpha} + \mu\bar{\beta} + n\bar{\alpha}_u, \quad \bar{\varrho}_v = l\bar{\alpha} + m\bar{\beta} + n\bar{\varrho}_u, \tag{4}$$

unde: $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ determină planul (π), $\bar{\alpha}$ — direcţia generatoarei, iar $\bar{\beta}$ — o direcţie arbitrară în planul (π).

Hipersuprafaţa caracteristică este intrinsec legată de hipersuprafeţe riglate de tip 2° pentru care sînt satisfăcute relaţiile (4) şi anume, pentru fiecare generatoare (g) există un plan de bază (π). La o deplasare infinitezimală a generatoarei, determinată de du, dv, corespunde un plan de bază (π_1), infinit vecin cu (π). Din intersecţia acestor două plane în S_4 rezultă în general un punct; să-l numim *punctul caracteristic al planului* (π). Locul geometric descris de punctul caracteristic este o dreaptă, pe care o vom numi *dreapta caracteristică* (d) *corespunzătoare generatoarei* (g). Cînd generatoarea descrie hipersuprafaţa (H) atunci dreapta caracteristică (d) descrie o hipersuprafaţă riglată, pe care o vom numi *hipersuprafaţa caracteristică a hipersuprafeţei* (H) şi o vom nota prin (H_c). Intre hipersuprafaţa (H) şi hipersuprafaţa (H_c) există deci determinată o corespondenţă a generatoarelor. Pentru a determina ecuaţia hipersuprafeţei (H_c) se consideră punctul caracteristic a planului de bază (π).

Planul (π) fiind determinat de generatoarea de direcţie $\bar{\alpha}$ şi de o direcţie β, punctul său caracteristic în direcţia du, dv este dat de ecuaţia:

$$\mathrm{d}(\bar{\varrho}(u, v) + \sigma\bar{\alpha} + \tau\bar{\beta}) = A\bar{\alpha} + B\bar{\beta},$$

unde σ, τ reprezintă coordonatele punctului în planul de bază. Efectuînd calculele, se obţine:

$$\bar{\varrho}_u\,du + \bar{\varrho}_v\,dv + \sigma(\bar{\alpha}_u\,du + \bar{\alpha}_v\,dv) + \tau(\bar{\beta}_u\,du + \bar{\beta}_v\,dv) = A\bar{\alpha} + B\bar{\beta}.$$

Ţinînd seama de (4) şi de faptul că $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_u$ sînt liniar independenţi şi pot fi consideraţi versori fundamentali, rezultă:

$$\bar{\beta}_u = a\bar{\alpha} + b\bar{\beta} + c\bar{\alpha}_u + k\bar{\varrho}_u, \quad \bar{\beta}_v = a'\bar{\alpha} + b'\bar{\beta} + c'\bar{\alpha}_u + k'\bar{\varrho}_u.$$

Aşadar:

$$\bar{\varrho}_u\,du + \bar{\varrho}_v\,dv + \sigma[\bar{\alpha}_u\,du + (\lambda\bar{\alpha} + \mu\bar{\beta} + n\bar{\alpha}_u)\,dv] +$$
$$+ \tau[(a\bar{\alpha} + b\bar{\beta} + c\bar{\alpha}_u + k\bar{\varrho}_u)\,du + (a'\bar{\alpha} + b'\bar{\beta} + c'\bar{\alpha}_u + k'\bar{\varrho}_u)\,dv] = A\bar{\alpha} + B\bar{\beta}.$$

Deoarece vectorul din membrul întîi este egal cu vectorul din membrul al doilea, coeficienţii lui $\bar{\varrho}_u$ şi $\bar{\alpha}_u$ trebuie să se anuleze şi rezultă:

$$(1 + k\tau)\,du + (n + k'\tau)\,dv = 0, \quad (\sigma + c\tau)\,du + (n\sigma + c'\tau)\,dv = 0. \tag{5}$$

Deoarece în problema pusă du şi dv variază arbitrar, sistemul (5) trebuie să aibă determinantul nul:

$$\begin{vmatrix} 1+k\tau & n+k'\tau \\ \sigma+c\tau & n\sigma+c'\tau \end{vmatrix} = 0.$$

Rezolvînd se obţine ecuaţia locului geometric căutat:

$$\tau[(nk-k')\sigma+(c'k-ck')\tau+c'-nc]=0.$$

Locul se descompune în două drepte; $\tau=0$ reprezintă chiar generatoarea şi corespunde cazului singular cînd deplasarea se efectuează în direcţia generatoarei, iar al doilea factor anulat determină ecuaţia dreptei caracteristice din planul bazei. Ecuaţia ei este:

$$\sigma(kn-k')+(c'k-ck')\tau+c'-nc=0. \tag{6}$$

În acest mod se constată că unei generatoare date îi corespunde o anumită dreaptă caracteristică, determinată de ecuaţia (6).

Cînd generatoarea variază, dreapta caracteristică descrie o hipersuprafaţă riglată (H_c). Dacă direcţia dreptei caracteristice este dată de $\bar{\gamma}$ atunci ecuaţia hipersuprafeţei caracteristice este:

$$\bar{R}=\bar{\varrho}(u,v)-[(c'-nc)/(c'k-ck')]\bar{\beta}+w_1\bar{\gamma}, \tag{7}$$

iar $\bar{\gamma}$ are valoarea:

$$\bar{\gamma}=\alpha-[(kn-k')/(c'k-ck')]\bar{\beta}.$$

Cazuri particulare.

a) Dreapta caracteristică este aruncată la infinit; acest caz este caracterizat prin sistemul:

$$kn-k'=0,\quad c'k-ck'=0,\quad nc-c'\neq 0,$$

care admite numai soluţiile: $k=0$ şi $k'=0$. Deci:

$$\bar{\beta}_u=a\bar{\alpha}+b\bar{\beta}+c\bar{\alpha}_u,\quad \bar{\beta}_v=a'\bar{\alpha}+b'\bar{\beta}+c'\bar{\alpha}_u.$$

Este cazul cînd $\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\alpha}_u,\bar{\alpha}_v,\bar{\beta}_u$ şi $\bar{\beta}_v$ sînt situaţi în aceleaşi hiperplan. În acest caz punctul caracteristic este aruncat la infinit şi deci planele de bază (π) şi (π_1) sînt semiparalele. Nu există hipersuprafaţă caracteristică.

b) Dreapta caracteristică este nedeterminată şi deci toţi coeficienţii ei sînt nuli; avem sistemul:

$$nk-k'=0,\quad c'k-ck'=0,\quad c'-nc=0, \tag{8}$$

din care rezultă: $k'=nk, c'=nc$.

Înlocuind aceste valori în sistemul (5), care determină punctul caracteristic, se obţine:

$$(1+k\tau)(du+ndv)=0,\quad (\sigma+c\tau)(du+ndv)=0.$$

Deoarece factorii du, dv sînt arbitrari în problema pusă, $du + ndv \neq 0$, şi rezultă: $1 + k\tau = 0$ şi $\sigma + c\tau = 0$ deci:

$$\sigma = c/k \text{ şi } \tau = -1/k.$$

Se determină astfel în planul de bază al generatoarei (g) un punct fix y, de vector de poziţie $\bar{y}$. Locul geometric descris de acest punct, cînd generatoarea variază, ar putea fi în general o suprafaţă, deoarece $\bar{y}$ este un vector care depinde de parametrii u şi v:

$$\bar{y} = \bar{\varrho}(u, v) + (c/k)\bar{\alpha} - (1/k)\bar{\beta}. \tag{9}$$

Pentru a cerceta natura figurii descrise de acest punct, se construieşte matricea funcţională $\begin{pmatrix} \bar{y}_u \\ \bar{y}_v \end{pmatrix}$, cu:

$$\bar{y}_u = \bar{\varrho}_u + (c/k)\bar{\alpha}_u - (1/k)\bar{\beta}_u + (c/k)_u\bar{\alpha} - (1/k)_u\bar{\beta},$$
$$\bar{y}_v = \bar{\varrho}_v + (c/k)\bar{\alpha}_v - (1/k)\bar{\beta}_v + (c/k)_v\bar{\alpha} - (1/k)_v\bar{\beta}.$$

Ţinînd seama de valorile lui $\bar{\alpha}_v$, $\bar{\varrho}_v$, $\bar{\beta}_u$ şi $\bar{\beta}_v$ şi efectuînd calculele se constată că matricea funcţională $\begin{pmatrix} \bar{y}_u \\ \bar{y}_v \end{pmatrix}$ are rangul 1, deci punctul y descrie o curbă.

Hipersuprafeţei (H) îi corespunde o curbă caracteristică, curba (9), descrisă de y.

Vom cerceta în acest caz modul în care este construită hipersuprafaţa (V). Anume, cercetăm dacă planul de bază depinde la rîndul său de doi parametri sau de unul singur. În acest scop cercetăm matricea formată din derivatele coordonatelor plückeriene ale planului de bază (π). Acest plan de bază este determinat de trei puncte, corespunzătoare vectorilor $\bar{\varrho}, \bar{\alpha}, \bar{\beta}$. Considerînd matricea formată din coordonatele omogene ale punctelor, se extrag toţi determinanţii de ordinul al treilea, care formează coordonatele plückeriene ale planului. Dacă se notează componentele vectorilor prin ϱ_i, α_i şi β_i, matricea este:

$$\begin{pmatrix} 1 & \varrho_1 & \varrho_2 & \varrho_3 & \varrho_4 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \end{pmatrix}.$$

Coordonatele planului sînt de forma $[\bar{\alpha}, \bar{\beta}]$ şi $[\bar{\varrho}, \bar{\alpha}, \bar{\beta}]$. Ambele tipuri de coordonate le notăm în bloc prin p.

Planele depind de un singur parametru atunci cînd matricea are rangul 2, adică între p, p_u, p_v este o legătură liniară:

$$p_u = (\bar{\alpha}, \bar{\beta})_u = (\bar{\alpha}_u, \bar{\beta}) + b(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) + c(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}_u) + k(\bar{\alpha}, \bar{\varrho}_u),$$

$$p_v = (\bar{\alpha}, \bar{\beta})_v = \lambda(\bar{\alpha}_v, \bar{\beta}) + n(\bar{\alpha}_u, \bar{\beta}) + b'(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) + c'(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}_u) + k'(\bar{\alpha}, \bar{\varrho}_u),$$

$$p_v - np_u = (\lambda + b' - nb)p + (c' - nc)(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}_u) + (k' - nk)(\bar{\alpha}, \bar{\varrho}_u).$$

Se demonstrează că pentru ca să existe o relație liniară între p, p_u și p_v sau între p, p_u și $p_v - np_u$ este necesar și suficient ca $c' - nc = 0$, $k' - nk = 0$, relații care ne arată că dreapta caracteristică este nedeterminată. Așadar *dreapta caracteristică este nedeterminată atunci și numai atunci cînd planele de bază depind de un singur parametru.*

Este clar că în acest caz hipersuprafața (H) este identică cu familia ∞^1 a planelor de bază, nedesfășurabile, deoarece hiperplanul tangent nu este fix de-a lungul planului generator. Hiperplanele tangente unei astfel de hipersuprafețe în punctele unui plan generator (π) trec prin acest plan. Se arată că fiecare din cele ∞^1 hiperplane ce pot fi duse prin planul (π) este tangent hipersuprafeței în punctele unei drepte și că dreptele astfel definite concură în punctul caracteristic al planului (π).

Un exemplu de acest fel îl constituie hipersuprafața generată de un plan ce se deplasează de-a lungul unei curbe $\bar{R} = \bar{\varrho}(u) + v\bar{a}(u) + wb(u)$, hipersuprafețe ce le-am cercetat sub numele de *biriglate.*

Hipersuprafața caracteristică este o hipersuprafață riglată propriuzisă cînd dreapta caracteristică (d) este la distanță finită și neparalelă cu (g); ea este determinată de ecuația (6). Pentru a studia această hipersuprafață riglată se consideră ca suprafață directoare suprafața descrisă de punctul de intersecție dintre generatoarea (g) și dreapta caracteristică corespunzătoare. Planul (π) este determinat de direcțiile acestor două drepte, iar ecuațiile hipersuprafeței (H) și a hipersuprafeței H_c vor fi:

$$(H) \qquad \bar{r} = \bar{\varrho}(u, v) + w\bar{\alpha}(u, v), \qquad (H_c) \qquad \bar{r} = \bar{\varrho}(u, v) + w_1\bar{\beta}(u, v),$$

unde $\bar{\beta}$ este direcția dreptei caracteristice.

Hiperplanul tangent dus la hipersuprafața caracteristică are ecuația:

$$[\bar{R} - \bar{\varrho},\ \bar{\varrho}_u + w_1\bar{\beta}_u,\ \bar{\varrho}_v + w_1\bar{\beta}_v,\ \bar{\beta}] = 0.$$

Acest hiperplan tangent înfășoară în general un hipercon pătratic la deplasarea de-a lungul dreptei (d). Vom determina cazul în care hipersuprafața caracteristică (H_c) se poate pune în corespondență prin hiperplane tangente paralele (cu păstrarea generatoarelor) cu hipersuprafața dată de (H). Pentru a avea o astfel de corespondență am arătat că este necesar și suficient ca hipersuprafețele să fie de același tip. Deci (H_c) trebuie să fie tot de tipul 2°. Se impun condițiile (4) pentru (H) și (H_c); rezultă:

$$(10) \quad \bar{\beta}_v = \lambda_1\bar{\alpha} + \mu_1\bar{\beta} + n\bar{\beta}_u, \quad \bar{\alpha}_v = \lambda\bar{\alpha} + \mu\bar{\beta} + n\bar{\alpha}_u, \quad \bar{\varrho}_v = l\bar{\alpha} + m\bar{\beta} + n\bar{\varrho}_u.$$

Sistemul (10) pune în evidenţă faptul că cele două hipersuprafeţe sînt de acelaşi tip. Între ele există o corespondenţă a generatoarelor şi planele de bază (π) ale generatoarelor corespunzătoare coincid. Ne propunem să determinăm o corespondenţă între punctele generatoarelor corespunzătoare (g) şi (d) astfel ca hiperlanele tangente duse respectiv la cele două hipersuprafeţe (H) şi (H_c) să fie paralele. Admitem ipoteza că $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\alpha}_u, \bar{\varrho}_u$ sînt vectori liniar independenţi şi pot fi consideraţi versori fundamentali, adică: $\bar{\alpha}(1,0,0,0)$, $\bar{\beta}(0,1,0,0)$, $\bar{\alpha}_u(0,0,1,0)$, $\bar{\varrho}_u(0,0,0,1)$. În acest sistem avem:

$$\bar{\alpha}_v(\lambda, m, n, 0),\quad \bar{\varrho}_v(l, m, 0, n),\quad \bar{\beta}_u(\beta_{1u}, \beta_{2u}, \beta_{3u}, \beta_{4u}),$$

$$\bar{\beta}_v = (\lambda_1 + n\beta_{1u})\bar{\alpha} + (\mu_1 + n\beta_{2u})\bar{\beta} + n\beta_{3u}\bar{\alpha}_u + n\beta_{4u}\bar{\varrho}_u .$$

Scriind hiperplanul tangent la (H), se găseşte:

$$-(m + w\mu)[Z - z - w(T - t)] = 0 .$$

Hiperplanul este determinat, dacă $w \neq -m/\mu$, adică dacă se elimină punctul singular. Se obţine ecuaţia hiperplanului tangent la (H):

$$Z - z = w(T - t) .$$

Hiperlanul tangent la (H_c) este:

$$-(l + w_1\lambda_1)[(Z - z)(1 + w_1\beta_{4u}) + (T - t)w_1\beta_{3u}] = 0 .$$

Dacă $w_1 \neq -l_1/\lambda_1$, atunci, eliminînd punctul singular de pe (g^*), rezultă ecuaţia hiperplanului tangent la (H_c):

$$(1 + w_1\beta_{4u})(Z - z) + w_1\beta_{3u}(T - t) = 0 .$$

Corespondenţa prin hiperplane tangente paralele se găseşte impunînd condiţia ca hiperplanele găsite să fie paralele; prin urmare avem:

$$-ww_1 + w + \beta_{3u}w_1 = 0 . \tag{11}$$

Corespondenţa este o omografie nedegenerată şi anume o omologie dată de (11). Dreptele ce unesc punctele corespunzătoare trec printr-un punct fix, centrul de omologie. Punctele corespunzătoare sînt determinate de:

$$w_1 = -w/(\beta_{3u} + w\beta_{4u}) .$$

Pentru determinarea centrului de omologie se consideră în planul (π) două drepte ce unesc puncte corespunzătoare de pe (g) şi (d), anume:

$$\sigma - \tau(\beta_{3u} + w\beta_{4u}) - w = 0,\quad \sigma - \tau(\beta_{3u} + w_1\beta_{4u}) - w_1 = 0 .$$

Rezultă:

$$\sigma = -\beta_{3u}/\beta_{4u},\quad \tau = -1/\beta_{4u},$$

deoarece $w \neq w_1$.

Vectorul de poziţie al centrului de omologie este:

$$\bar{r}_0 = \bar{\varrho}(u, v) - (\beta_{3u}/\beta_{4u})\bar{\alpha} - (1/\beta_{4u})\bar{\beta}.$$

Se poate enunța propoziția:

Hipersuprafața caracteristică (H_c) *se poate pune în corespondență prin hiperplane tangente paralele cu hipersuprafața riglată dată, dacă dreapta caracteristică a unei generatoare generice* (g) *este determinată* (d). *În acest caz hipersuprafețele* (H_c) *și* (H) *sînt de același tip. Perechea de generatoare corespunzătoare este chiar generatoarea și dreapta ei caracteristică. Dreapta caracteristică determină hipersuprafața riglată* (H_c) *de tip 2°, cu plane de bază comune cu* (H). *Corespondența prin hiperplane tangente paralele determină între punctele generatoarei și a dreptei caracteristice* (*corespunzătoare*) *o omologie.*

Se exclud punctele singulare, focarele generatoarei (g) și a dreptei caracteristice. În adevăr, fiind de tip 2°, pe fiecare generatoare avem un focar [1].

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Ruscior Șt., An. șt. Univ. „Al. I. Cuza", Iași, s. I, 1962, **VIII**, *2*, pp. 369—394.
2. — Bul. Inst. polit., Iași, 1959, **V (IX)** *1—2*, pp. 13—18.

О ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ НЕКОТОРОЙ ЛИНЕЙЧАТОЙ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ПРОСТРАНСТВА S_4

(Резюме)

Характеристическая поверхность (H_c) определена для линейчатой гиперповерхности (H), для которой огибающая касательных гиперпланов проведенных по длине образующей (g), образует пучек.

Для каждой образующей (g) получается характеристическая прямая (d). Геометрическое место прямых (d), в случае когда (g) описывает гиперповерхность (H), является характеристической поверхностью (H_c), связанной гиперповерхностью (H).

Гиперповерхность (H_c) определяема только в случае если характеристическая прямая находится на конечном расстоянии и не является параллельной (g). Она дана выражением (6).

Соответствие касательными параллельными гиперпланами, сохраняющими образующие, может быть установлено между гиперповерхностями (H) и (H_c) только в случае если они являются одного и того же класса.

Между точками образующих (g) и (d) учитываемое соответствие определяет гомологию.

SUR L'HYPERSURFACE CARACTÉRISTIQUE D'UNE HYPERSURFACE RÉGLÉE DANS S_4

(Résumé)

L'hypersurface caractéristique (H_c) est définie pour une hypersurface réglée (H) pour laquelle l'enveloppe des hyperplans tangents menés le long d'une génératrice (g) constitue un faisceau.

Pour chaque génératrice (g) on trouve une droite caractéristique (d). Le lieu des droites (d) lorsque (g) décrit l'hypersurface (H) est l'hypersurface caractéristique (H_c), liée intrinséquement à l'hypersurface (H). L'hypersurface (H_c) est définie lorsque la droite caractéristique se trouve à une distance finie et si celle-ci n'est pas parallèle à (g). Elle est donnée par l'équation (6).

La correspondance par hyperplans tangents parallèles, avec conservation des génératrices, peut être établie entre (H) et (H_c) seulement si les deux hypersurfaces appartiennent à la même classe.

Entre les points des génératrices correspondantes (g) et (d), la correspondance considérée détermine une homologie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 515.19

SECŢIUNI PLANE ŞI INTERSECŢII DE CORPURI GEOMETRICE ÎN GEOMETRIA REPREZENTATIVĂ PLAN-AXIALĂ

DE

I. RUSU, C. HUIU, N. IRIMICIUC şi Gr. TAŞCĂ

Comunicare prezentată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Lucrarea de faţă, scoţînd în evidenţă continuarea preocupărilor colectivului de a elabora o nouă geometrie reprezentativă, prezintă rezultatele aplicării metodei, expusă în lucrările anterioare [1], [2], la rezolvarea problemelor privind secţiunile plane şi intersecţiile de corpuri geometrice.

Reprezentarea unui corp geometric în geometria reprezentativă plan-axială se realizează prin proiecţia corpului pe planul reprezentării şi prin precizarea poziţiei unui punct al corpului, acesta fiind un punct arbitrar situat pe o muchie sau pe o generatoare, în cazul prismei şi cilindrului şi coincizînd cu vîrful, în cazul piramidei şi conului.

Dat fiind faptul că problema determinării secţiunilor plane se reduce de fapt la problema intersecţiei dintre o dreaptă şi un plan, se consideră necesar să se reamintească construcţiile ce determină această intersecţie.

Fie planul P, dat prin urmele P_0 şi P_z, precum şi dreapta D, dată prin proiecţia sa d prin punctul $N(n, \bar{n})$ situat pe aceasta şi prin unghiul ψ_0 pe care dreapta îl face cu planul π (fig. 1).

Se duce prin dreapta D un plan Q proiectant faţă de π, astfel încît în epură $Q_0 \equiv d$. Acest plan se intersectează cu planul dat P după o dreaptă D_1, avînd în planul π proiecţia $d_1 \equiv Q_0$. Un punct al acestei drepte este urma u_1, care rezultă din intersecţia urmelor Q_0 şi P_0. Un al doilea este punctul oarecare M situat pe dreapta D_1,

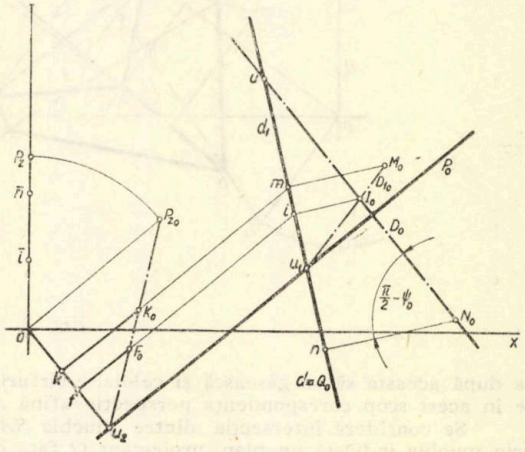


Fig. 1.

a cărui proiecţie m pe planul reprezentării este figurată în epură pe d_1. Acest punct trebuie să aparţină şi planului P, de aceea se va considera că orizontala planului care trece prin m este paralelă cu P_0 şi intersectează triunghiul liniei de cea mai mare pantă, rabătut în planul π, în punctele k şi K_0. Segmentul kK_0 este egal cu segmentul mM_0, care reprezintă cota punctului considerat M.

Astfel, cele două drepte situate în planul proiectant Q se rabat în planul π cu ajutorul elementelor ce le determină, avînd ca axă de rabatere urma Q, iar ca raze de rabatere cotele punctelor situate pe aceste drepte.

Dreptele rabătute D_0 şi D_{1_0} se intersectează în punctul I_0. Acesta este punctul de intersecţie dintre dreapta D şi planul P dat, punct rabătut şi el în planul π. Dacă din I_0 se duce perpendiculara la d, se obţine proiecţia i în planul π a acestui punct. Orizontala punctului I determină, prin intersecţia cu triunghiul liniei de cea mai mare pantă, cota punctului I, deci şi proiecţia sa axială $\bar{i}$, deoarece $\overline{fF_0} = \overline{iI_0} = \overline{Oi}$.

2. Secţiune plană printr-un poliedru

Se dă, spre exemplu, piramida $SABC$. Aceasta este reprezentată prin proiecţia sa $sabc$ în planul π şi prin proiecţia axială $\bar{s}$ a vîrfului S; segmentul $\overline{Os}$ reprezintă cota acestuia. Este evident că proiecţiile axiale ale vîrfurilor A, B şi C, care au cota nulă, se vor găsi în originea O.

Se consideră apoi planul P de secţiune, reprezentat prin urmele P_0 şi P_z. Este suficient să se intersecteze, în modul cunoscut, una din muchiile poliedrului cu planul P,

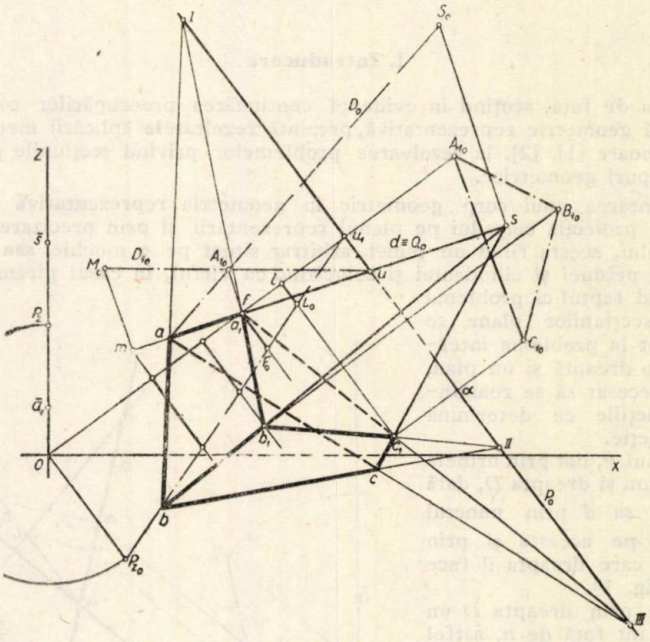


Fig. 2

ca după aceasta să se găsească şi celelalte vîrfuri ale poligonului de secţiune, utilizîndu-se în acest scop corespondenţa perspectiv-afină a figurilor plane.

Se consideră intersecţia dintre muchia SA şi planul P. Pentru aceasta se duce prin muchia indicată un plan proiectant Q faţă de planul π. Astfel în epură $sa \equiv Q_0$, care va constitui axa de rabatere. Muchia rabătută este $aS_0 \equiv D_0$. Deci $\overline{sS_0} = \overline{Os}$ = cota

vîrfului piramidei. Din intersecția planelor P și Q_1 rezultă dreapta D_1, care este determinată de urma u (fig. 2) precum și de un punct M ce aparține și planului P. Prin intersecția dreptelor rabătute $D_0 \equiv aS_0$ și D_{1_0} se obține punctul A_{1_0}, care reprezintă intersecția căutată și unul din vîrfurile poligonului de secțiune, rabătută în planul π.

Prin perpendiculara dusă din A_{1_0} la proiecția sa, se obține pe aceasta proiecția a_1, în planul π, a punctului A_1, care este unul din vîrfurile poligonului de secțiune reprezentat în planul π. Cota acestui punct se găsește cu ajutorul orizontalei sale în planul P, astfel încît $\overline{fF_0} = \overline{Oa_1}$.

Utilizînd urma P_0 ca axă de perspectivitate, comună deci planelor P și π, se pot găsi cu ușurință celelalte vîrfuri ale poligonului de secțiune. Astfel, prelungind muchia ab, aceasta intersectează urma P_0, în I. Acest punct (I) unit printr-o dreaptă cu proiecția a_1, determină la intersecția cu sb punctul b_1 (proiecția în planul π a punctului B_1, alt vîrf al poligonului de secțiune).

Cota acestui punct și deci proiecția sa axială se obține analog ca și pentru vîrful A_1 (a_1, $\overline{a_1}$).

Se procedează în același mod pentru obținerea proiecțiilor celorlalte vîrfuri ale poligonului de secțiune.

Pentru a se obține mărimea reală a secțiunii se va rabate planul P, împreună cu poligonul de secțiune, în planul π, avînd ca axă de rabatere urma P_0. În acest scop se duc perpendiculare la P_0 din proiecțiile a_1, b_1 și c_1. Pe direcția acestor perpendiculare, începînd cu punctele de intersecție ale lor cu urma P_0, se măsoară ipotenuzele triunghiurilor liniei de cea mai mare pantă (corespunzătoare urmei axiale), care sînt în acest caz raze de rabatere. Astfel, pentru vîrful C_{1_0} rabătut se măsoară $\overline{u_1 L} = \overline{aC_{1_0}}$. În mod analog se vor găsi și vîrfurile A_{1_0} și B_{1_0}, ale poligonului de secțiune.

3. Secțiune plană prin corpuri rotunde

Se consideră un cilindru circular oblic, al cărui cerc director se află situat în planul π. Înclinarea generatoarelor cilindrului este dată de un punct $M(m, m)$ situat pe generatoarea punctului A de pe cercul director (fig. 3).

În afară de generatoarele de contur corespunzătoare punctelor A și B s-au intersectat cu planul de secțiune $P(P_0, P_2)$ și generatoarele ce trec prin extremitățile C, F și E, G ale diametrelor principale în cerc.

S-a intersectat mai întîi generatoarea punctului A de pe cerc cu planul P. Punctul de intersecție A_{1_0}, în rabatere pe planul π, se găsește considerînd punctul de concurență dintre generatoarea AM și dreapta D ce rezultă din intersecția planului proiectant Q față de planul π dus prin generatoarea menționată. Pentru găsirea punctului E_1 de pe elipsa de secțiune se va ține seama că acesta reprezintă transformatul afin al lui E de pe cercul de bază. În planul π se unesc proiecțiile a și e printr-o dreaptă, care se intersectează cu axa de afinitate în I. Unind apoi proiecțiile I cu a_1, se obține la intersecția cu generatoarea E, proiecția e_1 corespunzătoare punctului căutat E_1 al curbei de secțiune. Ducînd orizontala planului P prin e_1 se obține în triunghiul liniei de cea mai mare pantă segmentul $kK_0 = \overline{Oe_1}$, ceea ce conduce la găsirea pe axa OZ a proiecției axiale e_1. Celelalte puncte ale elipsei de secțiune se găsesc în mod analog.

Construcția tangentei într-un punct, spre exemplu în E_1, s-a efectuat tot pe baza afinității celor două figuri, cercul de

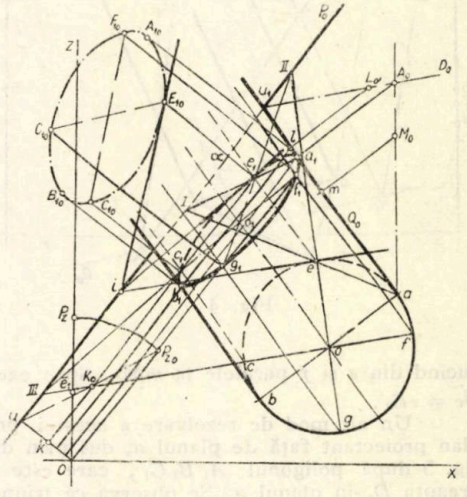


Fig. 3

bază şi elipsa de secţiune. Astfel se duce în e tangenta la cercul director, care intersectează axa P_0 în i. Apoi, din punctul i se pot duce tangente atît în e_1, la proiecţia curbei de secţiune, cît şi în E_{1_0}, la curba rabătută. Pentru construcţia elipsei ce rezultă din secţiune în rabatere, se consideră rabătute punctele sale în modul cunoscut. Astfel se vor rabate diametrii conjugaţi care conduc la construcţia elipsei. De exemplu E_{1_0} se obţine ducînd din e_1 perpendiculara pe P_0, iar pe aceasta se măsoară distanţa $\alpha E_{1_0} = uK_0$.

4. Intersecţia unei drepte cu un corp geometric

Înainte de a se trece la problema intersecţiei de corpuri geometrice s-a găsit de cuviinţă să se rezolve problema intersecţiei dintr-o dreaptă şi un corp geometric considerat, caz ce constituie elementul de bază în rezolvarea intersecţiilor de corpuri.

a) *Intersecţia dintre o dreaptă şi un poliedru*

Metoda de lucru este cunoscută din geometria reprezentativă ortogonală şi anume, prin dreapta dată se consideră un plan care secţionează poliedrul (corpul), spre exemplu prisma $ABCI$ (fig. 4), după un poligon. Punctele comune dintre acesta şi dreapta dată sînt punctele de intersecţie căutate.

În acest scop se consideră că prin punctul $M(m, \bar{m})$, situat pe dreapta D dată, se duce o dreaptă Δ paralelă cu muchiile prismei. Se rabate în planul π muchia laterală AI a prismei şi dreapta Δ în acelaşi sens, cu ajutorul cotelor $\overline{Om} = \overline{mM_0}$ şi $\overline{Oi} = \overline{iI_0}$, precum şi a unghiurilor $\psi = \psi_\Delta$, în mod cunoscut. Se află astfel urma u a dreptei Δ. Se rabate în planul π apoi dreapta D, utilizînd cota punctului $M(m, \bar{m})$, $\overline{Om} = \overline{mM_0}$ şi unghiul ψ_D, găsindu-se urma u_1 a acesteia.

Urmele u şi u_1 determină urma Q_0 în planul π a planului Q dus prin dreapta D şi paralel cu muchiile laterale ale prismei. Aceasta intersectează poligonul bazei în punctele l şi k, din care, ducîndu-se paralele la muchiile menţionate, se obţin, la intersecţia cu d, punctele e şi f de intersecţie dintre dreaptă şi prismă. Cotele acestora se obţin

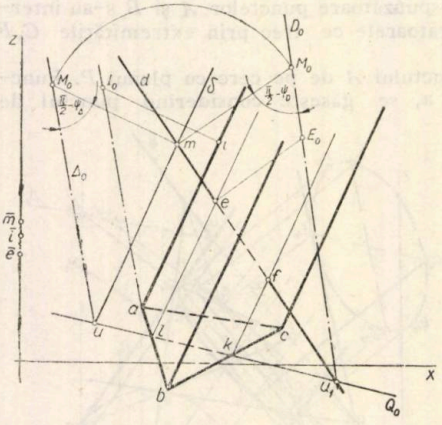


Fig. 4

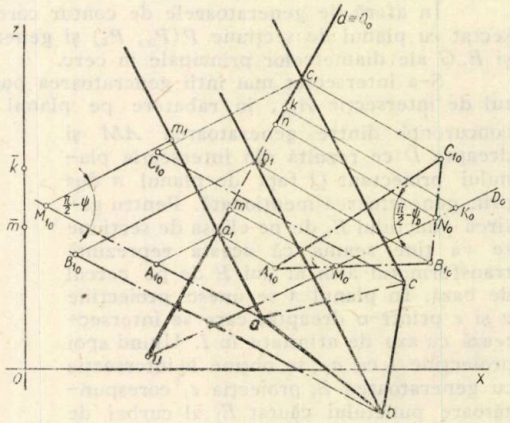


Fig. 5

ducînd din e şi f paralele la mM_0. Spre exemplu cota punctului $E(e, \bar{e})$ este segmentul $\overline{Oe} = \overline{eE_0}$.

Un alt mod de rezolvare a acestei probleme este acela în care se consideră un plan proiectant faţă de planul π, dus prin dreapta D. Acest plan secţionează prisma din fig. 5 după poligonul $A_1 B_1 C_1$, care este rabătut cu ajutorul planului Q, împreună cu dreapta D, în planul π. Se observă că triunghiul rabătut $A_{1_0} B_{1_0} C_{1_0}$ este intersectat de către D_0 în M_0 şi N_0.

Ducînd din aceste puncte perpendiculare la axa de rabatere Q_0 se găsesc astfel pe d proiecțiile m și n ale punctelor de intersecție M și N dintre dreapta D și prisma dată. Se observă că pentru găsirea vîrfurilor A_{1_0}, B_{1_0}, C_{1_0} ale poligonului de secțiune este necesar să se cunoască cotele acestor puncte (cote ce au rolul de raze de rabatere). În acest scop se rabate muchia AM obținîndu-se în planul π triunghiul $am_1 M_{1_0}$. Dacă din a_1 se duce paralela la $m_1 M_{1_0}$, atunci se obține segmentul $a_1 A_{1_0}$, care este cota vîrfului A. În mod analog se obțin și celelalte cote ale vîrfurilor corespunzătoare.

b) *Intersecția dintre o dreaptă și un corp rotund*

Se consideră un con circular oblic și dreapta D (fig. 6). Vîrful S al conului și dreapta dată determină un plan Q. Acesta secționează conul după generatoarele SP (sp) și SR (sr), care împreună cu dreapta D (d) determină proiecțiile pe planul π ale punctelor

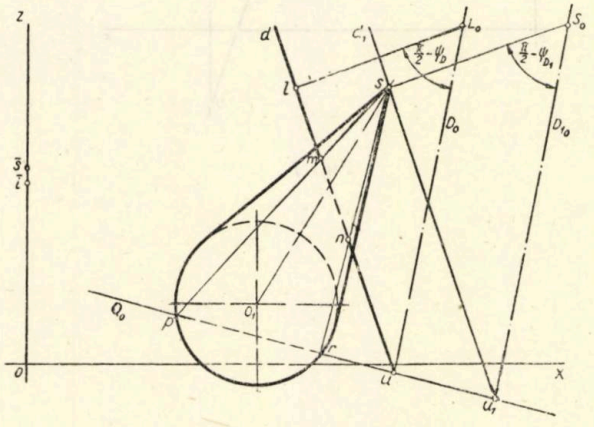


Fig. 6

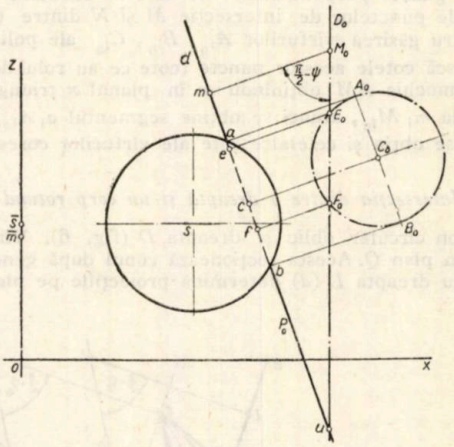
$M(m)$ și $N(n)$ de intersecție căutate. Pentru aceasta este însă necesar să se găsească urma Q_0 a planului Q. În acest scop se duce prin vîrful S al conului dreapta D_1 (d_1), paralelă cu D (d). Aceste drepte se rabat în planul π cu ajutorul elementelor ce le determină în mod cunoscut. Se găsesc în acest caz urmele u și u_1, care determină urma Q_0 a planului ajutător de secțiune.

c) *Intersecția dintre o dreaptă și o sferă*

Se duce prin dreapta D un plan P, proiectant față de planul π. Sfera S (fig. 7) este secționată după un cerc cu centrul în C (c) și de diametru AB (ab). Cotele punctelor A, B și C ale cercului de secțiune rezultînd din intersecția planului P cu ecuatorul sferei (cercul s din planul π) au cota egală cu cea a centrului sferii, anume $\overline{Os} = \overline{aA_0} = \overline{cC_0} = \overline{bB_0}$, ceea ce permite rabaterea cercului de secțiune în C_0. Dreapta D rabătută în planul π este D_0, care intersectează cercul C_0 în E_0 și F_0. Acestea sînt punctele de intersecție dintre dreapta D și sfera S în rabatere. Prin linii de ordine duse față de axa $P_0 \equiv d$, se obțin pe d proiecțiile e și f ale punctelor căutate.

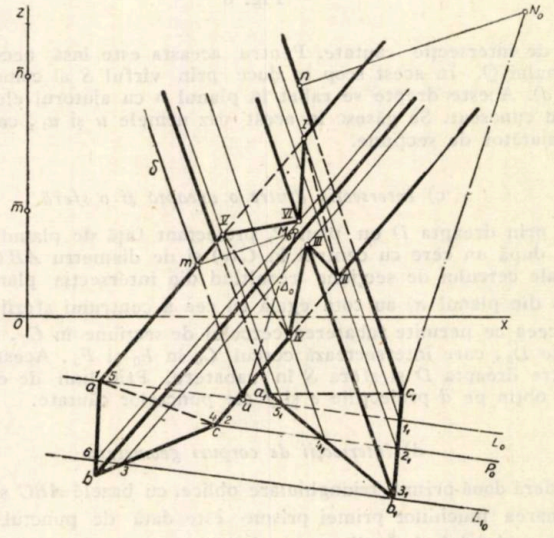
d) *Intersecții de corpuri geometrice*

Se consideră două prisme triunghiulare oblice, cu bazele ABC și $A_1 B_1 C_1$, situate în planul π. Înclinarea muchiilor primei prisme este dată de punctul $M(m, \overline{m})$, situat pe muchia laterală a vîrfului A. Înclinarea celeilalte prisme este dată de punctul $N(n, \overline{n})$, situat pe muchia laterală a vîrfului C_1.



z
d
m
a
e
c
f
s
b
D_0
M_0
A_0
E_0
C_0
F_0
B_0
P_0
$\frac{\pi}{2}-\psi$
$\bar{s}$
$\bar{m}$
0
x
u

Fig. 7



z
$\bar{n}$
$\bar{m}$
0
x
N_0
n
I
II
III
IV
V
VI
M_0
m
Δ_0
a
b
c
u
a_1
c_1
s_1
L_0
P_0
L_{10}

Fig. 8

Pentru obținerea poligonului de intersecție dintre cele două prisme se vor considera plane ajutătoare paralele cu muchiile ambelor prisme. Dreptele de intersecție dintre un astfel de plan și fețele prismelor vor da puncte care reprezintă vîrfurile poligonului de intersecție în acest caz. În acest scop prin punctul $M(m)$ se duce dreapta Δ paralelă cu muchiile laterale ale prismei $A_1 B_1 C_1$. În epură (fig. 8) proiecția δ trece prin m și este paralelă cu proiecțiile muchiilor laterale ale prismei $A_1 B_1 C_1$.

Dacă dreapta este paralelă cu muchiile A_1, B_1 și C_1, rezultă că în afară de paralelismul amintit aceste drepte fac același unghi cu planul π. Ținînd seama de acest fapt se rabate dreapta Δ în planul π, astfel că intersecția dintre δ și Δ_0 determină urma u. Urma găsită și cu vîrful $A(a)$ determină urma L_0 a unui plan ajutător limită. Celelalte plane (L_{1_0} și P_0) se figurează în mod cunoscut, utilizîndu-se pentru găsirea ordinei în care se unesc vîrfurile poligonului de intersecție, metoda punctelor mobile.

e) *Intersecția corpurilor rotunde*

Fie cilindrul și conul reprezentate în fig. 9. Curbele directoare ale acestor corpuri sînt situate în planul π. Înclinarea cilindrului este dată de punctul $M(m, \bar{m})$ situat pe generatoarea de contur a punctului $A(a)$. Pentru con este suficient să se cunoască vîrful $S(s, \bar{s})$. Pentru găsirea punctelor curbei de intersecție se vor utiliza plane ajutătoare

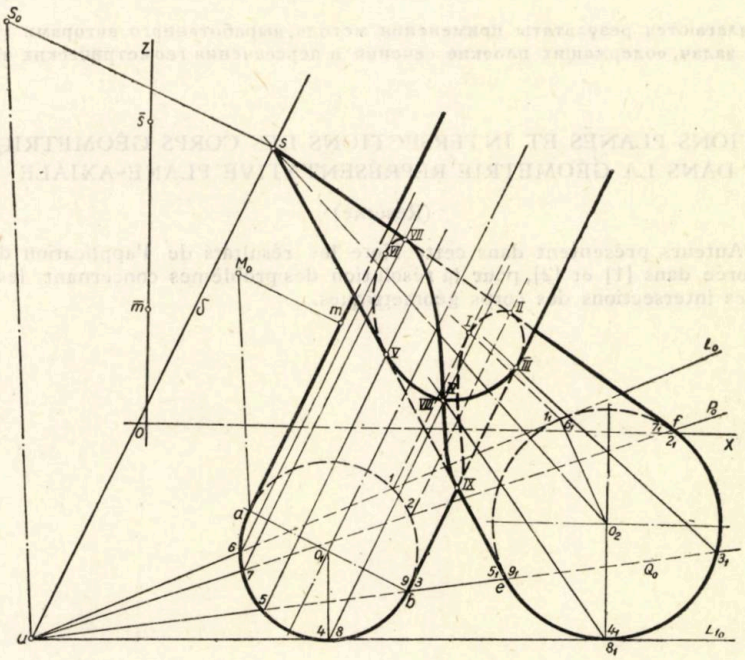


Fig. 9

paralele cu generatoarele cilindrului și care trec prin vîrful S al conului. În acest scop se duce prin vîrful conului o dreaptă paralelă cu generatoarele cilindrului.

Cunoscînd cota vîrfului conului și a punctului M de pe generatoarea din A, se rabate în planul π mai întîi generatoarea menționată. Din S_0, rabătut, se duce apoi Δ_0 paralel cu $M_0 a$. Se află astfel urma dreptei Δ în planul π, din care se duc urmele planelor limită L_0 și L_{1_0} și ale celor auxiliare. Ca și în cazul precedent, s-a utilizat me-

toda punctelor mobile pentru găsirea ordinei în care se unesc punctele ce aparţin curbei de intersecţie. În toate reprezentările din prezenta lucrare s-a ţinut seama de regulile de vizibilitate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de desen şi geometrie descriptivă,
Catedra de mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Irimiciuc N., Rusu I., Huiu C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, pp. 65—74.
2. Huiu C., Irimiciuc N., Rusu I., Taşcă Gr., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *1—2*, pp. 45—50.
6. Botez Şt. Mihai, *Aplicaţiile geometriei descriptive.* Iaşi, 1946.

ПЛОСКИЕ СЕЧЕНИЯ И ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ В ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОЙ ПЛОСКО-АКСИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

(Резюме)

Предлагаются результаты применения метода, выработанного авторами ([1] и [2]), в решении задач, содержащих плоские сечения и пересечения геометрических тел.

SECTIONS PLANES ET INTERSECTIONS DES CORPS GÉOMETRIQUES DANS LA GÉOMETRIE REPRÉSENTATIVE PLANE-AXIALE

(Résumé)

Les Auteurs présentent dans cette Note les résultats de l'application de la méhtode élaborée dans [1] et [2], pour la résolution des problèmes concernant les sections planes et les intersections des corps géometriques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. C. 532.51

STEADY LAMINAR FLOW THROUGH AN ANNULUS WITH POROUS WALLS OF AN INCOMPRESSIBLE FLUID

BY

N. CH. PATTABHI RAMACHARYULU

1. Introduction

The problems of fluid-flow through an annulus with porous walls receive great interest in view of their applications in technological and bio-physical fields. Berman [1] initiated the steady of laminar flow of an incompressible fluid through channels with porous walls and obtained solutions of Navier-Stokes equations by perturbation method for small values of suction Reynolds number (R), which was later extended for large values of R by Sellers [2] and Yuan [3]. The flow through an annulus with porous stationary walls was considered by Berman [4] and the effect of wall porosity on the temperature distribution by Inmann [5]. This was later extended by Nanda when the inner wall moves uniformly along the axis of the annulus and the outer at rest [6] and by Kapur and Mallik when both the walls rotate uniformly about the axis [7].

The problem of incompressible fluid-flow through an annulus with porous walls has been further generalized in this paper by taking the walls to be both moving and rotating uniformly. The problem of heat transfer has also been considered when the walls are kept at constant temperatures. It has been found possible to integrate the equations of motion and energy when all the physical quantities are functions of the distance from the axis of the annulus only. The results of Berman, Inmann, Nanda, and Kapur and Mallik (*loc cit.* [4]... [7]) can be deduced as special cases. Also we obtain, as a special case, the flow through a porous circular pipe due to a line-source or a sink placed along its axis.

2. Basic equations

We consider the steady laminar flow of an incompressible, viscous, heat conducting fluid between two porous, infinite, coaxial circular cylinders of radii a and b ($a > b$), which are moving along their axis with uniform velocities u_a and u_b and rotate with uniform angular velocities Ω_a and Ω_b. They are also kept at constant temperatures T_a and T_b respectively.

It is supposed that: i) the flow across the walls is uniform so that the rate of suction at one wall (say, $r = a$) is equal to the rate of injection at the other; ii) no external forces act on the flow, and iii) all the physical quantities such as velocity, pressure, etc., are functions of only r, the distance from the axis of the annulus.

Let u, v, w, be the velocities of the fluid in the directions of x, r, φ of a system of cylindrical polar coordinates whose axis of x coincides with the axis of the annulus. Introducing the dimentionless distance parameter λ by the relation:

(1) $$\lambda = r/a,$$

where $1 \geqslant \lambda \geqslant \sigma = b/a$, we write the equations of motion:

(2) $$vu' = (\nu/\alpha)(u'' + u'/\lambda),$$

(3) $$vv' - w^2/\lambda = -p'/\varrho + (\nu/\alpha)(v'' + v'/\lambda - v/\lambda^2),$$

(4) $$vw' + vw/\lambda = (\nu/\alpha)(w'' + w'/\lambda - w/\lambda^2),$$

the equation of continuity:

(5) $$v' + v/\lambda = 0,$$

and the energy equation:

(6) $$\varrho c v T' = (k/a)(T'' + T'/\lambda) + \Phi,$$

with the dissipation function Φ given by:

(7) $$\Phi = (\mu/a)[u'^2 + 2v'^2 + 2v^2/\lambda^2 + (w' - w/\lambda)^2],$$

where p, ϱ, $\nu = \mu/\varrho$, T, k, c denote the pressure, the density, the coefficient of kinematic viscosity, the temperature, the coefficient of heat conductivity and the specific heat of the liquid, and dashes denote differentiation with respect to λ. It is assumed that ϱ, ν, k, and c are independent of T. The boundary conditions of the problem are:

(8) $$(u, v, w, T) = (u_i, v_i, i\Omega_i, T_i),$$

where $i = a$ and b for the $\lambda = 1$ and σ respectively and v_a and v_b are the velocities of suction and injection at the walls.

3. Radial component of the velocity

The equation (5) gives $v\lambda = \text{const.}$ and using the boundary condition (8), we obtain that:

(9) $$v = v_a/\lambda = \sigma v_b/\lambda.$$

It can be observed that the radial velocity varies inversely as the distance from the axis and is independent of the velocities of the walls and the viscosity of the fluid.

4. Axial component of the velocity

Substituting the result (9) in the equation (2), we obtain:

(10) $$u'' + [(1 - R)/\lambda]\, u' = 0,$$

the solution of which, after using the boundary conditions (8), is found to be:

(11) $$u = [(u_a - u_b)/(1 - \sigma^R)]\, \lambda^R + (u_b - u_a \sigma^R)/(1 - \sigma^R),$$

where $R = av_a/\nu$ denotes the suction Reynolds number.

We note that the axial velocity of the flow is independent of the angular velocities of the walls. Also the velocity profile is linear for $R = 1$ and parabolic for $R = 2$. By taking $u_a = 0$, we get the result obtained by Nanda (*loc. cit.*) and further for $u_b = 0$, we have Berman's result with stationary walls (*loc. cit.* [4]).

5. Azimuthal component of the velocity

Using the results (9) and (11), the equation (4) can be written as:

(12) $$w'' + [(1 - R)/\lambda]\, w' - [(1 + R)/\lambda^2]\, w = 0,$$

and the solution can be obtained as:

$$w = [a(\Omega_a - \sigma^2 \Omega_b)/(1 - \sigma^{R+2})]\lambda^{R+1} + [a\sigma^2(\Omega_b - \Omega_a \sigma^R)/(1 - \sigma^{R+2})]/\lambda. \tag{13}$$

Thus the azimuthal component of the velocity is independent of the axial velocities of the walls and is the same as that obtained by Kapur and Mallik (*loc. cit.*) The solution is not regular for $R = -2$ and this case has been discussed separately.

6. Pressure distribution

Substituting these results in the equation (3) and integrating, we obtain the pressure distribution:

$$\begin{aligned}(p - p_0)/\varrho = &-(1/2)[v_a^2 + a^2\sigma^4(\Omega_b - \Omega_a\sigma^R)^2/(1 - \sigma^{R+2})^2]/\lambda_2 + \\ &+ (1/2)[a^2(\Omega_a - \sigma^2\Omega_b)^2/(1 - \sigma^{R+2})^{2(R+1)}]\lambda^{2(R+1)} + \\ &+ \{2b^2(\Omega_a - \sigma^2\Omega_b)(\Omega_b - \Omega_a\sigma^R)/[R(1 - \sigma^{R+2})^2]\}\lambda^R,\end{aligned} \tag{14}$$

where p_0 is constant of integration taken as some standard pressure.

For $R = -1$, the pressure distribution (14) reduces to:

$$\begin{aligned}(p - p_0)/\varrho = &-(1/2)[v_a^2 + a^2\sigma^2(\Omega_a - \Omega_b\sigma)^2/(1 - \sigma)^2]/\lambda^2 + \\ &+ [2a^2\sigma(\Omega_a - \sigma^2\Omega_b)(\Omega_a - \sigma\Omega_b)/(1 - \sigma)^2]/\lambda + [a^2(\Omega_a - \Omega_b\sigma^2)^2/(1 - \sigma)^2]\log\lambda,\end{aligned} \tag{15}$$

and for $R = 0$, we have the case of rigid walls and obtain the pressure:

$$\begin{aligned}(p - p_0)/\varrho = &-(1/2)[a(\Omega_a - \sigma^2\Omega_b)/(1 - \sigma^2)]/\lambda^2 + \\ &+ [a^2\sigma^2(\Omega_a - \sigma^2\Omega_b)(\Omega_b - \Omega_a\sigma)/(1 - \sigma^2)^2]\log\lambda - [a^2\sigma^4(\Omega_b - \Omega_a\sigma)^2/(1 - \sigma^2)^2]/\lambda.\end{aligned} \tag{16}$$

7. Temperature distribution

Introducing the dimentionless temperature parameter θ by means of the relation:

$$\theta = (T - T_b)/(T_a - T_b), \tag{17}$$

the energy equation (6) can be written as:

$$\theta'' + [(1 - Pe)/\lambda]\theta' = -Pr(4E/\lambda^4 + 4FR\lambda^{R-2} + GR^2\lambda^{2R-2} + HR^2\lambda^{2R}], \tag{18}$$

where: $Pr = \mu c/k$ — the Prandtl number, $Pe = RPr = \varrho c a v_a/k$, the Peclet number,

$$E = [v_a^2 + a^2\sigma^4(\Omega_b - \sigma^R\Omega_a)^2/(1 - \sigma^{R+2})^2]/[c(T_a - T_b)],$$

$$F = [a^2\sigma^2(\Omega_a - \sigma^2\Omega_b)(\Omega_b - \Omega_a\sigma^R)/(1 - \sigma^{R+2})^2]/[c(T_a - T_b)],$$

$$G = [(u_a - u_b)^2/(1 - \sigma^R)^2]/[c(T_a - T_b)],\quad H = [a^2(\Omega_a - \sigma^2\Omega_b)^2/(1 - \sigma^{R+2})^2]/[c(T_a - T_b)],$$

and the boundary conditions transform to:

$$\theta = 1 \text{ for } \lambda = 1 \text{ and } \theta = 0 \text{ for } \lambda = \sigma. \tag{19}$$

From (18), we obtain the temperature distribution:

$$\begin{aligned}\theta = &A + B\lambda^{Pe} - Pr\{[2E/(2 + Pe)]/\lambda^2 + [4F/(R - Pe)]\lambda^R + \\ &+ \{GR/[2(2R - Pe)]\}\lambda^{2R} + \{HR^2/[2(R + 1)(2R - Pe + 2)]\}\lambda^{2R+2}),\end{aligned} \tag{20}$$

the constants A and B of integration being given as:

$$(21)\quad \begin{cases} A = -\left[\sigma^{Pe} + Pr\{[2E/(2+Pe)](\sigma^{Pe} - 1/\sigma^2) + [4F/(R-Pe)](\sigma^{Pe} - \sigma^R) + \right. \\ \qquad + \{GR/[2(2R-Pe)]\}(\sigma^{Pe} - \sigma^{2R}) + \\ \qquad \left. + \{HR^2/[2(R+1)(2R-Pe+2)]\}(\sigma^{Pe} - \sigma^{2R+2})\}\right]/(1-\sigma^{Pe}), \\ B = \left[1 + Pr\{[2E/(2+Pe)](1-1/\sigma^2) + [4F/(R-Pe)](1-\sigma^R) + \right. \\ \left. + \{GR/[2(2R-Pe)]\}(1-\sigma^{2R}) + \{HR^2/[2(R+1)(2R-Pe+2)]\}(1-\sigma^{2R+2})\}\right]/(1-\sigma^{Pe}). \end{cases}$$

The rate of transfer of heat per unit area of any coaxial cylinder of radius r_1 in the region of the liquid is given by:

$$(22)\quad q_{r_1} = -k(\partial T/\partial r)_{r=r_1} = -(k/a)(T_a - T_b)\theta' \text{ for } \lambda = \lambda_1 = r_1/a.$$

Thus the rate of heat transfer per unit area on the outer wall is:

$$(23)\quad q_a = -[k(T_a - T_b)/a]\{BPe - Pr[-4E/(Pe+2) + 4FR/(R-Pe) + GR^2/(2R-Pe) + HR^2/(2R-Pe+2)]\}$$

and on the inner wall:

$$(24)\quad q_b = -[k(T_a - T_b)/a]\{BPe\,\sigma^{Pe-1} - Pr\{-[4E/(Pe+2)]/\sigma^3 + [4F/(R-Pe)]\sigma^{R-1} + [GR^2/(2R-Pe)]\sigma^{2R-1} + [HR^2/(2R-Pe+2)]\sigma^{2R+1}\}\}.$$

When the dissipation function (7) is ignored, the energy equation yields a much simpler solution:

$$(25)\quad \theta = (\lambda^{Pe} - \sigma^{Pe})/(1 - \sigma^{Pe}),$$

which is the same as that obtained by Inmann (*loc. cit.*) with stationary walls, Nanda (*loc. cit.*) and Kapur and Mallik (*loc. cit.*).

8. The case when R = −2

$R = -2$ is an irregularity observed in the solution (13). In this case the basic equations give the velocity distribution:

$$(26)\quad \begin{cases} u = [(u_b - u_a)\sigma^2/(1-\sigma^2)]/\lambda + (u_a - u_b\sigma^2)/(1-\sigma^2),\ v = v_a/\lambda, \\ w = [a(\sigma^2\Omega_b - \Omega_a)/\log\sigma][(\log\lambda)/\lambda] + a\Omega_a/\lambda \end{cases}$$

and the pressure distribution:

$$(27)\quad \begin{aligned} (p - p_0)/\varrho = -\big(v_a^2 + a^2\{[(\sigma^2\Omega_b - \Omega_a)/\log\sigma]\log\lambda + \Omega_a\}^2 + \\ + [a^2(\sigma^2\Omega_b - \Omega_a)/\log\sigma]\{[(\sigma^2\Omega_b - \Omega_a)\log\lambda]/\log\sigma + \Omega_a\} + \\ + a^2(\sigma^2\Omega_b - \Omega_a)^2/[2(\log\sigma)^2]\big)/(2\lambda^2). \end{aligned}$$

The temperature distribution can be calculated from the equation (6), which in our present case reads as:

$$(28)\quad \theta'' + [(1-Pe)/\lambda]\theta' = -Pr[\alpha/\lambda^6 + \beta/\lambda^4 - (\gamma\log\lambda)/\lambda^4 + \delta(\log\lambda)^2/\lambda^4],$$

where:

$$
(29)\quad \begin{cases} \alpha = [4\sigma^2 (u_b - u_a)^2/(1-\sigma^2)^2]/[c\,(T_a - T_b)], \\ \beta = \{4 v_a^2 + a^2 [(\Omega_b \sigma^2 - \Omega_a)/\log\sigma - 2\Omega_a]^2\}/[c\,(T_a - T_b)], \\ \gamma = [4 a^2 (\Omega_b \sigma^2 - \Omega_a)/\log\sigma]\,[(\sigma^2 \Omega_b - \Omega_a)/\log\sigma - 2\Omega_a]/[c\,(T_a - T_b)], \\ \delta = [4 a^2 (\Omega_b \sigma^2 - \Omega_b)^2 / (\log\sigma)^2]/[c\,(T_a - T_b)]. \end{cases}
$$

The solution of the equation (28) has been obtained by the method of variation of parameters and is given by:

$$
(30)\quad \theta = C_1(\lambda) + C_2(\lambda)\,\lambda^{Pe},
$$

where the functions $C_1(\lambda)$ and $C_2(\lambda)$ are given by:

$$
(31)\quad C_1(\lambda) = -(Pr/Pe)\{-\alpha/(4\lambda^4) - (\beta/3 - \gamma/4 + \delta/4)/\lambda^2 + [(\gamma - \delta)/2]\,[(\log\lambda)/\lambda^2] - \\ - (\delta/2)\,[(\log\lambda)^2/\lambda^2]\} + E
$$

and

$$
(32)\quad C_2(\lambda) = -\frac{Pr}{Pe}\int\left[\frac{\alpha}{\lambda^{5+Pe}} + \frac{\beta}{\lambda^{3+Pe}} - \frac{\gamma\log\lambda}{\lambda^{3+Pe}} + \frac{\delta(\log\lambda)^2}{\lambda^{3+Pe}}\right] d\lambda + F,
$$

which when Pe is an integer other than -2 an -4 gives:

$$
C_2(\lambda) = -(Pr/Pe)\,(-[\alpha/(4+Pe)]/\lambda^{4+Pe} - [\beta/(2+Pe)]/\lambda^{2+Pe} + \\
(33)\quad + \gamma\{[(\log\lambda)/(2+Pe)]/\lambda^{2+Pe} + 1/[(2+Pe)^2\lambda^{2+Pe}]\} + \delta\{-(\log\lambda)^2/[(2+Pe)\lambda^{2+Pe}] - \\
- [2/(2+Pe)]\,[(\log\lambda)/\lambda^{2+Pe}]\}) + F,
$$

E and F being constants of integration. Necessary modification in the expression (33) has to be made when $Pe = -2$ or -4. The constants E and F can be determined by making use of the boundary conditions (19). The rate of transfer of heat can be calculated from (22).

9. Flow through a porous circular pipe due to a line-source or sink

From these results obtained above, we get the flow through an infinite porous circular cylinder due to a line-source or sink placed along its axis. Taking $b = 0$, $u_b = 0$ and $\Omega_b = 0$, we have the inner cylinder shrinked to a line which may be taken as a line source placed along the axis. If the strength of this line-source be taken as m, we get the velocity of suction at the surface to be equal to m/a and obtain the velocity of the fluid:

$$
(34)\quad u = U\lambda^R,\ v = m/(a\lambda),\ w = a\lambda^{R+1}
$$

and the pressure distribution:

$$
(35)\quad (p - p_0)/\varrho = -(m/a^2)/\lambda^2 + \{a^2\Omega^2/[2(R+1)]\}\,\lambda^{2(R+1)},
$$

where U is the velocity of the pipe along its axis and Ω is its angular velocity about the axis. The suction Reynolds number R is given by:

$$
(36)\quad R = m/\nu.
$$

When $R=-1$, we have the flow through the pipe due to a line sink of strength ν placed along the axis, the physical concept of which can be had only when $U=0$ and $\Omega = 0$. Thus we have the flow through a stationary circular porous pipe due to a line-sink of uniform strength ν placed along the axis of the pipe.

Received the 3 III 1962

Regional Engineering College,
Warangal, India

REFERENCES

1. Berman A. S., J. Appl. Phys., 1953, **24**, p. 1232.
2. Sellers J. R.. J. Appl. Phys., 1955, **26**, p. 489.
3. Yuan S. W., J. Appl. Phys., 1956, **27**, p. 267.
4. Berman A. S., J. Appl. Phys., 1959, **29**, p. 71.
5. Inmann R. M., J. Aero. Sci., 1959, **26**, p. 532.
6. Nanda R. S., 5th Congr. of the Indian Soc. of Theor. and Appl. Mech., 1959, p. s:130.
7. Kapur J. N., Mallik S. C., 6th Congr. of the Indian Soc. of Theor. and Appl. Mech., p. c:125.

ПРОКАТНОЕ СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ КОЛЬЦО С ПОРИСТЫМИ СТЕНКАМИ

(Резюме)

Рассматривается прокатное стационарное течение несжимаемой вязкой теплопроводной жидкости через кольцо с тонкими стенками с одинаковыми всасыванием и отдачей. Предполагается, что стенки перемещаются и вращаются одновременно. Создаются выражения для составляющих распределения температуры, давления и скорости. Как частный случай, рассматривается течение жидкости по цилиндрической трубе при каком либо источнике или прямолинейном колодце.

SCURGERE STAŢIONARĂ LAMINARĂ A UNUI FLUID INCOMPRESIBIL PRINTR-UN INEL CU PEREŢI POROŞI

(Rezumat)

Autorul consideră scurgerea laminară staţionară a unui fluid incompresibil vîscos, bun conducător de căldură, printr-un inel cu pereţi subţiri, cu egală absorbţie şi rejecţie. Se presupune că pereţii se translează şi se rotesc simultan. Se obţin expresiile pentru componentele vitezei, presiunii şi distribuţiei temperaturii. Ca un caz particular se obţine scurgerea printr-o conductă circulară în prezenţa unui izvor sau puţ liniar.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. C. 539.411

SOME PROBLEMS IN FINITE STRAINS WITH PERTURBATION CONSTANT (V)

BY

K. S. SARMA

1. The theory of finite deformation has been developed on the hypothesis that the second order terms in the components of strain may not be neglected. After the publishment of Seth's fundamental work in 1935, this has been exhaustively developed in the past few years. W. M. Shephred and B. R. Seth [3] attempt the problem of a spherical shell under pressures and obtain a graphical solution. They obtain a direct solution in the case of a thin shell. Apart from the labour involved, it cannot be easily extended to composite shells. A few attempts have been made to get analytical solutions. J. Ramakanth [2] obtains an analytical solution in infinite series in ascending powers of $\log r$. G. Lakshminarayana [1] also obtains a solution in a closed form and notices $\widehat{\theta\theta}$ to be maximum at the inner surface of the shell, if the external pressure is absent.

In this paper, the same problem is attempted with perturbation constant and noticed $\widehat{\theta\theta}$ to be maximum at an intermediate surface when there is no external pressure as [3] and some important results are noticed. The same method is extended to the case of a solid sphere, a thin sphere and a spherical cavity in an infinite body. This can also be easily extended to composite bodies.

2. Let the origin of the spherical polar coordinates (r, θ) be taken at the centre of the sphere and the axes in any convenient direction. The sphere ist supposed to be under internal and external pressures $-p_1$ and $-p_2$ respectively. These are satisfied if $\widehat{rr} = -p_1$ or $-p_2$ when $r = a$ or b respectively.

From the symmetry of deformation, the displacement components can be taken as $u_r = ku(r)$, $u_\theta = u_\varphi = 0$, where $u(r)$ is a function of r alone and k is the perturbation constant. In the following, dashes represent differentiations with respect to r and suffix 0 denotes that it is due to classical theory. The finite strain components are given as: $e_{rr} = ku' - k^2 u'^2/2$, $e_{\theta\theta} = e_{\varphi\varphi} = ku/r - k^2 u^2/(2r^2)$, $e_{r\theta} = e_{r\varphi} = e_{\theta\varphi} = 0$.

The general method, to be adopted, is to obtain the classical theory solution first. Then, for the solution due to finite theory, $u_0 + kw$ is to be substituted for u in the expressions for strain and stress components and w the unknown function will be determined from the boundary conditions and equations of equilibrium. In this case, terms containing k and k^2 only are retained.

Therefore, let us derive the classical solution. The only non-identically vanishing equation of equilibrium gives:

$$k(\lambda + 2\mu)(u'' + 2u'/r - 2u/r^2) = 0.$$

Integrating for u, we get:

$$u = Ar + B/r^2,$$

where A and B are arbitrary constants to be determined from the boundary conditions. These give :

$$kA = (p_2 b^3 - p_1 a^3)/[(3\lambda + 2\mu)(a^3 - b^3)], \quad kB = (p_2 - p_1) a^3 b^3/[4\mu (a^3 - b^3)].$$

3. For the solution due to finite theory, stress components can be easily worked out. The equations of equilibrium give :

$$r^2 w'' + 2rw' - 2\omega = -[2(\lambda + \mu)/(\lambda + 2\mu)] r (u' - u/r)^2 = -[18(\lambda + \mu)/(\lambda + 2\mu)] (B^2/r^5)$$

This gives w as :

$$w = Cr + D/r^2 - [(\lambda + \mu)/(\lambda + 2\mu)] (B^2/r^5),$$

where C and D are arbitrary constants of integration and determined as in the previou-case, as :

$$C = A^2/2 + [\mu/(\lambda + 2\mu)] [B^2/(a^3 b^3)], \quad 4\mu D = 4\mu AB + [\mu(3\lambda + 2\mu)/(\lambda + 2\mu)] B^2 (1/a^3 + 1/b^3).$$

The radial displacements are given as :

$$u_0 = \{(p_2 b^3 - p_1 a^3)/[(3\lambda + 2\mu)(a^3 - b^3)]\} r + \{(p_2 - p_1) a^3 b^3/[4\mu (a^3 - b^3)]\} (1/r^2),$$

$$u = \{(p_2 b^3 - p_1 a^3)/[(3\lambda + 2\mu)(a^3 - b^3)] + (p_2 b^3 - p_1 a^3)^2/[2(3\lambda + 2\mu)^2 (a^3 - b^3)] +$$

$$+ [1/(\lambda + 2\mu)] (p_2 - p_1)^2 a^3 b^3/[16\mu (a^3 - b^3)^2]\} r + \{(p_2 - p_1) a^3 b^3/[4\mu (a^3 - b^3] +$$

$$+ (p_2 b^3 - p_1 a^3)(p_2 - p_1) a^3 b^3/[4\mu (3\lambda + 2\mu)(a^3 - b^3)^2] +$$

$$+ \{(3\lambda + 2\mu)/[64(\lambda + \mu)]\} (p_2 - p_1)^2 a^3 b^3/[\mu^2 (a^3 - b^3)^2] (1/a^2 + 1/b^3)) (1/r^2) -$$

$$- \{(\lambda + \mu)/[16(\lambda + 2\mu)]\} (p_2 - p_1)^2 a^6 b^6/[\mu^2 (a^3 - b^3)^2] (1/r^5).$$

The stress components are given as :

$$\widehat{rr}_0 = (p_2 b^3 - p_1 a^3)/(a^3 - b^3) - (p_2 - p_1) a^3 b^3/[2(a^3 - b^3) r^3],$$

$$\widehat{\theta\theta}_0 = (p_2 b^3 - p_1 a^3)/(a^3 - b^3) + (p_2 - p_1) a^3 b^3/[2(a^3 - b^3) r^3],$$

$$\widehat{rr} = \widehat{rr}_0 + k^2 [\mu (3\lambda + 2\mu)/(\lambda + 2\mu)] (1/r^3 - 1/a^3)(1/r^3 - 1/b^3) B^2,$$

$$\widehat{\theta\theta} = \widehat{\theta\theta}_0 + [k^2 \mu (3\lambda + 2\mu)/(\lambda + 2\mu)] \{[1/(2r^3) + 1/a^3][1/(2r^3) + 1/b^3] - 9/(4r^6)\}.$$

From our solution, the following results can be easily noticed:

The stress components depend on the ratios $\alpha (=a/b)$ *and* $x (=r/b)$ *as in the classical theory.* Hence the stress components at the corresponding points of two geometrically similar shells are the same. The part due to finite theory in $\widehat{rr}$ is always compressive and in $\widehat{\theta\theta}$ is compressive at the inner surface and is tensile at the outer surface of the shell. As in the classical theory, $\widehat{rr}$ will be compressive when $p_1 = 0$ or $p_2 = 0$. $\widehat{\theta\theta}$ attains its maximum at the outer surface if $p_2 > p_1$ and at an intermediate surface if $p_2 < p_1 \alpha^3$, where as all the classical theory gives $\widehat{\theta\theta}$ to be maximum over the outer surface if $p_2 > p_1$ and at the inner surface if $p_2 < p_1 \alpha^3$. When there is only external pressure, the radial displacement can be easily seen to be a negative quantity showing that the displacement is towards the centre of the shell, i. e. the sphere will be compressed. It is interesting to note that, when the internal and external pressures are equal, the results will be the same as that of a solid sphere discussed below. Shephred and Seth (*op. cit.*) also notice this fact. The greatest extension is at an intermediate surface but not on the inner surface when there is no internal pressure which is a result due to the classical theory.

4. *Special cases.* a) Solid sphere. Since the sphere will be complete up to the origin, the results for this case can be easily deduced from the above by putting $a = 0$. The constants of integration are given as :

$$kA = -p_2/(3\lambda + 2\mu), \quad B = 0, \quad C = A^2/2, \quad D = 0.$$

The radial displacement is given as :

$$u(r) = \{ p_2^2/[2(3\lambda + 2\mu)^2] - p^2/(3\lambda + 2\mu \} r.$$

It is interesting to note that this is the same as obtained in the case of hydrostatic pressure [4]. The stress components are :

$$\widehat{rr} = \widehat{rr}_0 = \widehat{\theta\theta} = \widehat{\theta\theta}_0 = -p_2.$$

That is, the counterpart due to finite theory in this case vanishes but it is not so in the case of displacement component. This fact is noticed even when we use Murnaghan's nonlinear Eulerian stress-strain relations [5].

b) Thin sphere. Let the thickness of the shell be e. Then $b = a + e$. Retaining the lowes powers of e/a, substituting in the above results, the constants of integration are obtained as :

$$kA = \{ (p_2 - p_1)/[3(3\lambda + 2\mu)] \} (a/e), \quad kB/a^3 = [(p_2 - p_1)/(12\mu)] (a/e) = \beta \text{ say.}$$

Then $kA = [4\mu/(3\lambda + 2\mu)]\beta$; C and D are given as :

$$C = \{ [4\mu/(3\lambda + 2\mu)]^2/2 + \mu/(\lambda + 2\mu) \} \beta^2, \quad D/a^3 = \{ 4\mu/(3\lambda + 2\mu) + (3\lambda + 2\mu)/[4(\lambda + 2\mu)] \} \beta^2.$$

The radial displacement is given as :

$$u = \{ 4\mu/(3\lambda + 2\mu) + [4\mu/(3\lambda + 2\mu)]^2/2 + \mu/(\lambda + 2\mu) \} r\beta^2 +$$
$$+ \{ 1 + 4\mu/(3\lambda + 2\mu) + (3\lambda + 2\mu)/[4(\lambda + 2\mu)] \} (\beta^2 a^3/r^2) - [(\lambda + \mu)/(\lambda + 2\mu)] (1/r^5).$$

When the sphere is very thin, then β will be considerably great and the solution due to finite theory is important.

c) The spherical cavity in an infinite solid. Then the outer radius goes to infinite, i. e. $b = \infty$, and the pressure on the outer surface is to be taken as zero. The constants of integration are given as :

$$A = 0, \quad 4\mu Bk = p_1 a^3, \quad C = 0, \quad D = \{ (3\lambda + 2\mu)/[4(\lambda + 2\mu)] \} (\beta^2/a^3).$$

The radial displacement is given as :

$$u(r) = (p_1 a^3/(4\mu) + \{(3\lambda + 2\mu)/[4(\lambda + 2\mu)]\} (\beta^2 k^2/a^3)) (1/r^2) -$$
$$- [(\lambda + \mu)/(\lambda + 2\mu)] (\beta^2 k^2/r^5).$$

The stress components are given as :

$$\widehat{rr} = -p_1 a^3/r^3 + [k^2 \mu (3\lambda + 2\mu)/(\lambda + 2\mu)] [(1/r^3 - 1/a^3)] (\beta^2 k^2/r^3),$$
$$\widehat{\theta\theta} = p_1 a^3/r^3 + [k^2 \mu (3\lambda + 2\mu)/(\lambda + 2\mu)] [1/a^3 - 4/(2r^3)] [\beta^2/(2r^3)].$$

It is interesting to note that the cubical dilatation, in the classical theory, vanishes and hence the same type of displacement components can be used when the material is incompressible also. But the displacement components obtained in finite theory solution cannot be used as the former property is not satisfied.

I wish to express my thanks to Dr. G. Lakshminaryana, Asst. Professor, for his help and encouragement in preparing this paper.

Osmania University,
Hyderabad, India

Received the 10 I 1963

REFERENCES

1. Lakshminaryana G., Thesis submitted to Osmania University.
2. Ramakanth J., Proc. 2nd Congr. Theor. Appl. Mech., 1956, pp. 33—40.
3. Shephred W. M., Seth B. R., Proc. Roy. Soc. Lond., 1936, **156**, pp. 171—192.
4. Sarma K. S., *Some Problems in Finite Strains with Perturbation Constant (II)* (in press).
5. — *Finite Deformation of an Elastic Solid (I)*. Abstract sent for Proc. of 8th Congr. on Theor. and Appl. Mech., 1962.

К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ПОСТОЯННОМ ВОЗМУЩЕНИИ (V)

(Резюме)

Автор, следуя ряду своих предыдущих работ [4], [5] и основываясь на результатах работ других авторов [1], [3], вносит вклад в залачу распределения конечных деформаций, отличающихся от классических, при постоянном возмущении.

UNELE PROBLEME RELATIVE LA DEFORMAŢII FINITE, CU PERTURBAŢIE CONSTANTĂ (V)

(Rezumat)

Autorul, continuîndu-şi studiile sale anterioare [4], [5], bazate pe teza lui G. Lakshminaryana [1] şi pe rezultatele obţinute de W. M. Shephred şi B. R. Seth [3], studiază repartiţia deformaţiilor, diferită de cazul clasic, în ipoteza perturbaţiei constante.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAȘI
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 512.8 ; 40

UNE EXTENSION DE L'ALGOL: L'ALGOL LINGUISTIQUE

PAR

J. LEGRAS

Note présentée au Congrès de l'A. F. C. A. L. T. I., Versailles

1. Introduction

L'Algol a apporté aux scientifiques un remarquable outil facilitant la programmation. Il leur a, de plus, apporté, et ceci est rarement mis en valeur, une notation du traitement de l'information scientifique, notation qui était nécessaire au développement de cette branche mathématique.

Or, si l'„expression arithmétique", introduite par Fortran, puis par l'Algol, est une notion destinée spécifiquement à la programmation des traitements numériques, les ordres tels que le „si", le „pour", des notions telles que „l'expression booléenne", donnent à l'Algol la capacité de décrire des enchaînements logiques, qui dépassent le cadre des problèmes numériques.

Le but de cette étude est de montrer comment, au prix de quelques adjonctions, il est posible d'adapter l'Algol au traitement de l'information non numérique. Le cas particulier choisi est celui des problèmes que pose la traduction automatique. L'Algol linguistique apporte aux linguistes une notation stricte et une programmation commode du traitement de l'information linguistique.

2. La notion de chaîne et d'expressîon cathenaire simple

a) *Caractères.* Nous introduisons un type nouveau, déclaré par le mbole de base *chaîne*, qui est une suite arbitraire de caractères.

Les caractères sont les symboles de base, les signes de ponctuation stant ou non dans les symboles de bases) tels que l'apostrophe, le t d'interrogation, etc..., les caractères spéciaux (espacement, retour iot,...) nécessaires à la mise en page. OU U SONT-ILS U? (où U est ractère d'espacement) est une chaîne.

b) Une *chaîne* peut être représentée par un identificateur formé suivant les règles habituelles. Cet identificateur sera une variable cathenaire. Par convention, un identificateur cathenaire suivi d'un entier entre crochets représentera le *caractère de la chaîne* dont le rang est égal à cet entier. La chaîne apparaît donc comme un tableau de caractères à un indice. Il faudra donc déclarer la nature de l'identificateur et le nombre maximum de caractères qu'il peut représenter. Nous simplifierons les règles d'Algol et écrirons simplement: *chaîne* ALPHA [30], *X* [*N*], qui exprime que ALPHA est une variable cathenaire qui représente une chaîne de 30 caractères au plus, et *X* une autre chaîne de *N* caractères au plus.

c) *Les fonctions* peuvent être des nombres, „fonctions" d'une chaîne; nous introduirons par exemple la fonction standard LONG (CHAÎNE), qui représente le nombre de caractères de la chaîne dont l'identificateur se trouve en argument (c'est-à-dire entre les paranthèses). Cette fonction standard nous permet d'écrire ALPHA [LONG (ALPHA)] (ce qui représente le dernier caractère de la chaîne ALPHA), ou ALPHA [LONG (ALPHA) — 1] qui représente l'avant dernier caractère.

Les fonctions peuvent être également des „chaînes-procédures" définissant une nouvelle chaîne dépendant d'une autre chaîne, telle que VOYELLE (CHAÎNE) (dont la signification est évidente) ou RÉPÉTITION (*N*, ALPHA) qui crée une nouvelle chaîne obtenue en répétant *N* fois la chaîne ALPHA.

d) *Une expression cathenaire simple* est un assemblage convenable de chaînes et de variables cathenaires reliées par des „opérateurs de chaîne". Actuellement, le seul opérateur qui s'impose est l'opérateur de concathénation *suivi de*, qui crée une chaîne obtenue en juxtaposant la chaîne précédant l'opérateur puis la chaîne suivant l'opérateur.

Une grosse difficulté apparaît alors: en calcul scientifique, il ne peut y avoir confusion entre un nombre et un identificateur, puisque ce dernier commence nécessairement par une lettre. En Algol linguistique, une suite de lettres et chiffres commençant par une lettre, peut être identificateur ou chaîne. Il est indispensable de faire la différence; par convention, une chaîne sera précédée de guillemets ouverts („) et suivie de guillements fermés ("). De plus, pour que nous puissions utiliser des chaînes comportant tout caractère (y compris les symboles de base de l'Algol, que l'on peut „coder" par des groupes de caractères), nous ferons la convention suivante: dans la chaîne „réduite" qui peut être écrite explicitement dans une expression cathenaire simple, le premier caractère est arbitraire, mais que les suivants ne peuvent pas être les caractères „guillements fermés".

Nous pouvons écrire les expressions cathenaires telles que ALPHA *suivi de* BÉTA *suivi de* GAMMA, qui définit une chaîne par concath nations successives des chaînes d'identificateurs respectifs ALPH BÉTA et GAMMA.

Nous pouvons ainsi écrire:

IL *suivi de* „U" *suivi de* ALPHA *suivi de* BÉTA *suivi de*

Si IL est l'identificateur de la chaîne ILS; si ALPHA est l'

tificateur de la chaîne MANG ; si BÉTA est l'identificateur de la chaîne ERONT, l'expression cathenaire définit la chaîne :

ILS U MANGERONT U ;

(Rappelons que U est le symbole d'espacement, nécessaire à l'édition du texte).

Autre exemple : Nous supposerons définie une procédure standard CHAÎN (*N*) qui associe à un entier *N* une *chaîne* dont les caractères sont formés des chiffres de *N*, dans leur ordre, après splittage des zéros à gauche.

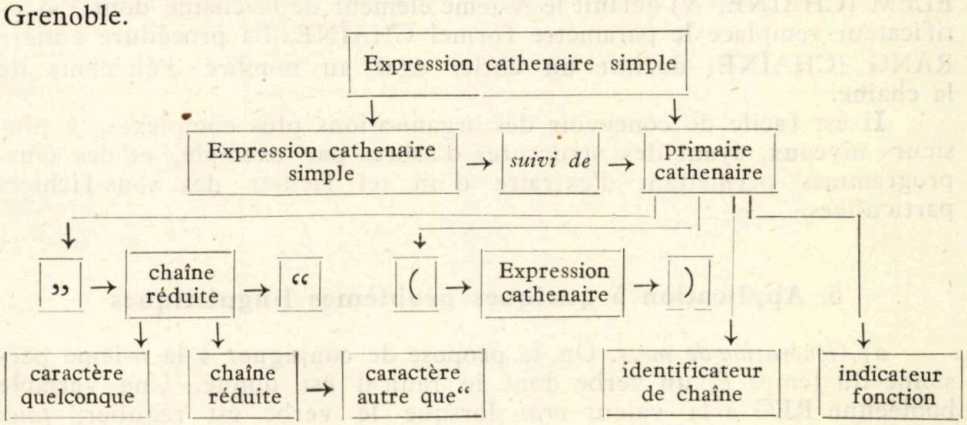
Si ALP est l'identificateur de RÉPÉTER U ; si BÉT est l'identificateur de U FOIS U ; si *N* est l'entier 00017, l'expression cathenaire :

ALP *suivi de* CHAÎN (*N* — 4) *suivi de* BÉT définit la chaîne :

RÉPÉTER U 13 U FOIS U.

Tableau de définition

Nous utiliserons les conventions d'écriture du cours d'Algol de Grenoble.



e) *L'extension de l'instruction* : = se fait sans difficulté ; elle affecte à la variable (simple ou indicée) qui précède le signe : = la chaîne définie par l'expression cathenaire qui est au second membre.

3. Extension de la notion de relation. Expression cathenaire

Une *relation arithmétique* est une expression booléenne définie par le schéma $A_1 r A_2$, où A_1 et A_2 sont deux expressions arithmétiques et r un des six opérateurs de relations $<$, $\leqslant$, $=$, $\geqslant$, $>$, $\neq$.

Nous définirons une *relation cathenaire* comme expression booléenne de la forme $C1 r C2$ où $C1$ et $C2$ sont deux „mots" (chaînes ne comportant que des lettres), la relation définie par r étant alors une relation d'ordre alphabétique.

$C1 < C2$ a la valeur logique *vrai* si le „mot" défini par $C1$ se classe alphabétiquement avant le „mot" défini par $C2$.

Une expression cathenaire est alors de la forme :

Si B alors C1 sinon C2,

où *B* est une expression booléenne (relation numérique, relation alphabétique, etc...), *C*1 une expression cathenaire simple, *C*2 une expression cathenaire quelconque.

4. Extension de la notion de tableau. Suite. Fichier

Il est nécessaire de concevoir des structures de chaînes jouant pour ces dernières le même rôle que les tableaux pour les nombres.

Nous introduisons d'abord la notion de chaîne ayant une „structure de suite", structure prévue lors de l'écriture de la chaîne.

Une „suite" est une chaîne d'*éléments* séparés par des séparateurs (symbole que nous noterons *S*). Bien entendu un élément, compris entre deux *S*, ne devra pas contenir ce symbole. La „chaîne procédure" ÉLÉM (CHAÎNE, *N*) définit le *N*-ième élément de la chaîne dont l'identificateur remplace le paramètre formel CHAÎNE. La procédure entière RANG (CHAÎNE) définit un entier égal au nombre d'éléments de la chaîne.

Il est facile de concevoir des organisations plus complexes, à plusieurs niveaux, ayant des structures d'arbres par exemple, et des sous-programmes permettant d'extraire d'un tel fichier des sous-fichiers particuliers.

5. Application à quelques problèmes linguistiques

a) *Génération de mots.* On se propose de conjuguer à la *n*-ième personne du temps *P*, un verbe dont le radical est donné. Une variable booléenne REG a la valeur *vrai* lorsque le verbe est régulier, *faux* dans le cas contraire. Lorsque le verbe est irrégulier, un indicatif numérique *K* indique quel traitement il doit subir. Les radicaux forment une „suite" dans une chaîne RAD, le radical est précisé par son rang *R*. Les désinences forment une „suite" dans une chaîne CONJ ; nous placerons d'abord les désinences des six personnes du présent (temps n° 1), puis celles de l'imparfait (temps n° 2), etc... Le problème de génération de mots sera résolu par l'instruction :

Si REG *alors* MOT : = ÉLÉM (RAD, *R*) *suivi de* ÉLÉM (DES, $N+6(P-1)$) *sinon aller à* IRÉG [*K*] ;

IRÉG [*K*] est un aiguillage permettant de traiter les différents verbes irréguliers selon la valeur de *K*.

b) *Modification de l'organisation d'une chaîne.* PHRAS 1 est une chaîne ayant la structure de suite, où chaque élément est un mot, ou un signe de ponctuation. On se propose de créer une nouvelle suite PHRAS 2 où chaque élément de la chaîne précédente sera suivi d'un élément de trois caractères d'espacements, destinés à recevoir ultérieurement des indicatifs associés à chaque mot

PHRAS 2 = *vide*
Pour K: = 1 *pas* 1 *jusqu'à* RANG (PHRAS 1) *faire*
PHRAS 2: = PHRAS 2 *suivi de* ÉLÉM (PHRAS 1, K) *suivi de* „SU U U S"; U est le caractère d'espacement, *vide* est une chaîne vide, c'est-à-dire n'ayant aucun caractère.

c) *Regroupement d'une suite.* Une chaîne PH a la structure de suite suivante. Chaque mot est suivi d'un groupe de un ou deux caractères. Le 1-er est le caractère V si ce mot est le dernier mot d'un groupe (groupe nominal, groupe verbal...) F dans le cas contraire, le 2-ème caractère est éventuellement une lettre définissant la nature du groupe (S: nominal sujet, V: verbal...).

On veut construire: 1°— une suite $L1$ des „groupes" (nominaux, verbaux,...), où chaque groupe forme un seul élément; 2°— une suite $L2$ des caractères „de nature" des groupes successifs.

Exemple:

PH: le S F S chateau S V S S sera
S F S visité S V V S...
Les instructions seront les suivantes:

```
L1 := L2 := vide;
Pour K := 2 pas 2 jusqu'à RANG (PH) faire
    début A := ÉLÉM (PH, K);
        si A [1] = V alors
            début L1 := L1 suivi de ÉLÉM (PH, K — 1)
                                suivi de „S";
                                L2 := L2 suivi de A [2]; Fin;
                   sinon L1 := suivi de ÉLÉM (PH, K — 1)
                                suivi de „U" ; Fin.
```

6. Conclusions

Nous nous limiterons à ces trois exemples. Cet exposé ne cherche pas à décrire de façon approfondie l'Algol linguistique [1]), mais a pour but de montrer qu'au prix de quelques extensions fondamentales, et avec l'introduction de procédures adaptées au traitement de nouveaux problèmes, l'Algol peut définir des traitements très généraux.

Les programmeurs formés à l'Algol s'adaptent facilement à cette extension, et on peut espérer, dans un très proche avenir, la naissance d'un Algol généralisé, qui sera la notation unifiée de l'informatique, et qui permettra l'écriture commode des programmes de tous les problèmes, numériques ou non, que pose le traitement de l'information.

Reçu le 16 X 1963

Université de Nancy, France

[1]) La mise au point de l'Algol linguistique et d'un compilateur pour Gamma 60 en cours. L'Algol ainsi étendu sera présenté aux linguistes, à l'occasion du Colloque national de Linguistique appliquée, qui se tiendra à Nancy du 26 au 31 octobre 1964.

РАСШИРЕНИЕ ПОНЯТИЯ АЛГОЛ: АЛГОЛ ЛИНГВИСТИЧЕСКИЙ

(Резюме)

Цель данной статьи показать, что АЛГОЛ может быть использован очень широко при условии применения определенного числа основных расширений и при введении принятых процедур с целью изучения новых задач.

Лица программирующие АЛГОЛ смогут легко освоить предлагаемое расширение, а потому можем надеяться, что в ближайшем будущем будет создан обобщенный АЛГОЛ, который станет единым обозначением информации и даст возможность удобно программировать все задачи, числовые или нечисловые, ставящиеся перед нами работой по информации.

O EXTENSIUNE A ALGOL-ULUI: ALGOL-UL LINGVISTIC

(Rezumat)

Articolul are drept scop să arate că ALGOL-ul poate fi folosit în condiţii foarte generale cu condiţia de a i se aplica un număr de extensiuni fundamentale şi de a se introduce proceduri adaptate în vederea tratării unor probleme noi.

Cei care programează ALGOL-ul se vor putea adapta uşor la extensiunea propusă, aşa încît trebuie să sperăm că într-un viitor foarte apropiat se va elabora un ALGOL generalizat, care va deveni notaţia unificată a informaţiei şi care va permite să se scrie comod programele tuturor problemelor, numerice sau nu, pe care le pune tratarea informaţiei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 539.1; 536.7

NOUVELLE PRÉSENTATION DE LA THERMODYNAMIQUE DE LA PARTICULE ISOLÉE

PAR

LOUIS DE BROGLIE

Dans un livre tout à fait récent [1] nous avons exposé nombre de problèmes concernant une nouvelle présentation de la Thermodynamique, tandis que dans une série de notes insérées dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* [2]...[4] une nouvelle présentation de la Thermodynamique a été développée et donnée ensuite sous une forme un peu différente et avec des précisions nouvelles.

Nous nous rattacherons ici surtout à la Note [2].

Dans ces dernières années nous avons acquis la conviction que, si l'on voulait obtenir une interprétation claire et raisonnable de faits physiques incontestables, il fallait faire une réinterprétation de la Mécanique ondulatoire en partant des principes suivants : 1° le corpuscule a à chaque instant une position bien déterminée dans son onde et suit une trajectoire bien définie au cours du temps; 2° l'onde est une réalité physique; 3° une certaine relation doit être établie entre la propagation de l'onde et le mouvement du corpuscule [5].

Ceci nous a amené à reprendre une tentative que nous avions faite 1926...1927 (théorie de la double solution). On y considère le corpuscule comme une petite horloge siège d'un mouvement périodique interne et la fréquence propre ν_0 est reliée à la masse propre par la relation $= m_0 c^2$ et l'on admet que le corpuscule doit se déplacer de façon que mouvement interne reste constamment en phase avec l'onde environnante. Ceci suffit à établir entre le mouvement du corpuscule et la propagation de l'onde une relation bien déterminée qui s'exprime par formule que j'ai nommée „la formule de guidage". Cette formule troitement liée à la représentation hydrodynamique de la propagade l'onde donnée par Madelung dès 1926. Dans cette représenon, si l'on écrit l'onde sous la forme $a \exp[(i/\hbar)\varphi]$, où a et φ sont es, la phase φ joue le rôle d'une sorte de potentiel des vitesses on peut definir en chaque point de l'onde une vitesse d'écoulement long d'une ligne de courant: la formule de guidage attribue alors

au corpuscule la vitesse **v** au point où il se trouve. On arrive ainsi à l'image suivante : la propagation de l'onde étant représentée par un écoulement hydrodynamique, le corpuscule peut être considéré comme une sorte de granule incorporé à cet écoulement et qui, par suite, suit constamment la ligne de courant sur laquelle il se trouve placé.

Mais, si cette représentation est ici un point de départ nécessaire, j'ai reconnu depuis quelques années qu'elle devait être complétée parce qu'elle ne contient pas les éléments statistiques indispensables à l'interprétation des lois de probabilités de la Physique quantique. Pour la compléter, il paraît nécessaire d'introduire l'hypothèse du „milieu subquantique" de MM. Bohm et Vigier [6]. Ces auteurs ont supposé qu'il existe dans tout l'espace un milieu caché, plus profond que le niveau microphysique de l'échelle atomique : ce milieu, sans doute très complexe, serait en constante interaction énergétique avec les particules du niveau microphysique et imposerait à leurs mouvements de continuelles perturbations aléatoires. Le milieu subquantique constituerait donc une sorte de „thermostat caché" avec lequel toute particule, même quand elle nous semble isolée, se trouverait en perpétuel contact énergétique.

Cette idée m'a conduit l'an dernier à esquisser une Thermodynamique de la particule isolée [3]. Je me suis inspiré dans cette tentative d'idées que j'avais eues en 1946...1948 en étudiant d'anciens travaux de Helmholtz et de Boltzmann et aussi d'un intéressant Mémoire de M. Terletski [7].

La première formule fondamentale de cette Thermodynamique s'obtient en attribuant à la particule en contact avec le thermostat caché une température dont la valeur T_0 dans son système propre est définie par la relation $h\nu_0 = m_0 c^2 = kT_0$. Alors dans un système de référence galiléen, où la particule est animée d'une vitesse βc, la fréquence cyclique du mouvement interne de la particule est $\nu_c = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$ tandis que sa température y est $T = T_0\sqrt{1-\beta^2}$. On obtient donc comme première formule fondamentale de la Thermodynamique de la particule isolée la forme covariante

$$h\nu = kT. \tag{1}$$

Pour obtenir une seconde formule fondamentale, nous adopterons une présentation un peu différente de celle de notre Note précitée [3]. Nous supposerons que la masse propre instantanée M_0 de la particule a une valeur qui fluctue au cours de ses échanges d'énergie avec le thermostat caché et, nous inspirant d'une méthode classique employée par Einstein dans sa théorie des fluctuations, nous définirons l'entropie S du thermostat caché en contact énergétique avec la particule par la formule

$$S = S_0 + S(M_0), \tag{2}$$

où S_0 est la partie sensiblement constante de S qui ne dépend pas de la masse de la particule tandis que $S(M_0)$ est la très petite partie de S qui dépend de la valeur instantanée de M_0. Or le principe de l'inertie de l'énergie nous apprend que, dans le système propre de la particule, la quantité de chaleur δQ_0, cédée par le thermostat à la particule, sert à augmen

son énergie interne suivant la formule $\delta Q_0 = \delta M_0 c^2$; d'où, dans un système de référence où la particule est en mouvement avec la vitesse βc, compte tenu de la formule de transformation de la quantité de chaleur $\delta Q = \delta Q_0 \sqrt{1-\beta^2}$,

$$\delta Q = \delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} = -\delta_{M_0} \mathcal{L}, \tag{3}$$

où $\delta_{M_0} \mathcal{L}$ désigne la variation de la fonction de Lagrange de la particule qui résulte de la seule variation de la masse propre. Désignons par $\mathfrak{A}$ l'intégrale d'action hamiltonienne de la particule prise sur une période τ_c de son mouvement interne. Comme τ_c est extrêmement petit à l'échelle macroscopique, $\mathcal{L}$ peut être considérée comme approximativement constante pendant le temps τ_c et l'on aura

$$\mathfrak{A} = \int_0^{\tau_c} \mathcal{L}\, dt \simeq \tau_c \mathcal{L} = \frac{1}{\nu_c} \mathcal{L},$$

d'où par (1) et (3),

$$\delta_{M_0} \mathfrak{A} = (1/\nu_c)\, \delta_{M_0} \mathcal{L} = -[h/(kT)]\delta Q. \tag{4}$$

L'entropie du thermostat caché quand il cède la quantité de chaleur δQ varie de $\delta S = -\delta Q/T$, ce qui nous conduit à écrire la relation (2) sous la forme

$$S = S_0 + (k/h)\, \mathfrak{A}. \tag{5}$$

C'est la seconde formule fondamentale cherchée.

Voyons maintenant comment l'introduction de ce point de vue thermodynamique en Mécanique ondulatoire nous conduit à modifier l'image hydrodynamique précédemment envisagée. Dans un écoulement hydrodynamique, un granule entraîné par le fluide ne peut être animé d'un mouvement régulier le long d'une ligne de courant que s'il est assez lourd pour résister aux continuels chocs aléatoires des molécules du fluide qui sont toujours animées d'une agitation thermique. Si le granule est très léger, il tendra encore à suivre la ligne de courant de l'écoulement, mais à ce mouvement régulier se superposera une agitation brownienne entièrement aléatoire qui, en le projetant en tous sens, le fera constamment passer d'une ligne de courant sur une autre et lui donnera ainsi une probabilité $|\psi|^2 d\tau$ d'être présent dans l'élément de volume $d\tau$ de l'espace physique [6].

On peut donner un exemple frappant de la nécessité d'une pareille conception quand on admet la formule du guidage. Celle-ci, en effet, si l'on l'applique à un atome d'hydrogène dans un état s, indique que l'électron y a une vitesse nulle. Son mouvement régulier se réduisant à immobilité, on ne voit pas du tout comment peut se réaliser la probabilité $|\psi|^2$ de sa présence en un point quelconque de l'atome. La difficulté disparaît, comme je l'avais signalé [7], si l'on admet que l'électron

est animé d'un mouvement brownien qui le fait continuellement passer d'un point à un autre.

La nouvelle image que nous venons d'exposer paraît pouvoir être particulièrement utile pour l'interprétation de l'intervention des probabilités en Mécanique ondulatoire dans une théorie du type „double solution".

Reçu le 28 XI 1963

Académie des Sciences, Paris, France

BIBLIOGRAPHIE

1. de Broglie Louis, *Nouvelle présentation de la Thermodynamique.* Gauthier-Villars, Paris, 1963.
2. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 807—810.
3. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1961, **253**, p. 1078.
4. — C. r. Acad. Sci., 1956, **243**, pp. 689.
5. Renninger M., Z. Phys., 1953, **136**, S. 251.
6. Bohm D., Vigier J.-P., Phys. Rev., 1956, **96**, p. 208.
7. Terletski J. P., J. Phys. Rad., 1960, **21**, p. 771.

НОВОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИКИ ИЗОЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ

(Резюме)

Новое представление термодинамики изолированных частиц, изложенное в предыдущей заметке ([2]...[4]), излагается в данной статье в различной от прежней форме и вносится ряа новых уточнений.

O NOUĂ PREZENTARE A TERMODINAMICII PARTICULEI IZOLATE

(Rezumat)

O nouă prezentare a termodinamicii particulei izolate, expusă într-o serie de Note anterioare ([2]...[4]),este dată aici sub o formă întrucîtva diferită şi cu o serie de noi precizări.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

C. D. 536.423.15

DÉTERMINATION DE LA PRESSION DE VAPEUR SATURÉE DE L'ARGON D'APRÈS LA MÉCANIQUE STATISTIQUE ET QUANTIQUE ET LA THERMODYNAMIQUE CLASSIQUE

PAR

JOVANKA M. ŽIVOJINOV et SLOBODAN M. CVETKOVIĆ

Le but de ce travail est de démontrer l'application de l'équation d'état de la vapeur saturée dans laquelle figurent trois variables fondamentales d'état: pression, température et volume. On obtient cette équation de la façon suivante.

Dans un travail antérieur, l'un des Auteurs [1], en se basant seulement sur la Mécanique statistique et quantique, a montré que la condition de l'équilibre dynamique entre les phases liquide et de vapeur à la température d'ébullition, l'énergie totale du système restant fixe, peut être exprimée par la rélation:

$$(V''/V')\exp[-s/(RT_c)] = 3\exp[-s/(RT_c)], \tag{1}$$

où: V'' — volume spécifique (ou molar) de la vapeur, V' — volume spécifique du liquide à la température d'ébullition $T°$K, T_c — température critique d'un élément chimique monoatomique, s — chaleur de sublimation à 0°K, R — constante universelle des gaz.

En thermodynamique classique est bien connue l'équation d'état de la vapeur saturée de van der Waals:

$$\ln(p_c/p) = C(T_c/T - 1), \tag{2}$$

où: p_c — pression de la vapeur saturée à la température critique T_c, p — pression de la vapeur saturée à la temperature d'ébullition T, C — constante pour chaque substance traitée.

Dans la thèse de doctorat [2] on a montré qu'il est très difficile de déterminer la valeur exacte de cette constante, parce qu'elle varie en fonction de la température. Ultérieurement, Živojinov et Manjić [3] ont démontré que pour les éléments monoatomiques il est possible d'accepter que cette constante suit la rélation:

$$C = r/(RT_c), \tag{3}$$

où r — chaleur de vaporisation d'un élément monoatomique sous la pression de 1 At.

Étant donné que dans l'équation thermique d'état (1) figurent deux variables fondamentales: température et volume, et que dans l'équation (2) figurent aussi deux variables d'état, mais que dans celle-ci elles sont la température et la pression, on a trouvé [4] une équation d'état dans laquelle figurent trois variables fondamentales, à savoir pression, volume et température.

On a abouti à cette équation de la façon suivante. D'abord, des équations (2) et (3) on obtient:

$$\ln(p_c/p) = [r/(RT_c)](T_c/T - 1), \tag{4}$$

c'est-à-dire:

$$p_c/p = \exp\{[r/(RT_c)](T_c/T - 1)\}. \tag{5}$$

Enfin, compte tenu des équations (1) et (5), on obtient la forme de l'équation thermique d'état:

$$p = 3p_c(V'/V'')\exp\{[(s - r)/(RT_c)](T_c/T - 1)\}. \tag{6}$$

On a obtenu l'équation (1) seulement pour les gaz monoatomiques; cette équation est exclusivement valable pour ces gaz et uniquement entre la température critique et celle triple.

Dans le présent travail les Auteurs désirent démontrer l'application de cette équation en prenant comme exemple un élément monoatomique — l'argon. Pour ce gaz: $T_{tp} = 83{,}83°K$ (température triple) [5], $T_{cp} = 150{,}75°K$ (température critique) [5], $p_c = 47\,996$ At (pression critique), $s = 1\,880$ cal/g atm (chaleur de sublimation à 0°K) [6], $r = 1\,558$ cal/g atm (chaleur de vaporisation à 1 At) [7].

Pour obtenir la pression de la vapeur saturée pour différentes températures il faut connaître pour chaque température les volumes spécifiques de la vapeur et du liquide. Puisqu'on connaît les données expérimentales concernant la densité de la vapeur ϱ'' et du liquide ϱ' [8] et compte tenu du fait que le rapport entre le volume spécifique et la densité de vapeur est réciproque, l'équation (6) peut être écrite sous la forme:

$$p = 3p_c(\varrho''/\varrho')\{[(s - r)/(RT_c)](T_c/T - 1)\}. \tag{7}$$

Comme on peut le voir facilement d'après les données expérimentales quant à la température d'ébullition et la pression de vapeur correspondante [9] (v. le tableau 1) et d'après les valeurs de la densité [8] (v. le tableau 2), les densités ne sont pas connues pour les mêmes températures que celles pour lesquelles on a obtenu les données experimentales de la pression. Par conséquent nous avons été obligés de déterminer par interpolation les valeurs de la pression pour les températures pour lesquelles on connaît la densité.

Pour obtenir les valeurs de la pression avec une plus grande exactitude, on a procédé comme suit. D'abord, compte tenu des donnée expérimentales (v. le tableau 1) pour les différentes températures et le

pressions de vapeur correspondantes, on a tracé le diagramme représenté dans la fig. 1. D'après la courbe continue de ce diagramme on peut déduire que la dépendence entre la pression p et la température d'ébullition T a la forme exponentielle:

$$p = a \exp(bT), \tag{8}$$

Tableau 1

Pression de la vapeur saturée de l'argon [9]

T °K	p At
83,97	0,6739
85	0,78
90	1,321
95	2,13
100	3,23
105	4,69
110	6,59
115	9,00
120	11,98
125	15,61
130	19,99
135	25,2
140	31,3
145	38,5
150	46,8
150,75 p.c.	47,996

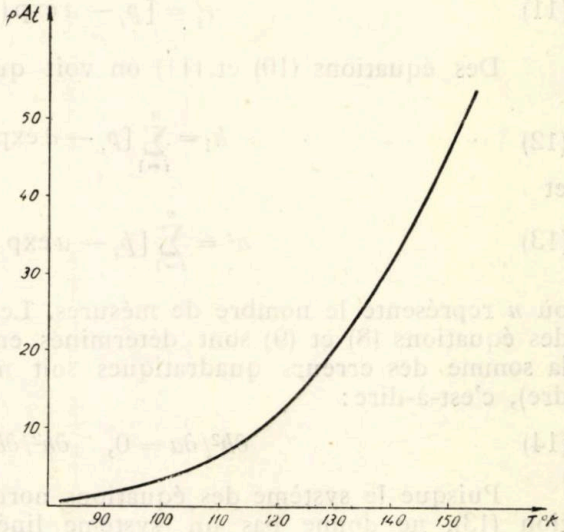


Fig. 1

où a et b sont des paramètres. Puisqu'il faut que l'équation (8) satisfasse toutes les valeurs expérimentales obtenues pour p et T, on peut écrire:

$$p_i = a \exp(bT_i). \tag{9}$$

Tableau 2

Calcul des pressions de la vapeur

T °K	ϱ'' g/cm³	ϱ' g/cm³	$\exp\{[(s-r)/(RT_k)](T_k/T-1)\}$	p équation (7) At
92,01	0,00801	1,37396	1,98663	1,668
97,77	0,01457	1,32486	1,79062	2,836
111,93	0,03723	1,22414	1,45196	6,358
122,40	0,06785	1,13851	1,28279	11,008
132,96	0,12552	1,03456	1,15471	20,172
137,65	0,15994	0,97385	1,10774	26,196
141,62	0,19432	0,91499	1,07173	32,777

À cause des erreurs qui affectent les mesures, il existe une certaine différence ε_i entre la valeur p_i donnée par l'équation (9) et la valeur expérimentale (tableau 1), à savoir:

$$\varepsilon_i = p_i - a \exp(bT_i), \tag{10}$$

c'est-à-dire que les erreurs quadratiques sont:

$$\varepsilon_i^2 = [p_i - a \exp(bT_i)]^2. \tag{11}$$

Des équations (10) et (11) on voit que la somme des erreurs est:

$$h_1 = \sum_{i=1}^{n} [p_i - a \exp(bT_i)] \tag{12}$$

et

$$h^2 = \sum_{i=1}^{n} [p_i - a \exp(bT_i)]^2, \tag{13}$$

où n représente le nombre de mésures. Les paramètres inconnus a et b des équations (8) et (9) sont déterminés en imposant que la valeur de la somme des erreurs quadratiques soit minimum (méthode de Legendre), c'est-à-dire:

$$\partial h^2/\partial a = 0, \quad \partial h^2/\partial b = 0. \tag{14}$$

Puisque le système des équations normales (14), en dérivant l'équation (13), ne donne pas un système linéaire, on écrit les expressions analytiques (8) et (9) d'une autre façon, à savoir:

$$\log p_i = \log a + bT_i \log e. \tag{15}$$

Ensuite, en faisant la permutation:

$$\log p_i = P_i, \quad \log a = A, \quad b \log e = B, \tag{16}$$

on obtient:

$$P_i = A + BT_i. \tag{17}$$

Donc, la somme des erreurs quadratiques a pour expression:

$$h^2 = \sum_{i=1}^{n} (p_i - A - BT_i)^2, \tag{18}$$

c'est-à-dire:

$$h^2 = [pp] + nA^2 + B^2[TT] - 2A[p] - 2B[pT] + 2AB[T]\,^{1}). \tag{19}$$

---

[1]) Nous avons adopté pour les sommes les notations suivantes:

$$[a] = \sum a_i, \quad [ab] = \sum a_i b_i, \quad [aa] = \sum a_i^2, \quad [1] = \sum 1 = n.$$

Le système des équations normales est donné par:

$$\partial h^2/\partial A = 2nA - 2[p] + 2B[T] = 0 \tag{20}$$

et

$$\partial h^2/\partial B = 2B[TT] - 2[pT] + 2A[T] = 0, \tag{21}$$

c'est-à-dire:

$$nA + [T]B = [p], \tag{22}$$

$$T[A] + [TT]B = [pT]. \tag{23}$$

La solution des équations normales est:

$$A = D_A/D_S \quad \text{et} \quad B = D_B/D_S, \tag{24}$$

où:

$$D_S = \begin{vmatrix} [n] & [T] \\ [T] & [TT] \end{vmatrix} = n[TT] - ([T])^2, \tag{25}$$

$$D_A = \begin{vmatrix} [p] & [T] \\ [pT] & [TT] \end{vmatrix} = [p][TT] - [T][pT], \tag{26}$$

$$D_B = \begin{vmatrix} n & [p] \\ [T] & [pT] \end{vmatrix} = n[pT] - [p][T]. \tag{27}$$

Puisqu'au moyen de l'équation (24) on détermine les paramètres auxiliaires A et B, en remplaçant ces paramètres dans l'équation (16) on obtient:

$$b = B/\log e = D_B/(D_S \log e) \tag{28}$$

et

$$a = \mathrm{N}\overline{A} = \mathrm{N}\overline{D_A/D_S}. \tag{29}$$

D'après les valeurs calculées qui se trouvent dans les tableaux 3 et 4, on peut écrire l'expression analytique des valeurs expérimentales de l'argon:

$$p = 5{,}624 \cdot 10^{-3} \exp\,(61{,}894 \cdot 10^{-3}\, T), \tag{30}$$

à condition que les erreurs soient minimums:

$$\sum \varepsilon_i = -23{,}1996, \tag{31}$$

$$\sum \varepsilon_i^2 = 494{,}1829. \tag{?}$$

Compte tenu de l'expression analyticonnue (30) et des valeurs du tau 5, on a effectué l'interpolation, à-dire on a déterminé les valeurs

Tableau 3

Calcul des paramètres a et b

$[T]$	1 879,72
$[p]$	14,53
$[TT]$	228 751,523
$[pT]$	1 919,856
$([T])^2$	3 533 347,278
$n[TT]$	3 660 024,374
D_S	126 677,096
$[p][TT]$	3 326 771,073
$[T][pT]$	3 608 791,495
D_A	−285 020 422
$n[pT]$	30 717,694
$[p][T]$	27 312,426
D_B	3 405,268
A	− 2,250
B	0,02 688
a	0,005624
b	0,061894

Tab
Calcul

T(°K)	83,97	85	90	95	100	105	110
$bT \log e$	2,2572	2,2849	2,4193	2,5537	2,6881	2,8225	2,9569
$\log a$				— 2,250			
$\log [a \exp(bT)]$	0,00726	0,03495	0,16936	0,30377	0,43818	0,57258	0,70699
$a \exp(bT)$	1,0168	1,0838	1,4767	2,0126	2,7429	3,7375	5,0936
p (At)	0,674	0,780	1,321	2,13	3,23	4,69	6,59
ε_i	—0,343	—0,304	—0,15	0,1174	0,49	0,95	1,50
ε_i^2	0,118	0,0924	0,0225	0,014	0,24	0,902	2,25

des pressions inconnues pour des températures connues. Les valeurs de ces pressions se trouvent dans la dernière colonne du tableau 5 et on a pris ces valeurs comme données expérimentales des pressions qui se trouvent dans le tableau 6.

Tableau 5

Pression de vapeur calculée à l'aide de l'équation (30)

T(°K)	92,01	97,77	111,93	122,40	132,96	137,65	141,62
$bT \log e$	2,47337	2,62820	3,00885	3,29029	3,57416	3,70024	3,80696
$\log a$				— 2,250			
$\log \exp(bT)$	0,22340	0,37823	0,75888	1,04032	1,32419	1,45027	1,55699
p (At)	1,673	2,389	5,740	10,973	21,095	28,201	36,056

Tableau 6

Pression de la vapeur saturée de l'argon (Ar)

T	p équation (7)	p exp. tableau (5)	Δp	δp
°K	At	At	At	%
92,01	1,668	1,673	+ 0,01	+ 0,30
97,77	2,836	2,389	— 0,45	— 18,71
111,93	6,358	5,740	— 0,62	— 10,77
122,40	11,008	10,973	— 0,14	— 1,23
132,96	20,172	21,095	+ 0,92	+ 4,38
137,65	26,196	28,201	+ 2,01	+ 7,11
141,62	32,777	36,056	+ 3,28	+ 9,09

Finalement, on a calculé les valeurs de la pression au moyen l'équation (7) pour les différentes températures T et les densités de peur ϱ'' et de liquide ϱ' correspondantes, en utilisant les données ex rimentales qui se trouvent dans le tableau 2.

leau 4

des erreurs

115	120	125	130	135	140	145	150	150,75
3,0913	3,22578	3,36018	3,49459	3,62900	3,76341	3,89781	4,03222	4,05238
				— 2,250				
0,8414	0,97581	1,11021	1,24462	1,37903	1,51344	1,64784	1,78225	1,80241
6,9405	9,4585	12,890	17,564	23,93	32,61	44,44	60,56	63,44
9,00	11,98	15,61	19,99	25,20	31,30	38,50	46,80	47,996
2,06	2,25	2,72	2,43	1,27	−1,31	−5,94	−13,76	−15,45
4,243	6,35	7,398	5,904	1,613	1,716	35,284	189,337	238,702

C'est ainsi que l'on a déterminé, au moyen de l'équation (7), la pression de la vapeur saturée de l'argon pour quelques températures, dans la zone de la vapeur saturée, pour lesquelles il faut qu'il soit valable cette équation. Par exemple, pour la température la plus basse dans cet intervalle, c'est-à-dire pour la température la plus proche au point triple de l'argon, qui d'après le tableau 2 est de 92,01°K, et au moyen de l'équation (7), on obtient la pression de la vapeur:

$$(33)\qquad p = 3.47{,}996\ \text{At}\,\frac{0{,}00801\ \text{g/cm}^3}{1{,}37396\ \text{g/cm}^3}\,2{,}718282^{\frac{1\,880\ \frac{\text{cal}}{\text{g atom}} - 1\,558\ \frac{\text{cal}}{\text{g atom}}}{1{,}9864\ \frac{\text{cal}}{\text{g atom °K}}\ 150{,}75\ \text{°K}}\left(\frac{150{,}75}{92{,}01}-1\right)},$$

c'est-à-dire:

$$(34)\qquad p = 1{,}668\ \text{At}.$$

D'après le tableau 5 on voit que la valeur expérimentale de la pression pour cette température est:

$$(35)\qquad p_{\text{exp}} = 1{,}673\ \text{At}.$$

Donc, on peut conclure que la pression a été déterminée par l'équation (7) avec une erreur de $+0{,}30\,\%$.

D'une façon tout à fait analogue on a déterminé les valeurs des pressions de la vapeur saturée correspondantes à d'autres températures. Les données obtenues se trouvent dans la dernière colonne du tableau 2, et les erreurs par rapport à la valeur expérimentale se trouvent dans la dernière colonne du tableau 6. On peut conclure que l'équation (7) donne un rapport satisfaisant entre les variables d'état thermique, car les différences obtenues entre les valeurs expérimentales et celles théoriques se trouvent dans la limite d'exactitude des données expérimentales des variables qui figurent dans l'équation (7).

u le 20 X 1963

Faculté des Sciences Techniques,
Belgrade, R. S. F. Jougoslavie

BIBLIOGRAPHIE

1. Živojinov I., Glasnik Hemijskog drustva, Beograd, 1962, **27**, *5—6*, pp. 241—254.
2. — *Odredjivanje entropije isparavanja.* Zbornik radova Masinskog Fakulteta (doktorska disertacija), Beograd, 1958, pp. 1—24.
3. Živojinov J., Mandić S., *Odredjivanje konstante u Van der Waals-ovoj jednacini.* Radovi Zavoda za Fiziku, Elektrotehnickog Fakulteta, Beograd, 1963, (sous presse),
4. Živojinov J., *Jednačina stanja zasićene para jednoatomnih elemenata.* Glasnik Hemijskog Drustva, Beograd, 1963, (sous presse).
5. Ans J. D., Lax E., *Taschenbuch für Chemiker und Physiker.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1949.
6. Gurney R. M., *Introduction to Statistical Mechanics.* McGraw Book Co. Inc., New York-Toronto-London, 1949.
7. Rossini F. D., Wagmann D. D., Evans W. H., Levine S., Jaffe I., *Selected Values of Chemical Thermodynamics Properties.* N. B. C. Circular *500*, Washington, 1961.
8. Landolt-Börnstein, *Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik.* Berlin-Göttingen- Heidelberg, 1960.
9. * * * *Tables of Thermal Properties of Gases.* National Bureau of Standards, Washington, Circular, 1955.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ АРГОНА НА ОСНОВЕ СТАТИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

(Резюме)

Авторы доказывают возможность применять в изучении вышеуказанной задачи уравнение состояния насыщенных паров в котором фигурируют три фундаментальные переменные состояния, а именно: давление, температура и объём.

DETERMINAREA PRESIUNII VAPORILOR SATURAŢI DE ARGON PE BAZA MECANICII STATISTICE ŞI CUANTICE ŞI PE BAZA TERMODINAMICII CLASICE

(Rezumat)

Autorii demonstrează posibilitatea de a aplica în studiul problemei din titlu ecuaţia de stare a vaporilor saturaţi, în care figurează trei variabile fundamentale de stare, şi anume: presiune, temperatură şi volum.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Chimie

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 3—4, 1963

Химия

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Chemistry

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 546.36 ; 66.028

DOZAREA COLORIMETRICĂ A CUPRULUI DIN SOLUŢII DE AZOTIT DE SODIU

DE

GH. BURLACU, CORNELIA IOAN şi RODICA ŞMOCOT

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Studiindu-se reducerea azotiţilor de cupru pe picătura de mercur [1] s-a constatat formarea unor complecşi foarte solubili, de culoare verde. Astfel $1{,}5.10^{-3}$ ioni g/l Cu^{2+} în soluţii de $NaNO_2$ 1,2...2,5 *m*, formează complecşi de forma $[Cu(NO_2)_3]Na$ şi $[Cu(NO_2)_4]Na_2$, iar în soluţii de 2,5...6,7 *m* se formează numai $[Cu(NO_2)_4Na_2$. Compuşii formaţi sînt stabili în soluţie şi dau coloraţii a căror intensitate nu se modifică în timp. Cu această ocazie s-a constatat că se intensifică coloraţia soluţiei atunci cînd creşte concentraţia în ioni de cupru, observaţie ce a format subiectul acestei Note.

2. Partea experimentală

Se ştie că legile absorbţiei luminii în soluţie oferă posibilitatea de a aprecia concentraţia substanţei în funcţie de capacitatea ei de absorbţie. De aceea pentru găsirea condiţiilor optime de dozare a cuprului în soluţie de $NaNO_2$, s-au determinat limitele aplicării legii absorbţiei, exprimată de Lambert-Beer prin funcţia exponenţială $I_t = I_0 . 10^{-\varepsilon cx}$. În acest scop s-a folosit un colorimetru fotoelectric FEK-M cu două celule fotoelectrice, cu compensare optică, cu ajutorul căruia s-a determinat extincţia soluţiilor, exprimată de funcţia liniară $E = \log (I_0/I) = \varepsilon cx$. Încercările s-au întreprins cu soluţii de $NaNO_2$ 0,8 *m*, la care concentraţia în cupru a variat între limitele 9,5...95 γ/ml, iar absorbţia luminii de către mediile colorate în verde a fost cercetată cu ajutorul filtrului roşu. Măsurîndu-se pe tamburul drept densitatea optică a soluţiilor cercetate, comparate cu apă distilată, şi înscriindu-se grafic valorile, rezultă o dreaptă ce trece prin origină (fig. 1, curba *1*).

Deci în domeniul concentraţiilor alese se aplică legea lui Lambert-Beer şi metoda poate fi folosită pentru analiza cantitativă a cuprului din soluţii.

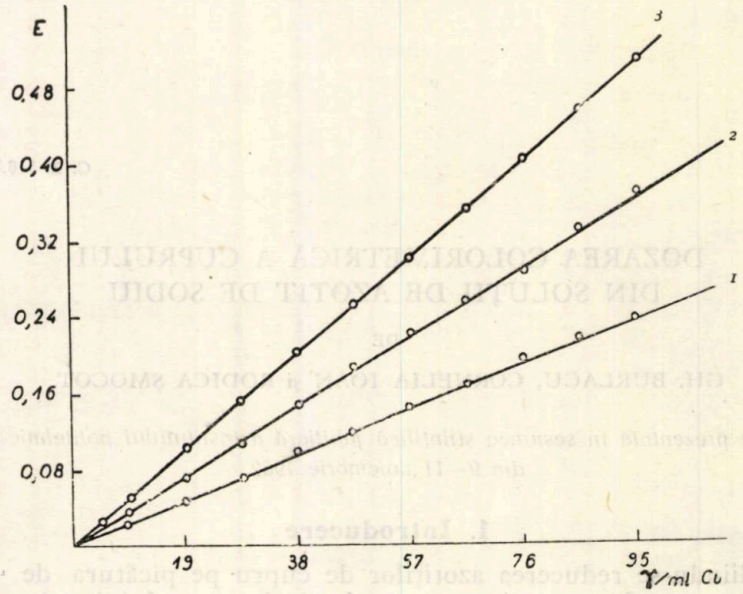


Fig. 1

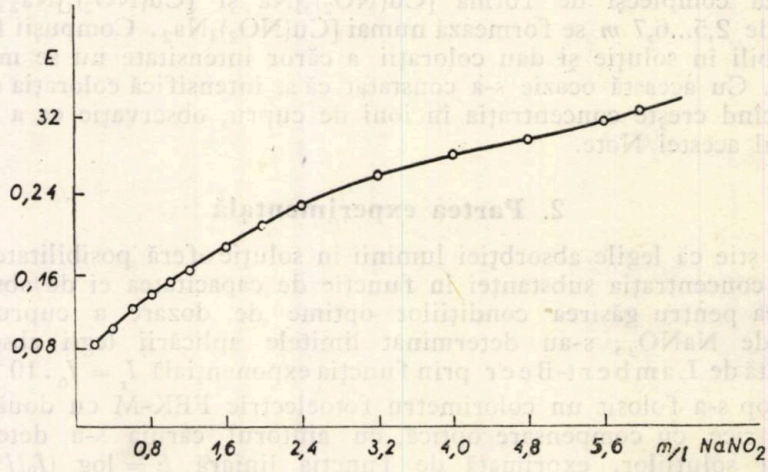


Fig. 2

S-a observat că intensitatea coloraţiei, şi deci şi absorbţia luminii, se modifică în funcţie de concentraţia soluţiei de $NaNO_2$. Pentru a urmări acest aspect s-au fotometrat soluţii în care, menţinîndu-se constantă cantitatea de cupru (47,5 γ/ml), s-a modificat concentraţia soluţiei

de $NaNO_2$ între limitele 0,1 şi 6 *m*. Reprezentarea grafică a valorilor obţinute (fig. 2) arată că în soluţii diluate de $NaNO_2$ (pînă la 3,5 *m*), variaţia concentraţiei sale influenţează mult valorile extincţiei; la soluţii mai concentrate (peste 3,5 *m*) această influenţă este mai redusă.

Pentru a obţine la o aceeaşi concentraţie a cuprului o intensitate mai mare a coloraţiei şi deci o sensibilitate sporită a metodei şi o precizie mai bună a măsurării, s-a încercat folosirea soluţiilor mai concentrate de $NaNO_2$. La aceleaşi variaţii ale concentraţiei cuprului ca mai sus, s-a obţinut curba *2* (fig. 1) pentru soluţii de $NaNO_2$ 2 *m* şi curba *3* (fig. 1) pentru soluţii de $NaNO_2$ 4 *m*, care arată că şi în aceste cazuri se aplică legea Lambert-Beer. De aici se deduce că prin folosirea azotitului de sodiu 4 *m* se poate determina cuprul din soluţie cu o precizie sporită; modificări reduse ale concentraţiei $NaNO_2$ 4 *m* schimbă foarte puţin valorile extincţiei.

Deoarece azotitul de sodiu, deşi purificat prin recristalizări, dă soluţii colorate în galben deschis, pentru a înlătura erorile aduse de această culoare s-au comparat probele analizate cu o soluţie de $NaNO_2$ 4 *m*. Valorile extincţiilor găsite, reprezentate grafic, se înscriu mult mai regulat, pe o dreaptă (fig. 3, cercuri goale — soluţia etalon; cercuri pline — soluţia de analizat).

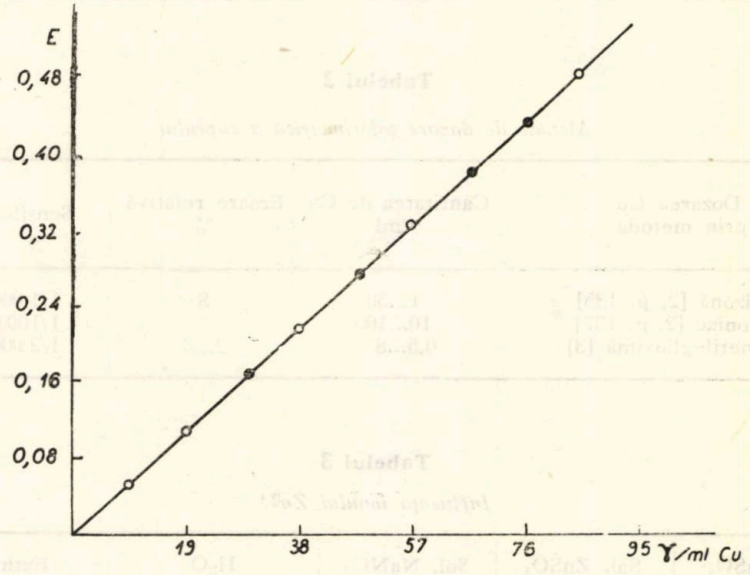


Fig. 3

Cu ajutorul graficului din fig. 3 s-au determinat concentraţiile cîtorva soluţii. S-au găsit rezultatele arătate în tabelul 1.

Din aceste date rezultă că se poate obţine o precizie bună atunci cînd soluţia conţine mai mult de 30 γ/ml Cu. La aceste concentraţii, un adaus de 1,9 γ/ml Cu poate fi decelat. Pentru cantităţi mai mici de Cu, pînă la 9,5 γ/ml, eroarea creşte la 5%, sensibilitatea metodei fiind dată de raportul g Cu/g H_2O = 1/100 000. Comparînd metoda propusă cu

altele citate în literatură, aşa cum arată tabelul 2, se constată că poate fi folosită cu succes pentru dozarea cuprului din soluţie.

Pentru a doza, pe această cale, cupru din minereuri, am cercetat influenţa cationilor Zn^{2+}, Pb^{2+}, Cd^{2+} şi Fe^{3+}, care se găsesc în proporţie mare în concentratele plumboase analizate. Compoziţia soluţiilor fotometrate şi extincţiile măsurate sînt arătate în tabelele 2, 3 şi 4.

Tabelul 1

Concentraţiile soluţiilor

Cantitatea de Cu introdusă γ/ml	Cantitatea de Cu găsită γ/ml	Eroare absolută %	Eroare relativă %
76	76,39	+ 0,39	0,51
66,5	66,97	+ 0,47	0,71
47,5	48,21	+ 0,71	1,49
28,5	29,21	+ 0,71	2,4

Tabelul 2

Metode de dozare colorimetrică a cuprului

Dozarea Cu prin metoda	Cantitatea de Cu γ/ml	Eroare relativă %	Sensibilitatea
ditizonă [2, p. 135]	1...50	8	1/1 000 000
amoniac [2, p. 137]	10...100		1/100 000
dimetil-glioximă [3]	0,5...8	2...6	1/2 000 000

Tabelul 3

Influenţa ionului Zn^{2+}

Sol. $CuSO_4$ 0,003 *m* ml	Sol. $ZnSO_4$ 0,01 *m* ml	Sol. $NaNO_2$ 8 *m* ml	H_2O ml	Extincţia medie
3	0	10	7	0,152
3	7	10	0	0,1513
5	0	10	5	0,2523
5	5	10	0	0,2513
8	0	10	2	0,4047
8	2	10	0	0,404

Tabelul 4

Influența ionului Pb^{2+}

Sol. $CuSO_4$ 0,003 *m* ml	Sol. $Pb(NO_3)_2$ 0,01 *m* ml	Sol. $NaNO_2$ 8 *m* ml	H_2O ml	Extincția medie
2	0	10	8	0,104
2	8	10	0	0,1003
4	0	10	6	0,2013
4	6	10	0	0,1987
8	0	10	2	0,4043
8	2	10	0	0,4043

Tabelul 5

Influența ionului Cd^{2+}

Sol. $CuSO_4$ 0,003 *m* ml	Sol. $CdSO_4$ 0,01 *m* ml	Sol. $NaNO_2$ 8 *m* ml	H_2O ml	Extincția medie
3	0	10	7	0,1523
3	7	10	0	0,1543
5	0	10	5	0,252
5	5	10	0	0,248
7	0	10	3	0,351
7	3	10	0	0,3487

Este cunoscut faptul că ionii ferici precipită, în cea mai mare parte, în soluții de azotit de sodiu [4] sub formă de $Fe(OH_3)$. Pentru a cerceta influența ionilor rămași soluțiile s-au preparat după procedeul indicat în tabelul 6 și după separarea trioxidului feric, prin filtrare, au fost fotometrate.

Tabelul 6

Influența ionului Fe^{3+}

Sol. $CuSO_4$ 0,003 *m* ml	Sol. $Fe_2(SO_4)_3$ 0,015 *m* ml	Sol. $NaNO_2$ 8 *m* ml	H_2O ml	Extincția medie
3	0	10	7	0,161
3	1	10	6	0,164
3	3	10	4	0,165
3	5	10	2	0,163
3	7	10	0	0,165
7	0	10	3	0,3917
7	2	10	1	0,391
7	3	10	0	0,393

La soluţiile în care raportul g Cu/g Fe = 1/8,5 se observă o descompunere accentuată a azotitului de sodiu din cauza aciditătii provocate de hidroliza sărurilor ferice. Din această cauză pe pereţii chiuvetei apar bule de gaz, care modifică exctinţia, aşa cum arată datele din tabelul 7.

Acest fenomen se accentuează atunci cînd creşte cantitatea de cupru. În urma acestor încercări se deduce că se poate doza colorimetric Cu din soluţii de azotit de sodiu 4 *m* în prezenţa ionilor de Cd^{2+}, Zn^{2+}, Pb^{2+}. Ionul Fe^{3+} nu introduce erori dacă se efectuează fotometrarea soluţiei în primele 10 minute.

Tabelul 7

Modificarea extincţiei

Timpul min	Extincţia medie
0	0,164
5	0,165
15	0,18
20	0,19
30	0,203

3. Dozarea cuprului din minereuri

S-a dozat cuprul din concentratele plumboase ale minereurilor de la Baia Sprie, Băiuţ şi Baia de Arieş. Elementele principale componente sînt: Cu, Pb, Zn, Fe.

Într-un pahar Berzelius s-au luat 0,5...3,5 g concentrat, majorat şi uscat la etuvă la 105°C. Se tratează cu 15...20 ml HNO_3 de densitate 1,2 şi se încălzeşte pe baie de apă. După dizolvare se evaporă la sec pînă se elimină tot acidul. Reziduul se reia cu puţină apă distilată şi se agită cu bagheta pentru a dispersa sulfatul de plumb format şi ganga, care se separă prin filtrare. Filtratul se aduce cantitativ într-un balon cotat de 250 ml. Din soluţia astfel preparată se iau 2...8 ml, se adaugă 10 ml $NaNO_2$ 8 *m* şi se completează cu apă distilată la 20 ml. Fierul

Tabelul 8

Conţinutul în Cu al minereului

Minereu concentraţia soluţiei mg/ml	ml soluţie minereu în 20 ml	Extincţia medie	Cantitatea Cu %
Minereu Baia Sprie 2,048	4	0,2287	9,58
	5	0,2747	9,29
	6	0,34	9,47
	7	0,412	9,66
Minereu Băiuţ 2,80	4	0,2316	7,08
	5	0,2896	7,12
	6	0,3453	7,09
	7	0,4046	7,06
Minereu Baia de Arieş 13,99	4	0,1966	1,21
	5	0,2476	1,20
	6	0,2896	1,18
	7	0,3486	1,22

precipită şi se se separă prin filtrare, iar filtratul se fotometrează imediat. Conţinutul în cupru al minereului s-a determinat cu ajutorul curbei etalon (fig. 4), folosindu-se în calcul datele arătate în tabelul 8.

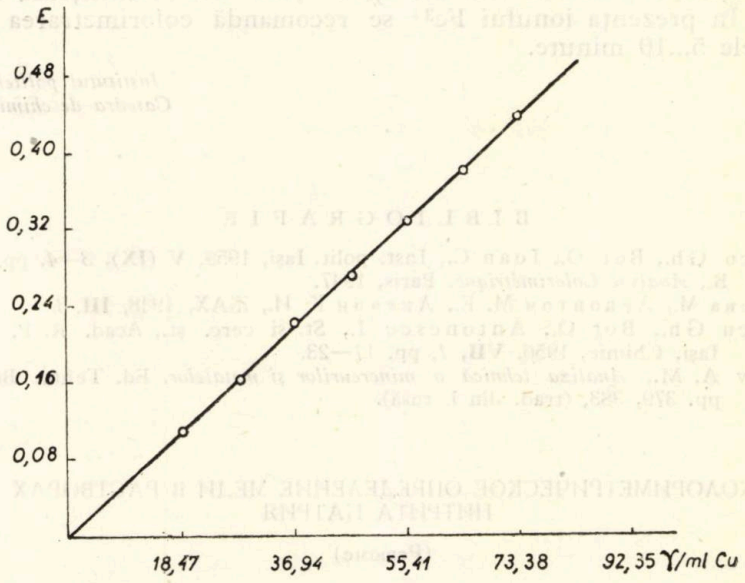


Fig. 4

Comparînd proporţia de Cu din minereu, găsită colorimetric, cu cea obţinută pe cale chimică [5] (tabelul 9), rezultă o eroare relativă redusă (0,14%) pentru primele două concentrate şi o eroare relativă mai mare (7,5%) pentru ultimul, care conţine mult plumb (63,8%). Este probabil că $PbSO_4$ separat la filtrare a absorbit o cantitate de Cu importantă în comparaţie cu cea prezentă în minereu.

Rezultatele sînt însă apropiate de cele obţinute şi prin alte metode fizico-chimice de analiză, de exemplu prin polarografiere [4].

Tabelul 9

Rezultate comparative

Denumirea minereului	Colorimetric medie % Cu	Chimic medie % Cu	Polarografic % Cu	Eroare absolută %	Eroare relativă %
Concentrat plumbos Baia Sprie	9,49	9,50	9,64	— 0,01	0,10
Concentrat plumbos Băiuţ	7,09	7,10	6,92	— 0,01	0,14
Concentrat plumbos Baia de Arieş	1,202	1,30	1,38	— 0,098	7,5

4. Concluzii

Din experienţele arătate rezultă că se poate doza colorimetric Cu în soluţii de $NaNO_2$ 4 *m*, legea lui Lambert-Beer aplicîndu-se între limitele 9,5...95 γ/ml Cu. Ionii Pb^{2+}, Cd^{2+}, Zn^{2+} nu influenţează extincţia soluţiei. În prezenţa ionului Fe^{3+} se recomandă colorimetrarea soluţiei în primele 5...10 minute.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie generală

BIBLIOGRAFIE

1. Burlacu Gh., Boţ O., Ioan C., Inst. polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *3—4*, pp. 103-112.
2. Lange B., *Analyse Colorimétrique*. Paris, 1947.
3. Пешкова М., Левонтон М. Е., Литвин К. И., ЖАХ, 1948, **III**, *3*.
4. Burlacu Gh., Boţ O., Antonescu I., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 17—23.
5. Dîmov A. M., *Analiza tehnică a minereurilor şi metalelor*. Ed. Tehn., Buc., 1952, pp. 379, 383, (trad. din l. rusă).

КОЛОРИМЕТРИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕДИ В РАСТВОРАХ НИТРИТА НАТРИЯ

(Резюме)

Указывается возможность колометрического определения меди в растворах 4 *м* $NaNO_2$ с применением закона Ламбера-Беера в пределах 9,5...95 γ/мл Cu.

Ионы Pb^{2+}, Cd^{2+} и Zn^{2+} не влияют на экстинкцию раствора. В присутствии ионов Fe^{3+} можно рекомендовать колориметрирование в начале первых 5...10 минут. Метод применяется для дозировки меди в концентратах свинца. При содержании меди в пределах 7...10% относительная ошибка в свинцовых концентратах является порядка 0,1...0,14%.

DOSAGE COLORIMÉTRIQUE DU CUIVRE DANS LA SOLUTION DE NITRITE DE SODIUM

(Résumé)

Les Auteurs aboutissent à la conclusion qu'on peut doser, par la méthode colorimétrique, le cuivre dans la solution de $NaNO_2$ 4 *m*, en appliquant la loi Lambert-Beer entre les limites 9,5...95 γ/ml Cu.

Les ions Pb^{2+}, Cd^{2+}, Zn^{2+} n'exercent aucune influence sur l'extinction de la solution. En présence des ions Fe^{3+} on recommande de colorimétrer la solution dans les premiers 5...10 minutes.

On applique cette méthode pour doser le cuivre dans les concentrés de plomb. Pour les concentrés de plomb, dans lesquels le cuivre se trouve en proportion de 7...10%, l'erreur relative est de l'ordre 0,1...0,14%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 661.847.532 ; 546.39

STUDIUL ECHILIBRULUI SISTEMELOR $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ şi $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$

DE

SIMION SAVENCU, TIBERIU GOLGOŢIU, ANA BUCUR şi GH. MOROI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Într-o lucrare precedentă [1] s-au studiat condiţiile de fixare a NH_3 pe un suport impregnat cu sulfat de zinc.

n cele ce urmează vom căuta să stabilim compuşii ce se formează la temperaturi diferite, în sistemul $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ şi $ZnSO_4 . H_2O : : NH_3$.

Compuşii ce se formează între $ZnSO_4$ şi NH_3, menţionaţi de literatura de specialitate, pot fi împărţiţi în două categorii :

a) *Compuşi ce se formează la echilibru între $ZnSO_4$ şi NH_3.*

$ZnSO_4 . 6NH_3$ a fost obţinut de Peters [2] prin acţiunea amoniacului asupra monohidraţilor. După Ephraim [3], acest compus este stabil la —35°.

$ZnSO_4 . 5NH_3$ a fost obţinut de Ephraim (*loc. cit.*) prin degradarea hexaminei. Se mai poate prepara prin acţiunea amoniacului asupra sulfatului de zinc anhidru [4], [5].

$ZnSO_4 . 4NH_3$ se prepară prin degradarea pentaminei. De asemenea se mai poate prepara în mare exces de amoniac.

b) *Compuşi ce se formează prin acţiunea amoniacului asupra soluţiilor de $ZnSO_4$.*

$ZnSO_4 . 4NH_3 . 4H_2O$ a fost preparat de Kane [6] prin acţiunea unui curent de amoniac asupra unei soluţii concentrate de sulfat de zinc, pînă la redizolvarea precipitatelor. Prin evaporare, la temperatura camerei, se obţin cristale mici netransparente. Acest compus se mai poate prepara la temperaturi joase, cristalii avînd înfăţişarea transparentă, şi care, după Müller [7], se topesc la uşoară încălzire.

$ZnSO_4 . 4NH_3 . 3H_2O$ se prepară prin acţiunea amoniacului răcit asupra unei soluţii de sulfat de zinc. Aceşti cristali se distrug la 20°C.

$ZnSO_4 . NH_3 . 2H_2O$ se obţine, după Müller (*loc. cit.*), din acţiunea unei soluţii alcoolice de amoniac asupra unei soluţii saturate de sulfat de zinc.

Datorită posibilităţilor variate de a obţine o serie de compuşi, ne-am propus a stabili, în condiţiile specificate, compuşii ce se formează. În acest scop s-a efectuat analiza termică şi chimică. Din datele obţinute la analiza termică a $ZnSO_4 . 7H_2O$, şi din reprezentarea grafică funcţie de timp—temperatură şi greutate—timp, s-au putut stabili punctele de transformare ale acestui sistem, care corespund temperaturilor de 38°, 63° şi 97°C (fig. 1).

De asemenea se constată că la aceste temperaturi, cristalele de $ZnSO_4 . 7H_2O$ pot pierde, în funcţie de timpul de uscare, şase molecule de apă. Ca rezultat final se obţine sulfatul de zinc monohidrat.

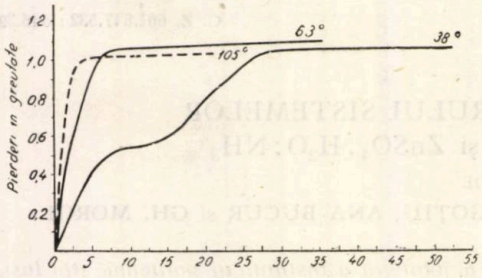


Fig. 1

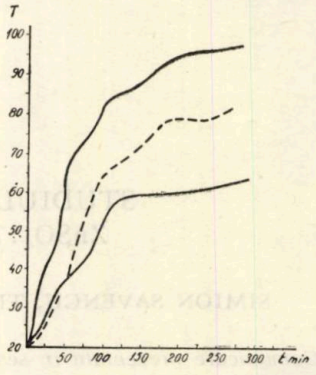


Fig. 2

Pentru aceste determinări s-au întrebuinţat 3 g $ZnSO_4 . 7H_2O$ iar pierderea maximă în greutate este de 1,1 g, ceea ce corespunde la 5,85 moli H_2O. Din fig. 2, funcţie de pierdere greutate—timp, la temperatura de 38°C se observă că la prima inflexiune a curbei corespunde o pierdere de 0,5 g, ceea ce corespunde la 2,7 moli H_2O, iar la a doua inflexiune, pierderea de 1,1 g corespunde la 5,85 moli H_2O şi are loc după 38 ore. La temperaturile de 63° şi 105°C curbele prezintă o singură inflexiune şi arată o pierdere în greutate care corespunde $ZnSO_4 . H_2O$, timpul de obţinere fiind mult mai mic şi anume: 6 ore pentru temperatura de 63°C şi 2 ore pentru temperatura de 105°C.

Datele de mai sus permit stabilirea hidraţilor $ZnSO_4 . 7H_2O$, $ZnSO_4 . 4H_2O$, $ZnSO_4 . H_2O$. Tot din aceste date rezultă că cel mai stabil hidrat este $ZnSO_4 . H_2O$. Sulfatul de zinc anhidru se obţine de abia la temperatura de 300°C.

Din studierea echilibrului sistemelor $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ şi $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$, la temperaturile de 38°, 63° şi 97°C, s-au obţinut o serie de compuşi caracterizaţi prin aspect mat şi mărirea cristalului, care cu apă dau săruri bazice, iar la analiză dau un conţint variabil în amoniac. S-a lucrat cu $ZnSO_4 . 7H_2O$ cristale şi $ZnSO_4 . H_2O$ cristale, peste care s-a trecut un curent de amoniac cu debit constant, timp de o oră. Pentru determinările cu NH_3 uscat, uscarea s-a efectuat trecînd curentul de amoniac umed printr-o coloană de var sodat.

Datele experimentale cuprinse în tabelele 1 şi 2 pot fi interpretate şi totodată se pot trage o serie de concluzii.

Conţinutul în amoniac, după cum se poate constata din tabelul 1, variază invers cu temperatura la care s-a făcut trecerea amoniacului şi este cuprins între 2,34 şi 0,45 moli NH_3 pentru un mol $ZnSO_4$, în cazul trecerii amoniacului uscat şi între 2,45 şi 0,136 moli NH_3, pentru un

mol $ZnSO_4$ în cazul trecerii amoniacului umed, compuşii respectivi corespunzînd formulelor: $2ZnSO_4 . 5NH_3 . 5H_2O$, $ZnSO_4 . 2NH_3 . 2H_2O$, $2ZnSO_4 . 3NH_3 . 4H_2O$ şi $ZnSO_4 . H_2O$.

Din tabelul 2 se poate observa că în cazul compuşilor obţinuţi la trecerea amoniacului peste cristalele de $ZnSO_4 . 7H_2O$, timp de o oră, conţinutul în NH_3 variază între 3,1 şi 3,37 moli NH_3 pentru un mol $ZnSO_4$, ceea ce corespunde unui compus de forma $ZnSO_4 . 3NH_3 . 4H_2O$.

De asemenea din tabelul 2 se mai poate constata că, indiferent de temperatura la care s-a obţinut sulfatul de zinc monohidrat, conţinutul în NH_3 variază între 2,97 şi 3,39 moli NH_3 pentru un mol $ZnSO_4$ ceea ce ar corespunde la doi compuşi de forma: $2ZnSO_4 . 7NH_3 . 2H_2O$, respectiv $ZnSO_4 . 3NH_3 . H_2O$.

Tabelul 1

Cantitatea $ZnSO_4 . 7H_2O$ luată în lucru g	Temp. °C	Felul NH_3	Timp ore	Cantit. NH_3 moli	Cantit. H_2O moli
0,5	38	uscat	1	2,34	2,55
0,5	52...58	uscat	1	2,337	1,8
0,5	58...66	uscat	1	2,019	2,3
0,5	96	uscat	1	0,45	1,42
0,5	38	neuscat	1	2,45	2,38
0,5	52...58	neuscat	1	1,136	2,53
0,5	58...66	neuscat	1	0,82	2,4
0,5	96	neuscat	1	0,136	1,1

Tabelul 2

Cantit. $ZnSO_4.7H_2O$ luată în lucru g	Subst. cu care s-a experimentat	Temp. °C	Felul NH_3	Timp ore	Cantit. NH_3 moli	Cantit. H_2O moli
0,5	$ZnSO_4.7H_2O$	—	neuscat	1	3,37	4,6
0,5	$ZnSO_4.H_2O$	38	neuscat	1	3,4	1,4
0,5	$ZnSO_4.H_2O$	63	neuscat	1	3,58	1,4
0,5	$ZnSO_4.7H_2O$	—	uscat	1	3,1	4,09
0,5	$ZnSO_4.H_2O$	38	uscat	1	3,59	1,2
0,5	$ZnSO_4.H_2O$	63	uscat	1	2,97	1,4

Concluzii

S-a studiat echilibrul sistemului $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ şi s-au obţinut compuşi corespunzători următoarelor formule: a) $ZnSO_4 . 3NH_3 . 4H_2O$ (se obţine la temperatura camerei); b) $2ZnSO_4 . 5NH_3 . 5H_2O$ (se obţine la 38°C); c) $ZnSO_4 . 2NH_3 . 2H_2O$ (se obţine la 52°C); d) $2ZnSO_4 . 3NH_3 . 4H_2O$ (se obţine la 63°C); e) $ZnSO_4 . H_2O$ (se obţine la 96°C, cu o cantitate de amoniac neglijabilă).

S-a studiat echilibrul sistemului $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$ şi s-au obţinut compuşi corespunzători formulelor: $ZnSO_4 . 3NH_3 . H_2O$ şi $2ZnSO_4 . 7NH_3 . 2H_2O$. Aceste concluzii sînt sintetizate în tabelul 3.

Tabelul 3

Temperatura de trecere a amoniacului °C	Sistemul $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$	Sistemul $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$
Temperatura camerei	$ZnSO_4 . 3NH_3 . 4H_2O$	$ZnSO_4 . 3NH_3 . H_2O$ şi $2ZnSO_4 . 7NH_3 . 2H_2O$
38	$2ZnSO_4 . 5NH_3 . 5H_2O$	
52	$ZnSO_4 . 2NH_3 . 2H_2O$	
63	$2ZnSO_4 . 3NH_3 . 4H_2O$	
96	$ZnSO_4 . H_2O$	

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie anorganică

BIBLIOGRAFIE

1. Huidovici Gh. ş. a., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1955, **I (V)**, *1—2*, p. 131.
2. Peters, Ztschr. für anorg. u. allg. Chemie, 1912, **77**, S. 156.
3. Ephraim, Ber. der deutschen Gesell., 1919, **52**, S. 957.
4. Rose, Poggendorfs Ann. d. Physik, 1830, **20**, S. 149.
5. Isambert, C. r. Acad. Sci., Paris, 1870, **70**, p. 456.
6. Kane, Ann. de Chimie et de Phys. (2), 1839, **2**, p. 304.
7. Müller, Ann. der Chemie u. Pharm. (Liebig), 1869, **149**, S. 73 ; Ibid., 1869, **151**, S. 213.

ИЗУЧЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМ $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ и $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$

(Резюме)

В этой работе авторы определяют посредством термического анализа точки трансформации $ZnSO_4 . 7H_2O$, которые соответствуют температурам в 38°, 63° и 97°C.

В зависимости от этих температур определяют при помощи химического анализа соответствующие соединения систем : $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ и $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$.

GLEICHGEWICHTSTUDIUM
DER $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ UND $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$ SYSTEME

(Zusammenfassung)

Die Verfasser bestimmen durch thermische Analyse die Umwandlungspunkte des $ZnSO_4 . 7H_2O$, welche den Temperaturen von 38°, 63° und 97°C entsprechen.

In Abhängigkeit von diesen Temperaturen werden mittels der chemischen Analyse die Verbindungen welche den Systemen $ZnSO_4 . 7H_2O : NH_3$ und $ZnSO_4 . H_2O : NH_3$ entsprechen, bestimmt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 622.232.5

ASUPRA PREPARĂRII ŞI PURIFICĂRII PENTAERITRITEI

DE

M. DIMA, ELEONORA DIACONESCU, I. SCONDAC
şi VALERIU POPESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1962

1. Introducere

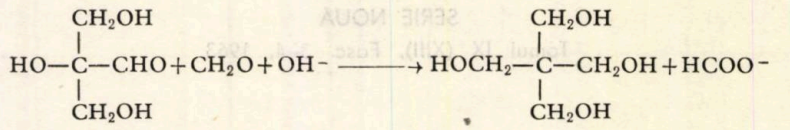
Pentaeritrita (P. E.) — alcool tetravalent cu catene ramificate —, a fost preparată pentru prima dată în 1882 de către Tollens, prin acţiunea îndelungată a hidroxidului de calciu asupra unui amestec de aldehidă acetică şi aldehidă formică. Domeniile de utilizare ale P. E. erau pe atunci foarte restrînse, limitîndu-se la prepararea tetranitropentaeritritei, un exploziv foarte apreciat (1894). O utilizare mai largă a P. E. începe din anul 1938, fiind găsită ca o importantă materie primă la fabricarea de răşini sintetice şi în special a răşinilor alkidalice şi a răşinilor esterice folosite la prepararea uleiurilor sicative sintetice, lacurilor, cernelurilor de tipografie, linoleumurilor, plastifianţilor adezivi etc. În anul 1944 s-au preparat peste 7 000 t P. E., iar între anii 1945 şi 1953 producţia se ridicase cu aproximativ 500%. În anul 1955 s-au produs 32 000 t, iar în 1958 65 000 t P. E.

Cercetările din ultimul timp au extins utilizările P. E. în alte diverse domenii, ca de exemplu la prepararea de esteri cu acizi alifatici superiori, ce reprezintă răşini tot atît de răspîndite ca şi policlorura de vinil, la prepararea de lubrefianţi pentru motoarele cu reacţie, la obţinerea de foarte buni stabilizatori pentru polimeri şi copolimeri de clorură de divinil. Eterii oxialchilici ai P. E. servesc la prepararea de mase plastice. De asemenea P. E. este folosită cu succes la prepararea materiilor izolante pentru împiedicarea provocării aprinderii substanţelor inflamabile ce se găsesc în regiuni de temperaturi înalte. Acetalele P. E. cu diferite aldehide pot fi utilizate ca antişifonanţi în materiile textile ; de asemenea oferă o mare rezistenţă la acţiunea clorului utilizat ca înălbitor.

II. Chimismul formării pentaeritritei

Bazele chimice ale P. E. constau în condensarea succesivă a aldehidei acetice cu formaldehida în prezenţa unui agent de condensare alcalin, conform reacţiilor :

(1) $$CH_3-CHO+3CH_2O \xrightarrow{OH^-} HO-\underset{\displaystyle CH_2OH}{\overset{\displaystyle CH_2OH}{\overset{|}{\underset{|}{C}}}}-CHO$$

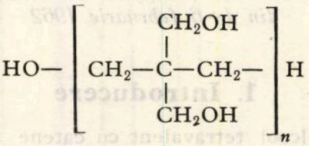
(2) 

Reacţia (1) — de aldolizare — este o reacţie catalitică, fără consum de agent alcalin. Este reversibilă, însă echilibrul este în mod continuu deplasat spre dreapta prin reacţia finală, care are loc între produsul rezultat din reacţia (1) şi aldehida formică în prezenţa bazei, conform reacţiei (2) a lui Cannizzaro, cu formarea unui alcool (P. A.) şi a unui acid (acidul formic). Această reacţie nu este reversibilă şi conduce sistemul la un produs finit. În faza aceasta agentul alcalin are rol de reactant, consumîndu-se stoechiometric conform reacţiei :

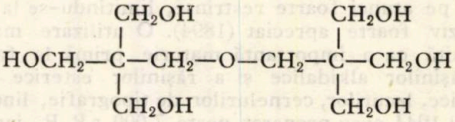
(3) $8CH_2O + 2CH_3—CHO + Ca(OH)_2 \longrightarrow 2(CH_2—OH)_4C + (HCOO)_2Ca$

În afară de aceste reacţii mai pot avea loc şi unele reacţii secundare, ca de pildă cele de aldolizare, proprii aldehidei formice şi aldehidei acetice, însă prin alegerea condiţiilor de reacţie, cum este de exemplu concentraţia aldehidei formice, care trebuie să fie mai mare ca aceea a aldehidei acetice, sau temperatura care nu trebuie să treacă de 50°C etc., toate aceste reacţii secundare pot fi reduse la minimum.

Ca produse secundare în procesul de formare a P. E. mai apar şi eterii P. E. cu ea însăşi, cunoscuţi sub numele de „polipentaeritrite", de forma :



unde, dacă $n = 2$, avem dipentaeritrita :



Atît P. E. cît şi dipentaeritrita sînt solubile în apă, pe cînd polipentaeritritele, în care $n > 3$, sînt insolubile.

În cercetările sale Tollens şi colaboratorii săi [1], [2] au preparat P. E. făcînd să acţioneze timp de 1...2 luni, la temperatura obişnuită, 4,4 moli $CH_3—CHO$, 6,4 moli HCHO, 2,1 moli $Ca(OH)_2$ şi 500 moli H_2O. După terminarea reacţiei se precipita calciul cu acid oxalic. Prin concentrarea soluţiei se obţin 115 g P. E., cu punct de topire 250°...255°C, în mod frecvent 235°C.

Timpul îndelungat necesar acestei sinteze a fost micşorat pe baza studiilor întreprinse ulterior, ajungîndu-se la 1 oră [3]. De altfel sînt publicate un număr important de lucrări şi patente privitoare la prepararea P. E. [4]...[9].

Folosind la prepararea P. E. paraformaldehidă în locul aldehidei formice, se obţin randamente mai bune.

Dată fiind importanţa pe care o prezintă P. E. ca materie primă pentru industria chimică, cum şi faptul că în ţara noastră se produce în mod curent aldehidă formică şi aldehidă acetică, plecîndu-se de la gazul metan, prepararea P. E. a început să constituie o preocupare şi pentru industria chimică din ţara noastră.

Problema preparării P. E. a fost luată în studiu din vara anului 1959, de către Uzinele chimice din Rîşnov, în cadrul sarcinii de bază — chimizarea metanului.

În vederea perfecţionării procesului tehnologic al preparării P. E., Uzina chimică din Rîşnov a apelat la laboratorul nostru pentru o colaborare în acest sens.

În cadrul prezentei lucrări noi am întreprins un studiu de laborator asupra sintezei P. E. şi a purificării P. E. astfel obţinută; de asemenea s-a studiat modul de purificare a soluţiei de P. E. brută obţinute într-o instalaţie pilot de către Uzina chimică din Rîşnov precum şi purificarea cristalelor brute de P. E. rezultate din această staţie pilot.

III. Partea experimentală

În vasul de reacţie (fig. 1), prevăzut cu agitator, termometru şi coloană pentru refluxare, s-a introdus aldehidă acetică proaspăt depolimerizată şi distilată (99,5% conc.) în proporţie de 1 mol, aldehidă formică, soluţie apoasă de 32% în cantitate de 5 moli şi var stins în proporţie de 0,6 moli $Ca(OH)_2$. Temperatura de 45°...50°C necesară reacţiei s-a menţinut invariabilă cu ajutorul băii de apă.

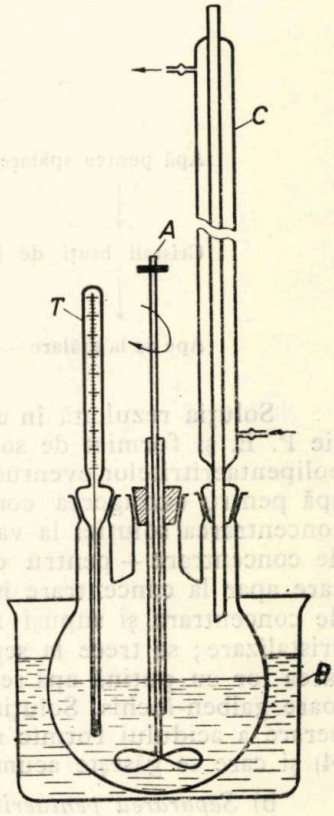


Fig. 1

Reacţia a fost considerată terminată atunci cînd alcalinitatea iniţială a soluţiei cu pH = 12 a scăzut la 0,02...0,1 *N*. Timpul necesar terminării reacţiei a fost de 3 ore, amestecul din reactor fiind tot timpul sub continuă agitare. S-a obţinut un lichid de culoare galbenă spre brună (datorită produselor zaharoase ce se obţin ca produse secundare prin autoreacţia aldehidei formice în prezenţa varului), în cantitate de circa 1 150 ml, ce conţine numai foarte puţină suspensie de $Ca(OH)_2$, majoritatea fiind legat ca formiat de calciu, solubilizat în soluţie.

Atît soluţia preparată în uzină cît şi aceea preparată în laborator au fost supuse prelucrării folosind patru variante pentru separarea şi purificarea P. E. obţinute la sinteză, pe care le expunem în cele ce urmează.

1. Separarea şi purificarea pentaeritritei cu ajutorul carbonatului de sodiu

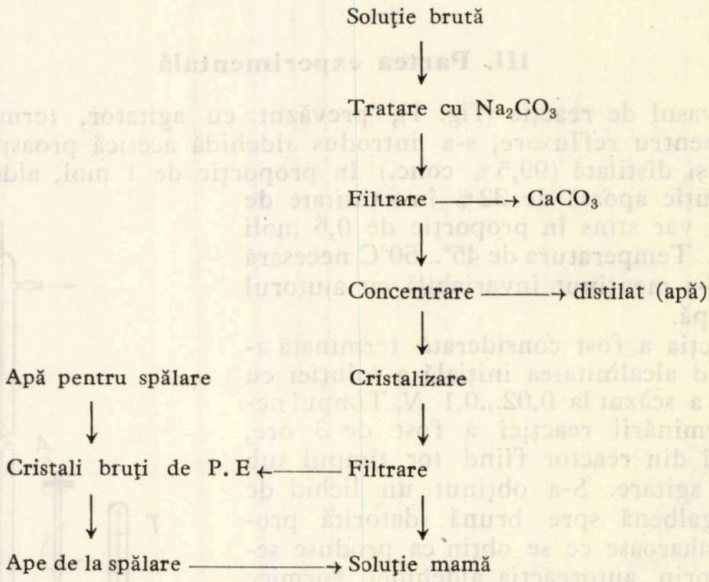
După această metodă de lucru, produsul de la sinteză se tratează la cald cu cantitatea stoechiometrică de Na_2CO_3, pentru precipitarea excesului de $Ca(OH)_2$ şi a ionilor de calciu legaţi ca formiat de calciu.

Separarea P. E. din amestecul de reacţie s-a efectuat după două variante.

a) *Separarea pentaeritritei într-o singură treaptă de concentrare* (varianta I). Operaţiile de separare a P. E. din amestecul de reacţie într-o singură treaptă de concentrare, sînt indicate în schema I.

Schema I

Prelucrarea soluţiei brute de pentaeritrită după metoda cu Na_2CO_3 într-o singură treaptă de concentrare



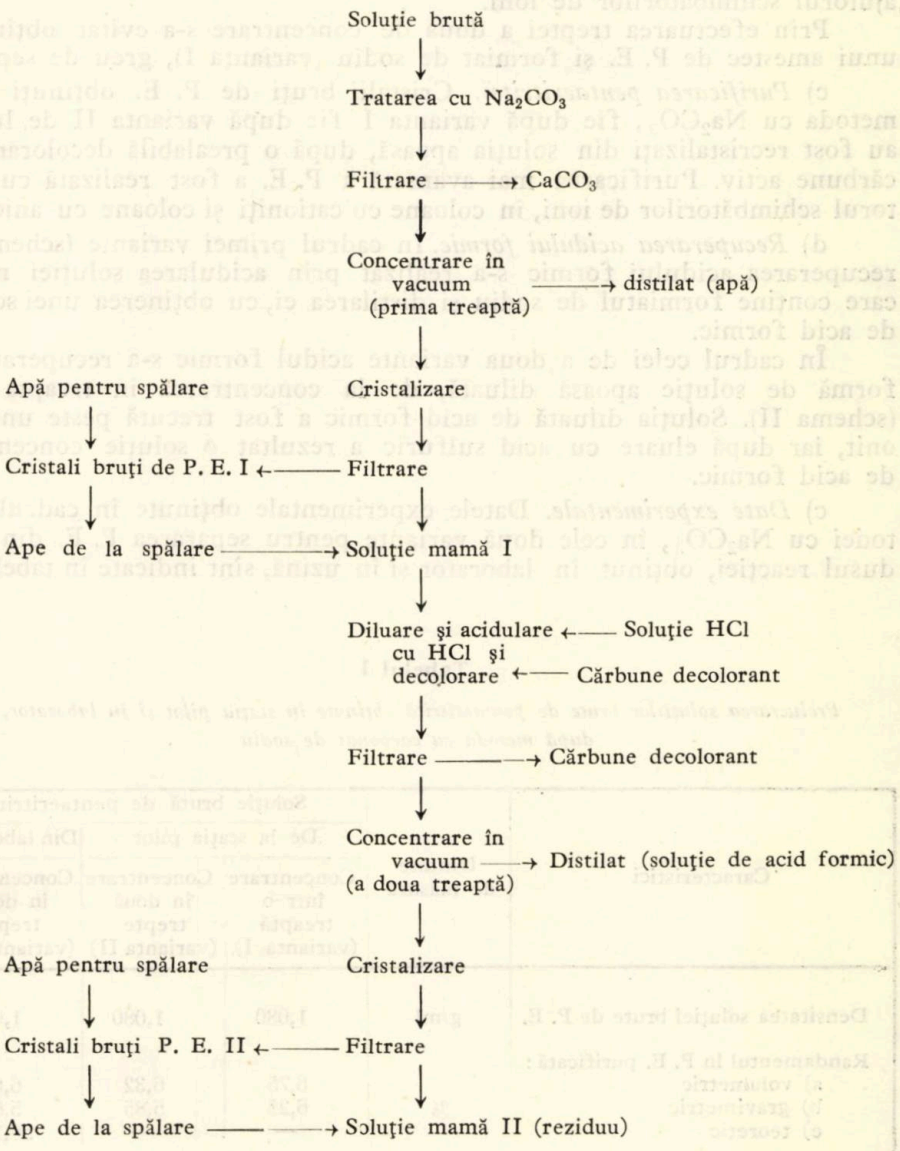
Soluţia rezultată în urma tratării cu Na_2CO_3 conţine acum în soluţie P. E. şi formiat de sodiu; este filtrată pentru separarea $CaCO_3$ şi a polipentaeritritelor eventual formate, apoi se spală precipitatul cu puţină apă pentru extragerea completă a substanţei organice solubile. Urmează concentrarea soluţiei la vacuum cît mai avansat — într-o singură treaptă de concentrare — pentru cristalizarea cît mai completă a P. E. Cristalii care apar la concentrare împreună cu soluţia mamă, sînt scoşi din vasul de concentrare şi supuşi răcirii pentru continuarea separării P. E. prin cristalizare; se trece la separarea cristalilor prin filtrare şi apoi la spălarea lor cu puţină apă rece. Se obţin în acest mod cristali bruţi de culoare galben-închis. Soluţia mamă rezultată se supune operaţiei de recuperare a acidului formic rezultat din reacţie, conform ecuaţiei chimice (4) şi care se găseşte acum sub formă de formiat de sodiu.

b) *Separarea pentaeritritei în două trepte de concentrare* (varianta II). Operaţiile de separare a P. E. din amestecul de reacţie, prin două trepte de concentrare, sînt indicate în schema II.

Prima treaptă de concentrare a acestei variante s-a efectuat în acelaşi mod ca acel descris la varianta I, cu deosebirea că produsul de concentrare a fost mai mic.

Schema II

Schema prelucrării soluţiei brute de pentaeritrită după metoda cu Na_2CO_3 în două trepte de concentrare



În a doua treaptă de concentrare, soluţia mamă I rezultată, împreună cu apele de spălare a cristalilor bruţi de P. E. I, a fost acidulată cu soluţie de HCl (pH $\cong$ 3) şi decolorată cu cărbune activ. În urma acidulării, întreaga cantitate de formiat de sodiu a trecut sub formă de acid formic liber şi NaCl.

Concentrarea în vacuum, la cea de a doua treaptă, s-a efectuat pînă la apariţia din abundenţă a cristalilor de P. E. Distilatul de la această concentrare se prelucrează pentru separarea acidului formic cu ajutorul schimbătorilor de ioni.

Prin efectuarea treptei a doua de concentrare s-a evitat obţinerea unui amestec de P. E. şi formiat de sodiu (varianta I), greu de separat.

c) *Purificarea pentaeritritei.* Cristalii bruţi de P. E. obţinuţi prin metoda cu Na_2CO_3, fie după varianta I fie după varianta II de lucru, au fost recristalizaţi din soluţia apoasă, după o prealabilă decolorare cu cărbune activ. Purificarea mai avansată a P. E. a fost realizată cu ajutorul schimbătorilor de ioni, în coloane cu cationiţi şi coloane cu anioniţi.

d) *Recuperarea acidului formic.* În cadrul primei variante (schema I), recuperarea acidului formic s-a realizat prin acidularea soluţiei mame care conţine formiatul de sodiu şi distilarea ei, cu obţinerea unei soluţii de acid formic.

În cadrul celei de a doua variante acidul formic s-a recuperat sub formă de soluţie apoasă diluată, de la concentrarea în treapta II-a (schema II). Soluţia diluată de acid formic a fost trecută peste un anionit, iar după eluare cu acid sulfuric a rezultat o soluţie concentrată de acid formic.

c) *Date experimentale.* Datele experimentale obţinute în cadrul metodei cu Na_2CO_3, în cele două variante pentru separarea P. E. din produsul reacţiei, obţinut în laborator şi în uzină, sînt indicate în tabelul 1.

Tabelul 1

Prelucrarea soluţiilor brute de pentaeritrită obţinute în staţia pilot şi în laborator, după metoda cu carbonat de sodiu

Caracteristici	Unitate de măsură	Soluţie brută de pentaeritrită		
		De la staţia pilot		Din laborator
		Concentrare într-o treaptă (varianta I)	Concentrare în două trepte (varianta II)	Concentrare în două trepte (varianta II)
Densitatea soluţiei brute de P. E.	g/ml	1,080	1,080	1,077
Randamentul în P. E. purificată:				
a) volumetric	%	6,75	6,32	6,01
b) gravimetric	%	6,25	5,85	5,60
c) teoretic	%	—	—	50,10
Punctul de topire al P. E.:				
a) brută	°C	185	219	175
b) purificată	°C	238	234,5	227
Cenuşe P. E. purificată	%	0,017	0,0351	0,0099

Din datele prezentate se constată următoarele:

a) Randamentul în P. E. obţinută în instalaţia pilot a uzinei este întrucîtva superior celui al P. E. obţinute în laborator.

b) Conţinutul în substanţe minerale (cenuşe) al P. E. din laborator este mai mic decît acel al P. E. din uzină.

În afară de aceste observaţii în metoda cu Na_2CO_3 se mai pun în evidenţă următoarele aspecte:

c) Este mai economic de a conduce procesul de separare a P. E. într-o singură treaptă de concentrare decît în două trepte.

d) Se consumă drept chimicale Na_2CO_3 şi HCl sau H_2SO_4.

e) Recuperarea acidului formic este mai rentabilă atunci cînd aceasta se realizează prin acidularea soluţiei mame de la o singură treaptă de concentrare şi distilarea ei. În cazul concentrării în două trepte rezultă o soluţie diluată de acid formic care se poate recupera cu ajutorul schimbătorilor de ioni.

f) Decolorarea soluţiei brute obţinute iniţial nu este eficace, deoarece soluţia are un pH alcalin.

2. Separarea şi purificarea pentaeritritei după metoda cu acid clorhidric

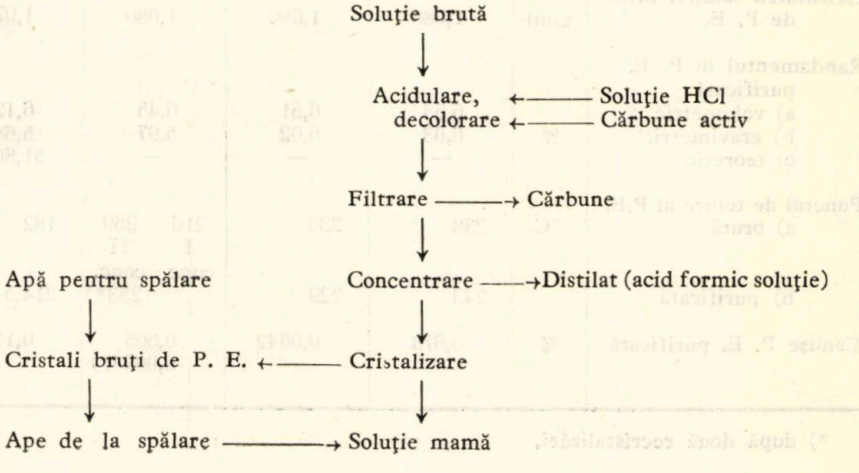
După această metodă de lucru produsul reacţiei după sinteză, eventual filtrat, se tratează cu o soluţie concentrată de HCl pînă la un pH $\cong$ 5, după care se efectuează decolorarea cu cărbune, iar după filtrare, soluţia se supune concentrării.

S-a lucrat după mai multe variante — după modul în care s-a condus concentrarea — în una sau mai multe trepte de concentrare.

a) *Separarea pentaeritritei într-o singură treaptă de concentrare.* Schema III reprezintă o singură treaptă de concentrare.

Schema III

Schema prelucrării soluţiei brute de pentaeritrită după metoda cu HCl



Soluţia decolorată se supune la concentrare avansată la vacuum, apoi la o răcire pentru completarea cristalizării şi la o filtrare pentru separarea cristalilor. Urmează spălarea cristalilor bruţi cu puţină apă rece, pentru eliminarea unei părţi de $CaCl_2$. Soluţia mamă rezultată este siropoasă şi conţine în cea mai mare parte $CaCl_2$.

Acidul formic este separat în timpul concentrării prin distilare, sub formă de soluţie diluată ca distilat.

b) *Separarea pentaeritritei în două trepte de concentrare.* S-a lucrat după aceeaşi schemă III, dar prima concentrare a fost mai puţin avansată. După separarea cristalilor bruţi de P. E.$_I$, soluţia mamă rezultată, împreună cu apele de spălare ale cristalilor bruţi de P. E.$_I$, au fost supuse din nou la concentrare, rezultînd cristali bruţi de P. E.$_{II}$. Aceşti cristali sînt mai puţin puri decît acei de la prima cristalizare (P. E.$_I$).

Distilatul de la concentrarea II-a conţine şi mici cantităţi de acid formic.

c) *Separarea pentaeritritei în patru trepte de concentrare.* S-a lucrat după aceeaşi schemă III, dar concentrarea soluţiei s-a realizat în patru trepte de concentrare.

S-a constatat că puritatea cristalilor bruţi este cu atît mai mică cu cît numărul treptei de concentrare este mai mare.

Tabelul 2

Prelucrarea soluţiilor brute de pentaeritrită obţinute în staţia pilot şi în laborator, după metoda cu acid clorhidric

Caracteristici	Unit. măs.	Soluţie brută de pentaeritrită			
		De la staţia pilot			Din laborator
		Concentrare într-o treaptă (varianta I)	Concentrare în două trepte (varianta II)	Concentrare în patru trepte (varianta III)	Concentrare în două trepte (varianta II)
Densitatea soluţiei brute de P. E.	g/ml	1,080	1,080	1,080	1,077
Randamentul în P. E. purificată :					
a) volumetric	%	6,53	6,51	6,45	6,12
b) gravimetric	%	6,03	6,02	5,97	5,68
c) teoretic	%	—	—	—	51,80
Punctul de topire al P.E. :					
a) brută	°C	238	230	216 269 I II conc. conc.	182
b) purificată	°C	243	229	253*)	214,5
Cenuşe P. E. purificată	%	0,673	0,0642	0,605 0,0023*)	0,113

*) după două recristalizări.

d) *Purificarea pentaeritritei.* S-a folosit aceeaşi metodă de purificare, prin recristalizare din soluţie apoasă după prealabilă decolorare cu cărbune.

e) *Date experimentale.* În tabelul 2 sînt indicate datele experimentale în cadrul metodei cu acid clorhidric, în cele trei variante de lucru asupra soluţiilor de P. E. obţinute atît pe cale industrială cît şi în laborator.

Din datele prezentate se constată următoarele:

a) Randamentul în P. E. al soluţiei preparate în staţia pilot este mai bun. Se mai constată apoi că dacă separarea P. E. în metoda cu HCl se realizează într-o singură treaptă de concentrare (varianta I), numărul de operaţii necesare se reduce la minimum, în schimb puritatea P. E. este mai mică. Varianta în patru trepte de concentrare s-a dovedit a fi foarte laborioasă şi nu a adus cu sine o puritate mai bună a P. E. faţă de variantele în două trepte de concentrare sau într-o singură treaptă de concentrare.

b) Separarea P. E. are loc în acest caz în prezenţa ionilor de calciu. Faţă de metoda cu Na_2CO_3 prezintă avantajul că nu se consumă Na_2CO_3.

c) Recuperarea acidului formic se poate efectua din soluţia sa apoasă, prin trecerea peste schimbători de ioni şi eluare ulterioară.

d) Printr-o recristalizare a P. E., conţinutul în cenuşe scade de la 0,605% la 0,0023%.

3. Separarea şi purificarea pentaeritritei după metoda cu acid oxalic

Spre deosebire de cele două metode anterioare, după care separarea şi purificarea P. E. se efectuau în prezenţa ionilor de sodiu, respectiv de calciu, în această metodă, ale cărei operaţii sînt redate în schema IV, separarea P. E. se realizează în absenţa ionilor de calciu, care sînt îndepărtaţi cu ajutorul acidului oxalic.

După separarea oxalatului de calciu, soluţia brută se supune concentrării la vacuum şi anume într-o singură treaptă, deoarece nu mai sînt prezenţi ionii de calciu care ar impurifica P. E.

După concentrarea avansată, cristalii împreună cu soluţia se supun răcirii şi apoi se separă cristalii bruţi de P. E. prin filtrare.

O dată cu concentrarea la vacuum are loc şi eliminarea acidului formic din soluţie, sub formă de soluţie apoasă ca distilat, conform schemei IV.

Date experimentale. După această metodă s-a prelucrat atît soluţia brută industrială de P. E. cît şi aceea de laborator. De asemenea s-au prelucrat cristalii bruţi de P. E. obţinuţi în uzină, din soluţiile rezultate la sinteza în staţia pilot. Aceşti cristali au un conţinut foarte ridicat în cenuşe şi anume 5,6%.

Datele experimentale sînt date în tabelul 3.

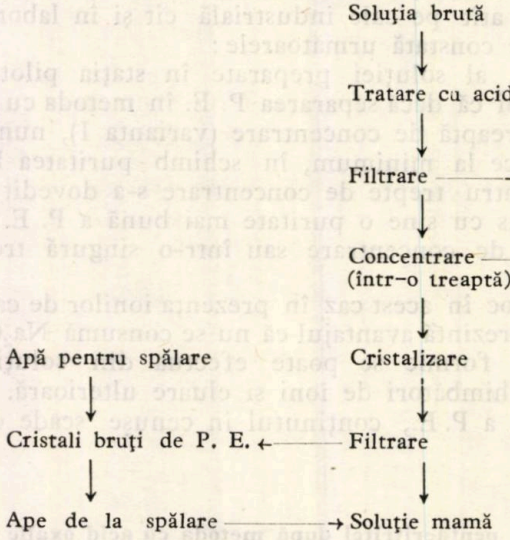
Din datele cuprinse în acest tabel se constată următoarele:

a) Puritatea P. E. este mai ridicată decît a celei obţinute în cazul celorlalte metode descrise.

b) Se poate merge cu concentrarea avansată într-o singură treaptă, în care se separă întreaga cantitate de P. E., neexistînd pericolul unei impurificări.

Schema IV

Schema prelucrării soluţiei brute de pentaeritrită, după metoda cu acid oxalic, într-o singură treaptă de concentrare



Tabelul 3

Prelucrarea soluţiilor brute de pentaeritrită obţinute în staţia pilot şi în laborator şi a cristalilor bruţi din staţia pilot, după metoda cu acid oxalic

Caracteristici	Unitate de măsură	Soluţie brută de P. E.		Cristali bruţi din staţia pilot*)
		De la staţia pilot	Din laborator	
		Concentrare într-o singură treaptă	Concentrare într-o singură treaptă	Concentrare într-o singură treaptă
Densitatea soluţiei brute de P.E.	g/ml	1,080	1,077	—
Randamentul în P.E. purificată :				
a) volumetric	%	6,60	5,71	11,0
b) gravimetric	%	6,11	5,30	
c) teoretic	%	—	48,01	
Punctul de topire al P. E.:				
a) brută	°C			239
b) purificată	°C	251	245	229
Cenuşe P. E. purificată	%	0,00917	urme	0,0446

*) Cristalii bruţi de P.E. de la staţia pilot au avut un conţinut în cenuşe de 5,60%.

c) Faţă de celelalte procedee, procedeul cu acid oxalic prezintă o serie de avantaje şi anume, nu necesită decolorarea obligatorie a soluţiei brute de P. E. înainte de concentrare şi totodată elimină de la început ionii de calciu, ceea ce permite o separare şi purificare simplă a P. E. Concentrarea efectuîndu-se într-o singură fază, în care P. E. se separă aproape cantitativ, procesul tehnologic este mult simplificat.

d) Dezavantajul, acestei metode constă în faptul că necesită un reactiv scump.

4. Separarea şi purificarea pentaeritritei după metoda cu acid sulfuric

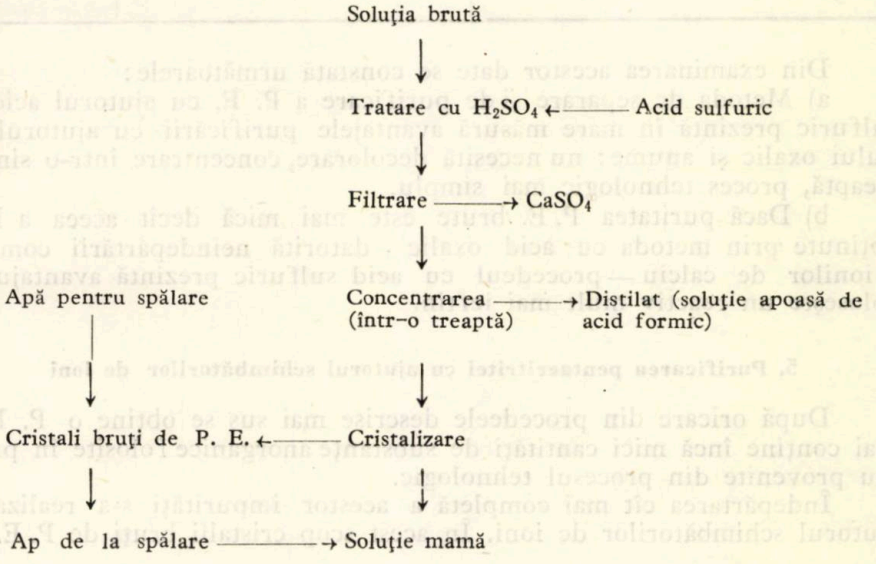
Un reactiv care poate fi utilizat pentru îndepărtarea ionilor de calciu din soluţia brută de P. E. este acidul sulfuric. Acesta nu elimină complet ionii de calciu, ca în metoda cu acid oxalic, poate îndepărta însă cea mai mare parte din ionii de calciu şi este totodată un reactiv ieftin.

Operaţiile de separare a P. E. după procedeul cu acid sulfuric sînt indicate în schema V, care în principiu nu diferă sensibil de schema IV.

În acest scop soluţia brută de P. E. se tratează cu acid sulfuric pînă la apariţia acidităţii. Are loc legarea ionilor de calciu sub formă de $CaSO_4$. Urmează filtrarea pentru separarea soluţiei de P. E., de sulfatul de calciu insolubil.

Schema V

Prelucrarea soluţiei brute de pentaeritrită după metoda cu acid sulfuric, într-o singură treaptă de concentrare



Soluţia ce conţine acum P. E., acid formic şi $CaSO_4$ solubilizat, este supusă concentrării pînă la apariţia cristalilor de P. E., după care se supune răcirii, cînd are loc separarea cristalilor de P. E. impurificaţi cu urme de sulfat de calciu. P. E. brută astfel obţinută se purifică prin recristalizare din soluţie apoasă, după o prealabilă decolorare cu cărbune activ.

Rezultatele experimentale ale acestei metode sînt date în tabelul 4.

Tabelul 4

Prelucrarea soluţiilor brute de pentaeritrită obţinute în staţia pilot şi în laborator, după metoda cu acid sulfuric

Caracteristici	Unitate de măsură	Soluţie brută de pentaeritrită	
		De la staţia pilot	Din laborator
		Concentrare într-o singură treaptă	Concentrare într-o singură treaptă
Densitatea soluţiei brute	g/ml	1,080	1,077
Randamentul în P. E. purificată :			
a) volumetric	%	6,62	5,83
b) gravimetric	%	6,12	5,41
c) teoretic	%		
Punctul de topire al P. E. :			
a) brută	°C	192	187
b) purificată	°C	251	246
Cenuşe P. E. purificată	%	0,477	0,28

Din examinarea acestor date se constată următoarele:

a) Metoda de separare şi de purificare a P. E. cu ajutorul acidului sulfuric prezintă în mare măsură avantajele purificării cu ajutorul acidului oxalic şi anume: nu necesită decolorare, concentrare într-o singură treaptă, proces tehnologic mai simplu.

b) Dacă puritatea P. E. brute este mai mică decît aceea a P. E. obţinute prin metoda cu acid oxalic — datorită neîndepărtării complete a ionilor de calciu — procedeul cu acid sulfuric prezintă avantajul că foloseşte un reactiv mult mai ieftin.

5. Purificarea pentaeritritei cu ajutorul schimbătorilor de ioni

După oricare din procedeele descrise mai sus se obţine o P. E. ce mai conţine încă mici cantităţi de substanţe anorganice folosite în proces sau provenite din procesul tehnologic.

Îndepărtarea cît mai completă a acestor impurităţi s-a realizat cu ajutorul schimbătorilor de ioni. În acest scop cristalii bruţi de P. E. sau

acei proveniţi de la recristalizare — care mai conţin însă săruri minerale — au fost solviţi la saturaţie în apă. Această soluţie a fost trecută apoi prin coloane cu schimbători de cationi (Wofatit KPS 200) şi coloane cu schimbători de anioni (Wofatit L 150). Soluţia după trecere a fost supusă concentrării la vacuum, apoi cristalizării la rece, cînd s-a obţinut o P. E. de mare puritate.

În scopul de a evita eliminarea unor cantităţi prea mari de apă la concentrare, s-au folosit pentru trecerea peste schimbători de ioni soluţii de P. E. saturate la cald (50°C). Şi în acest caz s-a obţinut o P. E. de mare puritate (tabelul 5).

Tabelul 5

Purificarea pentaeritritei cu ajutorul schimbătorilor de ioni

	Înainte	După
	trecerea peste schimbătorii de ioni	
	g %	g %
Pentaeritrită	99,03	99,7
Umiditate	0,23	0,23
Cenuşe	0,03...0,06	$\leqslant$ 0,0014

În ceea ce priveşte separarea acidului formic rezultat în apele de condensare, aceasta se poate realiza prin trecerea apelor condensate peste un schimbător de anioni care reţine acidul formic, apoi eluarea (deplasarea) lui de pe anionit cu ajutorul unei soluţii de NaOH, obţinîndu-se o soluţie ce conţine formiat de sodiu. Prin concentrarea soluţiei la vacuum se obţine formiatul de sodiu cristalizat.

IV. Concluzii

a) În lucrarea de faţă s-au studiat condiţiile optime pentru obţinerea P. E.

b) S-au stabilit cîteva metode pentru separarea P. E. din soluţia brută rezultată din reacţie. Una din aceste metode s-a folosit la Uzinele chimice din Rîşnov, dovedindu-se, pe baza încercărilor de laborator, a fi o variantă suficient de raţională.

c) S-a arătat posibilitatea obţinerii de P. E. pură, cu ajutorul schimbătorilor de ioni.

d) S-a studiat posibilitatea recuperării acidului formic rezultat în procesul de sinteză a P. E., cu ajutorul schimbătorilor de ioni.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică

BIBLIOGRAFIE

1. Tollens, Wigand, Ann., 1891, **265**, S. 316.
2. Rave, Tollens, Ann., 1893, **267**, S. 58.
3. *** Rheinisch-Westfälische Sprengstoff-A. G., D. R. P. 1914, *390622*.
4. Stettbacher, Z. ges. Schiess-Sprengstoff., 1916, **2**, S. 182.
5. *** Rheinisch-Westfälische Sprengstoff-A. G., Ger. pat. *298*, *932* (citat după Frdl., 1923, **13**, S. 86.); Ger. pat. *390*, *622* (citat după Frdl., 1926, **14**, S. 167).
6. Rădulescu D., Tănăsescu I., Bul. soc. şt. Cluj, 1923, **1**, p. 528.

7. Filipov O. G., Pat. rus. *24874*, 1/11 1928, (citat după Chem. Zentr., 1933, **1 A**, S. 673).
8. Aaronson, Pat. U. S. A., **1**, *678*, *623* (citat după C. A., 1938, **22** p. 3418).
9. Burke, U. S. pat., **1**, *716*, *110* (citat după C. A. 1929, **23**,, p. 3717).
10. Friedrich, Brün, Ber., 1930, **63**, S. 26181.
11. Backer, Schurink, Rec. trav. chim., 1931, **50**, p. 923.
12. Corbellini, Langini, Giorn. chim. ind. appl. 1933, **15**, p. 53, (citat după C. A., 1933, *274256*).
13. Morton S., Ahern H. F., Albert A. A., I/E. C., 1958, pp. 1106—1114.

О ПРЕПАРИРОВАНИИ И ОЧИЩЕНИИ ПЕНТАЭРИТРИТА

(Резюме)

Изучаются некоторые способы разделения и очищения пентаэритрита из необработанного раствора, получаемого при конденсировании укусеного, а также муравьиного альдегидов в щелочной среде — как в лабораторных, так и в условиях экспериментальной станции, синтезах.

Были использованы четыре способа разделения и очищения пентаэритрита,-а именно: а) способ с углекислым натрием, применяемый в 2-х вариантах (2 ступени разделения и очищения); б) способ с хлористым водородом в 2...4-х вариантах (2...4 ступени разделения и очищения); в) способ со щавелевой кислотой; и г) способ с серной кислотой.

Были произведены попытки рекуперации муравьиной кислоты, получаемой в процессе синтеза пентаэритрита.

Очищение пентаэритрита производилось также при помощи ионообменников.

SUR LA PRÉPARATION ET LA PURIFICATION DU PENTAÉRYTHROL

(Résumé)

On donne les résultats acquis concernant les essais en vue de la séparation et de la purification du pentaérythrol des solutions brutes qui résultent de la condensation de l'aldéhyde acétique avec le formol en milieu alcaline, tant par la synthèse au laboratoire que par la synthèse dans la station pilot.

On a utilisé quatre procédés de séparation et de purification du pentaérythrol, à savoir : a) le procédé avec du carbonate de sodium, appliqué en deux variantes (deux étapes de séparation et de purification); b) le procédé avec de l'acide clorhydrique en 2...4 variantes (2...4 étapes de séparation et purification); c) le procédé avec de l'acide oxalique ; d) le procédé avec de l'acide sulfurique.

On donne les résultats des essais en vue de la récupération de l'acide formique résultant de la synthèse du pentaérythrol.

La purification de pentaérythrol a été réalisée aussi à l'aide des échangeurs d'ions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 536.27

UN NOU TIP DE SCHIMBĂTOR DE CĂLDURĂ (I)

DE
RADU Z. TUDOSE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

In industria chimică orice proces tehnologic este însoţit de un schimb de căldură. Multe operaţii importante din industrie ca: încălzirea, răcirea, evaporarea, condensarea, sublimarea, distilarea, uscarea etc., se bazează pe procesul de transmitere a căldurii.

Operaţia de transmitere a căldurii de la un mediu la altul se realizează în schimbătoare de căldură. Uneori schimbul între fluide se poate efectua şi prin contact direct, dar totdeauna acest schimb este însoţit şi de schimb de materie.

Destinaţia tehnologică a schimbătoarelor de căldură este extrem de diferită şi de aceea în practica industrială există o mare diversitate de tipuri şi construcţii de schimbătoare. În clasificarea lor trebuie să se ţină seama de particularităţile funcţionale şi constructive.

După modul cum se realizează schimbul de căldură între cei doi agenţi termici, schimbătoarele de căldură pot fi clasificate în: schimbătoare de suprafaţă şi schimbătoare de amestec. Schimbătoarele de suprafaţă se clasifică după destinaţia lor, starea de agregare a agenţilor termici, direcţia de deplasare a agenţilor termici, numărul de treceri, configuraţie, construcţie, rigiditatea construcţiei şi caracterul regimului termic.

Un schimbător de căldură ales trebuie să îndeplinească următoarele condiţii [1]...[3]:

a) Respectarea condiţiilor impuse de către procesul tehnologic, în special respectarea regimului de temperaturi.

b) Eficienţă economică ridicată; în acest scop un rol foarte important îl joacă alegerea agenţilor termici şi a parametrilor lor astfel încît să se realizeze consumuri minime de combustibil. Din acest punct de vedere se recomandă utilizarea resurselor termice secundare.

c) Productivitate ridicată şi prin urmare un schimb de căldură intens, care se poate realiza prin mărirea coeficienţilor de transmitere a căldurii şi a diferenţei medii de temperatură.

d) Siguranţă şi securitate, determinate de posibilităţile de reglare a regimului de temperaturi, de uşurinţa controlului şi deservirii şi de respectarea condiţiilor de tehnica securităţii.

e) Posibilitatea de realizare a aparatului, adică obţinerea unei construcţii simple, compacte, economice din punct de vedere al consumului de material de construcţie, uşor de montat, de reparat şi de exploatat.

Satisfacerea tuturor acestor condiţii, la alegerea unui schimbător de căldură, este aproape imposibilă, de aceea în ultimul timp se studiază diverse procedee de intensificare a schimbului de căldură [4], [5].

La schimbul de căldură între două lichide care nu-şi modifică starea de agregare, cele mai indicate tipuri de aparate sînt: schimbătorul de căldură spiral, schimbătorul cu ţevi coaxiale (ţeavă în ţeavă) şi schimbătorul tubular.

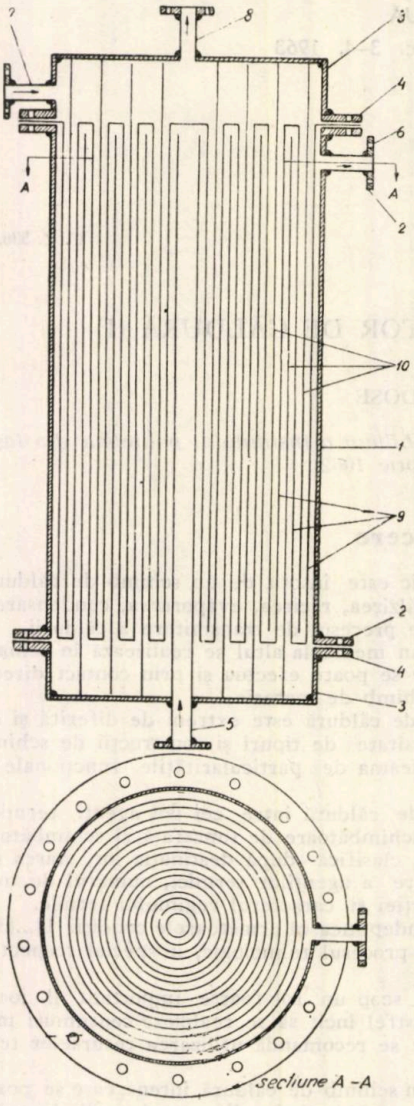


Fig. 1. — Schema aparatului.

Schimbătorul cu ţevi coaxiale nu poate fi utilizat decît pentru debite mici de lichid.

Schimbătorul de căldură tubular are un coeficient total de transmitere a căldurii redus şi deci necesită suprafeţe de schimb de căldură mari. În acelaşi timp nu poate fi utilizat în cazul cînd ambele fluide fac depuneri.

Schimbătorul de căldură spiral este cel mai indicat în acest caz, însă o serie de dezavantaje limitează aplicarea lui mai largă în practică şi anume:

a) Construcţie greoaie; nu s-a reuşit să se execute acest tip de aparat decît în ţările cu o industrie constructoare de aparataj chimic dezvoltată.

b) Etanşarea laterală a celor două spaţii de circulaţie a lichidelor se realizează foarte greu.

c) La apariţia unei fisuri în tabla ce formează suprafaţa de schimb de căldură, schimbătorul nu mai poate fi reparat şi se scoate definitiv din funcţie.

Pornind de la schemele constructive ale schimbătorului de căldură spiral şi a celui cu ţevi coaxiale, s-a imaginat un nou tip de schimbător de căldură care poate fi utilizat raţional la schimbul de căldură între două lichide şi care înlătură limitările ce le prezintă utilizarea acestor două tipuri de aparate.

2. Descrierea aparatului

Schimbătorul de căldură reprezentat în fig. 1, se deosebeşte constructiv de alte tipuri de schimbătoare de căldură datorită faptului că suprafaţa de schimb de căldură este formată din cilindri concentrici, asamblaţi alternativ între ei la capete, precum şi faptului că orientarea

Tabe

	Tipul de schimbător	Căldura schimbată kcal/h	Diferenţa medie de temperatură °C	Numărul cilindrilor sau ţevilor	Cantitatea de apă kg/h
1	Cu suprafeţe cilindrice concentrice	68 800	35,7	8	2 755
2	Tubular	68 800	35,7	127	2 755

fluidelor în aparat se realizează cu ajutorul unor şicane cilindrice, fixate alternativ de capacele aparatului.

Aparatul este format dintr-o manta cilindrică *1*, prevăzută la extremităţi cu flanşele *2*, care servesc la asamblarea demontabilă a capacelor *3*, prevăzute cu flanşele *4*.

Suprafaţa de schimb de căldură este formată din cilindrii concentrici *9*, sudaţi alternativ între ei la capete. Primul cilindru din exterior, al suprafeţei de schimb de căldură, este prevăzut cu o flanşă care se asamblează între flanşa capacului şi a mantalei. Orientarea fluidelor de-a lungul suprafeţei de schimb de căldură se realizează cu ajutorul şicanelor cilindrice *10*, fixate alternativ de capacele aparatului.

Fluidul *1* intră prin ştuţul *5*, parcurge un drum în zig-zag de-a lungul suprafeţei de schimb de căldură şi iese prin ştuţul *6*. Fluidul *2* — dacă se foloseşte circulaţia în contracurent — intră prin ştuţul *7*, parcurge un drum asemănător cu primul fluid şi iese prin ştuţul *8*.

Poziţia preferabilă de lucru a aparatului este cea orizontală. Intrările şi ieşirile precum şi poziţiile ştuţurilor se aleg funcţie de sensul de circulaţie a fluidelor şi de starea lor.

Aparatul descris prezintă următoarele avantaje:

a) Coeficient total de transmitere a căldurii ridicat.

b) Posibilitatea de curăţire a suprafeţei de schimb de căldură de partea ambelor fluide.

c) Construcţie relativ simplă.

d) În cazul apariţiei unei fisuri în suprafaţa de schimb de căldură poate fi reparat cu uşurinţă.

Un dezavantaj al acestui tip de schimbător de căldură îl prezintă faptul că provoacă o cădere de presiune mai mare ca cel spiral, cădere care este comparabilă cu aceea de la schimbătoarele tubulare cu mai multe mersuri.

3. Rezultate

Pentru a se putea trage concluzii de ordin economic referitoare la noul tip de schimbător de căldură, s-au dimensionat două schimbătoare de căldură, unul cu suprafeţe cilindrice concentrice şi altul cu fascicul de ţevi, pentru aceleaşi condiţii de funcţionare. Ambele au fost calculate pentru răcirea a 2000 kg/h toluen, de la 110° la 30°C; răcirea se face cu apă ce se încălzeşte de la 15° la 40°C.

Rezultatele calculului sînt date în tabelul 1.

lul 1

Coeficientul total de trecere a căldurii kcal/m² h grd	Suprafaţa m²	Lungimea m	Diametrul m	Costul materialelor	
				lei	%
310	6,22	1,23	0,36	1 032	31
61,5	31,4	3,42	0,47	3 325	100

Rezultă că schimbătorul cu suprafeţe cilindrice concentrice are un coeficient total de transmitere a căldurii mult mai mare, în comparaţie cu cel tubular, ceea ce duce la o micşorare considerabilă a suprafeţei disponibile pentru transferul de căldură.

Costul materialelor necesare pentru construcţia schimbătorului cu suprafeţe cilindrice concentrice, reprezintă 31 % din costul materialelor necesare pentru construcţia schimbătorului de căldură tubular. În limite mari se poate aprecia acelaşi cost al manoperei pentru construcţia ambelor tipuri de schimbătoare de căldură.

În vederea verificării consideraţiilor de mai sus, s-a construit un prototip de schimbător de căldură cu suprafeţe cilindrice concentrice şi s-a experimentat. Prototipul are lungimea totală de 0,44 m, diametrul de 0,105 m şi suprafaţa de schimb de căldură de 0,21 m².

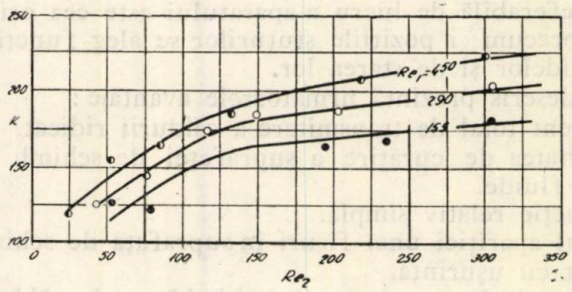


Fig. 2. — Variaţia coeficientului total de transmitere a căldurii funcţie de regimurile de curgere ale fluidelor.

Aparatul a fost experimentat cu sistemul apă caldă—apă rece. Rezultatele sînt date în fig. 2. În grafic se redă variaţia coeficientului total de transmitere a căldurii (K — kcal/m² h grd), funcţie de regimul de curgere al lichidului rece (Re_2), pentru trei valori ale regimului de curgere ale lichidului cald (Re_1).

În cele mai dezavantajoase condiţii de funcţionare se obţin valori ale coeficientului total de transmitere a căldurii de 150...200 kcal/m² h grd, faţă de 50...100 kcal/m² h grd, ce se obţin în aceleaşi condiţii cu un schimbător de căldură tubular. Rezultă că pentru aceleaşi condiţii de funcţionare, schimbătorul de căldură cu suprafeţe cilindrice concentrice necesită o suprafaţă de schimb de căldură de două pînă la trei ori mai mică, în comparaţie cu schimbătorul tubular.

4. Concluzii

Se descrie un nou tip de schimbător de căldură. Aparatul este indicat a fi folosit la schimbul de căldură între două lichide, putînd fi folosit şi în alte cazuri.

Schimbătorul de căldură are un coeficient total de transmitere a căldurii ridicat.

Suprafaţa de schimb de căldură poate fi demontată şi curăţită de partea ambelor fluide.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică,
Laboratorul de aparate şi procedee

BIBLIOGRAFIE

1. Kicighin M. A., Kostenko G. N., *Schimbătoare de căldură şi instalaţii de evaporare.* Ed. Tehn., Buc., 1958, (trad. din l. rusă).
2. Bratu Em. A., *Operaţii şi utilaje în industria chimică.* Vol. 2, Ed. Tehn., Buc., 1961.
3. Kasatkin A. G., *Procese şi aparate principale în tehnologia chimică.* Ed. Tehn., Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
4. Бассель А. Б., Гельперин Н. И., Хим. наука и пром., 1958, **III**, *6*, стр. 753.
5. Калашников Н. В., Черникин В. И., *Виброподогрев вязких нефтепродуктов.* Гостоптехиздат, М., 1961.

НОВЫЙ ТИП ТЕПЛООБМЕННИКА (I)

(Резюме)

Среди существующих теплообменников наиболее рекомендуемый для обмена тепла между двумя жидкостями, в особенности при малой разности температур жидкостей, является теплообменник *спираль*. Ввиду сложности его конструирования, а также и трудности починок в случае появления трещин на поверхности обмена тепла, этот тип аппарата мало пользуем в практике.

Предлагаемый автором новый тип аппарата, по сравнению с существующими, является приблизительно так же эффективен и не имеет вышеуказанных неудобств, при чем не уступает по своим качествам теплообменнику *спираль*. Он может быть назван типом *труба в трубу с повторными проходами.*

Поверхность обмена тепла этого аппарата состоит из концентрических цилиндров спаяных попеременно на своих концах и направление жидкости в аппарате производится при помощи цилиндрических перегородок закрепленных попеременно к крышкам аппарата.

При тех же условиях работы новый тип аппарата имеет общий коэффициент теплопередачи в 3...5 раз больше по сравнению с трубчатым теплообменником.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема аппарата.

Рис. 2. — Изменение общего коэффициента передачи тепла в зависимости от режима течения жидкостей.

UN NOUVEAU TYPE D'ÉCHANGEUR DE CHALEUR (I)

(Résumé)

Parmi les échangeurs de chaleur existants, le plus recommandable pour l'échange de chaleur entre deux liquides, lorsqu'entre eux il y a une petite différence de température, c'est l'échangeur de chaleur en *spirale*. Cependant, compte tenu de sa construction difficile, de l'impossibilité de séparation des liquides à l'apparition d'une fissure, cet échangeur de chaleur n'a que des utilisations limitées.

Le nouveau type d'appareil, qui pourrait être considéré comme un type d'*échangeur à tubes concentriques à plusieurs marches,* ne présente plus les désavantages signalés ci-dessus. Il donne des résultats comparables à ceux obtenus à l'aide de l'échangeur en spirale. La surface d'échange de chaleur est formée par des cylindres concentriques assemblés alternativement les uns aux autres par leur partie supérieure, l'orientation des liquides dans l'appareil se faisant à l'aide des chicanes cylindriques fixées alternativement aux couvercles de l'appareil.

Pour les mêmes conditions de fonctionement, le nouveau type d'appareil présente des coefficients totaux de transmission de chaleur de 3 jusqu'à 5 fois plus grands que ceux des échangeurs de chaleur tubulaires.

Explications des figures

Fig. 1. — Schéma de l'appareil.

Fig. 2. — Variation du coefficient total de transmission de chaleur en fonction des régimes d'écoulement des liquides.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 66.067.5

INTENSIFICAREA TRANSFERULUI DE CĂLDURĂ PRIN CENTRIFUGAREA UNUIA DIN FLUIDE

DE

M. MARINESCU, GH. ADAMESCU, EMIL MATEI şi CORNELIU ONISCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Numeroase procese de schimb de căldură din industria chimică cer ca schimbul de căldură să se efectueze într-un timp cît mai scurt.

Construcţiile de aparate cu suprafaţă de schimb de căldură cît mai mare nu rezolvă decît parţial această problemă, în schimb micşorează capacitatea aparatului, scăzînd capacitatea de producţie pe unitate de volum de aparat.

În 1957 Arne R. Gudheim şi James Donovan [1] au publicat rezultatele obţinute cu schimbătoare de căldură de tipuri originale, obţinînd o creştere considerabilă a coeficientului total de schimb de căldură.

În principiu aparatele lor constau dintr-un cilindru prevăzut cu o manta pentru încălzire sau răcire, în interiorul căruia, pe un ax, este fixat un dispozitiv cu lamele. Axul acestui dispozitiv este rotit cu diferite viteze de către un electromotor, iar fluidul, ce trebuie încălzit sau răcit, este introdus pe acest dispozitiv, care datorită rotaţiei, împrăştie lichidul prin centrifugare.

Autorii au construit trei astfel de aparate : unul cilindric vertical, al doilea tronconic orizontal, cu introducerea fluidului ce trebuie încălzit sau răcit, pe la baza mică a dispozitivului şi cel de al treilea, de asemenea tronconic orizontal, dar cu introducerea fluidului ce trebuie să sufere un schimb de căldură, pe la baza mare a dispozitivului. Acest schimbător de căldură rotativ a fost încercat şi ca evaporator, folosind ca agent purtător de căldură abur saturat, dowtherm sau aroclor.

Autorii consideră că centrifugarea fluidului ce trebuie să sufere un schimb de căldură conduce la subţierea filmului pe suprafaţa de schimb de căldură şi că acest fapt constituie principala cauză a intensificării transferului de căldură.

În 1959 D. G. P. Birt, J. J. Brunt, A. Met, J. P. Shelton şi E. G. H. Watson [2] au publicat rezultatele obţinute cu un evaporator cilindric rotativ.

În principiu acest evaporator constă dintr-un cilindru în interiorul căruia se află un al doilea cilindru, cu diametru mai mic, fixat pe un ax în rotaţie. Spaţiul dintre cei doi cilindri formează mantaua pentru introducerea agentului purtător de căldură, iar fluidul care trebuie evaporat, se introduce pe la partea inferioară, în interiorul cilindrului rotativ. Datorită rotirii cilindrului, fluidul este centrifugat către suprafaţa de schimb de căldură.

Autorii au studiat efectul centrifugării lichidului ce se evaporă, în cazul condensării agentului purtător de căldură în film sau în picături, obţinînd o mai accentuată intensificare a schimbului de căldură în cazul condensării în film.

2. Dispozitivul realizat

Ţinînd seama de realizările cercetătorilor susamintiţi, am construit un schimbător de căldură centrifugal care, în loc de dispozitiv rotativ cu lamele, are prevăzut un cilindru vertical rotativ, iar lichidul ce trebuie să sufere schimbul de căldură se introduce deasupra acestui cilindru. Schiţa aparatului este dată în fig. 1, unde: *1* — schimbător de căldură; *2* — separator de picături; *3* — cilindru vertical; *4* — manta; *5* — axul cilindrului; *6* — şaiba de transmisie; *7* — vas de nivel constant; *8* — role de ghidaj; *9* — electromotor; *10*, *11*, *12*, *13*, *14*, *15* — robinete.

Scopul urmărit l-a constituit cercetarea intensificării transferului de căldură în cazul centrifugării lichidului ce se încălzeşte. Pentru aceasta s-a cercetat încălzirea lichidului la debite constante ale agentului purtător de căldură şi ale lichidului ce se încălzeşte, la turaţii variabile ale cilindrului. Aceste aspecte s-au cercetat şi la debite constante de agent purtător de căldură, la temperatură constantă a lichidului supus încălzirii, variind debitul de alimentare şi turaţia cilindrului.

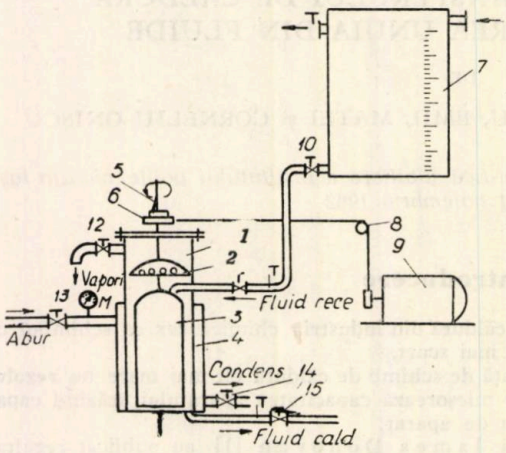


Fig. 1. — Schema aparatului.

Intensificarea transferului de căldură a mai fost cercetată şi în cazul evaporării, aparatul lucrînd ca evaporator, menţinînd constante debitele de agent purtător de căldură şi de lichid supus evaporării, variind însă turaţia.

Rezultatele tuturor acestor încercări au arătat o substanţială intensificare a transferului de căldură.

3. Partea experimentală

a) *Debite de alimentare constante ale agentului purtător de căldură şi ale lichidului supus încălzirii.* În încercări s-a folosit ca lichid supus încălzirii apa, iar ca agent purtător de căldură aburul saturat de 6 ata.

Din vasul cu nivel constant *7* (fig. 1) am alimentat aparatul *1*, controlînd temperatura apei. Am stabilit un debit de alimentare, care apoi în tot cursul determinărilor a rămas constant.

În mantaua aparatului s-au introdus aburi de 6 ata., aşteptînd pînă cînd apa s-a încălzit la o anumită temperatură.

Cînd temperatura lichidului supus încălzirii a rămas constantă, s-a pus în mişcare cilindrul vertical *3* cu ajutorul electromotorului *9*, prin intermediul şaibei de transmisie *6*. S-a urmărit apoi ca temperatura să atingă o valoare constantă pentru fiecare turaţie. S-au întreprins încercări pentru cinci turaţii diferite ale cilindrului, iar rezultatele sînt prezentate în tabelul 1.

b) *Debite de alimentare constante ale agentului purtător de căldură şi debite de alimentare variabile ale apei ce se încălzeşte, pentru turaţii variabile, cu scopul de a menţine o temperatură constantă.* La un anumit debit de alimentare al apei ce se încălzeşte, s-a stabilit o anumită temperatură de ieşire a apei. S-a pus apoi în mişcare de rotaţie cilindrul vertical, cu diferite viteze, iar pentru a menţine aceeaşi temperatură de ieşire a apei a fost necesar să se mărească corespunzător debitul de alimentare cu apă.

Tabelul 1

Nr. crt.	W kg/h	t_i °C	t_f °C	n rot/min.	K kcal/m²h grd
1	420	15	47	0	1 045
		15	57	620	1 418
		15	58	870	1 453
		15	59	1 060	1 495
		15	61	1 200	1 575
		15	62	1 470	1 618
2	264	15	65	0	1 095
		15	73,5	620	1 330
		15	75	870	1 380
		15	77	1 060	1 428
		15	77	1 200	1 428
		15	77	1 470	1 428
3	216	15	70	0	1 010
		15	83	550	1 255
		15	83	800	1 255
		15	84	950	1 288
		15	82	1 100	1 255
		15	83	1 200	1 255

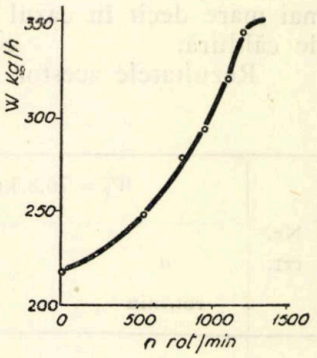


Fig. 2. — Variaţia debitului de alimentare cu apă ce se încălzeşte, funcţie de viteza de rotaţie a cilindrului rotitor, la temperatură constantă.

Prin mărirea debitelor de alimentare cu apă s-a pus în evidenţă intensificarea transferului de căldură prin centrifugarea lichidului ce se încălzeşte, faţă de cazul cînd lichidul nu este centrifugat. Rezultatele acestor determinări, în care temperatura iniţială a apei ce se încălzeşte a fost de 15°C şi temperatura finală la care s-a încălzit şi care a fost menţinută constantă, a fost de 70°C, sînt prezentate în graficele din fig. 2 şi 3.

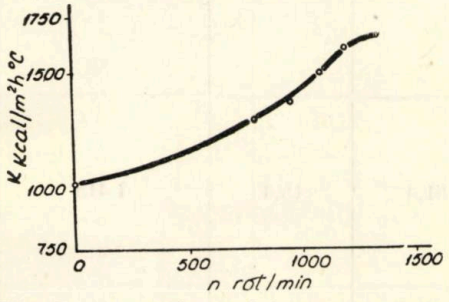


Fig. 3. — Variaţia coeficientului total de transfer de căldură, funcţie de viteza de rotaţie a cilindrului rotitor, la temperatură constantă.

c) *Aparatul funcţionînd ca evaporator cilindric rotativ.* În aceste încercări s-au menţinut constante debitele de alimentare cu agent purtător de căldură şi de apă supusă evaporării, iar prin variaţia turaţiei s-au obţinut cantităţi diferite de apă evaporată.

La un debit constant al agentului purtător de căldură s-a reglat şi s-a păstrat constant debitul de alimentare cu apă pentru a obţine

o evaporare intensă, determinîndu-se cantitatea de apă ce se evaporă într-un anumit timp.

Punîndu-se în mişcare de rotaţie cilindrul vertical, cu diferite viteze, pentru aceleaşi debite de agent purtător de căldură şi de apă supusă evaporării, pe aceeaşi bază de timp, s-au obţinut cantităţi variate de apă evaporată, corespunzător variaţiei turaţiei cilindrului vertical.

Intensificarea transferului de căldură prin centrifugarea lichidului ce se evaporă, în cazul cînd aparatul funcţionează ca evaporator, este mai mare decît în cazul cînd aparatul funcţionează numai ca schimbător de căldură.

Rezultatele acestor determinări sînt date în tabelul 2.

Tabelul 2 [1])

Nr. crt.	$W_i = 76{,}8$ kg/h		$t_i = 18°C$		$t_f = 100°C$
	n rot/min	W_f kg/h	$W_{f\,med}$ kg/h	D_{med} kg/h	K kcal/m² h grd
1	0	72,3 72,2 71,8 72,2 72,2 71,8 71,8 72,2	72,1	4,7	915
2	600	67,0 67,3 67,7 67,3 66,2 66,5 67,0 66,2	66,8	10,0	1 150
3	800	62,0 62,0 62,0 61,3 61,3 61,0	61,4	15,4	1 415
4	1 000	52,8 52,9 52,8 52,8 52,6 52,9 52,9	52,8	24,0	1 900

[1]) Pentru calculul lui K şi D s-a luat valoarea medie pentru W.

Tabelul 2 *(continuare)*

Nr. crt.	W_i = 76,8 kg/h		t_i = 18°C		t_f = 100°C
	n rot/min	W_f kg/h	$W_{f\,med}$ kg/h	D_{med} kg/h	K kcal/m² h grd
5	1 200	50,9 50,9 51,0 51,0 51,2 51,1 51,0 50,9	51,0	25,8	1 976
	W_i = 66 kg/h		t_i = 18°C		t_f = 100°C
6	0	61,8 61,9 61,8 61,7 61,8 61,6 61,9 61,9 61,8	61,8	4,2	760
7	800	55,3 55,2 55,1 55,2 55,2 55,3 55,2	55,2	10,8	1 110
8	1 100	51,2 51,3 51,2 51,2 51,1 51,2 51,1 51,2	51,2	14,8	1 330
9	1 200	39,2 39,1 39,2 39,2 39,3	39,2	26,8	1 968

4. Concluzii

Ca în cazul celor mai multe schimbătoare de căldură, şi în acest aparat există trei stadii principale în evoluţia transferului de căldură. Primul stadiu se referă la transferul de căldură de la agentul purtător de căldură în stare de condensare la peretele metalic, al doilea la transferul de căldură prin peretele metalic, iar al treilea la transferul de căldură de la peretele metalic la lichidul ce se încălzeşte. În cazul răcirii, procesul are loc în mod analog dar în sens contrar.

În cazul încălzirilor sau evaporărilor cu un agent de încălzire în stare de condensare, cel de al treilea stadiu al transferului de căldură are un rol hotărîtor, deoarece cel de al doilea stadiu rămîne invariabil, iar transferul de căldură din primul stadiu este foarte intens.

Intensificarea transferului de căldură în acest aparat se datoreşte creşterii coeficientului total de transfer de căldură şi acesta la rîndul său se datoreşte creşterii coeficientului parţial de transfer de căldură din stadiul al treilea. Coeficientul parţial de transfer de căldură, în cazul utilajului folosit pînă acum, depinde de vîscozitate, agitare, presiunea absolută şi căderea de temperatură.

În schimbătorul de căldură cu care s-au efectuat determinările, mărimea coeficientului parţial de transfer de căldură din stadiul al treilea o atribuim următorilor factori: a) prin folosirea forţei centrifuge fluidul este forţat să treacă prin utilaj sub forma unui film subţire, întocmai ca printr-un schimbător de căldură tubular cu spaţiu mic; b) forţa centrifugă dezvoltă în lichidul supus încălzirii sau răcirii o puternică agitare în film; c) rolul vîscozităţii, factor critic în transferul de căldură convenţional, este minimalizat datorită intensităţii de agitare a filmului; d) efectul de depunere în acest aparat pare să fie mult mai mic decît în utilajele de schimb de căldură convenţionale, acest fapt datorîndu-se neîndoielnic turbulenţei extrem de ridicate care minimalizează sau previne orice depunere pe suprafaţa interioară.

Badger şi Shepard [3] au arătat că în general coeficientul total de transfer de căldură pare să descrească puţin în funcţie de creşterea diferenţei medii de temperatură, fapt ce în cazul aparatului prezentat se arată a fi valabil, aşa cum rezultă din tabelele 1 şi 2.

Rezistenţa la curgerea lichidelor prin acest aparat fiind redusă, debitul de alimentare impune un timp de staţionare în general de numai cîteva secunde. Deci în acest aparat se pot efectua multe operaţii, în mod continuu şi automat, într-un timp extrem de scurt. Este evident că acest aparat poate fi utilizat la încălzirea, răcirea şi evaporarea lichidelor şi soluţiilor organice sensibile la căldură. Mai mult decît atît, din cauza timpului scurt de efectuare a procesului, uneori este posibil să se obţină temperaturi mult mai înalte decît se pot obţine cu alte utilaje.

Considerăm că datele prezentate asupra intensificării transferului de căldură prin centrifugarea lichidului supus schimbului de căldură sînt suficiente pentru a justifica introducerea acestor aparate în industrie la efectuarea unor operaţii speciale.

Notaţii

n — turaţia cilindrului (rot/min);
t_i — temperatura iniţială a lichidului încălzit (°C);
t_f — temperatura finală a aceluiaşi lichid (°C);
K — coeficientul total de transfer de căldură (kcal/m² h grd);
W — debitul de lichid supus încălzirii (kg/h);
W_i — debitul iniţial de lichid supus evaporării (kg/h);
W_f — debitul final al lichidului supus evaporării (kg/h);
$W_{f\,\mathrm{med}}$ — debitul final mediu al lichidului supus evaporării (kg/h);
D_{med} — debitul mediu de apă evaporată (kg/h).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia pielii, înlocuitorilor de piele şi a tananţilor

BIBLIOGRAFIE

1. Gudheim R A., Donovan J., Chem. Eng. Progres, 1957, **53**, *9*, p. 476.
2. Birt D. G. P. a. o., Trans. Inst. Chem. Eng., 1959, **37**, *5*, p. 289.
3. Kicighin M. A., Kostenko G. N., *Schimbătoare de căldură şi instalaţii de evaporare*. Ed. tehn., Buc., 1958, (trad. din l. rusă).
4. Кутателадзе Ф., *Основы теплоодмена*. Машгиз, М., 1962.
5. Шарин С. Н., *Теплопередача*. М., 1962.
6. Мижеев М. А., *Основы теплопередачи*. М., 1949.

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ФУГОВАНИЕМ

(Резюме)

Авторы построили теплообменник, состоящий, в принципе, из двух цилиндров, смонтированных концентрически: наружный цилиндр является неподвижным и предусмотрен нагревательной рубашкой подогревающейся паром; внутренний цилиндр — вращающийся — смонтирован на оси, вращающейся с различной скоростью. Подогреваемая жидкость вводится над вращающимся цилиндром.

Наблюдалась интенсификация теплопередачи в следующих случаях: а) при переменной скорости вращения, б) при переменными скорости подачи теплоносителя и скорости вращения, но при условии поддерживания подогреваемой жидкости на постоянном уровне; в) при переменной скорости вращения, но при работе аппарата в качестве цилиндрического испарителя и поддерживании постоянными подачу теплоносителя и испаряющейся жидкости.

Во всех этих случаях была констатирована значительная интенсификация теплопередачи в зависимости от скорости вращения, что способствовало увеличению частичного коэффициента теплопередачи от металлической стенки к подогреваемой жидкости. Это объясняется следующими фактами: а) центробежная сила заставляет жидкость проходить через аппарат под видом тонкой пленки; б) центробежная сила способствует сильному перемешиванию подогреваемой жидкости; в) благодаря интенсивности перемешивания роль вязкости сводится к минимуму; г) благодаря высокой турбулентности исключается всякая возможность отложения на внутренюю поверхность аппарата.

Сопротивление стекания жидкости в аппарате будучи минимально, время, необходимое для реализации теплопередачи, продлится всего несколько секунд.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема прибора.

Рис. 2. — Изменения потери питающего дебита нагревающейся воды в зависимости от скорости вращения вертикального цилиндра, при постоянной температуры.

Рис. 3. — Изменения общего теплопередаточного коэффициента в зависимости от скорости вращения вертикального цилиндра, при постоянной температуре.

L'INTENSIFICATION DU TRANSFÈRE DE CHALEUR PAR CENTRIFUGATION

(Résumé)

Pour étudier l'intensification du transfère de chaleur par centrifugation, les Auteurs ont construit un échangeur de chaleur qui en principe est formé par deux cylindres concentriques à diamètres différents, dont le cylindre extérieur, qui est fixe et pourvu avec une double parroi, peut être chauffé à l'aide des vapeurs et le cylindre intérieur mobile se trouve fixé sur un axe qui peut tourner à vitesse variable. Le liquide qui doit être chauffé est introduit au dessus du cylindre tournant.

On a essayé l'intensification du transfère de chaleur dans les cas suivants : a) débits constants du liquide qui se chauffe et de l'agent transmetteur de chaleur, mais à vitesses de rotation variables ; b) débits constants de l'agent transmetteur de chaleur, à vitesses de rotations variables et débits variables du liquid qui s'échauffe, pour lui garder la température constante ; c) l'appareil fonctionne en évaporateur cylindrique rotatif en gardant constants les débits de l'agent transmetteur de chaleur et du liquide qui s'évapore, mais en variant la vitesse de rotation.

Dans tous les cas on a obtenu une importante intensification du transfère de chaleur en fonction de l'augmentation de la vitesse de rotation, l'intensification étant due à l'acroissement du coéfficient partiel de transfère de chaleur de la parroi métalique au liquide qui s'échauffe ; cet acroissement est dû aux facteurs suivants : a) la force centrifuge force le liquide de passer par l'appareil sous forme d'une pélicule mince ; b) la force centrifuge dévelloppe une forte agitation dans la pélicule du liquide qui s'échauffe ; c) compte tenu de l'intensité de l'agitation de la pélicule le rôle de la viscosité est minimum ; d) compte tenu de l'acroissement de la turbulence le dépôt sur la surface intérieure est minimum.

La résistance à l'ecoulement des fluides par cet appareil étant petite, le temps dans lequel ou effectue le transfère de chaleur est seulement de quelques secondes.

Explication des figures

Fig. 1. — Schéma de l'installation.

Fig. 2. — Variation du débit d'alimentation à l'eau qui se chauffe en fonction de la vitesse de rotation du cylindre tournant, à température constrnte.

Fig. 3. — Variation du coéfficient de transfert de chaleur en fonction de la vitesse de rotation du cylindre tournant, à température constante.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 667.21 ; 547.636.3

NOI TIPURI DE COLORANŢI AZOICI STILBENICI (II)

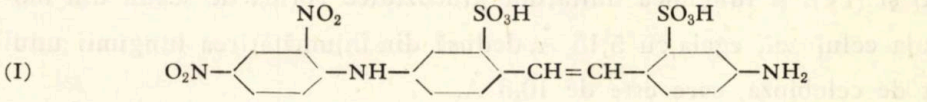
DE
GH. LUPUŞOR şi TATIANA LIXANDRU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

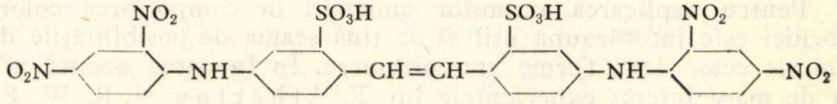
1. Introducere

În scopul obţinerii de noi produşi intermediari şi coloranţi, în lucrările noastre s-a folosit reacţia de condensare a derivaţilor nitrici şi nitrosulfonici ai clorbenzenului cu *p*-diamine aromatice. O parte din rezultatele obţinute au făcut obiectul unor comunicări anterioare : condensarea 2,4-dinitroclorbenzenului cu *o*-tolidina şi dianisidina [1] şi valorificarea intermediarilor obţinuţi prin transformarea lor în coloranţi de sulf [2].

Pentru obţinerea de intermediari cu grade de solubilitate mai mare, deci mai uşor de prelucrat, s-a realizat condensarea 2,4-dinitroclorbenzenului cu acidul 4,4'-diaminostilben-2,2'-disulfonic în raport molar de 1 : 1 şi 2 : 1, obţinîndu-se acizii *N*(2,4-dinitrofenil)-4,4'-diaminostilben-2,2'-disulfonic (I) şi *NN'*-Bis (2,4-dinitrofenil)-4,4'-diaminostilben-2,2'-disulfonic (II), ambii comportîndu-se ca veritabili coloranţi acizi, vopsind în galben fibrele poliamidice [3].



(I)



(II)

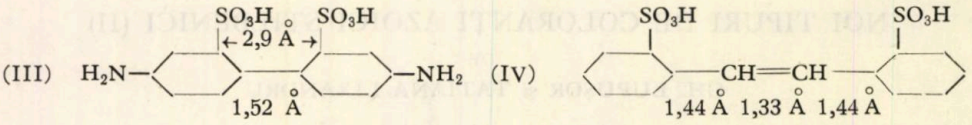
2. Partea teoretică

Ţinînd seama de particularităţile pe care le manifestă stilbenul, participarea acidului diaminostilbendisulfonic la formarea de noi produşi poate fi interesantă atît din punct de vedere teoretic cît şi practic.

Se cunoaşte că stilbenul poate exista sub două forme stereoizomere: izomerul *trans*, solid stabil şi izomerul *cis* (izostilbenul), lichid, cu p.t. = 5°C, puţin stabil. Izomerul *trans* are tendinţa de a se transforma în izomerul *cis* numai prin absorbţie de energie sub formă de radiaţii cu lungimi mici de undă (ultraviolete). Această însuşire de a absorbi energie luminoasă se transmite şi la derivaţii stilbenici, găsind aplicaţii în domeniul finisării textile.

Participarea acidului diaminostilbendisulfonic la obținerea unor agenți optici de albire (blancofori sau coloranți albi) folosiți la anihilarea nuanței galbene a materialelor textile, are la bază proprietatea fluorescentă a restului stilbenic și constă în creșterea cantității de lumină albastră reflectată în raport cu lumina incidentă.

În scheletul stilbenic prezența celor două grupe sulfonice din pozițiile 2,2′ nu duce la dispariția coplanarității ca în cazul acidului 2,2′-benzidindisulfonic, deoarece nucleele benzenice ale stilbenului sînt suficient distanțate prin intercalarea grupei etilenice, cum se constată din (III) și (IV) [4]:



Sub acest aspect condiția coplanarității pentru coloranții substantivi este îndeplinită.

Cu privire la forma liniară a moleculei care favorizează substantivitatea, această condiție se contrazice cu structura ciclică închisă care se dă colorantului stilbenic Mikago orange, structură care se cere modificată.

În cazul Crisofeninei *G*, dacă forma stabilă este izomerul stilbenic *trans*, înseamnă că forma moleculei poate fi alungită, dar în zig-zag.

De asemenea și macromoleculele celulozei fiind alcătuite din resturi de glucoză legate în 1,4-β-glucozidic, au forma alungită în zig-zag.

În procesul vopsirii ambele lanțuri moleculare au posibilitatea să se orienteze paralel, creînd condiții favorabile acțiunilor substantive.

Se observă de asemenea o apropiere a distanțelor dintre pozițiile 2, 2′ din restul stilbenic, egală cu 5,59 Å, dedusă cu aproximație din (III) și (IV), și lungimea unităților glucozidice formă de scaun din molecula celulozei, egală cu 5,15 Å, dedusă din înjumătățirea lungimii unui rest de celobioză, care este de 10,3 Å.

Pentru explicarea anumitor anomalii în comportarea coloranților stilbenici este întotdeauna util să se țină seama de posibilitățile de existență ale celor două forme stereoizomere. În favoarea acestei afirmații sînt de mare interes experiențele lui E. Atherton și R. W. Peters (1955) [5] în legătură cu măsurarea afinității (respectiv substantivității) colorantului Crisofenina *G*. Izotermele obținute de acești autori prin vopsirea cu colorantul Crisofenina *G* la iradiere cu lumină arată că acest colorant are mare afinitate la întuneric, comparativ cu afinitatea la lumină. Rezultă că forma *trans* liniară și coplanară a moleculei de crisofenină, prin absorbție de energie radiantă trece în forma *cis*, în care cele două jumătăți de moleculă nu se găsesc în același plan, nici nu pot fi liniare, ceea ce duce la micșorarea substantivității.

Relativ la prezența grupelor cromofore $-NO_2$ în molecula coloranților, se constată că cei mai simpli coloranți nitrici, de tipul nitrofenolelor, folosiți inițial pentru vopsirea lînei, se caracterizează printr-o rezistență slabă la lumină și dispariția de pe fibră prin sublimare

Prin introducerea de grupe sulfonice și creșterea greutății moleculare rezistența la lumină și spălare crește.

Derivații nitrici insolubili în apă sînt utilizați ca pigmenți valoroși.

În general grupa nitrică se introduce în molecula coloranților pentru a le schimba nuanța sau a le îmbunătăți însușirile tinctoriale, a le micșora solubilitatea, a le mări rezistența etc. Anumiți coloranți nitrici manifestă acțiune toxică asupra moliilor (galbenul Martius 2,4-dinitronaftol). Tot împotriva moliilor se folosesc și substanțe care conțin și un rest de acid diaminostilbendisulfonic și anume acidul diclorbenzensulfonamidstilben-2,2'-disulfonic, în care există grupa toxoforă $-NH-SO_2-C_6H_4-Cl$.

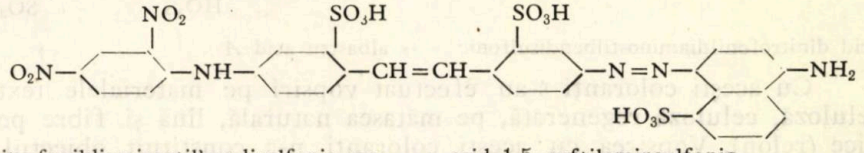
Pentru obținerea de noi coloranți azoici stilbenici am utilizat drept componentă de diazotare acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic (I), care avînd o grupă aminică liberă, a fost diazotat și cuplat cu componente de cuplare, acid gama, acid Newille-Winther, acid Chicago *S* și acidul carbonil I [6].

Lucrarea de față este o continuare a comunicării precedente [6].

Utilizînd aceeași componentă diazotabilă și anume acidul *N*(2,4-dinitrofenil)-4,4'-diaminostilben-2,2'-disulfonic, s-au preparat și analizat alți șase coloranți folosind în calitate de componentă de cuplare: acidul 1,5-naftilamindisulfonic, acidul 1,8-naftilamindisulfonic, acidul naftionic, acidul *H*, acidul tolil-peri și albastrul acid *A*.

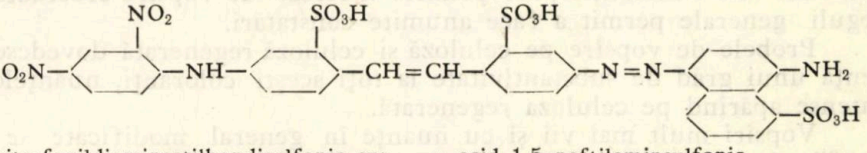
Coloranții obținuți, arătați mai jos în ordinea enumerării componentelor de cuplare, au structurile (V)...(X):

(V)



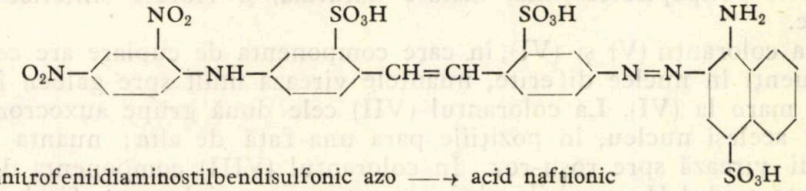
acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo ⟶ acid 1,5-naftilaminsulfonic

(VI)



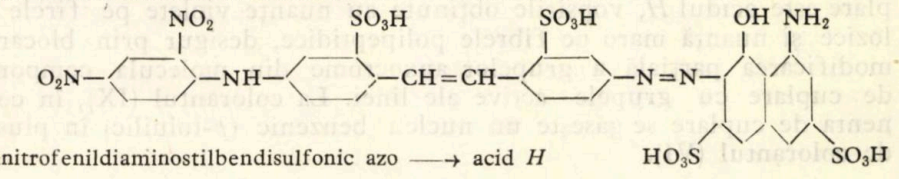
acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo ⟶ acid 1,5-naftilaminsulfonic

(VII)

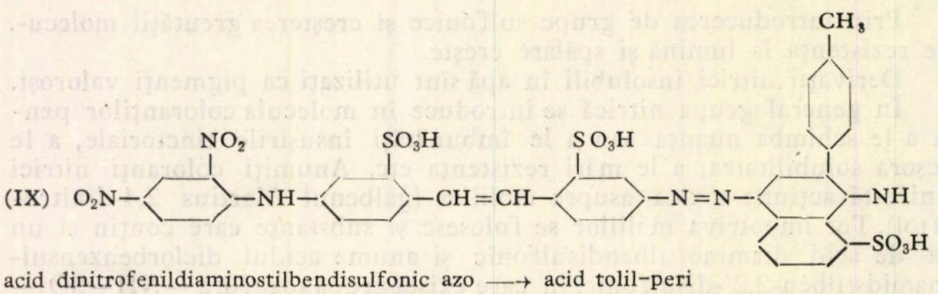


acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo ⟶ acid naftionic

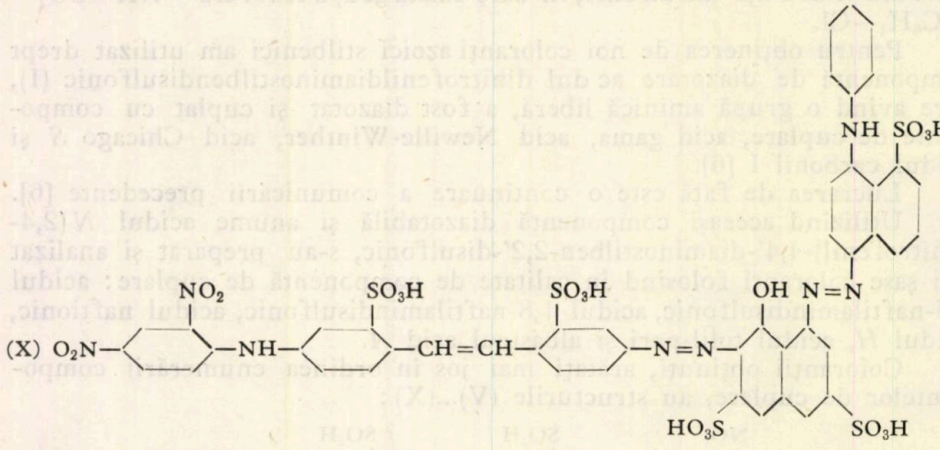
(VIII)



acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo ⟶ acid *H*



acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo ⟶ acid tolil-peri



acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic ⟶ albastru acid *A*

Cu aceşti coloranţi s-au efectuat vopsiri pe materialele textile de celuloză, celuloză regenerată, pe mătasea naturală, lînă şi fibre poliamidice (relon). Vopsirea cu aceşti coloranţi n-a constituit obiectul unor cercetări mai amănunţite, dar primele încercări de vopsire efectuate după reguli generale permit a face anumite constatări.

Probele de vopsire pe celuloză şi celuloză regenerată dovedesc existenţa unui grad de substantivitate la toţi aceşti coloranţi, nuanţele mai intense apărînd pe celuloza regenerată.

Vopsiri mult mai vii şi cu nuanţe în general modificate se obţin pe fibrele polipeptidice (lînă, mătase naturală) şi fibrele sintetice poliamidice.

La coloranţii (V) şi (VI), în care componenta de cuplare are cei doi substituenţi în nuclee diferite, nuanţele virează mult spre galben la (V) şi spre maro la (VI). La colorantul (VII) cele două grupe auxocrome se află în acelaşi nucleu, în poziţiile para una faţă de alta; nuanţa colorantului virează spre roşu-roz. În colorantul (VIII) componenta de cuplare este acidul *H*, vopsirile obţinute au nuanţe violete pe firele celulozice şi nuanţă maro pe fibrele polipeptidice, desigur prin blocarea şi modificarea parţială a grupelor auxocrome din molecula componentei de cuplare cu grupele active ale lînei. La colorantul (IX), în componenta de cuplare se găseşte un nucleu benzenic (*p*-toluilic) în plus faţă de colorantul (VI).

Pe fibrele celulozice se obțin vopsiri cu nuanțe violete, iar pe cele polipeptidice se obțin vopsiri castanii intense cu nuanțe violete.

Colorantul (X) se deosebește de colorantul (VIII) prin înlocuirea grupei aminice din acidul *H* cu grupa azo —→ acid fenil-peri.

Coloraţiile obținute pe fibrele celulozice sînt mult mai violete, iar pe fibrele polipeptidice se obțin vopsiri castanii intense.

3. Partea experimentală

a) *Diazoderivatul acidului N (2,4-dinitrofenil)-4,4-'diaminostilben-2,2'-disulfonic*, notat cu (*D*), se prepară după metoda arătată în lucrarea precedentă [6] şi anume, 4 g acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic se dizolvă cu 20 cm^3 soluţie de NaOH 2 *n*. După solvire se adaugă 1,25 cm^3 H_2SO_4 $d = 1,84$, acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic precipită în stare fină. Se adaugă gheaţă şi la 0...5°C se introduc 0,5 g $NaNO_2$ (în soluţie de 30%), se agită o oră. Se obține diazoderivatul (*D*).

b) *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acidul 1,5-naftilamindisulfonic* (V). Diazoderivatul (*D*) se introduce sub agitare peste soluţia alcalină formată din 1,66 g acid 1,5-naftilamindisulfonic solvit cu 3,5 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită o oră şi se precipită colorantul prin acidulare cu NaCl. Purificarea pentru analiză se realizează prin solviri şi precipitări repetate pînă cînd la calcinare nu se observă cenuşă.

Analize:

$C_{30}H_{22}O_{13}N_6S_3$		C%	H%	N%
	Calculat	46,75	2,85	10,90
	Găsit	46,64	2,50	10,54

c) *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acidul 1,8 naftilamindisulfonic* (VI). Diazoderivatul (*D*) se introduce peste soluţia alcalină formată din 1,66 g acid, 1,8 naftilamindisulfonic solvit cu 3,5 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă, se agită o oră şi se precipită colorantul cu HCl.

Analize:

$C_{30}H_{22}O_{13}N_6S_3$		C%	H%	N%
	Calculat	46,75	2,85	10,90
	Găsit	46,46	2,54	10,34

d) *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acidul naftionic* (VII). Diazoderivatul (*D*) se introduce sub agitare peste soluţia alcalină formată din 1,66 g acid naftionic solviţi cu 3,5 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită o oră controlînd alcalinitatea amestecului şi final se precipită prin acidulare cu HCl.

Analize:

$C_{30}H_{22}O_{13}N_6S_3$		C%	H%	N%
	Calculat	46,76	2,85	10,9
	Găsit	46,37	3,90	10,95

e) *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acidul H* (VIII). Diazoderivatul (*D*) se introduce peste soluţia alcalină formată din 2 g acid *H* solviţi cu 5 g Na_2CO_2 în 50 cm^3 apă. Se agită o oră şi se precipită cu HCl.

Analize:

$C_{30}H_{22}O_{17}N_6S_4$		C%	H%	N%
	Calculat	41,57	2,54	9,81
	Găsit	41,02	2,75	9,93

f) *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acidul tolil-peri* (IX). Diazoderivatul (*D*) se introduce peste soluţia alcalină formată din 2,4 g acid tolil-peri solviţi cu 6 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită o oră şi jumătate şi se precipită cu HCl.

Analize:

$C_{37}H_{29}O_{13}N_6S_3$		C%	H%	N%
	Calculat	51,56	3,49	9,75
	Găsit	51,66	3,34	9,11

g) *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → albastru acid A* (X). Diazoderivatul (*D*) se introduce peste soluția alcalină formată din 4,8 g colorant albastru acid *A* solviți cu 8 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită o oră și jumătate și se precipită cu HCl.

Analize:

$C_{46}H_{32}O_{20}N_8S_5$	C%	H%	N%
Calculat	46,93	2,72	9,52
Găsit	46,83	3,24	9,51

Coloranții obținuți sînt higroscopici și înainte de analiză au fost ținuți în etuvă timp de 3...4 ore la 120°...130° C.

4. Concluzii

a) S-au adus probe noi în favoarea tezei că acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic poate fi folosit în calitate de componentă diazotabilă pentru obținerea a diferiți coloranți azoici stilbenici.

b) Coloranții azoici obținuți posedă atît însușiri substantive pentru fibrele celulozice cît și calități de coloranți acizi pentru fibrele polipeptidice.

c) Vopsirile preliminare arată că acești coloranți posedă afinitate mai mare pentru fibrele poliamidice sintetice (lîna și mătasea naturală).

d) Închiderea culorii se realizează o dată cu creșterea numărului de auxocromi sau a numărului de nuclee aromatice din componenta de cuplare.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de industrii organice

BIBLIOGRAFIE

1. Lupușor Gh., Dumitrescu Sv., Bul. Inst. polit., Iași, 1956, **II (VI)**, *1—2*, p. 131.
2. Lupușor Gh., Ifrim S., Bul. Inst. polit. Iași, 1961, **VII (XI)**, *1—2*, p. 125.
3. Lupușor Gh., Bul. Inst. polit. Iași, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, p. 194.
4. Reichel I., *Chimia și tehnologia coloranților azoici*. Ed. Tehn., Buc., 1955, p. 197.
5. Щоллингер Х., *Химия азокрасителей*. Л., 1960, стр. 328.
6. Lupușor Gh., Lixandru T., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 171

НОВЫЕ ВИДЫ СТИЛЬБЕНОВЫХ АЗОКРАСИТЕЛЕЙ

(Резюме)

Получены новые стильбеновые азокрасители (V)...(X) диазотированием динитрофенил-4,4′-диаминостильбендисульфоновой кислоты и сочетанием со следующими веществами: 1,5-нафтиламиносульфоновой кислотой, 1,8-нафтиламиносульфоновой кислотой, нафтионовой кислотой, *H*-кислотой, пери-толил-кислотой и синей кислотой *A*.

Полученные красители обладают субстантивными свойствами, а также и кислотными свойствами кислотных красителей. Они могут применяться для крашения как целлюлозных волокон, так и в крашении шерсти, шелка и полиамидных синтетических волокон.

NOUVEAUX TYPES DE COLORANTS AZOÏQUES STYLBÉNIQUES

(Résumé)

Les Auteurs ont obtenu de nouveaux types de colorants azoïques (V)...(X) en diazotant l'acide dinitrophenyldiaminostilbène-di-sulfonique et en faisant la copulation avec l'acide 1,5-naphtylamine-sulfonique, l'acide 1,8-naphtylamine-sulfonique, l'acide naphtyonique, l'acide *H*, l'acide tolyl-péri et bleu acide *A*.

Tous les colorants obtenus sont des colorants substantifs pour les fibres cellulosiques et aussi pour la laine, la soie et les fibres sintéthyques polyamidiques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

Д. К. 665.521.6

ИССЛЕДОВАНИЕ *Н*-ПАРАФИНОВЫХ УГЛЕВОДОРОДОВ САЦХЕНИССКОЙ НЕФТИ С ПОМОЩЬЮ КАРБАМИДА

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Е. П. ХЕЧИНАШВИЛИ

1. *Введение*

Нами [1] было показано, что фракция 150°...200°С сацхенисской нефти из скважины № 4 содержит 30,26 %, а фракция 200°...250°С — 21,13 % парафиновых углеводородов.

Определенный интерес представляло установление строения *н*-парафиновых углеводородов вышеуказанных фракций, чему и посвящено данное исследование.

Топливные качества горючего и смазочные свойства нефтяных масел в значительной степени определяются количеством и индивидуальной природой, входящих в их состав парафиновых углеводородов. Поэтому установление строения нефтяных парафиновых углеводородов и их количественного содержания, помимо теоретического интереса, имеет и практическое значение.

Выделение *н*-парафиновых углеводородов нами производилось с помощью карбамида. Последний, как было показано Ф. Бенгеном [2], [3], образует комплексные соединения с *н*-алканами и другими органическими соединениями, содержащими прямые цепи углеродных атомов.

Пользуясь реакцией Ф. Бенгена *(op. cit.)*, Х. И. Арешидзе и Е. М. Бенашвили [4] выделили из мирзаанской нефти *н*-нонан, *н*-декан и *н*-ундекан, а из норийской нефти [5] *н*-парафиновые углеводороды состава C_{10}...C_{15}.

Н. Г. Бекаури, Н. И. Шуйкин, Ю. П. Егоров и Т. С. Шакарашвили [6] выделили из мирзаанской и соколовогорской нефтей *н*-парафиновые углеводороды состава C_{11}.. C_{20}.

Н-парафиновые углеводороды входящие в состав керосиновой фракции некоторых советских нефтей, были исследованы Л. М. Розенбергом [7].

Мы остановились на тех работах, авторы которых для определения и идентификации *н*-парафинов в нефтях пользовались карбамидом. Работы других авторов по идентификации *н*-парафиновых углеводородов иными методами мы не приводим, так как это ввиду их многочисленности далеко заведет нас.

В результате проведенного исследования нами установлено, что фракция с температурой кипения 150°...200°С сацхенисской нефти содержит 5,70 % *н*-алканов и 24,56 % изоалканов, а фракция с температурой кипения 200°...250°С — 0,42 % *н*-алканов и 20,71 % изоалканов.

Из *н*-алканов обнаружены *н*-нонан, *н*-декан, *н*-ундекан и *н*-додекан.

Сацхенисская нефть привлекает внимание исследователей тем, что она до 83% содержит фракцию с температурой кипения от 24° до 250°С.

2. *Экспериментальная часть*

Исследуемые фракции с температурой кипения 150°...200°С и 200°...250°С выделяли фракционированием сацхенисской нефти (скважина № 4, глубина 1400 м). Фракция 150°...200°С выделялась при атмосферном давлении, а фракция 200°...250°С под вакуумом (10 мм). Они промывались 75 %-ным раствором серной кислоты, 10 %-ным раствором соды, дистиллированной водой до нейтральной реакции и после высушивания над хлористым кальцием перегонялись над металлическим натрием в тех же пределах температур кипения. Для указанных фракций были определены: удельный вес, максимальная анилиновая точка и показатель лучепреломления, значение которых даны в таблице 1. Значение предварительной промывки фракций 75 %-ной серной кислотой одним из нас [8] приведено в предыдущей работе.

Дearоматизация фракции 150°...200°С проводилась серной кислотой с удельным весом 1,84, а фракции с температурой кипения 200°... ...250°С—силикагелем марки „КСМ", с активностью по бензолу 11,1. Полнота дearоматизации контролировалась формолитовой реакцией по А. М. Настюкову [9].

Дearоматизированные фракции промывались дистиллированной водой, 10% раствором соды, снова дистиллированной водой до нейтральной реакции и после сушки над хлористым кальцием перегонялись в присутствии металлического натрия. Были определены те же физические показатели, что и до удаления ароматических углеводородов, значения которых даны в таблице 1.

Понижение анилиновой точки, повышения удельного веса и показателя преломления фракций после обработки карбамидом указывает на удаления нз них *н*-алканов.

Дearоматизация исследуемых фракций, с последующей промывкой и перегонкой над металлическим натрием преследовала цель не только удаления ароматических углеводородов, но и неуглеводородных соединений, которые являются ингибиторами комплексообразования карбамида с *н*-алканами.

Следующей стадией исследования являлось выделение нормальных парафиновых углеводородов из дearоматизированной фракции с помощью карбамида.

Если принять во внимание температуру кипения *н*-парафиновых углеводородов, то во фракции с температурой кипения 150°...200°С нужно ожидать присутствия *н*-нонана, *н*-декана, *н*-ундекана.

За средний молекулярный вес входящих в эту фракцию *н*-парафиновых углеводородов был принят молекулярный вес *н*-декана.

По установленному групповому составу парафиновые углеводороды, составляющие 30,26 % всей фракции, в первое время были приняты за *н*-парафиновые углеводороды. Для выделения последних из

Таблица 1

Физические показатели

Темп. кип. фр. °С	Максимальная анил. точка			d_4^{20}			n_D^{20}		
	Исход. фракции	Деароматиз. фракции	Фракции отраб. карбамидом	Исход. фракции	Деароматиз. фракции	Фракции отраб. карбамидом	Исход. фракции	Деароматиз. фракции	Фракции отраб. карбамидом
150...200	42,70	69,20	68,30	0,8019	0,7654	0,7680	1,4503	1,4240	1,4266
200...250	47,00	74,30	74,20	0,8662	0,7828	0,7835	1,4845	1,4475	1,4485

Таблица 2

Результаты исследования индивидуальных *н*-парафиновых углеводородов сацхенисской нефти

Наименование индивид. *н*-парафиновых углеводородов	Физические константы								Элементарный состав, мол. вес							
	Литературные данные				Данные наших опытов				Вычислено				Найдено			
	Темп. кип. °С	n_D^{20}	d_4^{20}	Анил. точка	Темп. кип. °С	n_D^{20}	d_4^{20}	Анил. точка	%С	%Н	Молекул. вес	MR_D	%С	%Н	Молекул. вес	MR_D
н-нонан	150,77	1,40562	0,7179	74,9	151...152	1,4056	0,7188	74,9	84,28	15,72	128,25	43,34	84,28	15,68	125,7	42,92
н-декан	174,119	1,41205	0,7298	77,5	175...175,5	1,4115	0,7339	77,4	84,42	15,58	142,27	48,47	84,44	15,59	141,9	48,05
н-ундекан	195,84	1,41902	0,7404	80,6	196...197	1,4172	0,7411	80,1	84,52	15,48	156,3	53,12	84,53	15,36	157,2	53,02
н-додекан	216,275	1,42182	0,7493	83,7	216...217	1,4220	0,7481	83,5	84,70	15,29	170,2	57,73	84,70	15,27	170,4	56,93

дезароматизированной фракции 150°...200°С карбамид был взят в четыре раза больше, чем это требовалось по расчету.

Для выделения *н*-парафиновых углеводородов, в широкогорлую склянку с притертой пробкой помещался 210,76 г высушенный в термостате при 100°С и хорошо размельченный в ступке химически чистый карбамид с температурой плавления 132°...133°С (по литературным данным температура плавления карбамида 132,7°С). Добавлялся 42,20 г чистый метиловый спирт с температурой кипения 64°С, в количестве 20 % от веса карбамида. Реакционная смесь перемешивалась стеклянной палочкой, затем добавлялось 413 г дезароматизированной фракции с температурой кипения 150°...200°С и содержимое взбалтывалось в течение 2-х часов.

Кристаллическое вещество отфильтровывалось на воронке Бюхнера от смеси нафтеновых и изопарафиновых углеводородов и несколько раз промывалось пентаном.

Комплексное соединение помещалось на фильтрованной бумаге, после чего разлагалось трехкратным объемом дистиллированной воды.

Было выделено 52 мл смеси *н*-парафиновых углеводородов. Для проверки полноты выделения, последних исследуемая фракция обрабатывалась вторично тем же количеством карбамида. Выделение *н*-парафинов не имело места.

Таким путем, из 1 350 мл дезароматизированной фракции с температурой кипения 150°...200°С было выделено 130 мл смеси *н*-парафиновых углеводородов.

Для выделения *н*-парафиновых углеводородов из фракции 200°... ...250°С было вычислено соответствующее количество карбамида.

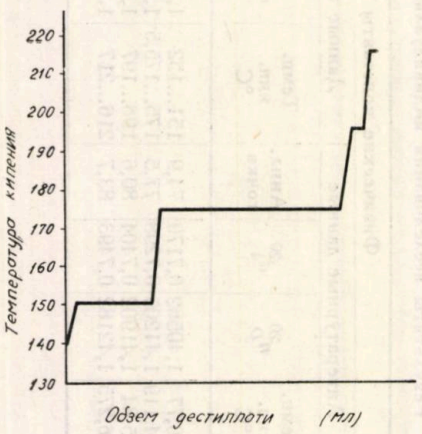


Рис. 1

В этой фракции можно было ожидать *н*-додекан и *н*-тридекан. За средний молекулярный вес *н*-парафиновых углеводородов этой фракции был принят молекулярный вес тридекана.

Как было показано, фракция 200°...250°С содержит парафиновых углеводородов в количестве 21,13 %. Они сперва были приняты за нормальные парафиновые углеводороды. Выделение *н*-парафиновых углеводородов из фракции 200°... ...250°С проводилось вышеуказанным методом. В этом случае было взято 500 мл дезароматизированной фракции, 107 г карбамида и 21,4 г метилового спирта. Выделено 4 мл *н*-парафиновых углеводородов.

После уточнения общего содержания *н*-парафиновых углеводородов количество карбамида бралось из расчета *н*-парафиновых углеводородов.

Фракции, после удаления *н*-парафиновых углеводородов, промывались дистиллированной водой и после сушки над хлористым кальцием перегонялись в присутствии металлического натрия в тех же пределах температур кипения.

Были определены те же физические показатели, что и для деароматизированной фракции, значение которых даны в таблице 2.

Из 15 л сацхенисской нефти выделено 134 мл *н*-парафиновых углеводородов.

Для разгонки было взято 100 мл смеси *н*-алканов; результаты разгонки даны на рис. 1,

Н-алканы фракционировались в условиях вакуума на колонке с погоноразделительной способностью 40—теоретических тарелок. Температуры кипения выделенных углеводородов приведены к нормальным условиям.

В таблице 2 приведены физико-химические показатели для углеводородов выделенных нами, а также литературные данные [10], [11] их физических констант.

3. *Выводы*

1. Из общего количества алканов сацхенисской нефти с помощью карбамида уточнено количество *н*-алканов и изоалканов.

2. Установлено, что фракция с температурой кипения 150°...200°С содержит 5,70% *н*-алканов и 24,56% изоалканов, а фракция с температурой кипения 200°...250°С — 0,42% *н*-алканов и 20,71% изоалканов.

3. В исследуемой нефти установлено присутстве *н*-нонана, *н*-декана, *н*-ундекана и *н*-додекана.

4. Объемный процент выделенных индивидуальных *н*-алканов на нефть: *н*-нонан — 0,1768%; *н*-декан — 0,4127%; *н*-ундекан — 0,0223% и *н*-додекан — 0,0134%.

Поступила 14 VII 1962 г.

Академия Наук Грузинской ССР,
Институт химии им П. Г. Меликишвили,
Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Арешидзе Х. И., Хечинашвили Е. П., Сообщ. АН Груз. ССР, 1962, **28**, стр. 401.
2. Bengen F., Schlenk W., Experientia, 1949, **5**, p. 200.
3. Bengen F., Angew. Chem., 1951, **S.** 207.
4. Арешидзе Х. И., Бенашвили Е. М., Сообщ. АН Груз. ССР, 1955, **16**, стр. 785.
5. — ДАН СССР, 1956, **110**, стр. 387.
6. Бекаури Н. Г., Шуйкин Н. И., Егоров Ю. П., Шакарашвили Т. С., ИАН СССР, ОХН, 1958, стр. 1376.
7. Розенберг Л. М., Генех И. С., ДАН СССР, 1952, стр. 84, 523.
8. Арешидзе Х. И., Киквидзе А. В., Бенашвили Е. М., Квирикашвили В. Л., Чарквиани Т. Н., *Состав и свойства нефтей и бензино-керосиновых фракций*. Изд. АН СССР, М., 1957, стр. 322.
9. Настюков А. М., ЖРХО, 1904, стр. 881,36.
10. Egloff G., *Physical constants of hydrocarbons*. Vol. **I**, N. Y., 1939, pp. 60, 67, 76, 80.
11. Оболенцев Р. Д., *Физические константы углеводородов жидких топлив и масел*. Гостоптехиздат, М.-Л., 1953, стр. 26, 38, 44, 50.

RESEARCH ON *n*-PARAFFIN HYDROCARBONS OF THE SATSKHENISSI PETROLEUM WITH THE HELP OF CARBAMIDE

(Summary)

Fuel properties of combustibles and lubricating properties of petroleum oils are to a large degree determined by individual nature of component paraffin hydrocarbons and by their quantitative contents. Thus, determinations of the structure of petroleum paraffin hydrocarbons, beside its theoretical interest, has also practical importance.

The investigated fractions 150°...200°C and 200°...250°C were educed from the Satzkhenissi petroleum deposit (Georgian SSR). The first fraction was isolated at normal atmospheric pressure, while the second under vacuum (10 mm).

The fractions were dearomatized, then washed, dried and sublimated over metallic sodium. This operation was intended to remove not only the aromatic hydrocarbons, but also non-hydrocarbonic compounds that inhibit the complex combination of carbamide with *n*-alcanes.

Next stage of the research consisted in isolation of *n*-paraffin hydrocarbons from the dearomatized fraction by means of carbamide.

According to the ascertained group composition, the paraffin hydrocarbons were taken at first for *n*-paraffin hydrocarbons: the amount of carbamide for its elimination was four-fold in comparison with the calculated.

After the precise determination of *n*-paraffin and isoparaffin hydrocarbons, the amount of carbamide was fixed as calculated for *n*-paraffin hydrocarbons.

In order to isolate *n*-paraffin hydrocarbons, welldried, pulverized, chemically pure carbamide was placed into a wide-mouthed glass flask with ground-in stopper and a certain amount of methyl alcohol was added to it. The reaction mixture was thoroughly stirred with glass stick, then the dearomatized fraction was added, the mass being shaken up for two hours.

The reaction product was filtrated, washed and decomposed with triple capacity of distilled water.

The mixture of *n*-paraffin hydrocarbons was then sublimated on vacuum column with 40 thermic trays.

After the research the amount of *n*-decane has been established to be 0,4127%, that of *n*-undecane — 0, 0233% and of *n*-dodecane 0,0134%.

STUDIUL HIDROCARBURILOR *n*-PARAFINICE ALE ŢIŢEIULUI DIN SAŢKENISSI CU AJUTORUL CARBAMIDEI

(Rezumat)

1. Cu ajutorul carbamidei autorii reuşesc a preciza cantitatea de *n*-alcani şi izoalcani din cantitatea totală de alcani conţinută în ţiţeiul din Saţkenissi (RSS Gruzia).

2. S-a stabilit că fracţia cu temperatura de fierbere 150°...200°C conţine 5,70% *n*-alcani şi 24,55% izoalcani, iar fracţia cu temperatura de fierbere 200°...250°C conţine 0,42% alcani şi 20,71% izoalcani.

3. S-a stabilit că în ţiţeiul studiat se găseşte *n*-nonan, *n*-decan *n*-undecan şi *n*-dodecan.

4. Procentul volumetric al diferiţilor *n*-alcani conţinuţi în ţiţeiul analizat este de: 0,1768% pentru *n*-nonan; 0,4127% pentru *n*-decan; 0,0223% pentru *n*-undecan şi 0,0134% pentru *n*-dodecan.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. K. 676.1.062

ÜBER EINIGE FRAGEN BEI DER VERWENDUNG VON ZELLSTOFFEN AUS SCHILF UND STROH ZUR PAPIERERZEUGUNG

UND

V. DIACONESCU, EMANUEL POPPEL und PAUL OBROCEA

Mitteilung vorgehalten an der zweite technisch-wiessenschaftliche Konferenz des Verein der Ingenieure und Techniker der Papierindustrie Polens, von 23—27 September 1963, in Lodz

1. Vorwort

Die bis jetzt durchgeführten Versuche über die Papiererzeugung unter Zusatz von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen geben zahlreiche Hinweise bezüglich der Verarbeitungsbedingungen der Faserstoffe sowie der Eigenschaften der erhaltenen Papiererzeugnisse. Die so erhaltenen Angaben sind aber teilweise mehrdeutig, besonders was der Mahlvorgang, die Möglichkeiten einer getrennten oder mit andern Faserarten gemischten, sowie die qualitativen Eigenheiten der erhaltenen Erzeugnisse angeht.

Der geringen Ausmasse, sowie des hohen Pentosangehalte der Fasern wegen, wurde verschiedene Ansichten über die Art der Verarbeitung von Zellstoff-Fasern aus Schilf und Stroh und über die zu diesem Zweck verwendete Ausrüstung, geäussert [1]...[5].

Die Meinungverschiedenheiten über die separate oder gemischte Führungsweise der Mahlung entspringen dem Mangel von genauern Angaben über das Verhältnis von Kurz- zu Langfaser während des Mahlvorgangs, über die morphologischen Einheiten dieser Faserarten, sowie über die Wechselbeziehung dieser Faktoren zu den physikalisch-mechanischen Eigenschaften der erhaltenen Papiere.

Die Einführung von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen in die Fabrikation von Papieren und Kartonen erhebt eine Reihe von Problemen, die methodisch gelöst werden müssen.

Auf Grund der wachsenden Bedeutung, die der Entwicklung der Zellstoff- und Papierindustrie zuzusprechen ist, wurde in einer vorhergehenden Arbeit [6] das Verhalten von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen (Schilf und Stroh) bei der Papiererzeugung studiert.

Aus den erhaltenen Ergebnissen kann man schliessen dass: a) die Mahlgeschwindigkeit in der Ordnung Fichte-, Schilf-, Strohzellstoff ansteigt; b) die Zellstoff-Fasern aus Stroh ein grösseres Fibrilliervermögen haben, als die von Fichte und Schilf; c) das Entwässerungsvermögen, bei Einführung von Einjahrespflanzenzellstoffen in die Mischung, ansteigt; d) die Faserverluste mit den Abwässern wachsen mit dem Zusatz von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; e) die Trocknungsgeschwindigkeit verändert sich nicht merkbar mit dem Zusatz von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; f) die unter

sonst gleichen Bedingungen durchgeführte Satinierung nimmt mit dem Ansteigen des Zellstoffgehaltes aus einjährigen Pflanzen ab.

Was die physikalisch-mechanische Festigkeit der im Laboratorium und im Betrieb erhaltenen Papiere betrifft, ergab sich folgendes: a) die Reisslänge — mit Ausnahme der Papiere mit einem Gehalt von 15...30% Zellstoff aus einjährigen Pflanzen im Falle von ternären Gemischen, bei denen ein Maximum verzeichnet wird, welches die Vergleichsprobe (100% Fichtenzellstoff) übertrifft — fällt im allgemeinen mit dem Ansteigen des Zellstoffgehaltes aus einjährigen Pflanzen; die getrennte Mahlung, ist der Mischmahlung überlegen; b) die Doppelfalzzahl fällt mit dem Ansteigen des Gehaltes an Zellstoff aus einjährigen Pflazen in des Papierzusammensetzung ab; c) die Berstfestigkeit folgt im allgemeinen der Reissfestigkeitkurve, mit Ausnahme der hohen Gehalte von Schilf- und Strohzellstoff bei getrenter Mahlung, wobei die Ergebnisse besser sind als bei der Vergleichsprobe.

In der obenzitierter Arbeit wurden nicht festgestellt: der optimale Mahlungsgrad für jeden Zellstofftypus bei getrennter Vermahlung, sowie die Mischungsverhältnisse, die zur Erzeugung von Papieren mit maximalen mechanischen Festigkeiten führen, der Einfluss des Zusatzes von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen auf dem Leimungs- und Satinierungsvorgang.

In der vorliegenden Arbeit haben wir uns die Beantwortung dieser Fragen vorgenommen.

2. Das Verhalten beim Mahlung

Um festzustellen, bis zu welchem Grad Fichtenzellstoff und Zellstoffe aus einjährigen Pflanzen (Schilf und Stroh) gemahlen werden sollen, wie auch die optimalen Mischungsverhältnisse, wurden unter Laboratoriumsbedingungen Ausmahlungen dieser Faserstoffe zu verschiedenen SR-Graden vorgenommen, aus welchem dann Gemenge hergestellt wurden, in welchen die Zellstoffe aus einjährigen Pflanzen 15; 30; 50 und 80% vorstellten.

Die Vermahlung der Zellstoffe wurde in der Jokro-Mühle unter Standardbedingungen durchgeführt; der Fichtenzellstoff separat, Schilf- und Strohzellstoffen im Gemenge.

Nach der Mahlung wurde der Fichtenzellstoff vom 14°...38°SR mit Schilf- und Strohzellstoffen vom Mahlungsgrad von 23°...71°SR in den Verhältnissen von 15; 30; 50 und 80 % vermengt; dann wurden auf dem Apparat Rapid-Köthen Blätter mit einem Gewicht von 80 g/m^2 geformt.

An den bei einer Temperatur von 20°C und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 65 % hergestellten Papieren wurden die mechanischen Prüfungen vorgenommen, deren Ergebnisse auf den Abb. 1...9 gezeigt werden.

Die Analyse der vorliegenden Schaubilder ergibt, dass:

a) Die Papiere, welche aus dem Gemisch von 70 % Fichtenzellstoff bei 20°SR und 30 % Schilf- und Strohzellstoff bei 71°SR erhalten worden waren, eine maximale Reisslänge aufweisen, die um 23 % den Höchstwert der Vergleichsprobe (100 % Fichtenzellstoff) übertrifft. Unter diesen Bedingungen der Ausmahlung übertrifft die Reisslänge jene der Vergleichsprobe sogar dann, wenn der Gehalt an Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen bis zu 80 % ansteigt.

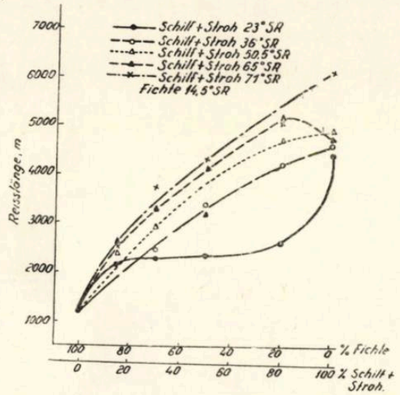


Abb. 1. — Abhängigkeit der Reisslänge von dem Zusatz an Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 14,5°SR vermahlen.

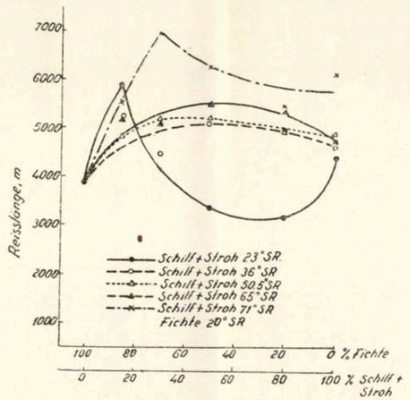


Abb. 2. — Abhängigkeit der Reisslänge von dem Zusatz an Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 20°SR vermahlen.

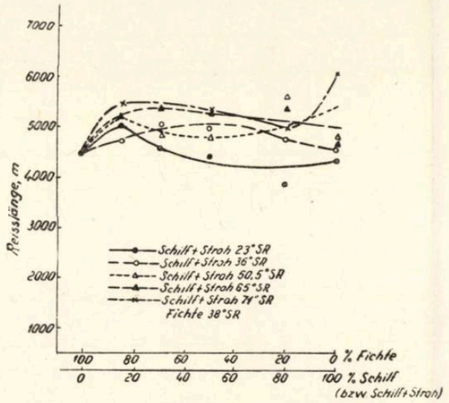


Abb. 3. — Abhängigkeit der Reisslänge von dem Zusatz an Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff vurde auf 38°SR vermahlen.

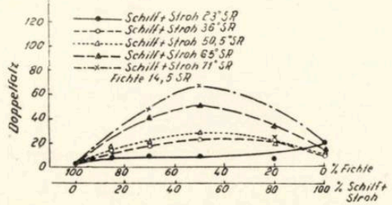


Abb. 4. — Abhängigkeit der Doppelfalzzahl vom Zusatz an Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 14,5°SR vermahlen.

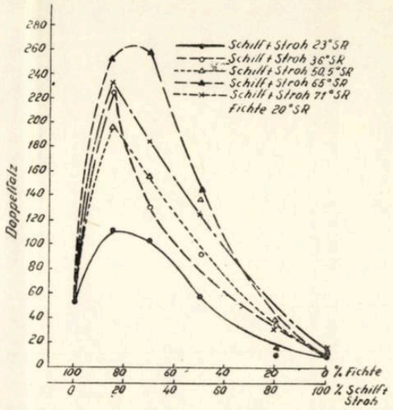


Abb. 5. — Abhängigkeit der Doppelfalzzahl vom Zusatz an Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 20°SR vermahlen.

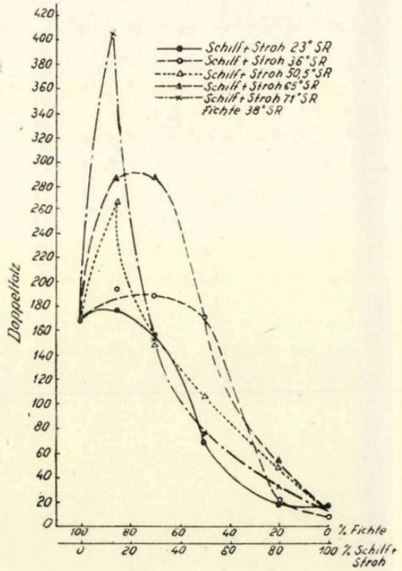


Abb. 6. — Abhängigkeit der Doppelfalzzahl vom Zusatz an Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 38°SR vermahlen.

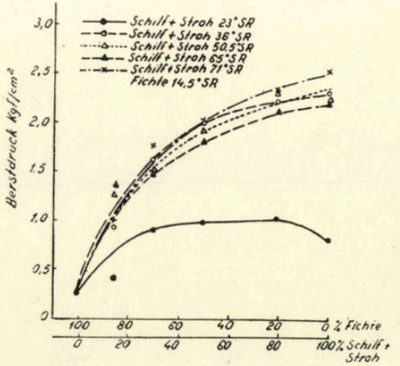


Abb. 7. — Abhängigkeit der Berstfestigkeit vom Zusatz von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 14,5°SR vermahlen.

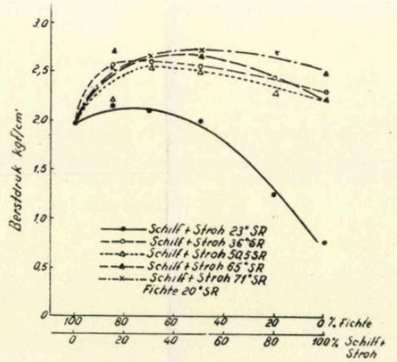


Abb. 8. — Abhängigkeit der Berstfestigkeit vom Zusatz von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 20°SR vermahlen.

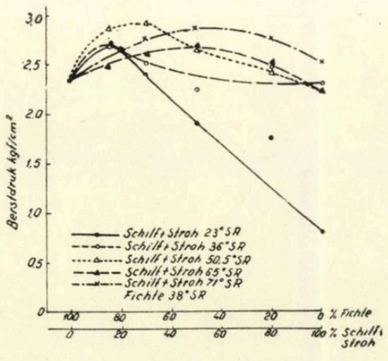


Abb. 9. — Abhängigkeit der Berstfestigkeit vom Zusatz von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; der Fichtenzellstoff wurde auf 38°SR vermahlen.

b) Die höchste Doppelfalzzahl wird bei Papieren erhalten welche aus einem Gemisch von 85 % Fichtenzellstoff bei 38°SR und 15 % Schilf und Strohzellstoff bei 71°SR hergestellt werden. Die Doppelfalzzahl erreicht den Höchstwert unabhängig vom Charakter der Mahlung des Halbproduktes bei zusätzen von 15 % Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen; hierauf fällt sie mit dem Ansteigen des Prozentgehaltes der letztern.

3. Das Verhalten beim Leimungsvorgang

Wir gingen davon aus, dass die chemische Zusammensetzung und die verschiedene morphologische Struktur von Fichten-, Schilf- und Strohzellstoffen unter gleichen Arbeitsbedingungen den Leimungsvorgang des Papieres beeinflussen kann und nahmen uns vor, dieses Problem zu studieren.

Zu diesem Berufe, wurden im Laboratorium Fichtenzellstoff (gebleichter Sulfitzellstoff), Schilfzellstoff (gebleichter Sulfatzellstoff) und Strohzellstoff (gebleichter SNS), nach einer vorausgehenden Quellung von 12 Stunden und einer Verarbeitung bei 300 U/Min zu einer Konsistenz von 3,5%, mit 3% Kolophoniumleim, Bewoidtypus, und 5% Alluminiumsulfat (pH = 4,4) verleimt. Aus der geleimten Paste, welche auf eine Konsistenz von 0,4 % gebracht wurde, formte man auf dem Rapid-Köthen Blätter von 80 g/m^2.

Der Einfluss des Zusatzes von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen auf den Leimungsgrad von Papieren wurde mittels ansteigendem Ersetzen von Fichtenzellstoff durch Schilf- beziehungsweise Strohzellstoff sowie durch beide Zellstoffe zu gleichen Teilen, ermittelt. Die Bestimung des Verleimungsgrades der Papiere wurde nach dem Verfahren von Jayme [7] ausgeführt, das als besonders empfindlich gilt [8].

Die erhaltenen Ergebnisse sind in Abb. 10 wiedergegeben.

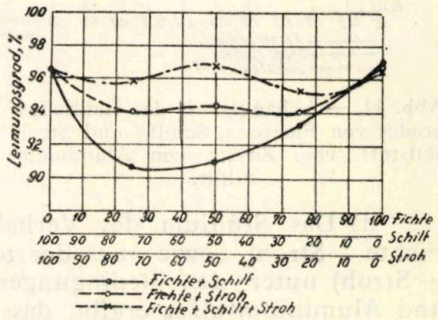


Abb. 10. — Einfluss des Zusatzes von Schilf- und Strohzellstoffen auf den Leimungsgrad der Papiere.

Um das Verhalten bei der Hydrofobisierung jedes einzelnen Zellstoffes zu beurteilen, haben wir einen konstanten Zusatz von 3% Kolophoniumleim angewendet und die Veränderungen des relativen Leimungsgrades Jayme in Abhängigkeit von der Menge des koagulierenden Elektrolyten, des Aluminiumsulfats, verfolgt.

Wie auch bei der vorgehenden Proben, wurden die Versuche mit unvermahlenen Zellstoffen angestellt, damit nicht der Einfluss der Mahlung den Hydrophobisierungseffekt der Papiere überlagen.

Die Ergebnisse können in Abb. 11 eingesehen werden.

Aus der Analyse der im Laboratorium erhaltenen Angaben können folgende Folgerungen gezogen werden:

a) Bei sonst gleichem Zusatz von koagulierendem Elektrolyt, wächst der Verleimungsgrad der Halbstoffe in folgender Reihe: Schilf, Stroh, Fichte.

b) Grössere Unterschiede bei der Verleimung der drei Halbstoffe beobachtet man bei Zusätzen im Bereiche von 1,5...3,5 % Aluminiumsulfat. Dieses Verhalten kann dem verschiedenen elektrokinetischen Potential der drei Zellstoffe und demgemäss einem verschiedenem Instabilisierungsvermögen des Systems zugeschrieben werden.

c) Bei 5 % Aluminiumsulfat (pH = 4,4), unter den klassischen sauren Leimungsbedingungen mit gleichem Gehalt am Leim, wird der Leimungsgrad der drei Zellstofftypen praktisch derselbe.

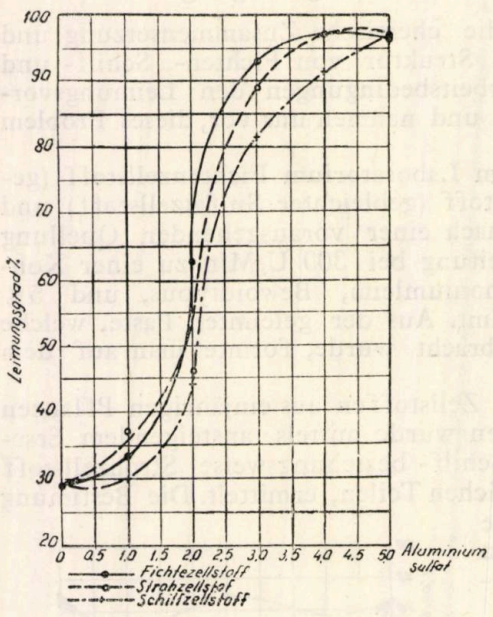


Abb. 11. — Abhängigkeit des Leimungsgrades von Fichten-, Schilf- und Strohzellstoff vom Zusatz von Aluminiumsulfat.

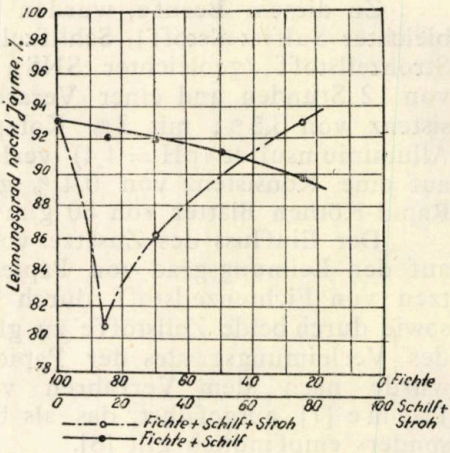


Abb. 12. — Einfluss des Zusatzes von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen auf den Leimungsgrad von Papieren (Betriebsproben).

d) Das Studium des Verhaltens der binären (Fichte + Schilf und Fichte + Stroh), sowie auch der ternären Mischungen (Fichte + Schilf + + Stroh) unter den Bedingungen eines konstanten Zusatzes von Leim und Aluminiumsulfat ergibt, dass die Zellstoffe aus einjährigen Pflanzen in sehr kleinem Ausmasse den Leimungsgrad der Papiere erniedrigen, besonders bei einem Zusatz von 30...50 % Schilf und Stroh, wobei der Effekt im Falle von Stroh etwas kleiner, im Falle von Schilf etwas grösser ist.

Um unter Betriebsbedingungen den Einfluss des Zusatzes von Schilf- und Strohzellstoff auf die Hydrofobisierung von Papieren zu studieren, haben wir am Umlauf der Maschine No. 3 der Fabrik „1 September" in Buşteni die Herstellung eines Velinpapiers von 63 g/m² aus Fichtenzellstoff verfolgt, welchem stufenweise 15; 30; 50 und 75 % Schilf bzw. Schilf- und Strohzellstoff zu gleichen Teilen substituirt wurden.

Die Vermahlung der Proben — nach vorgehender Verarbeitung der Zellstoffe aus einjährigen Pflanzen — wurde mangels von Holländern in Mischung durchgeführt, bei einer Konsistenz von 6% und bis 42°SR.

Der Zusatz von Leim (vollverseift) und Aluminiumsulfat in Mengen von 2,2% bzw. 3,5% wurde konstant gehalten. Die Arbeitsbedingungen auf der Maschine wurden gleichfalls konstant gehalten: die Anfangskonsistenz, die Geschwindigkeit der Maschine, das Saugwakuum, die Pressung und das Trocknen. Nach Anfeuchten und Konditionierung wurden die Papiere auf einem Superkalander mit 8 Walzen satiniert.

Aus der erhaltenen Proben wurden Durchschnittsmuster entnommen, welche konditioniert und der Bestimmung des Verleimungsgrades unterworfen wurden [7].

Die erhaltenen Ergebnisse sind in Abb. 12 verzeichnet. Aus der Darstellung ergeben sich folgende Schlussfolgerungen:

a) Der Schilfzellstoff erniedrigt in sehr geringem Masse den Leimungsgrad der Papiere. Der Effekt wird fühlbarer bei einem Zusatz von 15...30% Schilf- und Strohzellstoff.

b) Es bestätigen sich die in den Laboratoriumsproben erhaltenen Folgerungen, dass die gleichzeitige Verwendung von Schilf- und Strohzellstoff vorteilhaft erscheint, was besonders bei hohen Zellstoffgehalten aus einjährigen Pflanzen zu beobachten ist, wobei eine Tendenz zur Verbesserung des Leimungsgrades verzeichnet wird.

Im allgemeinen lässt sich folgern, dass die Verwendung von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen (Schilf und Stroh) keine Nachteile bei der Verleimung verursacht. Wir sind der Ansicht, dass ein kleines Abfallen des Verleimungsgrades, welches von der Anwesenheit besonders von Schilfzellstoff bedingt ist, eine geringe Bedeutung hat und den Hydrofobisierungsgrad der Papiere kaum beeinträchtigt; keinesfalls wird die Verwendbarkeit beeinflusst.

4. Das Verhalten bei der Satinierung

In einer vorgehenden Arbeit [6] ist das Satinierungsverhalten von Velinpapieren untersucht worden, welche unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoffen erhalten worden waren. Es wurde grundsätzlich die Weise untersucht, in welcher die Satinierung die mechanischen Kennziffern des Papiers beeinflusst, die Berstfestigkeit, die Doppelfalzzahl, u.s.f. Aus diesem Studium ergab sich gleichzeitig, dass unter gleichen Arbeitsbedingungen die Glätte der unter Zusatz von Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen erhaltenen Papiere geringer ist als bei nur aus Fichtenzellstoff erzeugten.

Da bei unsern spätern Arbeiten, sowie in der industriellen Praxis eine gewisse Verbesserung der Satinierung mit dem Ansteigen der Feuchtigkeit der dem Kalander zugeführten Papiere beobachtet wurde, haben wir dieses Problem näher untersucht, wobei aus gleichartig zusammensetzen Papieren, Anteile von verschiedenen Feuchtigkeitsgehalt vorbereitet wurden, welche nach einer vorangehenden Konditionierung in den Kalander eingeführt wurden.

Indem wir so das Studium der Papiersatinierung unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoffen erweitern, verfolgten wir die optimalen Bedingungen der Satinierung, ihre zeitliche Beständigkeit und schliesslich die Art, in welcher die Satinage gewisse physische Kennziffern wie den Weissgrad und die Papierleimung beeinflusst.

Die Untersuchungen wurden an Velinpapieren angestellt, welche oben beim Studium der Verleimung erwähnt worden waren, in deren Zusammensetzung der Fichtenzellstoff durch 15; 30; 50; 75% Schilf-, bzw. Schilf- und Strohzellstoff unter gleichen Mengeverhältnissen ersetzt worden war.

Die Satinierung wurde auf einem Superkalander mit 8 Walzen bei einer Geschwindigkeit von 100 m/Min und einem Druck von 180 Kgf/cm durchgeführt. Es wurden fünf Durchgänge, bzw. drei bei den Proben mit 50 und 75% Zellstoffe aus einjährigen Pflanzen und mit einer Feuchtigkeit von 9%, verwendet. Die Erniedrigung der Anzahl der Durchgänge bei den letzten Proben hatte den Zweck die Kristallisierung zu beseitigen und einem Abfall des Weissgrades zu wermeiden.

Das Ergebniss der Satinierung wurde durch die Bestimmung der Glätte, der scheinbaren Dichte, des Weissgrades und der Verleimung festgestellt.

Da der Einfluss auf die mechanischen Kennziffern von uns bei einer andern Gelegenheit studiert worden war [6], schenkten wir ihm diesmal keine Aufmerksamkeit.

In Abb. 13 und 14 sind die Ergebnisse der Satinierung bei Papieren mit einem Zusatz von 15 bis zu 75% Zellstoffen aus einjährigen Pflanzen, bei einer Feuchtigkeit von 7; 8 und 9% wiedergegeben.

Es erhellt daraus klar, dass ein höherer Wassergehalt der Papierbahn einen Plastifizierungseffekt auf die Fasern aus einjährigen Pflanzen, besonders auf die Schilffasern hat, und demzufolge die Glätte ansteigt. Bei einem Zusatz von mehr als 50% Zellstoff aus einjährigen Pflanzen, wird die Satinierung bei einem Gehalt von 9% Wasser unmöglich, da das Papier, Tendenz zur Kristallisierung und einem Abfall des Weissgrades aufweisst.

Um festzustellen in welchem Ausmasse der Plastifizierungseffekt von Fasern aus einjährigen Pflanzen und dem zufolge die Glätte zeitbeständig sind, wurden nach Ablauf von 25 Tagen die Glättebestimung, wiederholt. Die bei den Papieren mit Schilf verzeichneten prozentuellen Erniedrigungen sind auf Abb. 15 wsiedergegeben; für Papiere von ternären Zusammensetzung (Fichte, Schilf und Stroh) gilt Abb. 16.

Aus den vorgelegten Angaben geht hervor, dass die Unbeständigkeit der Satinierung mit dem Zusatz von Schilfzellstoff sowie mit der Feuchtigkeit, bei welcher das Papier kalandriert wird, ansteigt. Um den noch höhere bleibende Glätte zu haben, empfiehlt es sich mit maximalen Feuchtigkeiten zu arbeiten; natürlich unterhalb der Grenzen bei welchen Nebenerscheinungen auftreten (Kristallisierung, Abfall des Weissgrades), die die Papierqualität beeinträchtigen. Diese Grenze wird sowohl von der Zusammensetzung der Papierfasern als auch von den Bedingungen des Kalanderns (Geschwindigkeit, Anzahl der Durchgänge, Druck, u. s. f.) bestimmt.

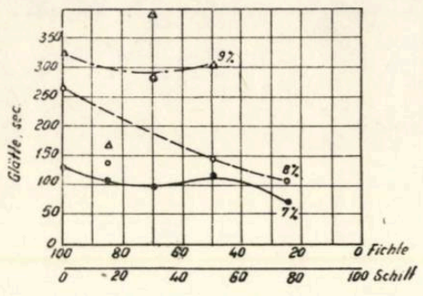


Abb. 13. — Glätte bei verschiedenen Feuchtigkeiten von Papieren welche unter Zusatz von Zellstoff aus Schilf erhalten worden sind.

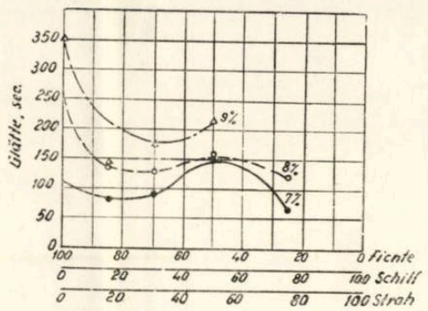


Abb. 14. — Glätte bei verschiedenen Feuchtigkeiten von Papieren welche unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoff erhalten worden sind.

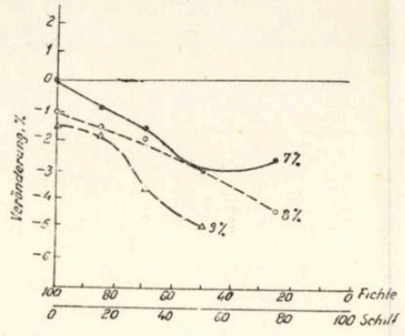


Abb. 15. — Prozentuellen Abnahmen der Glätte, 25 Tage nach der Herstellung, bei Papieren, die unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoff erhalten und bei 7; 8 und 9% Feuchtigkeit kalandriert wurden.

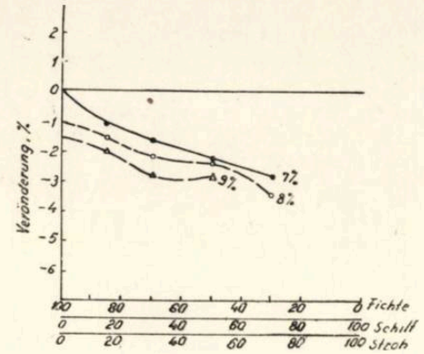


Abb. 16. — Prozentuellen Abnahmen der Glätte, 25 Tage nach der Herstellung, bei Papieren, die unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoff erhalten und bei 7; 8 und 9% Feuchtigkeit kalandriert wurden.

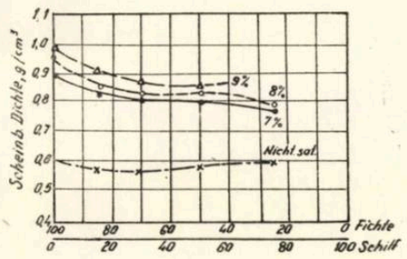


Abb. 17. — Scheinbare Dichte von Papieren, die unter Zusatz von Schilfzellstoff erhalten worden waren.

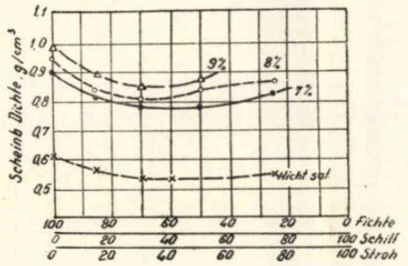


Abb. 18. — Scheinbare Dichte von Papieren, die unter gleichzeitigen von gleichen Teilen Schilf- und Strohzellstoff erhalten wurden.

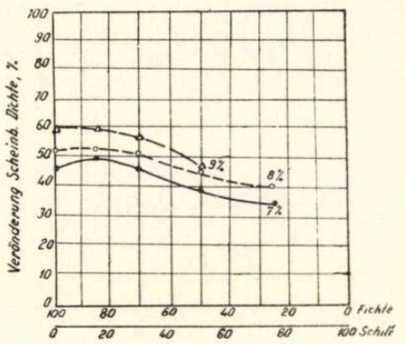


Abb. 19. — Abhängigkeit der scheinbaren Dichte von Papieren, die unter Zusatz von Schilfzellstoff erhalten worden waren, von Satinierung bei 7; 8 und 9% Feuchtigkeit, gegenüber einer Vergleichsprobe.

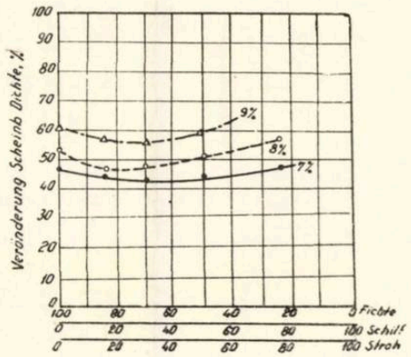


Abb. 20. — Abhängigkeit der scheinbaren Dichte von Papieren, die unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoff erhalten worden waren, von Satinierung bei 7; 8 und 9% Feuchtigkeit, gegenüber von Papieren, die zu 100% Fichtenzellstoff erhalten wurden.

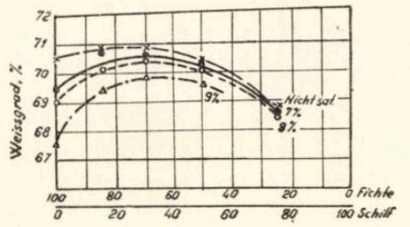


Abb. 21. — Weissgrad von Papieren, die unter Zusatz von Schilf erhalten wurden, unsatiniert und bei 7; 8 und 9% Feuchtigkeit satiniert.

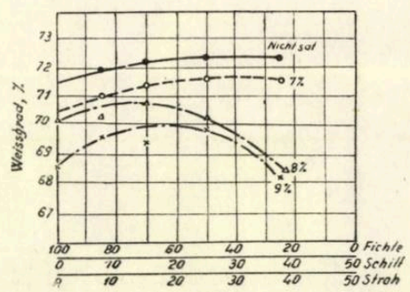


Abb. 22. — Weissgrad von Papieren, die unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoff erhalten worden waren, unsatiniert und bei 7; 8 und 9% Feuchtigkeit satiniert.

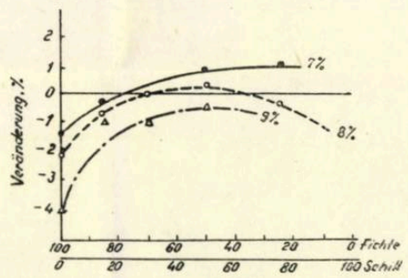


Abb. 23. — Prozentuelle Veränderung der Glätte von Papieren, die unter Zusatz von Schilfzellstoff hergestellt worden waren, gegenüber einem Vergleichspapier.

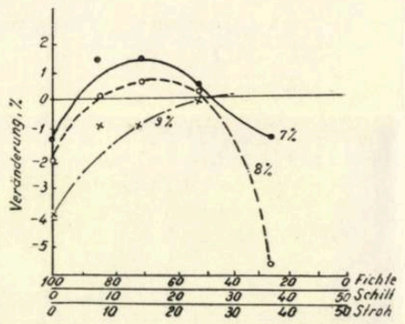


Abb. 24. — Prozentuelle Veränderung der Glätte von Papieren, die unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoff erhalten worden waren, gegenüber einer Vergleichsprobe.

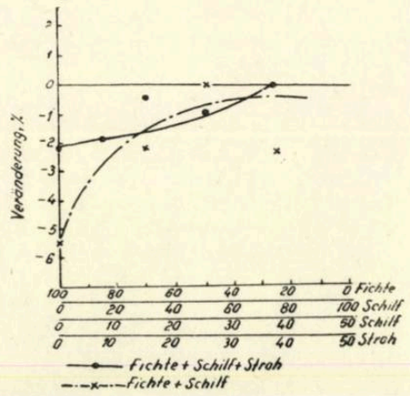


Abb. 25. — Prozentuelle Veränderung des Leimungsgrades infolge der Satinierung, gegenüber einer Vergleichsprobe.

So kann Velinpapier von 63 g/m², mit 50% Zellstoff aus einjährigen Pflanzen, mit bleibender Glätte, die den geltenden staatlichen Standardnormen entspricht erhalten werden, wenn man bei einer Feuchtigkeit von 9% kalandriert.

Die scheinbare Dichte der unter Zusatz von Schilfzellstoff erhaltenen, satinierten Papiere, kann auf Abb. 17, jener aus Schilf und Stroh auf Abb. 18 eingesehen werden.

Es erhalt daraus, dass, gleichzeitig mit dem Amwachsen der Feuchtigkeit beim Kalandern, die scheinbare Dichte der Papiere progressiv ansteigt, fast unabhängig von der Zusammensetzung der Fasern. Die Erzeugnisse werden massiger mit dem Ansteigen des Schilfgehaltes und bleiben praktisch unverändert oder werden etwas dichter im Bereiche gleichzeitiger Zusätze von 15...75% Schilf- und Strohzellstoffe.

Die Veränderung der scheinbaren Dichte von Papieren gegenüber einer Vergleichsprobe kann auf dem Schaubild auf Abb. 21 und 22 beobachtet werden.

Die vorgelegten Angaben veranschaulichen die Tatsache dass der Weissgrad aller Papiere beim Kalandern beeinträchtigt wird. Die negative Wirkung wächst fortgesetzt mit der Feuchtigkeit beim Kalandern. Vergleichsweise (Abb. 23 und 24) erfahren die Papiere mit Schilfzellstoff grössere Verringerungen des Weissgrades als die Vergleichsproben; die aus ternären Gemengen erhaltenen, verzeichnen jedoch gleichartige Verringerungen; bei der Satinierung bei höhern Feuchtigkeitsgraden (8...9%) ist die Wirkung etwas grösser als im Falle von Papier, welches nur aus Fichtenzellstoff hergestellt wurde.

Der Einfluss der Satinierung auf die Leimung ist schliesslich auf Abb. 25 dargestellt. Aus dem Schaubild kann geschlossen werden dass das Absinken des Verleimungsgrades infolge der Satinierung nicht grösser ist bei den unter Zusatz von Zellstoff aus einjährigen Pflanzen erhaltenen Papieren; die negative Wirkung ist in diesem Fall im Gegenteil weniger merkbar.

Zusammenfassend behält man aus dem Studium der Satinierung von unter Zusatz von Schilf- und Strohzellstoff erzeugten Papiere folgendes zurück:

a) Die Satinierung bei höhern Feuchtigkeitsgraden ist güngstig; es empfiehlt sich sie unterhalb der Feuchtigkeitsgrenze auszuführen, bei welcher die Kristallisierung und ein Abfallen des Weissgrades des Papieres bemerkbar machen.

b) Der Weissgrad und der Verleimungsgrad sind im allgemeinen weniger beeinträchtigt bei Papieren, welche unter Zusatz von Zellstoff aus einjährigen Pflanzen hergestellt wurden, als bei solchen, die nur aus Fichtenzellstoff erhalten wurden.

5. Schlussfolgerungen

Aus den vorgelegten Ergebnissen schliesst man dass die Verwendung der Zellstoffe aus einjährigen Pflanzen (Schilf und Stroh) bei der Papiererzeugung unter Substitution von Fichtenzellstoff vollkommen ist, ohne dass dadurch die wichtigsten Kennziffern verschlechtert werden.

Die Zellstoffe aus einjährigen Pflanzen können beim zufügen Werte von 80% erreichen, was von der Papiersorte abhängt; bei Zusätzen von 30...50%, wobei die faserigen Zwischenprodukte getrennt ausgemahlen werden und eine entsprechende Arbeitsweise auf der Erzeugungsmaschine beobachtet wird, sowie bei der Fertigstellung, können Papiererzeugnisse erhalten werden, deren Kennziffern denen, die mit 100% Fichtenzellstoff erhalten werden, überlegen sind.

In der vorliegenden Arbeit haben wir die Beiträge vorgelegt, die wir bei Studium der Vorgänge bei der Mahlung, beim Leimen und beim Satinieren von Papieren geleistet haben.

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Papier, Zellstoff
und Kunstfasern

LITERATURVERZEICHNIS

1. * * * *Plante anuale pentru industria textilă.* I. D. T., Buc., 1954.
2. Michaud J., Celuloză şi Hîrtie, 1960, *7*, p. 219.
3. Wultsch F., Das Papier, 1960, *7*, S. 283.
4. Vámos G., Celuloză şi hîrtie, 1961, *9*, p. 309.
5. Iliescu Gh., Celuloză şi Hîrtie, 1960, *7*, p. 229.
6. Simionescu Cr., Diaconescu V., Poppel E., Asandei N., Rozmarin Gh., Obrocea P., Zellstoff u. Papier, 1963, *11*, S. 327.
7. Jayme G., Arledter H., Das Papier, 1959, *7*, S. 9.
8. Simionescu Cr., Poppel E., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 227.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ ИЗ ТРОСТНИКА И СОЛОМЫ В ПРОИЗВОДСТВЕ БУМАГИ

(Резюме)

Устанавливается оптимальный режим размола целлюлоз из ели, тростника и соломы, и необходимые пропорции для раздельного размола с целью получения бумаг с повышенными физико-механическими показателями, а также влияние добавок целлюлозы из тростника и соломы в смеси с еловой, на процессы проклеивания и каландрирования.

Отливались, в лабораторных условиях, листы бумаги из композиций еловой целлюлозы (степень помола 14°...41°ШР) и целлюлоз из тростника и соломы (в равных частях) со степенью помола 23°...71°ШР при постепенном замещении еловой последними, в пропорции 15; 30; 50 и 80 %. Изучение физико-механических показателей привело к следующим результатам:

а) Максимальная разрывная длина бумаг получена для композиции состава 70 % еловой целлюлозы со степенью помола 20°ШР и 30 % целлюлоз из однолетних растений (тростника и соломы) со степенью помола 71°ШР, превышая на 23 % показатель контрольной пробы (100 % еловой целлюлозы). При данной композиции разрывная длина остается неизменно большей по сравнению с контролем, даже при процентном содержании целлюлоз из однолетних растений до 80 %.

б) Максимальное число двойных перегибов получено в случае композиции, содержащей 85 % целлюлозы из ели со степенью помола 40°ШР и 15 % целлюлозы из однолетних растений с помолом 71°ШР.

Влияние добавок в композиции целлюлоз из однолетних растений наблюдалось при постепенном замещении еловой целлюлозы целлюлозой из тростника и соответственно целлюлозой из соломы, а также при замещении еловой целлюлозы смесью (в равных частях) целлюлоз из однолетних растений.

Оценка гидрофобизации каждой целлюлозы в отдельности проводилась путем определения изменений относительной степени проклеивания по Яйме в зависимости

от количества коагулирующего электролита $Al(SO_4)_3$ при постоянном содержании клея (3 % канифольного клея Бевоид).

Анализ последних данных показал, что:

а) При постоянном количестве электролита степень проклейки массы возрастает в порядке тростник-солома-ель.

б) Различия в степени проклеивания трех целлюлоз оказались большими в области добавок 1,5 до 3 % сернокислого алюминия. Такое поведение можно отнести за счет электрокинетического потенциала трех различных целлюлоз, а следовательно, различной степени лабильности коллоидной системы.

в) При 5 %-ной добавки $Al_2(SO_4)_3$, (pH = 4,4), т. е. в условиях классического метода проклейки в кислой среде при постоянном количестве клея степень проклейки трех типов целлюлоз остается, практически, постоянной.

Поведение данных сортов бумаги, содержащих 15; 30; 50 и 75 % целлюлозы из тростника и, соответственно, такие же соотношения смеси целлюлоз из тростника и соломы (в равных частях) в процессе каландрирования наблюдались в заводских условиях путем определения гладкости, степени белизны и объемного веса бумажного полотна при 7; 8 и 9 % влажности до и после каландрирования. Отмечается, что:

а) При повышенном содержании влажности в бумажном полотне наблюдается пластифицирующий эффект воды на волокно однолетних растений, в частности, в случае тростника, а следовательно, завышенная гладкость.

б) Объемный вес бумаги возрастает прогрессивно с возрастанием влажности при каландрировании, почти независимо от композиции волокнистого материала.

в) Степень белизны мало изменяется в процессе каландрирования под влиянием добавок целлюлозы из однолетних растений по сравнению с контролем.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Зависимость длины разрыва от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 14,5°ШР.

Рис. 2. — Зависимость длины разрыва от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 20°ШР.

Рис. 3. — Зависимость длины разрыва от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 38°ШР.

Рис. 4. — Зависимость числа двойных перегибов от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 14,5°ШР.

Рис. 5. — Зависимость числа двойных перегибов от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 20°ШР.

Рис. 6. — Зависимость числа двойных перегибов от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 38°ШР.

Рис. 7. — Зависимость сопротивления к продавливанию от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 14,5°ШР.

Рис. 8. — Зависимость сопротивления к продавливанию от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 20°ШР.

Рис. 9. — Зависимость сопротивления к продавливанию от добавок целлюлозы из однолетних растений; еловая целлюлоза размолота при 38°ШР.

Рис. 10. — Влияние добавок целлюлоз из тростника и соломы на степень проклейки бумаг.

Рис. 11. — Зависимость степени проклеивания целлюлоз из ели, тростника и соломы от добавки сернокислого алюминия.

Рис. 12. — Влияние добавок целлюлозы из однолетних растений на степень проклеивания бумаг (заводские испытания).

Рис. 13. — Гладкость бумаг, полученных с добавкой тростниковой целлюлозы, при различных значениях влажности.

Рис. 14. — Гладкость бумаг отлитых с добавкой целлюлоз из тростника и соломы, при различных значениях влажности.

Рис. 15. — Процентное падение гладкости бумаг полученных с добавками целлюлозы из тростника и каландрированных при 7; 8 и 9 %-ной влажности. Испытания проведены на 25-й день после отливки.

Рис. 16. — Процентное падение гладкости бумаг, полученных с добавкой целлюлоз из тростника и соломы и каландрированных при 7; 8 и 9 %-й влажности. Испытания проведены на 25-й день после отливки.

Рис. 17. — Удельный вес бумаг отлитых с добавками тростниковой целлюлозы.

Рис. 18. — Удельный вес бумаг отлитых с добавками равных частей целлюлоз из тростника и соломы.

Рис. 19. — Изменение удельного веса бумаг, полученных с добавками тростниковой целлюлозы в зависимости от гладкости при 7; 8 и 9 %-й влажности по сравнению с контролем (100 %-я еловая целлюлоза).

Рис. 20. — Изменение удельного веса бумаг, отлитых с добавками целлюлоз из тростника и соломы, в зависимости от гладкости при 7; 8 и 9%-й влажности по сравнению с контролем.

Рис. 21. — Степень белизны бумаг, отлитых с добавками целлюлозы из тростника, каландрированных и некаландрированных при 7; 8 и 9 %-й влажности.

Рис. 22. — Степень белизны бумаг, отлитых с добавками целлюлоз из тростника и соломы, каландрированных и некаландрированных при 7; 8 и 9 %-й влажности.

Рис. 23. — Процентное изменение гладкости бумаг, изготовленных с добавками целлюлозы из тростника, по сравнению с контролем.

Рис. 24. — Процентное изменение гладкости бумаг, отлитых с добавками целлюлоз из тростника и соломы, по сравнению с контролем.

Рис. 25. — Процентное изменение степени проклеивания в зависимости от гладкости для бумаг, отлитых с добавками целлюлозы из однолетних растений, по сравнению с контролем.

ASUPRA UNOR PROBLEME ALE UTILIZĂRII CELULOZELOR DIN STUF ŞI PAIE ÎN FABRICAREA HÎRTIEI

(Rezumat)

Se urmăreşte stabilirea gradului optim de măcinare a celulozei din molid şi a celor din stuf şi paie, proporţiile necesare în cazul măcinării separate pentru obţinerea de hîrtii cu însuşiri fizico-mecanice ridicate, precum şi influenţa adausului de celuloze din sulf şi paie asupra procesului de încleiere şi satinare.

Hîrtiile obţinute în laborator din amestec de celuloză de molid cu un grad de măcinare cuprins între 14° şi 41°SR şi celuloze din stuf şi paie cu 23° pînă la 71°SR în proporţie de 15; 30; 50 şi 80% au fost analizate şi s-a constatat că:

a) Lungimea de rupere maximă rezultă în cazul hîrtiilor obţinute din amestecul cu 70% celuloză din molid cu 20°SR şi 30% celuloze din stuf şi paie cu 71°SR, depăşind cu 23% valoarea corespunzătoare a probei martor (100% celuloză din molid). În cazul acestui amestec lungimea de rupere este mai mare ca cea a probei martor chiar cînd proporţia de celuloze din stuf şi paie ajunge la 80%.

b) Numărul maxim de duble îndoituri se obţine în cazul amestecului cu 85% celuloză din molid cu 40°SR şi 15% celuloze din stuf şi paie cu 71°SR.

Influenţa adausului de celuloze din plante anuale asupra gradului de încleiere a hîrtiilor s-a urmărit prin substituirea progresivă a celulozei din molid cu celuloză din stuf, respectiv cu celuloză din paie, precum şi cu ambele celuloze folosite simultan în părţi egale.

Aprecierea comportării la hidrofobizare a fiecărei celuloze în parte s-a realizat prin determinarea variaţiei gradului relativ de încleiere J a y m e în funcţie de cantitatea de electrolit coagulant (sulfat de aluminiu), la un adaus constant de 3% clei de colofoniu tip Bewoid. Din datele obţinute rezultă că:

a) La acelaşi adaus de electrolit coagulant, gradul de încleiere al semipastelor creşte în ordinea stuf-paie-molid.

b) Diferenţe mai mari între gradele de încleiere ale celor trei semipaste sînt remarcate în domeniul unui adaus de 1,5...3% sulfat de aluminiu. Această comportare poate fi pusă pe seama potenţialului electrocinetic diferit al celor trei tipuri de celuloze şi deci a unei capacităţi diferite de instabilizare a sistemului.

c) La 5% sulfat de aluminiu (pH = 4,4) — în condiţiile încleierii clasice, acide, şi la aceeaşi proporţie de clei — gradul de încleiere al celor trei tipuri de celuloze devine practic acelaşi.

Comportarea în procesul de satinare a hîrtiilor obţinute cu un adaus de 15; 30; 50 şi 75% celuloze din stuf, respectiv stuf şi paie în părţi egale, s-a urmărit prin deter-

minarea netezimii, a gradului de alb şi a densităţii aparente la o umiditate de 7 ; 8 şi 9% apă în banda de hîrtie înainte de calandrare. Din datele obţinute rezultă că:

a) Un conţinut mai ridicat de apă în banda de hîrtie are un efect de plastifiere asupra fibrelor din plante anuale, în special în cazul celor din stuf, şi ca urmare o creştere a netezimii.

b) O dată cu creşterea umidităţii la calandrare, densitatea aparentă a hîrtiilor creşte progresiv, aproape independent de compoziţia fibroasă.

c) Gradul de alb este mai puţin afectat de calandrare decît la hîrtiile obţinute numai din celuloză de molid.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Dependenţa lungimii de rupere în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 14,5°SR.

Fig. 2. — Dependenţa lungimii de rupere în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 20°SR.

Fig. 3. — Dependenţa lungimii de rupere în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 38°SR.

Fig. 4. — Dependenţa numărului de duble îndoituri în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 14,5°SR.

Fig. 5. — Dependenţa numărului de duble îndoituri în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 20°SR.

Fig. 6. — Dependenţa numărului de duble îndoituri în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 38°SR.

Fig. 7. — Dependenţa rezistenţei la plesnire în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 14,5°SR.

Fig. 8. — Dependenţa rezistenţei la plesnire în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 20°SR.

Fig. 9. — Dependenţa rezistenţei la plesnire în funcţie de adausul de celuloze din plante anuale ; celuloza din molid măcinată la 38°SR.

Fig. 10. — Influenţa adausurilor de celuloze din stuf şi paie asupra gradului de încleiere a hîrtiei.

Fig. 11. — Dependenţa gradului de încleiere a celulozelor din molid, stuf şi paie în funcţie de adausul de sulfat de aluminiu.

Fig. 12. — Influenţa adausului de celuloze din plante anuale asupra gradului de încleiere a hîrtiilor (probe industriale).

Fig. 13. — Netezimea la diferite umidităţi a hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloză din stuf.

Fig. 14. — Netezimea la diferite umidităţi a hîrtiilor obţinute cu adausuri de celuloze din stuf şi paie.

Fig. 15. — Scăderea procentuală a netezimii, la 25 zile după fabricaţie, a hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloză din stuf, calandrate la umidităţi de 7 ; 8 şi 9%.

Fig. 16. — Scăderea procentuală a netezimii, la 25 zile după fabricaţie, a hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloze din stuf şi paie, calandrate la umidităţi de 7 ; 8 şi 9%.

Fig. 17. — Densitatea aparentă a hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloză din stuf.

Fig. 18. — Densitatea aparentă a hîrtiilor obţinute cu adaus în părţi egale de celuloze din stuf şi paie.

Fig. 19. — Variaţia densităţii aparente a hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloză din stuf, în funcţie de satinare, la umidităţi de 7; 8 şi 9 %, comparativ cu o probă martor.

Fig. 20. — Variaţia densităţii aparente a hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloze din stuf şi paie, în funcţie de satinare, la umidităţi de 7; 8 şi 9%, comparativ cu o hîrtie obţinută din celuloză din molid 100%.

Fig. 21. — Gradul de alb al hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloză din stuf, nesatinate şi satinate, la umidităţi de 7; 8 şi 9%.

Fig. 22. — Gradul de alb al hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloze din stuf şi paie, nesatinate şi satinate, la umidităţi de 7; 8 şi 9%.

Fig. 23. — Variaţia procentuală a netezimii hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloză din stuf, comparativ cu proba martor.

Fig. 24. — Variaţia procentuală a netezimii hîrtiilor obţinute cu adaus de celuloze din stuf şi paie, comparativ cu proba martor.

Fig. 25. — Variaţia procentuală a gradului de încleiere datorită satinării, comparativ cu proba martor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 661.734.2

STUDIUL PARAMETRILOR TEHNOLOGICI DE OBŢINERE A ENOTANINULUI DIN SEMINŢELE DE STRUGURI

DE

GH. CHIRIŢĂ, MARIA MANCIU, AGLAIA CHIRIŢĂ, ELISABETA BOŢI
şi C. ŢÎRDEA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

I. Introducere

Într-o lucrare anterioară s-au studiat posibilităţile de valorificare a seminţelor de struguri pentru a obţine enotaninul necesar în tehnologia vinificaţiei [1].

Astăzi, la noi în ţară, în vinificaţie se utilizează taninuri din import sau diferite extracte tanante folosite şi în industria pielăriei, care nu sînt cele mai indicate pentru o bună calitate a vinului.

În literatura de specialitate nu există suficiente date pe baza cărora să se adopte o tehnologie de obţinere a enotaninului pe cale industrială, toate datele referitoare la această problemă fiind brevetate.

În ţara noastră au existat preocupări în această direcţie la Institutul de cercetări alimentare, Bucureşti, şi la staţia experimentală hortiviticolă, Drăgăşani.

În prezenta lucrare ne-am propus să aducem o contribuţie la studiul condiţiilor optime de obţinere a enotaninului din seminţele de struguri. În acest scop am studiat în laborator: a) influenţa solventului asupra extracţiei enotaninului, b) stabilirea temperaturii optime de extracţie, c) stabilirea duratei optime de extracţie, d) influenţa mărunţirii şi degresării seminţelor de struguri asupra extracţiei enotaninului.

S-a trecut apoi la încercări pe staţia pilot (folosind ca solvent apa) pentru a stabili parametrii optimi de extracţie ca: a) timpul optim de difuzie, b) coeficientul de flotă, c) coeficientul de scurgere, d) gradul de epuizare a seminţelor de struguri, e) determinarea numărului de tratări.

S-au întreprins apoi încercări de limpezire a vinurilor cu enotanin obţinut în staţia pilot prin extracţia cu apă şi în laborator, prin extracţie cu soluţii alcoolice.

II. Studiul extracției enotaninului din semințe de struguri în faza de laborator

1. Influența solventului asupra extracției enotaninului

Enotaninul este solubil în apă, în alcool, în acetonă etc.

Diferiți cercetători s-au ocupat de extragerea enotaninului cu diverși solvenți sau cu amestecuri de solvenți, în scopul de a mări randamentul în tanin extras și de a obține un extract cu o puritate cît mai mare.

Unii cercetători susțin că extracția enotaninului se efectuează în cele mai bune condiții cu ajutorul apei [2]...[4], cu toate că soluțiile obținute sînt diluate și bogate în componenți străini.

Alți cercetători sînt de părere că taninul cel mai pur s-a obținut utilizînd în loc de apă, alcool de densitate ridicată, dar, în acest caz, o mare cantitate de tanin se transformă în flobafene [2], [5], [6].

În lucrarea de față am studiat extracția cu apă, cu alcool și apă, cu acetonă și cu acetonă și apă.

Acetona prezintă avantajul că la extracția taninului se poate lucra pe semințe nedegresate, uleiul și taninul extrăgîndu-se concomitent.

Încercările de extracție cu acetonă sau cu acetonă și apă au fost abandonate, întrucît randamentul în tanin extras este redus iar separarea uleiului de enotanin ar necesita instalații speciale. În consecință am studiat extracția cu apă, cu alcool și cu apă și alcool.

Extracția taninului din semințe măcinate și degresate s-a realizat pe cîte o cantitate de 10 g, în extractoare Koch, timp de 2 ore, extrăgîndu-se 1 l de soluție. Extracția s-a efectuat în prima oră la temperatura de 50°C și în a doua oră la 75°C. Din soluția obținută s-au determinat substanțele tanante după metoda colorimetrică a lui A. V. Korotkievici [7], cu fotocolorimetrul sovietic F. M.

La toate extracțiile întreprinse în laborator s-a folosit același material, mărunțit și degresat, și s-au aplicat aceleași condiții de extracție și de analiză descrise mai sus. Toate rezultatele sînt calculate la 100 g semințe cu 0% umiditate.

La extracția cu apă și alcool s-au folosit soluții cu următoarele concentrații în alcool: 10%, 25%, 40%, 50%, 75% și 96%.

Tabelul 1

Influența solventului asupra extracției enotaninului

Solventul	Apă	Alcool etilic de 96%	Soluții alcoolice, concentrația în alcool etilic %				
			10	25	40	50	75
Tanin (%)	2,82	3,05	3,70	4,60	4,57	4,25	4,09

Soluțiile obținute la extracția taninului sînt clare cînd se lucrează cu soluții de 96%, 75%, 50% și 40% alcool. La concentrații în alcool mai reduse soluțiile rezultate la extracție devin opalescente pînă la

opalescența soluției obținute prin extracția cu apă. Prin centrifugare la 6 000 rot/min, timp de 10 min, aceste soluții opalescente devin complet clare. Rezultatele determinărilor sînt date în tabelul 1.

Examinînd datele analitice consemnate în tabelul 1 se constată că prin extracție cu alcool de 96% se obține o cantitate mai mare de tanin decît prin extracție simplă cu apă.

Cantitatea de tanin extras crește cu diluarea soluției în alcool pînă la o concentrație optimă de 25% alcool. Cantitatea de tanin extrasă cu alcool de 25% este probabil mai mare decît în cazul soluției de 96% alcool, datorită faptului că soluțiile concentrate de alcool au tendința de a insolubiliza parțial taninurile catehinice, transformîndu-le în flobafene [2].

2. Influența temperaturii de extracție

Pentru a stabili temperatura optimă de extracție, s-a variat temperatura atît în cazul extracției cu apă cît și în cazul extracției cu soluții alcoolice de 25%, 50% și 75%. S-au efectuat extracții începînd cu temperatura de 30°C, pînă la temperatura de fierbere a soluțiilor. Rezultatele analitice sînt date în fig. 1 și tabelul 2.

Tabelul 2 *)

Temperatura de extracție

Solventul folosit la extracție	Temperatura °C									
	30	40	50	60	70	75	80	85	90	100
Apă	0,80	1,28	2,58	2,94	2,73	—	3,36	—	3,48	2,94
Soluție de 25% alcool	3,25	3,58	3,94	4,00	—	4,60	—	4,55	—	—
Soluție de 50% alcool	—	—	3,59	3,73	4,61	4,25	4,21	—	—	—
Soluție de 75% alcool	—	—	3,12	3,59	4,20	4,09	—	—	—	—

*) Datele din tabel reprezintă tanin extras din 100 g semințe de struguri cu 0% umiditate.

Din tabelul 2 și fig. 1 rezultă că temperatura optimă de extracție variază de la 90°C, în cazul extracției cu apă, pînă la 70°C, în cazul extracției cu soluții de 50% și 75% alcool.

Pe măsura creșterii concentrației în alcool, temperatura optimă de extracție scade pînă la concentrația de 50% alcool, cînd temperatura optimă rămîne constantă cu creșterea concentrației în alcool.

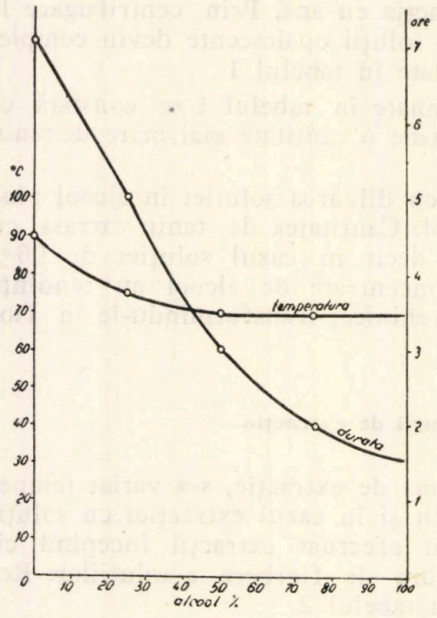


Fig. 1. — Variația temperaturii optime și a duratei optime de extracție funcție de concentrația în alcool a soluției de extracție.

3. Influența duratei de extracție

Pentru a determina durata optimă de extracție a taninului din seminţele de struguri, s-au efectuat extracții la temperatura optimă găsită pentru fiecare concentrație

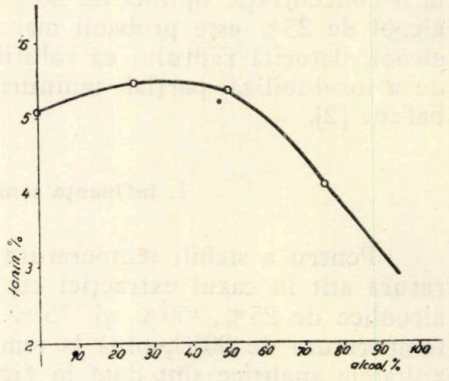


Fig. 2. — Variația conținutului în tanin extras funcție de concentrația în alcool a soluțiilor de extracție.

în alcool a soluțiilor, variindu-se durata de extracție de la 2 ore, la 3; 4; 5; 6 și 7 ore. Rezultatele obținute la analiza soluțiilor respective sînt date în tabelul 3.

Tabelul 3 *)

Durata de extracție

Solventul folosit la extracție	Durata ore					
	2	3	4	5	6	7
Apă	3,48	4,10	4,36	4,37	5,03	5,06
Soluție de 25% alcool	4,60	4,86	5,27	5,43	5,32	—
Soluție de 50% alcool	4,25	5,32	5,30	4,61	—	—
Soluție de 75% alcool	4,09	3,99	3,99	3,99	—	—

*) Datele din tabel reprezintă tanin extras din 100 g seminţe de struguri cu 0 % umiditate.

După cum se constată din datele tabelului 3 și fig. 1, durata de extracție scade o dată cu creșterea concentrației în alcool, ajungînd de la 7 ore, în cazul extracției cu apă, la 2 ore în cazul extracției cu soluții de 75% alcool.

Analizînd rezultatele obținute la temperatura și durata optimă de extracție, funcție de concentrația soluțiilor în alcool, așa după cum re-

zultă din fig. 2, taninul extras creşte cu concentraţia soluţiilor în alcool, pînă la concentraţia de 25%, ca apoi să scadă cu creşterea concentraţiei soluţiilor în alcool.

4. Influenţa mărunţirii şi degresării seminţelor

Pentru a verifica rezultatele obţinute privind influenţa mărunţirii şi a degresării asupra randamentului în tanin extras, ce a fost dovedită în cazul extracţiei cu soluţii alcoolice [1], s-a cercetat modul în care influenţează mărunţirea şi degresarea seminţelor de struguri, în cazul extracţiei cu apă.

S-a constatat, ca şi în cazul extracţiei cu soluţii alcoolice, că mărunţirea şi degresarea seminţelor de struguri duce la mărirea randamentului de tanin extras, într-o proporţie şi mai accentuată. Astfel, seminţele nedegresate şi nemărunţite, supuse extracţiei, au dat un conţinut în tanin de 1,69%, ar după mărunţire, de 2,81% tanin, adică cu 66% mai mult. După mărunţire şi degresare s-a obţinut 3,51% tanin, ceea ce reprezintă cu 25% mai mult tanin extras faţă de seminţele mărunţite şi nedegresate şi 108% mai mult tanin extras faţă de seminţele nemărunţite şi nedegresate.

În concluzie, pentru a realiza o epuizare cît mai avansată a taninului din seminţele de struguri este necesar ca acestea să fie mărunţite şi degresate în prealabil.

III. Studiul extracţiei enotaninului din seminţele de struguri în fază pilot

În § II s-a determinat temperatura şi durata optimă de extracţie şi s-a studiat influenţa mărunţirii şi degresării seminţelor de struguri asupra randamentului în tanin extras.

În scopul determinării celorlalţi parametri tehnologici de extracţie a enotaninului din seminţele de struguri, s-au efectuat o serie de încercări în fază pilot, pe o baterie de extracţie din cupru, cu opt difuzoare închise, prevăzute cu preîncălzitoare individuale, cu pompe de recirculare a soluţiei în timpul procesului de difuzie şi de transvazare a zemurilor de extracţie dintr-un difuzor în altul. Capacitatea unui difuzor este de 10 l. Fiecare difuzor este prevăzut cu termometru, manometru şi este racordat la o instalaţie de vid şi presiune.

Au fost supuse extracţiei seminţele de struguri măcinate şi nedegresate, cu un conţinut în tanin de 2,32% raport la 100 g substanţă uscată.

Temperatura de extracţie a fost de 55°...60°C în difuzorul cu materialul cel mai proaspăt, crescînd treptat pînă la 85°...90°C în difuzorul cu materialul cel mai epuizat.

Într-un ciclu complet de extracţie s-au realizat 15 tratări, durata unei tratări fiind de 40 min.

În staţia pilot s-au cercetat următorii parametri: a) coeficientul de flotă, b) durata de difuzie, c) variaţia concentraţiei în tanin a zemurilor din difuzoare şi d) gradul de epuizare a materialului.

1. Influența coeficientului de flotă asupra randamentului în tanin extras

Semințele de struguri au un conținut în enotanin de 5...8%, în medie. Din practica extracției taninului necesar industriei de pielărie, s-a dovedit satisfăcător coeficientul de flotă de 2...3 pentru materialele tanante ce au un conținut similar de tanin.

În lucrarea de față am experimentat doi coeficienți de flotă, anume: 1,5 și 2,5. Datele obținute în acest caz referitoare la coeficientul de scurgere și densitatea zemurilor rezultate sînt redate în tabelul 4.

Tabelul 4

Coeficientul de scurgere și densitatea zemurilor rezultate

Flotă %	Coeficient de scurgere %	Densitatea zemurilor rezultate g/cm³
150	1,35...1,40	1,015...1,017
250	2,1 ...2,20	1,011...1,012

2. Stabilirea duratei de difuzie

Durata sau timpul de difuzie reprezintă timpul necesar pentru a se ajunge la echilibru între concentrația în tanin a materialului și cea a solventului.

Durata de difuzie a fost studiată pentru doi coeficienți de flotă diferiți și anume: 1,5 și 2,5.

Pentru a stabili durata optimă de difuzie s-au luat probe de zeamă de extracție din diferite difuzoare, din 10 în 10 min. Prima probă a fost luată după 20 min de difuzie, iar ultima probă după 50 min de difuzie. S-a determinat apoi colorimetric conținutul în tanin al soluțiilor, rezultatele înscriindu-se în tabelele 5 și 6.

Tabelul 5 *)

Variația conținutului în tanin funcție de durata de difuzie. Coeficientul de flotă 1,5

Durata de difuzie min	Numărul difuzorului			
	I	*III*	*VI*	*VIII*
20	0,45	0,92	2,92	4,86
30	0,48	0,95	3,17	4,88
40	0,52	0,96	3,17	5,18
50	0,53	0,97	3,10	5,16

*) Taninul este exprimat în g/l soluție de extracție.

Tabelul 6 *)

Variația conținutului în tanin funcție de durata de difuzie. Coeficientul de flotă 2,5

Durata de difuzie min	Numărul difuzorului			
	I	*III*	*VI*	*VIII*
20	0,21	0,60	1,56	3,61
30	0,23	0,62	1,76	3,91
40	0,25	0,68	1,86	4,20
50	0,26	0,68	1,84	4,20

*) Taninul este exprimat în g/l soluție de extracție.

Din aceste tabele rezultă că pentru semințele de struguri este necesară o durată de difuzie de 40 min, deoarece peste această durată nu mai crește conținutul în tanin al zemurilor.

3. Variația concentrației în tanin a zemurilor din difuzoare și gradul de epuizare a materialului

S-a urmărit variația conținutului în tanin a zemurilor de extracție și epuizarea semințelor de struguri din difuzoarele bateriei de extracție, funcție de coeficientul de flotă.

În acest scop, în timpul funcționării bateriei de extracție s-au recoltat la sfîrșitul unei perioade de difuzie (de recirculare a zemurilor) probe de zemuri și de material supus extracției din fiecare difuzor, determinîndu-se în ambele serii de probe, conținutul în tanin. Conținutul în tanin din zemurile de extracție s-a determinat direct prin metoda colorimetrică a lui A. V. Korotkievici (*op. cit.*), exprimîndu-se în g tanin/l. Pentru determinarea taninului din semințele de struguri s-a aplicat metoda extracției în baterie Koch, conform metodelor prevăzute în STAS [8] după care soluțiile analitice au fost colorimetrate prin metoda Korotkievici.

Rezultatele analitice sînt înscrise în tabelele 7 și 8.

Tabelul 7

Variația conținutului în tanin al zemurilor de extracție și al semințelor de struguri în bateria de difuzie. Coeficientul de flotă 1,5

Numărul difuzorului	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*
Conținutul în tanin al zemii de extracție (g/l)	0,54	0,59	1,01	1,50	1,83	2,87	3,64	5,12
Conținutul în tanin al epuizatului (g tanin la 100 g epuizat cu 0 % umiditate)	0,34	0,51	0,69	—	—	1,36	—	2,07

Tabelul 8

Variația conținutului în tanin al zemurilor de extracție și al semințelor de struguri în bateria de difuzie. Coeficientul de flotă 2,5

Numărul difuzorului	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*
Conținutul în tanin al zemii de extracție (g/l)	0,18	0,51	0,67	0,92	1,28	1,83	2,76	4,15
Conținutul în tanin al epuizatului (g tanin la 100 g epuizat cu 0 % umiditate)	0,34	0,49	0,52	0,67	1,15	1,28	1,36	2,01

Analizînd datele din tabelele 7 și 8 se observă că mărirea flotei duce la o epuizare mai avansată a semințelor de struguri, obținîndu-se zemuri mai diluate. Pentru o extracție economică a enotaninului pot fi folosite flote în limitele celor exprimate de noi.

Analizînd conținutul în tanin al epuizatelor rezultă că semințele de struguri din difuzoarele cele mai epuizate (difuzoarele *I* și *II*) au un conținut scăzut în tanin.

De aceea, fără a produce pierderi importante în tanin, ar fi posibil să se efectueze mai puțin de 15 tratări, așa cum am procedat în încercările întreprinse.

Extractul de enotanin obținut din semințele de struguri în bateria de extracție a fost concentrat; apoi, pentru că alături de tanin conține și o serie de alte substanțe, care formează, în timp un sediment bogat, a fost supus purificării cu alcool de 75% și 96%, obținîndu-se un enotanin cu puritate ridicată.

Pentru a obține un randament mai ridicat în tanin prin purificare este suficient să se utilizeze alcool de 75% pentru a evita transformarea unei părți de tanin în flobafene.

Cu soluții mai diluate în alcool (de exemplu de 50% alcool) se obțin soluții tulburi. Încercările de purificare efectuate au fost orientative urmînd ca ulterior să se elucideze cu precizie această problemă.

IV. Comportarea enotaninului obținut, la clarificarea vinurilor

Enotaninul este utilizat pe scară largă în tehnologia vinificației la operația de limpezire a vinurilor cu ajutorul coloizilor hidrofili. Enotaninul din vin, ca și cel adăugat, are rolul de a transforma coloizii hidrofili în hidrofobi (tanați de albumină), care sub această formă floculează și se depun, realizînd limpezirea vinului.

În prezent enotaninurile utilizate în industria vinurilor din țara noastră sînt importate. Pentru stabilirea eficacității extractelor de enotanin, obținute de noi, la limpezirea vinurilor, au fost efectuate încercări de limpezire în microprobe.

S-au preparat extracte de enotanin prin extracție cu soluții alcoolice de 90%, 50% și 25% alcool cu apă (pe stația pilot)

Extractele alcoolice au fost obținute din semințe de struguri mărunțite și degresate, prin difuzie, într-o baterie de extracție. Zemurile de extracție obținute au fost concentrate la vid la temperatura de 45°...50°C.

În vederea utilizării lor la limpezirea vinurilor, au fost analizate printr-o metodă specifică determinării taninului din vinuri [9].

S-au pregătit apoi soluții de 5% tanin pur, în alcool de 10%, care a fost folosită în încercările de clarificare a vinurilor. Ca probe martor s-au folosit două enotaninuri de proveniență franceză „J. Lafforte & Cie, Bordeaux" care au fost analizate și preparate în același mod ca și probele de enotanin obținute de noi.

Încercările au fost întreprinse pe un vin provenind din soiul Aligoté, recolta 1961, podgoria Copou, Iași, ferma didactică a Institutului agronomic, Iași.

În încercările de limpezire s-au utilizat următoarele extracte: a) extract obținut cu 90% alcool, b) extract obținut cu 50% alcool, c) extract obținut cu 25% alcool, d) extract obținut cu apă, e) enotanin alb franțuzesc (proba martor), f) enotanin roșu franțuzesc (proba martor).

Fiecare extract de enotanin, în soluție de 5% tanin pur, a fost încercat [3] în mai multe variante, așa cum arată tabelul 9.

Soluția de enotanin a fost introdusă de fiecare dată în vin, cu 24 ore înainte de administrarea gelatinei. Gelatina s-a folosit sub formă de soluții de 10%.

Pentru toate extractele de enotanin încercate, rezultatele cele mai bune le-au dat variantele *5*, *6* și *7*, în care raportul dintre tanin și gelatina adăugată a fost de 1/1. La aceste variante vinul capătă, după 48 ore de repaus, o limpezire perfectă, iar depozitul format prezintă un aspect floconos. Aceleași rezultate au fost obținute și în cazul enotaninului martor.

Rezultatele la care am ajuns ne îndreptățesc să afirmăm că extractele de enotanin obținute pot fi folosite în operațiile de limpezire a vinurilor, cu rezultate foarte bune.

Tabelul 9

Încercări de limpezire a vinurilor

Varianta	Enotanin g/hl	Gelatină g/hl
1	0,5	12,5
2	1,0	10,0
3	1,5	7,5
4	2,0	5,0
5	2,5	2,5
6	3,0	3,0
7	3,5	3,5

V. Concluzii

1. În vederea extragerii enotaninului, semințele de struguri trebuie degresate și mărunțite.

2. Dintre solvenții încercați la extracție se pot folosi cu rezultate bune apa și soluțiile alcoolice de 25...50%. Mai economică este folosirea apei ca solvent de extracție.

3. Temperatura optimă de extracție este funcție de solventul folosit. Este de 90°C în cazul apei și scade la 70°C în cazul extracției cu soluții alcoolice de 50...75%.

4. Durata de extracție este de asemenea funcție de solventul folosit la extracție. Ea este de 7 ore în cazul extracției cu apă și scade la 2 ore în cazul extracției cu soluții alcoolice de 75%.

5. Pe baza încercărilor de extracție întreprinse în faza pilot rezultă că flota necesară poate fi cuprinsă între 150% și 250%, iar durata de difuzie este de 40 min. Într-o baterie de extracție cu 8 difuzoare pot fi efectuate mai puțin de 15 tratări fără a avea loc pierderi importante de tanin.

6. Enotaninul obținut, urmînd parametrii tehnologici stabiliți, se comportă foarte bine la probele de clarificare a vinurilor, ca și probele de enotanin de import cu care s-a efectuat comparația.

7. Studiile efectuate trebuie continuate, în special pe linia purificării extractelor de enotanin, în vederea creșterii conținutului lor în enotanin.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia pielii,
încălțămintei de piele și a tananților
și
Institutul agronomic „Ion Ionescu de la Brad", Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Chiriţă A., Chiriţă Gh., Manciu M., Alexa Gh., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3-4*, p. 183.
2. Racksanyi L., The Leather Trades Rev., 1958, p. 14; Cuoio, Pelli, Materie Concianti, 1958, *5*, p. 405.
3. Gherasimov M. A., *Tehnologia vinului*. Ed. Tehn., Buc., 1954, pp. 589, 323, (trad. din l. rusă).
4. Frolov A. M., Bagraeev E. S., Agabalianţ G. G., *Chimia vinului*. Ed. Tehn., Buc., 1955, p. 81, (trad. din l. rusă).
5. Şlepeanu I., Cazacu M., *Vinificaţia*. Ed. Agrosilv., Buc., 1953, p. 261.
6. Colţescu I. H., *Oenologia*. Tiparul Cartea Romînească, Buc., 1943, pp. 21—32.
7. Короткьевич А. В., Виноделие и виноградство, 1960, *2*, pp. 50—51.
8. * * * STAS, 1883-1950.
9. Ribereau-Gayon J., Peynaud E., *Analyse et controle des vins*. Librairie Polytechniques Ch. Béranger, Paris et Liège, 1958, p. 381.

ИЗУЧЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУЧЕНИЯ ЕНОТАНИНА ИЗ ВИНОГРАДНЫХ СЕМЯН

(Резюме)

В предыдущей работе [1] изучались возможности использования енотанина из виноградных семян, необходимого в технологии винификации.

В настоящей работе изучаются главные параметры получения енотанина из виноградных семян в лаборатории и в полузаводской (пилотной) установке из меди для экстракции (в последнем случае имеются восемь закрытых диффузоров, предусмотренных индивидуальными предварительными подогревателями и рециркуляционными насосами).

Экстрагированный енотанин в установленных нами условиях дал хорошие результаты при осветлении вин.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение оптимальной температуры и срока оптимальной экстракции в зависимости от концентрации в спирте экстрагированного раствора.

Рис. 2. — Изменение содержания экстрагированного танина в зависимости от концентрации в спирте экстрагированного раствора.

ÉTUDE DES PARAMÈTRES TECHNOLOGIQUES POUR L'OBTENTION DE L'OENOTANIN DES PÉPINS DE RAISINS

(Résumé)

Dans un travail antérieur [1] on a étudié les posibilités de l'obtention de l'oenotanin des pépins de raisins nécessaire à la clarification du vin.

La présente Note s'occupe de l'établissment des paramètres de l'obtention de ce tanin tant à l'echelle de laboratoire que dans une station pilote.

L'extrait de l'oenotanin obtenu dans les conditions expérimentées se comporte très bien en ce qui concerne son activité de clarification des vins.

Explication des figures

Fig. 1. — Variation de la température optimum et de la durée d'extraction optimum, function de la concentration en alcool de la solution d'extraction.

Fig. 2. — Variation du contenu en tanin extrait, fonction de la concentration en alcool des solutions d'extraction.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 66.061 ; 674.031

EPUIZAREA OPTIMĂ ÎN DIFUZIE ŞI CALITATEA EXTRACTULUI DIN LEMN DE STEJAR

DE

GH. BURGHELEA ŞI GH. ALEXA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Problema obţinerii unui extract din lemn de stejar cu caracteristici chimico-tehnologice superioare, cu condiţia ameliorării indicelui de consum, a făcut obiectul unor numeroase cercetări.

Temperatura, ca factor care determină accelerarea procesului de difuzie şi randamentul în substanţe tanante, a fost studiată de numeroşi cercetători (v., de ex., [1]...[6]).

Cercetările noastre [7] asupra comportării la temperatură a lemnului de stejar integral (necojit) au dus la concluzia că scăderea cifrei de raport a extractului din lemn de stejar se datoreşte în parte parametrilor tehnologici ai difuziei, aplicaţi automat la coajă şi alburn, componente care prezintă o sensibilitate ridicată la temperatură.

Cercetările din lucrarea prezentă încearcă să cuprindă unele aspecte ale epuizării în difuzie a lemnului de stejar.

2. Partea experimentală

La o aceeaşi granulaţie (1...3 mm), în condiţii de laborator, la temperaturi de 40°, 60°, 80°, 90° şi 100°C şi durate de extracţie de 2...8 ore, epuizarea componentelor lemnului de stejar nu se produce în mod uniform.

Astfel, la temperatura de 60°C, la o durată de extracţie de 2 ore, în timp ce epuizarea în solubile totale a duramenului atinge 58%, a alburnului 72%, a cojii 77%, epuizarea în substanţe tanante a duramenului atinge 55%, a alburnului 70% şi a cojii 78% (fig. 1), din totalul substanţelor tanante, considerate 100%, la o extracţie la 100°C, timp de 8 ore.

Între temperaturile de 60°...90°C alburnul şi coaja mai cedează încă 16...21% din substanţele tanante existente la temperatura de 60°C,

ajungînd să epuizeze 93% din substanţele tanante iniţiale. La o aceeaşi durată de timp şi în aceleaşi condiţii duramenul ajunge la o epuizare de 86% din substanţele tanante, existente iniţial.

Rezultă deci că viteza de extracţie a substanţelor tanante, în cazul unei temperaturi date, depinde de componentele distincte, ca aspect şi ca structură, ale materialelor tanante. La componentele mai sensibile la temperatură (alburn şi coaje), epuizarea la o aceeaşi granulaţie decurge mai rapid decît la duramen. La obţinerea unui extract de calitate din lemn de stejar integral (necojit) exagerarea temperaturii cît şi a duratei de extracţie determină, la o anumită limită, o creştere a randamentului în substanţe solubile în dauna cifrei de raport a extractului, pe seama cojii şi a alburnului. Acesta reprez ntă cazul ideal cînd se lucrează cu cele trei componente ale lemnului de stejar, diferite ca structură, dar uniforme ca granulaţie.

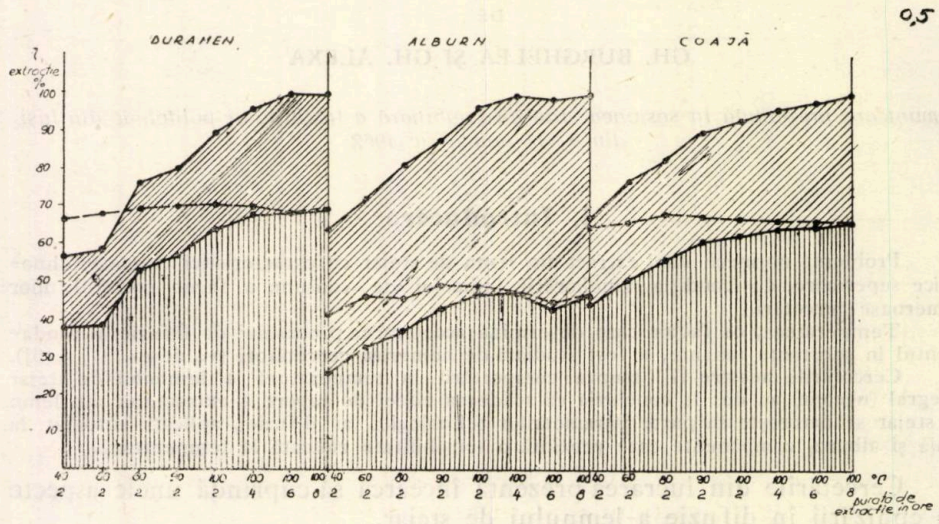


Fig. 1. — Randamentul extracţiei în solubile, funcţie de componentele lemnului de gorun, temperatură şi durata de extracţie.
|||||| — substanţe tanante; ////// — substanţe netanante; •—• — cifra de raport.

În bateria de difuzoare a fabricii „Argeşul", Piteşti, intră la extracţie materie primă provenită din lemn de stejar necojit, stocat şi sortat şi care se supune tocării în mori Wigger.

În afară de vîrstă, specie, provenienţă, o serie de alţi factori (condiţii pedo-culturale, climatice etc.) determină ca acest material să conţină în proporţii foarte diferite componentele ce se supun extracţiei.

Prin tocarea la morile Wigger se obţine materie primă de componenţă granulometrică diferită: 20...30 mm: 2...5%; 10...20 mm: 23...46%: 5...10 mm: 36...60%; 2...5 mm: 10...13% şi sub 2 mm: 2...3%, care se introduce ca atare în bateria de difuzie.

Din analiza unei asemenea materii prime se constată că o dată cu micşorarea mărimii granulaţiei, cantitatea de cenuşe creşte (fig. 2).

După cum am arătat [7], coaja de stejar are un conţinut de cenuşă de cîteva ori mai mare decît duramenul şi alburnul. Rezultă că prin tocare la morile Wigger componentele lemnului, care sînt mai puţin dure ca structură (coajă), suferă un proces de fărîmiţare care îl aduce pînă la stadiul de praf. Pe măsură ce granulaţia se măreşte, scade proporţia cojii şi începe să se resimtă influenţa alburnului (v. tabelul 1, granulaţia 5...10 mm, 10...20 mm şi fig. 2), pentru ca la granulaţii mai mari să crească proporţia duramenului (v. tabelul 1, granulaţia 20...30 mm şi fig. 2).

Tabelul 1

Definirea materiei prime

Date analitice %	Granulaţia				
	20...30 mm	10...20 mm	5...10 mm	2...5 mm	sub 2 mm
Umiditate	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50
Neextractibile şi insolubile	78,28	78,64	79,52	78,57	78,73
Substanţe tanante	4,65	4,19	3,55	4,48	4,75
Substanţe netanante	2,57	2,67	2,43	2,45	2,52
Cifra de raport	64,40	60,82	59,36	64,63	64,55

Astfel, în bateria de difuzoare intră un material eterogen ca granulaţie şi care conţine în granulaţia mijlocie şi mică o proporţie ridicată a componentelor lemnului de stejar, mai sensibile la temperatură şi mai uşor epuizabile (coajă şi alburn).

Asemenea materie primă, supusă unei extracţii în laborator timp de 10 ore, eliberează numai 77% din substanţele tanante conţinute. Cu epuizarea scade şi cifra de raport a materialului extras (fig. 3, fracţiunile *I, II*). Dacă după o asemenea epuizare se supune materialul unei mărunţiri la granulaţia de 1...3 mm şi la o nouă extracţie, se constată că cifra de raport a noului extract este mai ridicată ca cea a materiei prime iniţiale (fig. 3, fracţiunea *III*).

După cum reiese din fig. 1, la o aceeeaşi granulaţie şi temperatură cifra de raport scade cu durata de extracţie.

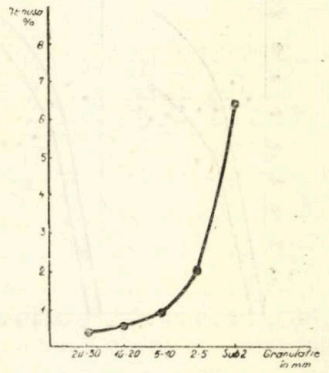


Fig. 2. — Variaţia conţinutului în cenuşe a materiei prime de stejar, funcţie de granulaţie.

În cazul unei materii prime cu granulaţii diferite, viteza de difuzie a substanţelor tanante este diferită, funcţie de mărimea granulaţiei şi anume în raport invers cu mărimea granulaţiei.

În cazul materiei prime integrale sub 2...30 mm, cantitatea de substanţe tanante conţinută de granulaţia mare difuzează mai lent decît aceea conţinută în granulaţia mică şi mijlocie. Acest fapt determină ca în primele faze ale difuziei, cînd diferenţa de concentraţii între mediul

extern înconjurător al materiei prime şi mediul intern al granulaţiilor mici şi mijlocii sînt la echilibru, materialul de granulaţie mare să nu poată pună în evidenţă decît cantităţi mici de tanin.

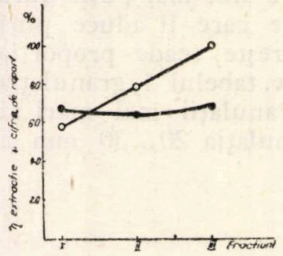


Fig. 3. — Variaţia randamentului de extracţie şi a cifrei de raport în decursul unei extracţii de 14 ore. Fracţiunea *I* şi *II* – materie primă cu granulaţie integrală sub 2...30 mm (extrasă 10 ore); fracţiunea *III* — materie primă după 10 ore de extracţie adusă la granulaţia 1...3 mm (extrasă 4 ore).
o—o — randamentul de extracţie; •—• — cifra de raport.

În fazele iniţiale ale difuziei are loc în acest caz o aşa-zisă „extracţie fracţionată", prin care materialul cu granulaţie mare eliberează din celulele sale o proporţie mai ridicată de netanine şi particule tanice mici. În fazele ulterioare ale difuziei, cînd concentraţia mediului de extracţie în componenţi tanici scade, materialul cu granulaţie mare este acela care prin conţinutul încă ridicat în componenţi, eliberează substanţe tanice şi menţine o cifră de raport ridicată a soluţiei.

Pentru a urmări mai în de-aproape procesul epuizării substanţelor tanante funcţie de granulaţie am efectuat o serie de încercări, prin introducerea într-un difuzor cap al bateriei de difuzie industrială a unor probe sonde cu materie primă, al căror conţinut analitic a fost în prealabil determinat (tabelul 1). Experimentarea a avut loc într-o baterie de difuzoare cu coeficient de flotă de 200%, numărul

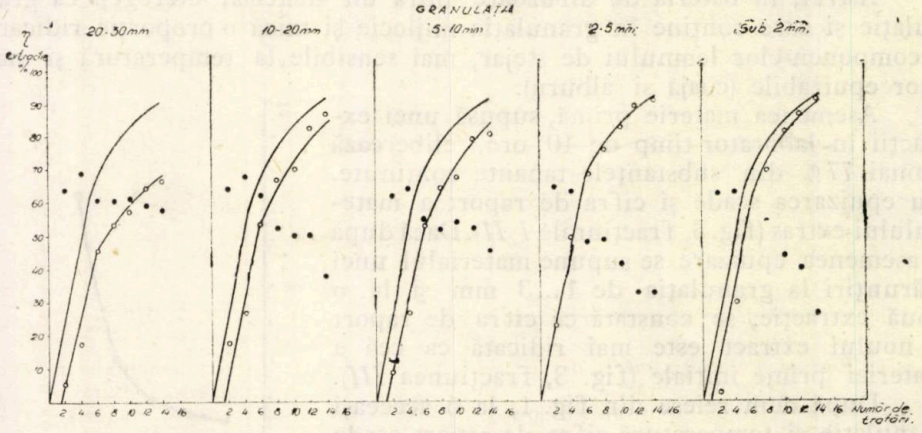


Fig. 4. — Randamentul în substanţe tanante extrase şi variaţia cifrei de raport a materialului tanant epuizat, funcţie de granulaţie şi numărul tratărilor în bateria de difuzie. o—o — randamentul de extracţie în substanţe tanante; •— cifra de raport; —— — randamentul de extracţie maxim (granulaţia 2...5 mm).

tratărilor fiind de 14. Temperatura difuzorului cap era 75°...80°C şi cea a difuzorului coadă de 90°...100°C.

Din examinarea datelor obţinute şi reprezentate în fig. 4 şi 6 rezultă că:

a) După 4 tratări, în timp ce materialul cu granulaţie 2...5 mm îşi epuizează 50% din conţinutul în substanţe tanante, granulaţiile 20...30 mm îşi epuizează numai 18...27%. La aceste ultime granulaţii, după 4 tratări cifra de raport a „epuizatului" creşte cu 2...5 unităţi, în timp ce cifra de raport a „epuizatului" de 2...5 mm scade cu 2 unităţi. În aceste prime faze ale difuziei, materialul cu granulaţie 5...30 mm trimite în zeama difuzoarelor din cap o proporţie mai ridicată de netanine şi particule tanice mici, care desigur dezavantajează calitatea extractului. Datorită tocmai granulaţiilor mari are loc aşa-zisa „extracţie fracţionată".

b) În următoarele faze ale difuziei, în timp ce materialul cu granulaţie 2...5 mm mai are de epuizat 50% din conţinutul total de substanţe tanante, granulaţiile mari mai au de epuizat circa 75% din substanţele tanante iniţiale. Acest fapt determină ca în special materialul cu granulaţie 10...30 mm să se afle în contact cu zemuri din ce în ce mai diluate şi deci să se forţeze extracţia, pentru a se atinge echilibrul concentraţiilor.

După cum s-a arătat [8], dializa prin membrane semipermeabile duce la o transformare a unei părţi din substanţele tanante în substanţe netanante. Acest proces de degradare a substanţelor tanante în substanţe netanante este cu atît mai accentuat cu cît granulaţia materialului este mai mare. Este neîndoielnic că pe această cale cifra de raport a extractului final să fie micşorată.

c) Epuizarea granulaţiei sub 2 mm decurge cu o viteză ceva mai mică ca cea a granulaţiei 2...5 mm, ca o consecinţă a tasării acestui material în condiţiile experimentării noastre.

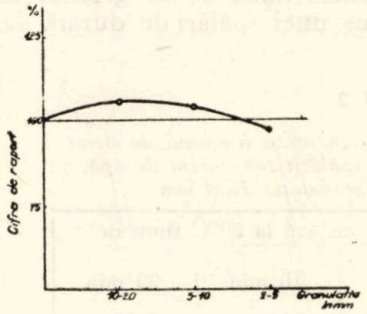


Fig. 5. — Variaţia cifrei de raport în extracţie.
——— — cifre de raport ale granulaţiilor iniţiale considerate 100%; o—o — variaţia cifrelor de raport ale materialului cu granulaţie 1...3 mm, faţă de cifrele de raport ale granulaţiilor iniţiale (2...20 mm).

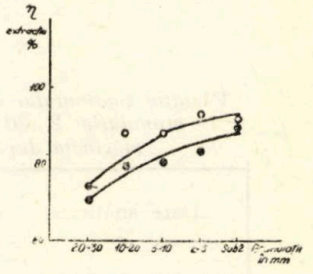


Fig. 6. — Randamentul în substanţe tanante extrase, funcţie de tasarea materialului tanant şi granulaţie. o—o — randamentul de extracţie la partea superioară a difuzorului; •—• — randamentul de extracţie la partea inferioară a difuzorului.

d) Un efect negativ al extracţiei materiei prime sub 5 mm îl constituie faptul că randamentul de extracţie atinge după 10 tratări valori de circa 85%, ceea ce determină ca după efectuarea acestui număr de

tratări materialul să nu mai conţină practic substanţe tanante, iar în zemurile diluate şi la temperatura ridicată a difuzoarelor din coadă să treacă o proporţie sporită de substanţe netanante şi insolubile [9].

Astfel, prin mărunţirea exagerată a materialului tanant, spre exemplu la granulaţia 1...3 mm, se ajunge la o scădere a cifrei de raport.

Granulaţiile mari aduse la dimensiunea de 1...3 mm, determină o difuzie mai bună şi în consecinţă o cifră de raport superioară, în timp ce materialul tanant de 2...5 mm, supus mărunţirii la 1...3 mm, pune în evidenţă o cifră de raport inferioară materialului iniţial (fig. 5).

Din datele obţinute reiese că tocarea duramenului la dimensiunile 1...3 mm, favorizează extracţia şi calitatea extractului, în timp ce coaja adusă la aceleaşi dimensiuni reduse (1...3 mm) înrăutăţeşte calitatea extractului, datorită tocmai sensibilităţii sale mai mari în procesul de extracţiie (fig. 1, 2, 5). Este evident că sensibilitatea cojii în extracţie este amplificată în cazul unei mărunţirii exagerate şi că aplicarea automată a parametrilor impuşi de extracţia optimă a duramentului va înrăutăţi pe acéastă cale cifra de raport a extractului final.

e) Datorită tasării materialului tanant în difuzoare randamentul de extracţie nu este acelaşi pe înălţimea difuzorului. La partea inferioară a difuzorului, după un acelaşi număr de tratări randamentul de extracţie este cu 4...5% mai mic decît la partea lui superioară (fig. 6).

Extracţia în „două faze", care se pune în evidenţă în primele stadii ale difuziei materialului tanant cu granulaţie mare (fig. 4), indică posibilităţi de ameliorare a cifrei de raport a extractului de stejar.

În tabelul 2 se redau datele analitice ale lemnului de stejar cu granulaţia 2...20 mm (4% : granulaţia 10...20 mm; 60% : granulaţia 5...10 mm şi 36% : granulaţia 2...5 mm), supus unei spălări de durată variabilă.

Tabelul 2

Variaţia conţinutului în substanţe tanante a lemnului de stejar cu granulaţia 2...20 mm, supus spălării sub curent de apă, măcinată după uscare la granulaţia 1...3 mm

Date analitice %	Spălare cu apă la 20°C timp de		
	—	10 min	20 min
Umiditate	14,50	14,50	14,50
Neextractibile	81,60	82,20	82,31
Insolubile	0,17	0,07	0,02
Substanţe tanante	2,37	2,19	2,15
Substanţe netanante	1,36	1,03	1,02
Cifra de raport	63,53	68,00	67,82

Din examinarea acestor date rezultă că o spălare a materialului tanant conduce la cifre de raport mai ridicate şi la o micşorare a insolubilelor, concomitent însă conţinutul în substanţe tanante extractibile scade cu circa 8...10%, iar cel în substanţe netanante cu circa 25%.

Proporţia ridicată a materialului cu granulaţie mică (2...5 mm) determină ca pe lîngă substanţele netanante uşor solubile să difuzeze şi particule tanice de dimensiuni reduse.

Pentru a reduce pierderile de substanţe tanante la o granulaţie a lemnului de stejar, aşa cum este introdus în atelierul de difuzie, este necesar ca temperatura apei de spălare să fie cît mai coborîtă şi durata de extracţie a fazei reci să fie cît mai mică [10].

Aşa-zisa „extracţie fracţionată", observată în primele stadii ale difuziei şi care determină o creştere a cifrei de raport a „epuizatului", nu este determinată numai de existenţa în difuzie a granulaţiilor mari, ci şi de conţinutul în substanţe tanante a componentelor structurale ale lemnului de stejar.

Supunînd alburnul la o epuizare în difuzorul cap al bateriei de difuzie şi urmărindu-i randamentul de extracţie în condiţii identice metodei de lucru arătată mai sus (fig. 4) se obţin datele concretizate în fig. 7.

Din analiza acestor date se constată că funcţie de cantitatea de tanin conţinută iniţial, alburnul în fazele iniţiale ale difuziei cumulează substanţe tanante, dat fiind conţinutul său tanic redus, în comparaţie cu acel al zemurilor de cap. Ca atare în primele faze ale difuziei nu se poate stabili un randament de extracţie.

Creşterea concentraţiei în substanţe tanante şi a cifrei de raport în alburnul „epuizat" determină: a) înrăutăţirea calităţii zemurilor extrase din bateria de difuzie pe seama scăderii cifrei de raport şi a conţinutului în tanin; b) o difuzie inversă (retrodifuzie) a substanţelor tanante în tocătura alburnului, în fazele prime ale difuziei şi difuzia aceluiaşi tanin în zemurile din coada bateriei.

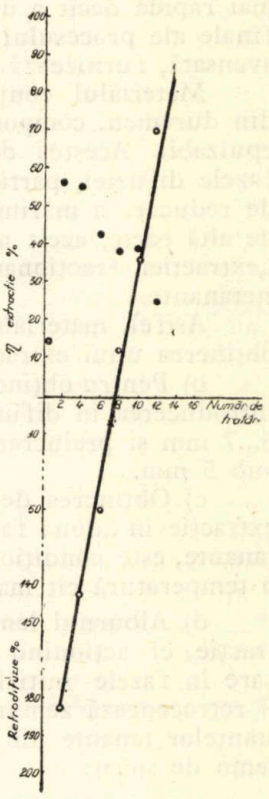


Fig. 7. — Randamentul în substanţe tanante extrase şi variaţia cifrei de raport a unei probe de alburn din lemn de stejar, funcţie de numărul tratărilor în bateria de difuzie.
o—o — randamentul de extracţie şi retrodifuzie în substanţe tanante; • — cifra de raport.

După cum s-a arătat, difuzia prin membranele semipermeabile ale celulelor lemnoase exercită un efect de „fărîmiţare" a particulelor tanice şi de trecere parţială a unora în netanine. În cazul alburnului acest efect se dublează. Concomitent are loc şi supunerea dublă a aceluiaşi tanin la temperaturile ridicate din bateria de difuzie.

3. Concluzii

a) Granulaţia realizată de tocătoarele Wigger asupra lemnului de stejar este neuniformă. Neuniformitatea este şi o funcţie a structurii şi densităţii componentelor lemnului (duramen, alburn, coajă).

Coaja şi alburnul—componente sensibile la temperatură—sînt acelea care ridică proporţia granulaţiei mici. Sensibilitatea lor crescută la temperatură, cumulată cu mărimea mică a granulaţiei, determină o epuizare mai rapidă decît a duramenului conţinut în granulaţia mare. În fazele finale ale procesului de difuzie aceste componente, în stadiu de epuizare avansată, furnizează cantităţi sporite de netanin.

Materialul conţinînd granulaţia mare este constituit în majoritate din duramen, component mai puţin sensibil la temperatură şi mai greu epuizabil. Acestea determină o neepuizare a lui şi posibilitatea ca în fazele difuziei, particulele tanice conţinute să fie supuse unui proces de reducere a mărimii lor şi a transformării în substanţe netanante. Pe de altă parte, acest material, în fazele iniţiale ale difuziei, ca urmare a „extracţiei fracţionate", îmbogăţeşte zemurile de difuzie cu substanţe netanante.

Astfel, materialul cu granulaţii extreme, defavorizează în difuzie obţinerea unui extract tanant de stejar de calitate.

b) Pentru obţinerea unor extracte cu purităţi mai ridicate se impune introducerea în difuzie a unui material sortat cu o granulaţie medie de 5...7 mm şi prelucrarea separată în difuzie a materialului cu granulaţie sub 5 mm.

c) Obţinerea de extracte din lemn de stejar cu purităţi ridicate prin extracţie în „două faze" (fracţionată), fără pierderi sensibile de substanţe tanante, este condiţionată de posibilitatea realizării unei spălări rapide la o temperatură cît mai coborîtă şi o granulaţie mare.

d) Alburnul lemnului de stejar se dovedeşte a fi un balast în extracţie, el acţionînd mai mult sau mai puţin ca un epuizant normal, care în fazele iniţiale ale difuziei cumulează tanin şi în fazele finale îl retrocedează zemurilor. Procesele care au loc în timpul extracţiei substanţelor tanante din alburn înrăutăţesc sensibil calitatea extractului din lemn de stejar.

Fabrica de tananţi „Argeşul", Piteşti
şi
Institutul politehnic, Iaşi
Catedra de tehnologia pielei,
înlocuitorilor de piele şi tananţilor

BIBLIOGRAFIE

1. Snow E. A., Bailey L. F., J. A. L. C. A., 1949, **45**, pp. 737—743.
2. Boisseau J., Rev. Techn. Ind. Cuir, 1934, **XIV**, *4*, pp. 73—76.
3. Ponte A., J. I. S. L. T. C., 1938, **XXII**, *4*, pp. 172—181.
4. Pereux M. P., B. A. F. C. I. C., 1953, *11*, p. 6.
5. Stather F., Laufmann R., Coll., 1938, S. 164; Ibid., 1934, S. 495.
6. Bergmann M., Grassmann W., *Handbuch der Gerberei-chemie und Lederfabrikation*. **II.** Band, **I.** Teil, Ed. J. Springer, Wien, S. 306.
7. Sireteanu L., Burghelea Gh., Industria Uşoară, ASIT, 1960, *6*, pp. 214—218.
8. Heideman E., Kroll H., Das Leder, 1961, **XII**, *3*, S. 49—54.
9. Phillips H., J. S. L. T. C., 1931, **XV**, *10*, pp. 465—479.
10. Alexa Gh., Drabic I., Maga C., Strub C., Burghelea Gh., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, p. 126.

ОПТИМАЛЬНОЕ ИСТОЩЕНИЕ И КАЧЕСТВО ДУБОВОГО ЭКСТРАКТА

(Резюме)

Тонкая или, наоборот, крупная зернистость на установке Виггера, ведет к ухудшению качества экстракта: а) крупная зернистость определяет диффузию в начальном этапе повышенного количества нетаннидов в настойку; б) тонкая зернистость, содержащая повышенное количество коры и заболони, определяет в конечном этапе диффузии глубокое истощение и одновременное повышение экстрагируемых веществ за счет нетаннидов; в) заболонь в начальном этапе диффузии накопляет дубильные вещества, а в конечном — уступает их настойке.

Объяснение рисунков

Рис. 1. - Выход экстракции в растворимых веществах в зависимости от компонентов дубовой древесины температуры и продолжительности операции. |||||| — таниды; |||||| — нетаниды; •—• — доброкачественность.

Рис. 2. — Изменение содержания золы дубовой древесины в зависимости от зернистости.

Рис. 3. — Изменение выхода экстракции и доброкачественности во время 14-часовой экстракции. *I*-я и *II*-я фракции: зернистость материала 2...30 мм (10-часовая экстракция); *III*-я фракция: после 10-ти часовой экстракции зернистость довели до 1...3 мм (4-х часовая экстракция); о—о — выход экстракции; •—• — доброкачественность.

Рис. 4. — Выход экстрагированных танидов и изменение истощенного материала в зависимости от зернистости и числа обработок в диффузионной батарее. о—о — выход экстракции; • — доброкачественность; —— — выход максимальной экстракции (зернистость 2...5 мм).

Рис. 5. — Изменение доброкачественности экстракции. —— — доброкачественность исходной зернистости равна 100%. о—о — изменение доброкачественности материала с зернистостью 1...3 мм по отношению к исходной доброкачественности (2...20 мм).

Рис. 6. — Выход экстрагируемых таннидов в зависимости от уплотнения дубильного материала и зернистости. о—о — выход экстракции в верхней части диффузора; •—• — выход экстракции в нижней части диффузора.

Рис. 7. — Выход экстрагированных дубильных веществ и изменение доброкачественности пробы заболони дуба в зависимости от числа обработки в диффузионной батарее. о—о — выход экстракции; • — доброкачественность.

ÉPUISEMENT OPTIMUM DANS LES DIFFUSEURS ET LA QUALITÉ DE L'EXTRAIT DE BOIS DE CHÊNE

(Résumé)

Les granulations extrêmes dans les découpeuses de Wieger défavorisent la qualité de l'extrait obtenu.

La qualité des jus obtenus d'une telle matière première est diminuée compte tenu que : a) une grande granulation détermine, dans les premières phases de la diffusion, une extraction plus grande des substances non-tannantes par raport aux substances tannantes extraites; b) les petites granulations, contenant un pourcentage élevé d'écorce et d'alburn, s'épuisant plus facilement, le taux des extractibles totales sera plus grand, mais la qualité des jus obtenus sera amoindrie par la présence d'un pourcentage plus grand en substances non-tannantes; c) dans les phases initiales de la diffusion, l'alburn absorbe des substances tannantes des jus, dont la concentration en tanin est plus grande que dans l'alburn même, qui ne seront rétrocédés que dans les phases finales de la diffusion.

Explication des figures

Fig. 1. — Rendement de l'extractions en substances solubles, en fonction des composants du bois de chêne, de la température et de la durée de l'extraction. |||||| — substances tannantes; ////// — substances non-tanantes; •—• chiffre de raport.

Fig. 2. — Variation du contenu en cendres de la matière première de bois de chêne, en fonction de la granulation.

Fig. 3 — Variation du rendement de l'extraction et du chiffre de rapport, durant une extraction de 14 heures. Fraction *I* et *II* — matière première à granulation intégrale, au-dessous de 2...30 mm (10 heures d'extraction) ; fraction *III* — matière première après 10 heures d'extraction, portée à la granulation de 1...3 mm (4 heures d'extraction). o—o — rendement d'extraction : •—• — chiffre de rapport.

Fig. 4. — Rendement en substances tannantes extraites et la variation du chiffre de rapport du materiel tannant épuisé, en fonction de la granulation et du nombre des traitements dans les diffuseurs. o—o — rendement d'extraction en substances tannantes ; • — chiffre de rapport ; —— — rendement d'extraction maximum (granulation 2...5 mm).

Fig. 5. — Variation du chiffre de rapport pendant l'extraction. —— — chiffres de rapport des granulations initiales, considérés 100% . o—o — variation des chiffres de rapport du matériel à granulation de 1...3 mm par rapport aux granulations initiales (2...20 mm).

Fig. 6. — Rendement en substances tannantes extraites en fonction du tassement du matériel tannant et de la granulation. o—o rendement d'extraction à la partie supérieure du diffuseur. •—• — rendement d'extraction à la partie inférieure du diffuseur.

Fig. 7. — Rendement en substances tannantes extraites et variation du chiffre de rapport d'un échantillon d'albura de bois de chêne, en fonction du nombre des traitements dans les diffuseurs. o—o rendement d'extraction et de rétrodifusion en substances tanantes ; • — chiffre de rapport.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Electrotehnică. Electronică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 3—4, 1963

Электротехника. Электроника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Electrical Engineering. Electronics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621.31

INFLUENŢA UNUI CÎMP ELECTRIC CONTINUU SUPRAPUS CÎMPULUI DE ÎNALTĂ FRECVENŢĂ, ASUPRA PROPRIETĂŢILOR DIELECTRICE ALE UNOR PULBERI DE FERITĂ ŞI ALE UNOR AMESTECURI ETEROGENE FORMATE DIN PULBERI DE FERITE ŞI ULEI DE PARAFINĂ

DE

EMIL LUCA, FLORENTINA TRIFAN şi ANASTASIA VASILIU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţii generale

Cercetările experimentale efectuate asupra proprietăţilor dielectrice ale unor pulberi semiconductoare, sau ale unor amestecuri eterogene formate din aceste pulberi semiconductoare şi dielectrici lichizi nepolari, atunci cînd măsurarea permitivităţii conservative ε' şi a pierderilor dielectrice exprimate prin permitivitatea de atenuare ε'', este întreprinsă în înaltă frecvenţă şi cînd peste acest cîmp de înaltă frecvenţă se suprapune şi un cîmp electric continuu, au dus la următoarele rezultate.

R. Guillien [1], cercetînd la cromatul de plumb, oxidul de zinc şi oxidul de cupru, acţiunea exercitată de un cîmp electric continuu asupra permitivităţii conservative ε' şi a pierderilor dielectrice exprimate prin permitivitatea de atenuare ε'', atunci cînd măsurarea acestora se efectuează în înaltă frecvenţă, constată următoarele:

a) Pentru cromatul de plumb topit, ε' şi ε'' cresc prin aplicarea unui cîmp electric continuu peste cîmpul de înaltă frecvenţă. La încetarea acţiunii cîmpului electric continuu, valorile anterioare ale lui ε' şi ε'' nu se mai restabilesc la valoarea iniţială.

În cazul cromatului de plumb în pudră, ε' şi ε'' scad sub acţiunea cîmpului electric continuu suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă.

b) În cazul oxidului de zinc în pudră se observă, sub acţiunea cîmpului continuu, o scădere a lui ε' şi mai accentuată decît la pudra de cromat de plumb.

c) Pentru oxidul de cupru în pudră, se observă în general că ε' scade sub acţiunea cîmpului electric continuu, în timp ce ε'' creşte.

M. Leismann [2] cercetînd amestecuri eterogene formate din suspensii foarte fine de KCl sau sare seignette în benzen, constată că sub acţiunea unui cîmp electric continuu suprapus peste cîmpul de înaltă frecvenţă, ε' şi ε'' cresc. Efectul de creştere este aproximativ liniar la amestecul eterogen de KCl şi benzen şi mult mai accentuat în cazul sării seignette.

M. Auberdiac [3] întreprinzînd aceleaşi cercetări în cazul sării seignette, constată că între punctele Curie, ε' şi ε'' scad atunci cînd intensitatea cîmpului electric creşte, iar dacă temperatura scade sub —18°C sau creşte peste 23°C, efectul cîmpului electric se reduce simţitor.

În unele lucrări anterioare ([4] şi [5]) s-a studiat absorbţia şi dispersia permitivităţii la feritele de Mn—Zn şi $Ba+Bi_2O_3$ cît şi proprietăţile dielectrice ale unor amestecuri eterogene formate din pulberi de ferite şi ulei de parafină [6]. În cele ce urmează ne propunem să prezentăm rezultatele unor măsurări experimentale în vederea determinării acţiunii unui cîmp electric continuu asupra permitivităţii ε' şi a pierderilor dielectrice (exprimate prin $\operatorname{tg}\delta$) la unele pulberi de ferite de Mn—Zn şi $Ba+Bi_2O_3$ cît şi la amestecuri eterogene formate din aceste pulberi de ferite şi ulei de parafină, atunci cînd măsurarea lor se efectuează în înaltă frecvenţă.

2. Rezultate experimentale

Măsurările experimentale au fost întreprinse, în ceea ce priveşte cîmpul de înaltă frecvenţă, cu următoarele dispozitive:

a) În domeniul 100 Hz...10 kHz, şi anume pentru frecvenţele de: 100, 400, 1 000 şi 10 000 Hz, măsurările au fost efectuate într-o punte de capacităţi „Tesla".

b) Acelaşi domeniu, extins pînă la 20 kHz (deci 100 Hz...20 kHz), a fost obţinut şi într-o punte Wien, realizată de noi, unde măsurile au fost efectuate în ceea ce priveşte valoarea frecvenţei, prin contiguitate, pe întreaga gamă de lucru.

c) În domeniul 30 kHz...10 MHz măsurările experimentale au fost efectuate cu un Q-metru de tip „Tesla".

Toate dispozitivele experimentale utilizate ne-au permis să determinăm în acelaşi timp atît permitivitatea ε' cît şi pierderile dielectrice (exprimate prin $\operatorname{tg}\delta$), atît la pudrele de ferite de Mn—Zn şi $Ba+Bi_2O_3$, cît şi la amestecurile eterogene formate din aceste pulberi de ferite şi ulei de parafină.

Cîmpul continuu a fost obţinut de la o baterie de acumulatori, de la un grup convertizor, sau de la o sursă de înaltă tensiune continuă, lucrîndu-se cu intensităţi pînă la 5000 V/cm.

Rezultatele experimentale privind influenţa suprapunerii unui cîmp electric continuu peste cîmpul de înaltă frecvenţă, asupra lui ε' şi $\operatorname{tg}\delta$, la pudrele de ferite de Mn—Zn şi $Ba+Bi_2O_3$, sînt redate în curbele din fig 1...3.

În fig. 1 şi 2, lucrînd la temperatură constantă, s-au trasat curbele dispersiei permitivităţii în cazul pulberilor feritelor de Mn—Zn şi $Ba+Bi_2O_3$, în gama frecvenţelor de 100 Hz...10 MHz, în prezenţa şi în absenţa cîmpului electric continuu suprapus peste cîmpul de înaltă frecvenţă. Valoarea cîmpului continuu a fost menţinută constantă şi anume 1 000 V/cm.

Din analiza curbelor obţinute rezultă următoarele observaţii:

a) Sub acţiunea unui cîmp electric continuu, suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă, permitivitatea ε' a pulberilor de ferite scade atît la ferita de Mn—Zn cît şi la ferita de $Ba+Bi_2O_3$, în timp ce pierderile dielectrice, exprimate prin $\operatorname{tg}\delta$, cresc.

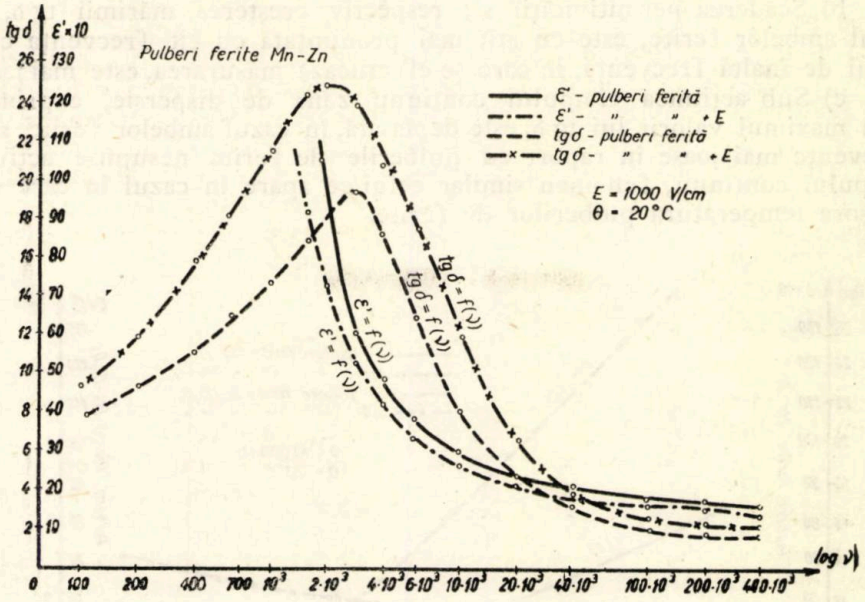

tg δ
ε'·10
Pulberi ferite Mn-Zn
ε' - pulberi feritä
ε' - " " + E
tg δ - pulberi feritä
tg δ - " " + E
E = 1000 V/cm
θ = 20°C
ε' = f(ν)
tg δ = f(ν)
log ν

Fig. 1

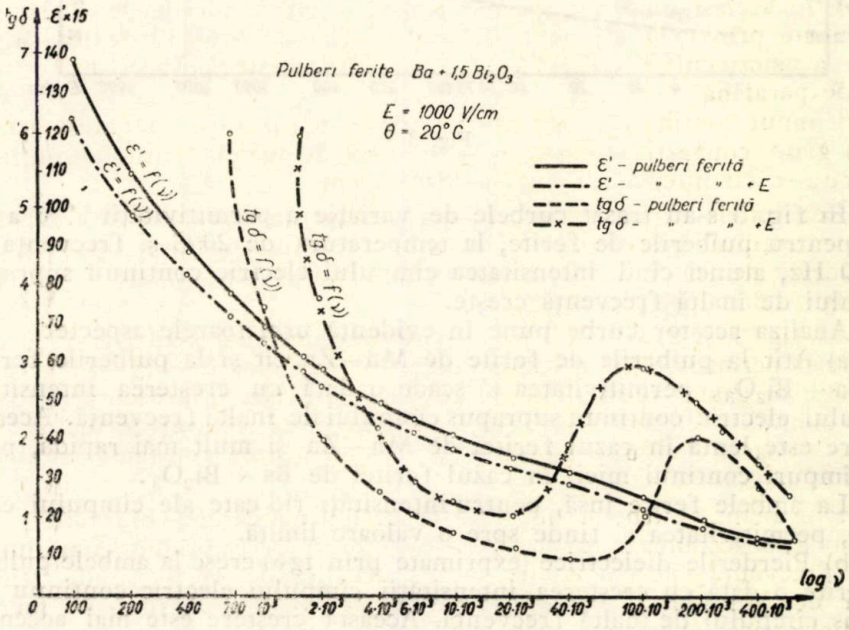

tg δ
ε'·15
Pulberi ferite Ba + 1,5 Bi2O3
E = 1000 V/cm
θ = 20°C
ε' - pulberi feritä
ε' - " " + E
tg δ - pulberi feritä
tg δ - " " + E
ε' = f(ν)
tg δ = f(ν)
log ν

Fig. 2

b) Scăderea permitivităţii ε', respectiv creşterea mărimii tg δ, în cazul ambelor ferite, este cu atît mai pronunţată cu cît frecvenţa cîmpului de înaltă frecvenţă, în care se efectuează măsurarea, este mai joasă.

c) Sub acţiunea cîmpului continuu zona de dispersie, exprimată prin maximul valorii lui tg δ, este deplasată, în cazul ambelor ferite, spre frecvenţe mai joase în raport cu pulberile de ferite nesupuse acţiunii cîmpului continuu, fenomen similar celui ce apare în cazul în care s-ar micşora temperatura pulberilor de ferite.

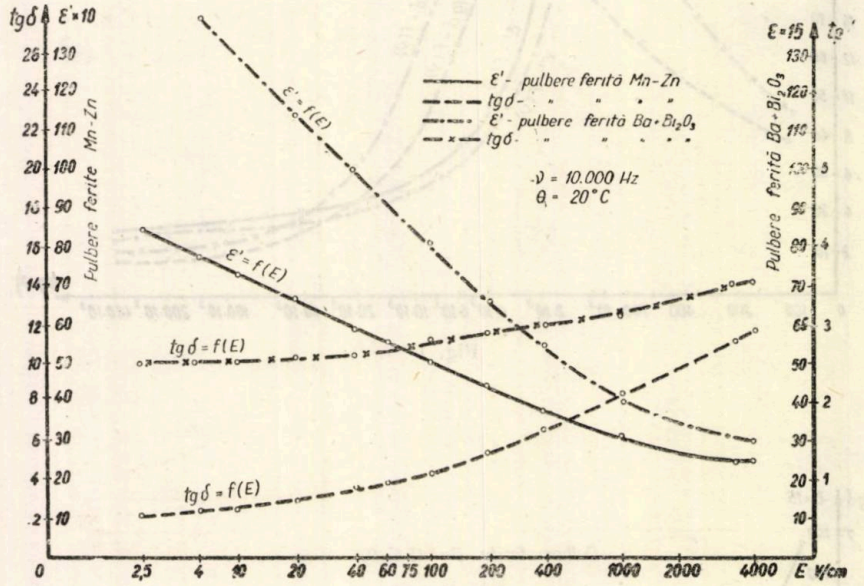


Fig. 3

În fig. 3 s-au trasat curbele de variaţie a permitivităţii ε' şi a lui tg δ, pentru pulberile de ferite, la temperatura de 20°C şi frecvenţa de 10 000 Hz, atunci cînd intensitatea cîmpului electric continuu suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă creşte.

Analiza acestor curbe pune în evidenţă următoarele aspecte:

a) Atît la pulberile de ferite de Mn—Zn cît şi la pulberile feritei de Ba + Bi_2O_3, permitivitatea ε' scade o dată cu creşterea intensităţii cîmpului electric continuu suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă. Această scădere este lentă în cazul feritei de Mn—Zn şi mult mai rapidă, pentru cîmpuri continui mici, în cazul feritei de Ba + Bi_2O_3.

La ambele ferite însă, pentru intensităţi ridicate ale cîmpului continuu, permitivitatea ε' tinde spre o valoare limită.

b) Pierderile dielectrice (exprimate prin tg δ) cresc la ambele pulberi de ferite o dată cu creşterea intensităţii cîmpului electric continuu suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă. Această creştere este mai accentuată la feritele de Mn—Zn şi mai lentă la feritele de Ba+Bi_2O_3.

c) Dacă acțiunea cîmpului electric continuu încetează, atît permitivitatea ε' cît și tg δ nu revin imediat la valoarea inițială, în cazul ambelor pulberi de ferite.

La pulberile de ferite de Mn—Zn procesul de revenire la valorile inițiale ale lui ε' și tg δ are loc mai repede decît la pulberile feritei de $Ba+Bi_2O_3$, unde revenirea la valorile inițiale se produce lent, durînd chiar cîteva ore.

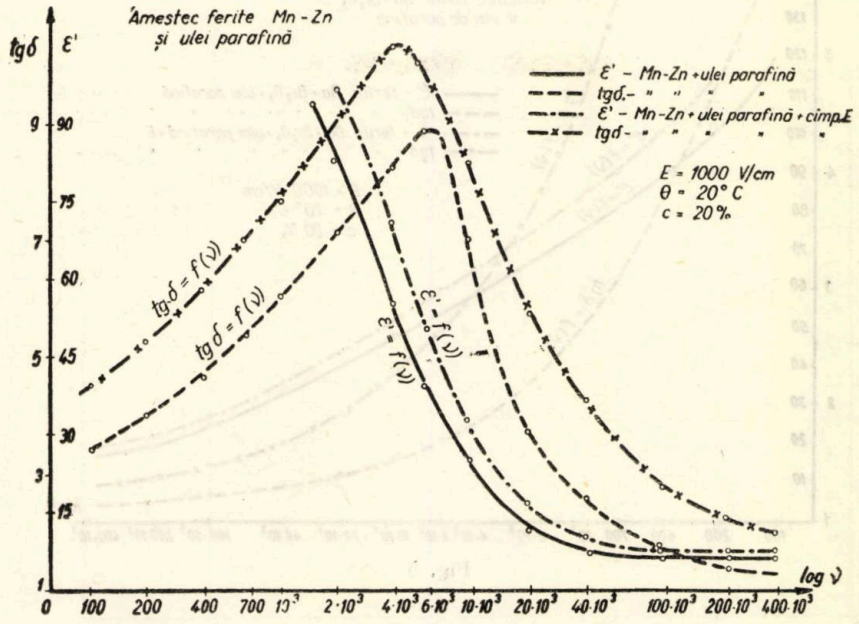


Fig. 4

Măsurările experimentale, efectuate în aceleași condiții asupra unor amestecuri eterogene de 20% pudră de ferită de Mn—Zn sau $Ba+Bi_2O_3$ și ulei de parafină, au dus la rezultatele ce sînt redate în curbele din fig. 4...6.

În fig. 4 și 5 sînt trasate curbele dispersiei permitivității la amestecurile eterogene indicate, în gama frecvențelor 100 Hz...10 MHz, la temperatura de 20°C, atît în absența cîmpului electric, cît și atunci cînd peste cîmpul de înaltă frecvență se suprapune și un cîmp continuu de 1 000 V/cm.

Din analiza acestor curbe rezultă următoarele constatări:

a) În cazul amestecurilor eterogene formate din pulberi de ferite și ulei de parafină, permitivitatea ε' crește atunci cînd peste cîmpul de înaltă frecvență se aplică și un cîmp electric continuu. Procesul de creștere al permitivității ε' este mai accentuat la frecvențe joase și scade o dată cu creșterea frecvenței.

b) Pierderile dielectrice (exprimate prin tg δ) cresc în cazul amblor amestecuri eterogene, atunci cînd peste cîmpul de înaltă frecvență se aplică cîmpul electric continuu.

c) Zona de dispersie, exprimată printr-un maxim al lui tg δ, se deplasează, la ambele amestecuri de pulberi de ferite în ulei de parafină, spre frecvenţe mai joase, adică totul se petrece ca şi cum s-ar micşora temperatura amestecului respectiv.

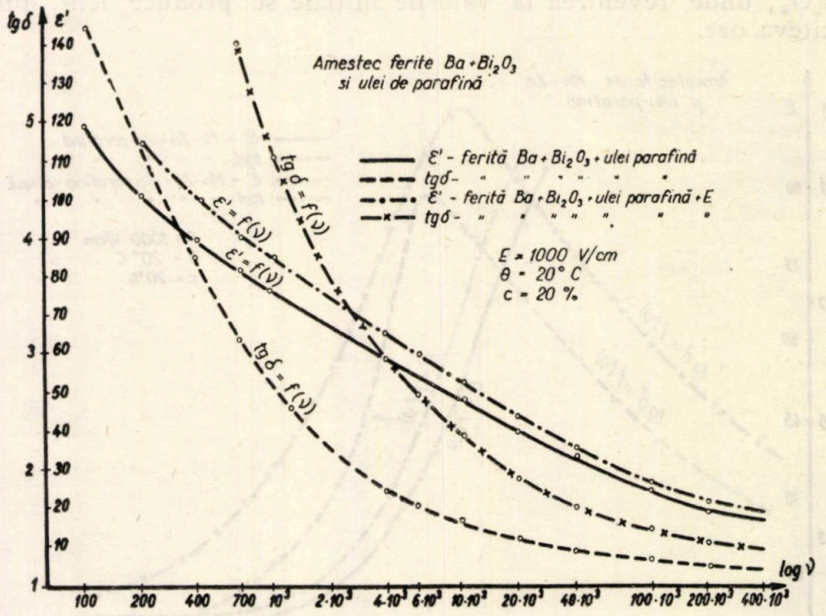


Fig. 5

Curbele de variaţie ale lui ε' şi tg δ la amestecurile respective de ferite în ulei de parafină, funcţie de intensitatea cîmpului electric continuu suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă, la temperatura de 20°C şi frecvenţa de 10 000 Hz, sînt redate în fig. 6.

Din analiza acestor curbe rezultă că:

a) În cazul ambelor amestecuri eterogene studiate, permitivitatea ε' creşte lent o dată cu intensitatea cîmpului electric continuu aplicat peste cîmpul de înaltă frecvenţă.

b) Pierderile dielectrice (exprimate prin tg δ) cresc o dată cu intensitatea cîmpului electric continuu, suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă, în cazul ambelor amestecuri.

c) Cînd acţiunea cîmpului electric continuu încetează, atît permitivitatea ε' cît şi tg δ nu revin la valorile iniţiale imediat, ci după un timp relativ scurt.

Natura acestor efecte credem că trebuie căutată în însăşi modul de formare şi deplasare a sarcinilor electrice din cadrul pulberilor de ferite.

Pulberea de ferită este comprimată între doi electrozi metalici şi în acest caz, după cum arată Gross [7], Gubkin şi Skanavi [8] sau Gubkin, Mitronina, Serghienko şi Subbotin [9], densitatea super-

ficială a pastilei semiconductoare de ferită, atunci cînd aceasta se află într-un cîmp electric continuu polarizant, este dată de suma algebrică a eterosarcinilor (sarcinile legate), care sînt date de dipolii orientați în cîmpul electric, și al omosarcinilor (sarcinile libere), reprezentînd sarcinile electrice ce trec de pe electrod pe pastila de ferită.

În cazul pulberilor de ferite, deși numărul de dipoli ce se orientează (eterosarcini) sub acțiunea cîmpului electric continuu este mai mare decît numărul sarcinilor ce trec de pe electrozi pe pulberea de ferită (omosarcini), totuși o dată cu creșterea intensității cîmpului electric continuu polarizant, viteza de creștere a numărului sarcinilor legate (eterosarcini) fiind mai mică decît viteza de creștere a numărului sarcinilor libere (omosarcini), rezultă că densitatea superficială totală de pe fețele probei formată din pulberea de ferită va scădea o dată cu creșterea intensității cîmpului electric continuu suprapus peste cîmpul de înaltă frecvență, deci va scădea și permitivitatea acestora.

În cazul amestecului eterogen format din ulei de parafină și pulberi de ferită, uleiul de parafină fiind un lichid cu mare rezistență electrică

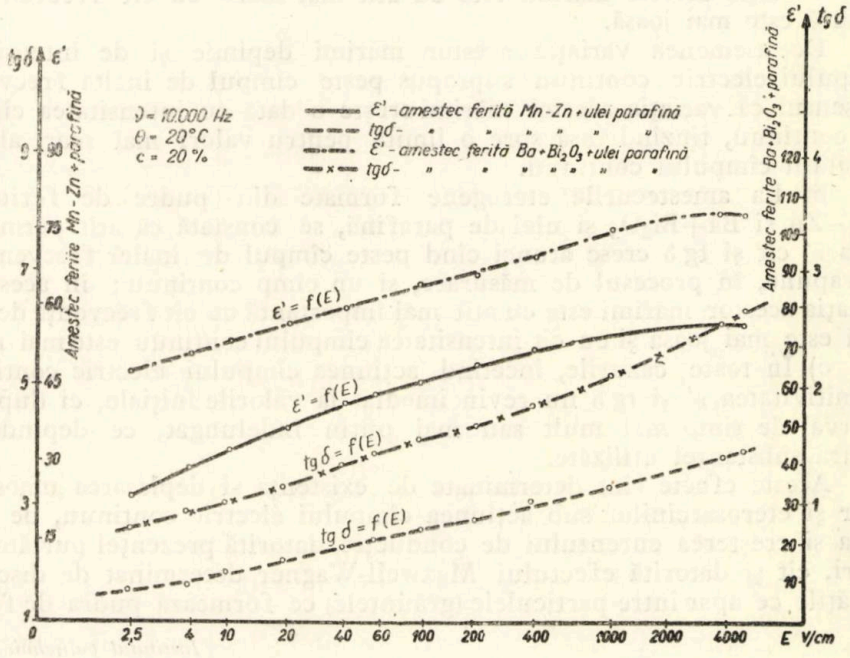


Fig. 6

și deci de conductibilitate redusă, numărul sarcinilor electrice ce trec de pe electrod pe probă este foarte redus [9] și deci creșterea numărului de dipoli orientați în cîmpul electric continuu, suprapus peste cîmpul de înaltă frecvență, va avea ca rezultat o creștere a permitivității probei.

În ceea ce priveşte pierderile dielectrice (exprimate prin tg δ), acestea sînt determinate atît de curentul de conducţie, care creşte o dată cu creşterea cîmpului electric polarizant, suprapus cîmpului de înaltă frecvenţă, cît şi de efectul Maxwell-Wagner [10], determinat de discontinuităţile ce apar între particulele (grăunţele) ce formează pudra de ferite.

3. Concluzii

Suprapunînd un cîmp electric continuu peste cîmpul de înaltă frecvenţă, în procesul de măsurare a permitivităţii ε' şi a pierderilor dielectrice (exprimate prin tg δ), în cazul pulberilor feritei de Mn—Zn şi $Ba+Bi_2O_3$ sau a amestecurilor eterogene formate din aceste pulberi şi ulei de parafină, se constată următoarele:

a) La feritele de Mn — Zn şi $Ba + Bi_2O_3$ în pudră permitivitatea scade, în timp ce pierderile dielectrice (exprimate prin tg δ) cresc, atunci cînd în procesul de măsurare, peste cîmpul de înaltă frecvenţă se aplică şi un cîmp electric continuu.

Variaţia acestor mărimi este cu atît mai mare cu cît frecvenţa de măsură este mai joasă.

De asemenea variaţia acestor mărimi depinde şi de intensitatea cîmpului electric continuu suprapus peste cîmpul de înaltă frecvenţă, în sensul că variaţia acestor mărimi creşte o dată cu intensitatea cîmpului continuu, tinzînd însă spre o limită pentru valori mai mari ale intensităţii cîmpului continuu.

b) La amestecurile eterogene formate din pudre de ferite de Mn—Zn şi $Ba+Bi_2O_3$ şi ulei de parafină, se constată că atît permitivitatea ε' cît şi tg δ cresc atunci cînd peste cîmpul de înaltă frecvenţă se suprapune, în procesul de măsurare, şi un cîmp continuu; în acest caz variaţia acestor mărimi este cu atît mai importantă cu cît frecvenţa de măsură este mai joasă şi cu cît intensitatea cîmpului continuu este mai mare.

c) În toate cazurile, încetînd acţiunea cîmpului electric continuu, permitivitatea ε' şi tg δ nu revin imediat la valorile iniţiale, ci după un interval de timp mai mult sau mai puţin îndelungat, ce depinde de natura substanţei utilizate.

Aceste efecte sînt determinate de existenţa şi deplasarea omosarcinilor şi eterosarcinilor sub acţiunea cîmpului electric continuu, de existenţa şi creşterea curentului de conducţie, datorită prezenţei purtătorilor liberi, cît şi datorită efectului Maxwell-Wagner determinat de discontinuităţile ce apar între particulele (grăunţele) ce formează pudra de ferită.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Guillien R., Arch. d. Sc., 1956, **9**, fasc. spéc., p. 23.
2. Leismann M., Arch. d. Sc., 1956, **9**, fasc. spéc., p. 21.
3. Auberdiac M., Arch. d. Sc., 1956, **9**, fasc. spéc., p. 22.
4. Petrescu V., Luca E., Savin Gh., Bărbulescu D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 212.

5. Luca E., Petrescu V., Bărbulescu D., Savin Gh., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **IV** (**X**), *3—4*, p. 239.
6. Luca E., Reus N., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII** (**XI**), *1—2*, p. 205.
7. Gross B., J. Chem. Phys., 1949, **17**, *10*, p. 866.
8. Губкин А. Н., Сканави Г. И., ИАН СССР, ОФН, 1959, **XXII**, стр. 64.
9. Губкин А. Н. и др., Приб. и техн. эксп., 1959, **4**, стр. 113.
10. Freimann R., Soutif M., *La spectroscopie hertzienne appliquée à la chimie*. Dunod, Paris, 1960, p. 36.

ВЛИЯНИЕ ОКАЗЫВАЕМОЕ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕКОТОРЫХ ПОРОШКОВ ФЕРРИТА И НЕОДНОРОДНЫХ СМЕСЕЙ ПОРОШКА ФЕРРИТА С ПАРАФИНОВЫМ МАСЛОМ ПОСТОЯННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ НАЛОЖЕННЫМ НА ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ

(Резюме)

В процессе измерения, при высокой частоте, абсолютной диэлектрической проницаемости ε' и диэлектрических потерь (выраженных через $\operatorname{tg}\delta$), порошков феррита Mn—Zn и $Ba+Bi_2O_3$, а также гетерогенных смесей этих порошков с парафиновым маслом, было произведено наложение постоянного электрического поля на высокочастотное поле. Заключается, что:

а) Под действием постоянного электрического поля, абсолютная диэлектрическая проницаемости ε' ферритов в порошке понижается, в то время как диэлектрические потери увеличиваются. Эти вариации тем резче чем больше напряжение постоянного электрического поля и чем меньше частота высокочастотного поля.

б) В случае гетерогенных смесей порошка феррита и парафинового масла было замечено, что как абсолютная диэлектрическая проницаемости ε', так и диэлектрические потери $\operatorname{tg}\delta$ повышаются в случае наложения постоянного электрического поля на высокочастотное поле, а также эти изменения, тем больше, чем выше напряжение постоянного электрического поля и чем больше понижается частота высокочастотного поля.

в) По прекращении действия постоянного электрического поля, абсолютная диэлектрическая проницаемости ε' и диэлектрические потери $\operatorname{tg}\delta$ возвращаются к начальной величине лишь через более или менее продолжительное время, в зависимости от характера потерь феррита или гетерогенной смеси.

INFLUENCE D'UN CHAMP ÉLECTRIQUE CONTINU SUPERPOSÉ À UN CHAMP DE HAUTE FRÉQUENCE, SUR LES PROPRIÉTÉS DIÉLECTRIQUES DE CERTAINES POUDRES DE FERRITES ET DE CERTAINS MÉLANGES HÉTÉROGÈNES FORMÉS DE FERRITES EN POUDRE ET D'HUILE DE PARAFFINE

(Résumé)

Dans le processus de mesure, à haute fréquence, de la permittivité (ε') et des pertes diélectriques (exprimées par $\operatorname{tg}\delta$) des poudres des ferrites de Mn — Zn et de $Ba + Bi_2O_3$, et des mélanges hétérogènes formés de ces poudres et d'huile de paraffine, on a superposé au champ de haute fréquence, un champ électrique continu. On a aboutit aux conclusions suivantes:

a) En absence du champ électrique continu, la permittivité (ε') des ferrites en poudre diminue au fur et à mesure que les pertes diélectriques ($\operatorname{tg}\delta$) augmentent: ces

variations sont d'autant plus prononcées que l'intensité du champ électrique continu est plus grande et que la fréquence du champ à haute fréquence est plus basse.

b) Dans le cas des mélanges hétérogènes formés de ferrites en poudre avec huile de paraffine, on observe que la permittivité (ε') et les pertes diélectriques ($tg\ \delta$) augmentent lorsqu'on superpose au champ de haute fréquence un champ électrique continu.

Ces variations sont d'autant plus grandes que l'intensité du champ électrique continu augmente et que la fréquence du champ électrique a haute fréquence diminue.

c) Au moment où l'action du champ électrique continu cesse, la permittivité (ε') et les pertes diélectriques ($tg\ \delta$) ne reviennent immédiatement aux valeurs initiales; on atteint ces valeurs après un intervalle de temps qui dépend de la nature de la poudre de ferrite ou du mélange hétérogène.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621.317.774 ; 615.8

CONTRIBUŢII LA REALIZAREA UNUI APARAT ELECTRONIC DE TIP ELECTROSOMN CU SINCROSCOP

DE

C. ONU, V. PRISĂCARU, LAURENŢIU TURIC şi VLAD BEJAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Faptul că somnoterapia a luat o largă dezvoltare în tratarea bolilor nervoase, a pus problema găsirii şi a altor metode pentru producerea somnului artificial, în afara substanţelor medicamentoase care au urmări toxice asupra organismului.

Atenţia medicilor a fost atrasă de metoda electrică, care constă în aplicarea unor curenţi electrici de anumite caracteristici şi forme, corpului omenesc.

Somnul electric, obţinut ca urmare a acţiunii curenţilor electrici asupra sistemului nervos, prezintă o serie de avantaje faţă de somnul medicamentos şi anume : a) nu produce acţiuni dăunătoare corpului omenesc, b) nu produce efecte de obişnuinţă, c) se poate aplica şi întrerupe instantaneu etc.

Cercetările întreprinse pînă în prezent în această direcţie au făcut posibilă stabilirea caracteristicilor curenţilor electrici care dau rezultate bune.

În lucrarea [1] se dau indicaţii asupra caracteristicilor curenţilor folosiţi pentru electrosomn, dar se arată că în faţa medicilor stau încă sarcini importante privind determinarea naturii fiziologice a electrosomnului.

Pentru cercetările clinice se impun deci realizări de aparate care să permită obţinerea curenţilor ce se folosesc la electrosomn şi ale căror caracteristici sînt : a) forma impulsurilor — dreptunghiulară, b) frecvenţa — 1...130 Hz, c) durata — 0,3...0,5 ms.

Autorii sovietici indică şi limite mai strînse şi anume frecvenţa să fie cuprinsă între 5 şi 25 Hz.

În lucrarea citată [1] se dau de asemenea şi caracteristicile aparatelor folosite. Aparatele au la bază un generator autoblocat, ale cărui impulsuri sînt amplificate şi aplicate apoi bolnavului. La aceste aparate nu există posibilitatea modificării duratei impulsului, ci doar a frecvenţei şi amplitudinii semnalului. De asemenea forma impulsurilor depinde esenţial de transformatorul generatorului autoblocat.

În literatura consultată se dau de asemenea scheme de aparate pentru electrosomn, dar la care modificarea duratei impulsului este dependentă de frecvenţă.

Colectivul nostru şi-a propus să realizeze un aparat care să permită reglarea independentă a caracteristicilor curentului electric şi în mod continuu, în limite l rgi, cu aplicaţii la cercetările clinice.

S-a avut în vedere de asemenea ca personalul medical ce va folosi aparatul să aibă posibilitatea supraveghierii continue a mărimii şi formei

curenţilor ce circulă prin corpul bolnavului, folosind în acest scop un sincroscop.

Curenţii dreptunghiulari de joasă frecvenţă şi cu un coeficient de umplere foarte redus, se obţin cel mai lesne cu generatorul autoblocat, lăsînd însă de dorit forma impulsului. De asemenea este dificilă modificarea duratei impulsurilor.

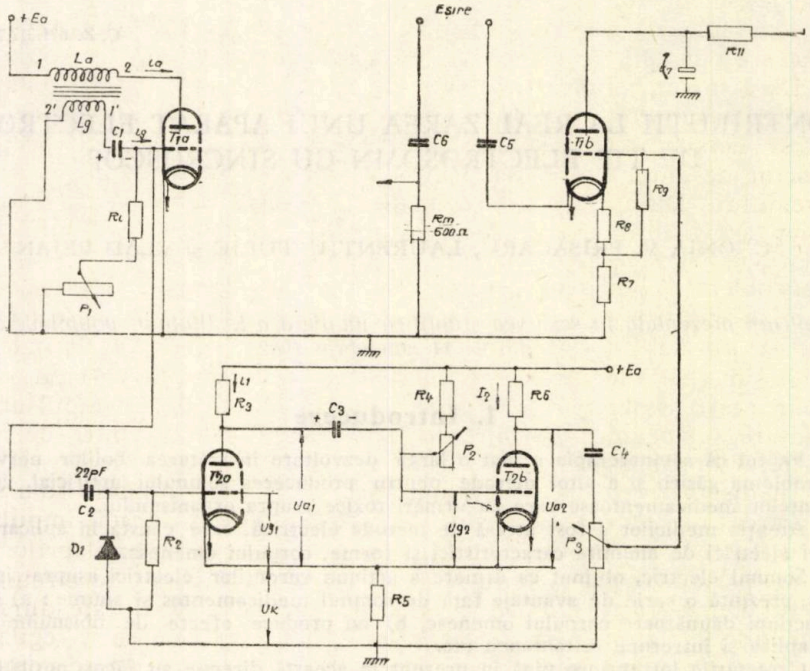


Fig. 1

Impulsurile dreptunghiulare se mai pot obţine şi cu multivibratoarele asimetrice, care însă la rapoarte atît de ridicate între perioadă şi semnal, funcţionează instabil sau chiar nu oscilează.

Colectivul a considerat că o soluţie acceptabilă ar constitui-o folosirea unor oscilatoare cu circuite monostabile, care să basculeze pe frecvenţe joase. Impulsurile astfel obţinute sînt de o formă mai corespunzătoare decît cele ale generatorului autoblocat, care aici se foloseşte doar pentru comanda circuitului monostabil.

Pentru ca circuitul de ieşire să nu influenţeze circuitul monostabil, acesta s-a separat de sarcină cu un repetor catodic.

Generatorul de impulsuri astfel conceput permite reglajul independent al duratei impulsului, frecvenţei şi a amplitudinii. Schema unui astfel de generator este arătată în fig. 1.

Cu o secţiune a tubului T_1 (T_{1a}) se realizează generatorul autoblocat, montaj în care este necesar un factor de amplificare supraunitar, pentru a putea obţine salturi rapide de tensiune.

Impulsurile obținute de la generatorul autoblocat se aplică printr-un circuit de diferențiere la grila secțiunii T_{2a} a tubului T_2, care formează un circuit monostabil, cu cuplaj catodic și grilă pozitivă, montaj care se impune prin următoarele avantaje: a) forma satisfăcătoare a impulsului la ieșire, b) relativa simplitate a montajului, c) absența influenței circuitelor de ieșire și intrare asupra parametrilor circuitului care determină durata impulsului, d) asigurarea unei înalte stabilități a duratei impulsului de ieșire, de către grila pozitivă.

Montajul se caracterizează printr-un regim de funcționare stabilă și anume acela în care secțiunea T_{2b} conduce, iar secțiunea T_{2a} este blocată.

Dacă într-un anumit moment, din exterior se aplică un impuls pozitiv pe grila tubului T_{1a}, astfel încît amplitudinea maximă să depășească valoarea de blocare, în sistem începe să acționeze o reacție pozitivă, la un factor de amplificare mai mare ca unitatea și se produce o basculare a sistemului. Durata acestui regim de funcționare depinde de constanta de timp a circuitului de grilă a secțiunii T_{2b}, după care circuitul monostabil revine la starea inițială (T_{2a} blocat și T_{2b} conduce).

Problema principală care se pune la un generator de relaxare monostabil o constituie stabilitatea duratei impulsurilor. Factorii care pot modifica durata T a impulsurilor și deci pot produce variații lente ale duratei sînt: a) înlocuirea și îmbătrînirea tuburilor, b) variația tensiunii de alimentare, a temperaturii exterioare, a parametrilor impulsurilor de declanșare, c) brumul de curent alternativ, diferite tipuri de tensiuni parazite, vibrații mecanice.

În dispozitivele cu generatoare de relaxare monostabile se urmărește înlăturarea influenței factorilor ce pot modifica durata impulsurilor. Pentru factorii ce produc variații lente ale duratei impulsurilor se fac calibrări periodice, prevăzîndu-se pentru reglaj elemente de circuit variabile. Influența factorilor ce produc variații mai rapide ale duratei impulsurilor se elimină prin alegerea potrivită a schemei și a regimului ei de lucru, prin urmărirea ca acțiunea diverșilor factori să se compenseze reciproc, prin stabilizarea tensiunilor de alimentare.

Pentru eliminarea influențelor factorilor ce produc variații mai rapide ale duratei impulsurilor, se impun condiții severe la filtraj, decuplări de circuite care se pot influența reciproc, construcții mecanice îngrijite, conexiuni scurte.

S-a ținut seama de toți factorii menționați mai sus și nu credem că este util a prezenta analiza amănunțită a acestora și măsurile ce trebuie luate pentru evitarea sau înlăturarea lor, acestea fiind citate în literatura.

În calculul și realizarea aparatului s-a ținut seama de considerațiile referitoare la reducerea influențelor factorilor ce duc la modificarea duratei impulsurilor.

Impulsurile pozitive obținute pe anoda secțiunii T_{2b} sînt aplicate pe grila secțiunii T_{1b} în montaj de repetor catodic.

Ieșirea la bornele de utilizare se realizează prin condensatoarele C_6 și C_5, care separă corpul bolnavului de tensiunile continue. În serie cu sarcina de utilizare este conectată rezistența R_m, în scopul obținerii unei tensiuni proporționale cu curentul ce circulă prin corpul bolnavului și

care se aplică apoi la sincroscop. Prezenţa condensatoarelor C_6 şi C_5 în circuitul de ieşire modifică forma semnalelor dreptunghiulare. Valoarea acestora se impune să fie cît mai mare astfel încît constantele de timp ale circuitului de utilizare să fie mult mai mari decît durata impulsurilor, încît deformarea formei impulsurilor să fie minimă.

2. Prezentarea schemei aparatului

Avînd în vedere posibilitatea tratării mai multor bolnavi simultan, s-au realizat patru canale independente, fiecare canal fiind compus din: generatorul autoblocat, un generator de relaxare monostabil şi un repetor catodic (fig. 2). Impulsurile generate de canalele *I...III* au caracteristicile: a) frecvenţa — 2...160 Hz, b) durata impulsului — 200...540 μs, c) amplitudinea semnalului (impulsului) pentru o rezistenţă de sarcină de 10 KΩ — 0...75 V.

Impulsurile generate de canalul *IV* au durata de 209...750 μs, cu scopul de a extinde gama de lucru.

Alimentarea cu tensiune anodică se realizează de la tubul biplacă 5Ц4c, tensiunea fiind filtrată şi stabilizată cu tubul STV 280/80.

Generatoarele autoblocate ale celor patru canale sînt alimentate la o tensiune stabilizată de 140 V. S-a prevăzut o decuplare a lor cu un grup de filtraj *RC*, astfel încît se micşorează influenţa generatoarelor autoblocate asupra funcţionării restului de elemente din schemă.

Generatoarele de relaxare monostabile şi repetoarele catodice sînt alimentate la o tensiune stabilizată de 210 V. Circuitul de alimentare al fiecărui canal are prevăzut un filtraj în scopul înlăturării influenţei reciproce între canale.

De la bornele rezistenţelor $R_m = 500\ \Omega$ se culeg tensiunile proporţionale cu curentul din circuitul de utilizare şi care se pot aplica succesiv, prin intermediul comutatorului K_3, amplificatorului pe verticală al sincroscopului.

Potenţiometrele pentru reglajul amplitudinii, duratei şi frecvenţei impulsurilor fiecărui canal, au axele scoase pe panoul frontal al aparatului, pe rînduri verticale, ale căror butoane indică respectiv de sus în jos, amplitudinea, durata, frecvenţa. Bornele individuale corespunzătoare fiecărui canal în parte, au specificate polarităţile, deoarece în timpul şedinţelor de tratament este obligatoriu ca impulsurile să fie aplicate cu polul plus pe apofizele mastoide. Aparatul este prevăzut şi cu un sincroscop, destinat atît pentru vizualizarea pe ecranul tubului a fenomenelor periodice cît şi pentru vizualizarea impulsurilor în regim declanşat.

Realizarea sincroscopului s-a impus datorită realizării unui coeficient de umplere mic şi a unei frecvenţe joase. Forma impulsurilor nu apare clar, ci doar sub formă de salturi ale spotului. (Raportul dintre perioadă şi semnal la frecvenţa de 2 Hz şi durata impulsurilor de 200 μs este de 2 500, adică coeficientul de umplere este $\varepsilon = 1/2\,500$, iar la frecvenţa de 50 Hz şi durata impulsului 200 μs este de $\varepsilon = 1/100$).

Astfel este firesc să nu apară pe ecranul tubului lăţimea impulsului decît ca un punct, atunci cînd fenomenul se vizualizează periodic.

Dacă în schimb cursa liniară a spotului este declanşată o dată cu apariţia impulsului, cu o viteză convenabilă, atunci impulsul apare clar.

Baza de timp la sincroscopul realizat în aparatul pentru electrosomn este compusă dintr-un multivibrator asimetric format cu tuburile T'_1 şi T'_{2a} (o secţiune a unei duble triode 6H8C), pentoda de descărcare liniară T''_3, repetorul catodic realizat cu cealaltă secţiune a tubului 6H8C şi tetroda 6П6 ca amplificatoare.

Modul de lucru al sincroscopului se comandă cu ajutorul comutatorului K_2. Pe poziţia *1* a acestuia, generatorul bazei de timp lucrează în regim relaxat. Pe poziţiile *2* şi *3* el lucrează în regim declanşat. Pe poziţia *2* declanşarea se face cu impulsuri pozitive, iar pe poziţia *3* cu impulsuri negative. Comutatorul K_2, pe poziţiile *2* şi *3* realizează negativarea grilei tubului T_1, de la redresorul dublor de tensiune pentru alimentarea tubului catodic şi astfel multivibratorul se blochează, în starea în care conduce T'_{2a} şi unul din condensatoarele din catodul său, care se comută cu comutatorul K_1, este astfel încărcat.

Impulsurile de sincronizare se obţin de la generatoarele autoblocate prin comutatorul K_3 (secţiunea II), deci în avans faţă de impulsurile ce se aplică amplificatorului pe verticală, diferenţa fiind determinată de durata de basculare a circuitului monstabil.

Amplificatorul plăcilor pentru deflecţia verticală constă dintr-un amplificator de bandă largă (circa 10 MHz), alcătuit cu tuburile T'_6 amplificator, T'_7 defazor şi T'_8 şi T'_9 montate în contra-timp, ce constituie etajul final.

Tensiunea de alimentare a tubului catodic se obţine de la un redresor dublor de tensiune, a cărui tensiune se înseriează cu tensiunea anodică a tuburilor generatorului de baleiaj.

Cu toate că se complică mult montajul, sincroscopul permite vizualizarea impulsurilor, ceea ce constituie un deosebit avantaj în exploatarea aparatului. În acest mod, în permanenţă medicul curant sau personalul ce manipulează aparatul poate observa forma şi valoarea impulsului de curent ce trece prin corpul bolnavului. La etalonarea frecvenţei, duratei şi amplitudinii semnalelor rectangulare s-au folosit metode de măsură cunoscute.

3. Concluzii

a) S-a realizat un generator de impulsuri care debitează curent pentru somnul comandat, de frecvenţă cuprinsă între 1,2 Hz şi 130 Hz, durata impulsurilor cuprinsă între 0,3 şi 0,5 μs, cu posibilitatea reglării independente a duratei, frecvenţei şi amplitudinii impulsurilor.

La aparatura existentă în literatura consultată, variaţia unuia din parametrii menţionaţi mai sus influenţează şi pe ceilalţi.

b) Producerea impulsurilor dreptunghiulare şi obţinerea unor forme de calitate s-a realizat prin combinarea unui generator autoblocat cu un circuit monostabil, comandînd bascularea circuitului monostabil pe frecvenţă joasă.

Montajul astfel conceput asigură pe lîngă generarea de impulsuri dreptunghiulare şi posibilitatea reglării independente a frecvenţei şi a duratei impulsurilor, ceea ce reprezintă un aspect foarte important pentru primele încercări de electrosomn.

c) Aparatul este prevăzut cu un tub catodic ce funcţionează în regim de sincroscop, care permite vizualizarea impulsurilor de curent folosite în tratament. Baza de timp a sincroscopului este declanşată de fiecare impuls în parte. Facem observaţia că sincroscopul asigură măsurarea curenţilor ce circulă prin corpul omenesc, care prezintă importanţă în problema supraveghierii continue şi eficiente a tratamentului. Remarcăm că există posibilităţi ca vizualizarea semnalelor să se facă şi periodic, utilizînd în acest caz un baleiaj relaxat.

d) Aparatul realizat se experimentează în cadrul serviciului de balneofizioterapie al Policlinicii A, Iaşi. Rezultatele clinice vor face obiectul unei comunicări ulterioare. Se anexează o serie de fotografii care prezintă diferite vederi ale aparatului realizat (fig. 3, 4, 5).

Institutul politehnic, Iaşi,
Laboratorul de electronică industrială,
Policlinica A, Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Гиляровский В. А., Ливенцев Н. М., Сегаль Ю. Е., Кирилова З. А., *Электросон (клинико-физиологическое исследование).* Медгиз, М., 1958.
2. Meerovici L. A., Zelicenko L. G., *Tehnica impulsurilor.* Ed. Tehn., Buc., 1958, (trad. din l. rusă).
3. Bonci-Bruevici A. M., *Folosirea tuburilor electronice în fizica experimentală.* Ed. Tehn., Buc., 1958, (trad. din l. rusă).
4. Mangezius K., Dinculescu Tr., Strobel S., Balneologia, 1957, *2.*
5. Dinculescu Tr., Balneologia, 1957, *2.*

ЭЛЕКТРОННЫЙ АППАРАТ ТИПА ЭЛЕКТРОСОН С СИНХРОНОСКОПОМ

(Резюме)

Авторы предлагают конструкцию генератора прямоугольных импульсов с четырьмя каналами, с частотой от 1,2 до 130 гц и с продолжительностью импульсов от 200.. 500 микросекунд. При генераторе имеется электронно-лучевая трубка, работающая в режиме синхроноскопа, что позволяет наблюдать импульсы тока с непрерывной разверткой. Этот аппарат применим при лечении некоторых заболеваний нервной системы, вызывая искусственный сон. На экране можно наблюдать за формой и величиной тока, что очень важно для непрерывного наблюдения над работой аппарата во время его клинического применения.

BEITRÄGE ZUM BAU EINES ELEKTRONISCHEN GERÄTES VOM ELEKTROSCHLAFTYPUS MIT SYNCHROSKOP

(Zusammenfassung)

Es wurde ein Rechteckimpulsgenerator zur Erzeugung des künstlichen Schlafes gebaut. Die rechteckigen Impulse haben folgende Charakteristik: Frequenz — 1,2...130 Hz, Dauer — 0,3...0,5 μs. Die Frequenz, die Dauer und die Amplitude der Impulse können unabhängig geregelt werden. Der Apparat ist ein 4-Kanalgerät, welches die gleichzeitige Behandlung mehrerer Kranken ermöglicht. Das Schema jedes Kanals besteht aus einem selbstblokierten Generator, einem monostabilen Kreis der über dem selbstblockierten Generator gesteuert wird, und einem kathodischen Empfänger, so dass Impulse die entsprechen der Form erhalten werden können. Mittels eines Synchroskops werden die Pazienten durchlaufenden Ströme kontrolliert, so dass eine fortlaufende und sichere Überwachung der Behandlung möglich wird.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621.313.333

ASUPRA UNEI METODE DE COMANDĂ A MOTOARELOR ASINCRONE TRIFAZATE CU AJUTORUL AMPLIFICATOARELOR MAGNETICE

DE

N. V. BOŢAN şi EUGEN BALABAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Utilizarea pe scară tot mai largă a amplificatoarelor magnetice în acţionările electrice a permis, în ultimul timp, realizarea a numeroase scheme de comandă şi reglaj a motoarelor asincrone, folosind amplificatoare magnetice.

În general schemele de comandă a motoarelor asincrone cu amplificatoare magnetice utilizează cîte trei amplificatoare monofazate pentru comenzi simple, sau cîte şase pentru inversarea sensului de rotaţie [1]; alteori se utilizează amplificatoare trifazate. Acest fapt conduce la scheme de comandă greoaie şi costisitoare. Unele încercări de a reduce numărul de amplificatoare magnetice au permis realizarea unor scheme de comandă cu un număr redus de elemente, dar de o putere mai mare ca cea a motoarelor comandate.

În cele ce urmează vom prezenta o schemă de reglaj a vitezei şi de inversare a sensului de rotaţie a unui motor asincron, realizată cu ajutorul a numai două amplificatoare magnetice monofazate precum şi unele rezultate experimentale obţinute în laborator pentru diferite condiţii de lucru.

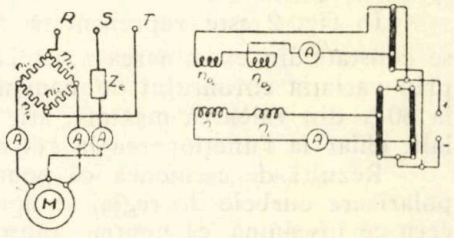


Fig. 1

2. Schema realizată este indicată în fig. 1. Spre deosebire de majoritatea schemelor cunoscute, în care pe fiecare fază a motorului comandat se montează cîte un amplificator magnetic, în schema prezentată se folosesc numai două amplificatoare magnetice monofazate, ale căror înfăşurări de lucru n_{l_1} şi n_{l_2} sînt montate în punte. Două dintre fazele motorului sînt alimentate de pe diagonala de ieşire a punţii, iar faza a treia se conectează direct la reţea prin intermediul unei impedanţe de echili-

brare z_e. Înfășurările de comandă ale celor două amplificatoare magnetice sînt legate în serie și alimentate prin intermediul unui potențiometru dublu, ceea ce permite inversarea comodă a polarității curentului de comandă. Înfășurările de polarizare se montează ca la un montaj obișnuit în punte al amplificatoarelor magnetice.

Menționăm că datorită existenței impedanțelor și dezechilibrului ce se produce pe diferitele faze de alimentare ale motorului, cuplul motorului scade destul de mult, depinzînd de valorile curenților de comandă și polarizare ai amplificatorului, ceea ce duce la necesitatea supradimensionării motoarelor comandate sau la utilizarea schemei pentru comanda motoarelor de putere redusă, folosite ca servomotoare de curent alternativ.

Pentru încercările experimentale efectuate în laborator a fost folosit un motor asincron cu rotor bobinat cu următoarele caracteristici: $P = 1{,}2$ kw, $U = 220/380$ V, $I = 2{,}56/1{,}48$ A, $n = 1\,400$ rot/min, $\cos\varphi = 0{,}77$ și $\lambda = 2$.

Amplificatoarele magnetice folosite sînt identice și au următoarele caracteristici: a) secțiunea miezului înfășurării de lucru — 2×18 cm^2, b) secțiunea miezului înfășurării de comandă — 36 cm^2, c) numărul de spire ale unei înfășurări de lucru — 467 spire, d) numărul de spire ale înfășurării de comandă — 387 spire, e) numărul de spire ale înfășurării de polarizare — 331 spire.

Cele două amplificatoare magnetice sînt de tipul cu miez dublu, executate cu tole de oțel transformator.

Atunci cînd curentul de intrare I_c este nul, puntea trebuie să fie echilibrată și prin urmare o singură fază a motorului va fi sub tensiune, anume faza conectată la rețea prin intermediul impedanței de echilibrare z_e.

În lipsa impedanței de echilibrare, din cauza unor dezechilibre importante pe cele trei faze, pe unele faze curenții cresc peste valorile admise, ceea ce provoacă încălzirea fazelor motorului și înfășurărilor amplificatoarelor magnetice. Acest fapt constituie una din cauzele principale pentru care încercările de a se realiza scheme de comandă de acest tip au fost abandonate. Pentru înlăturarea acestui inconvenient, pe faza care se alimentează direct de la rețea s-a introdus impedanța de echilibrare z_e.

3. Cu ajutorul montajului indicat în fig. 1 au fost obținute datele experimentale pe baza cărora s-au trasat figurile de mai jos.

Menționăm că datele obținute se referă la funcționarea la gol a motorului, la cuplu constant.

În fig. 2 este reprezentată familia de curbe $n = f(I_c)$. După cum se constată din examinarea acestei figuri viteza motorului poate fi reglată prin variația curentului de comandă și a curentului de polarizare, pînă la 80% din valoarea maximă, atît într-un sens de rotație cît și în celălalt, chiar la funcționarea la gol a motorului.

Rezultă de asemenea că pentru valori mai mari ale curentului de polarizare curbele de reglaj se apropie între ele și chiar se intersectează, ceea ce înseamnă că pentru anumite condiții de lucru există o valoare optimă a curentului de polarizare. În cazul experimentat acest curent este de ordinul a 3 A, pentru ambele sensuri de rotație ale motorului.

În fig. 3 este reprezentată familia de curbe $U = f(I_c)$, pentru un curent de polarizare $I_p = 2$ A, și în situația cu înfășurările statorice ale motorului conectate în triunghi.

După cum se observă, între tensiunile compuse ale motorului există un dezechilibru care depinde de valoarea curentului de comandă, ceea ce, de fapt, era de aşteptat. De asemenea se mai observă că tensiunile

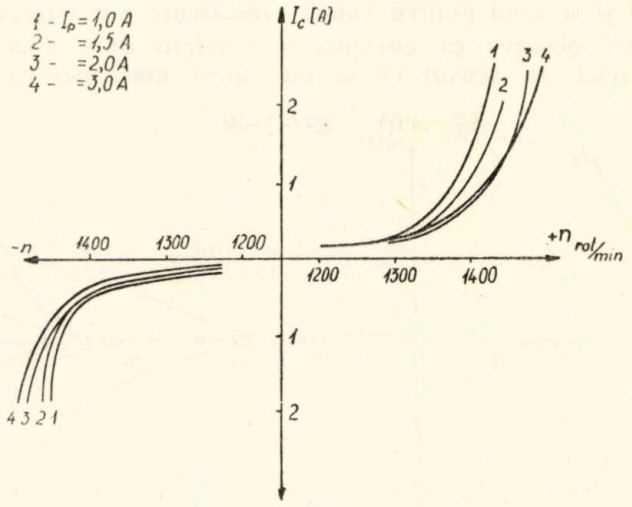


Fig. 3

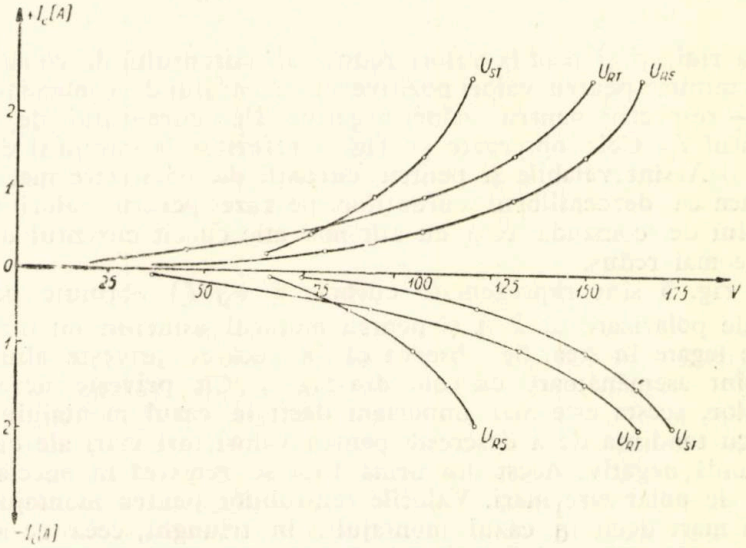


Fig. 2

compuse cresc o dată cu creşterea curentului de comandă. Aceste observaţii sînt valabile pentru ambele sensuri de rotaţie ale motorului.

În fig. 4 sînt indicate variațiile curentului pe fiecare fază, în funcție de curentul de comandă, pentru un curent de polarizare $I_p = 3$ A. După cum se observă, curentul I_s pe faza legată la rețea prin intermediul impedanței z_e, se menține aproape constant, avînd o valoare maximă pentru $I_c = 0$ și scăzînd pentru valori crescătoare ale curentului de comandă. Se mai observă că curenții pe celelalte două faze se mențin aproape simetrici, în sensul că ei au valori mari pentru curenți de

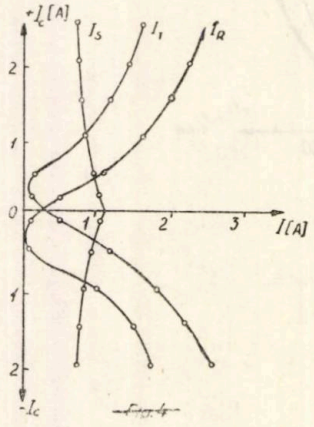


Fig. 4

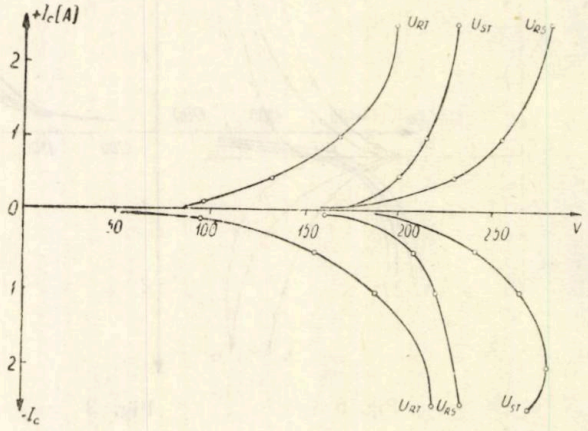


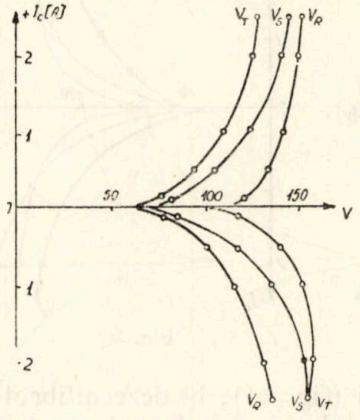
Fig. 5

comandă ridicați și scad la valori reduse ale curentului de comandă, prezentînd minime pentru valori pozitive ale curentului de comandă — curentul I_T — respectiv pentru valori negative ale curentului de comandă — curentul I_R. Cele observate pe fig. 4 referitor la curentul de polarizare de 3 A sînt valabile și pentru curenții de polarizare mai mici, cu mențiunea că dezechilibrul curenților pe faze pentru valori mari ale curentului de comandă este cu atît mai mic cu cît curentul de polarizare este mai redus.

În fig. 5 sînt reprezentate curbele $U = f(I_c)$ obținute pentru un curent de polarizare de 2 A și pentru motorul asincron cu înfășurările statorice legate în stea. Se observă că în ceea ce privește alura, aceste curbe sînt asemănătoare cu cele din fig. 3. Cît privește dezechilibrul tensiunilor, acesta este mai important decît în cazul montajului în triunghi, cu tendința de a descrește pentru valori mai mari ale curentului de comandă negativ. Acest din urmă fapt se remarcă în special pentru curenți de polarizare mari. Valorile tensiunilor pentru montajul în stea sînt mai mari decît în cazul montajului în triunghi, ceea ce are drept efect creșterea cuplului pe arborele motor.

În fig. 6 sînt reprezentate curbele de variație ale tensiunilor pe faze $V = f_2(I_c)$, pentru un curent de polarizare de 2 A. După cum se observă, dezechilibrul dintre tensiunile pe faze este mai important pentru valori reduse ale curentului de comandă. Din încercări mai rezultă că

dezechilibrul acestor tensiuni scade pe măsura creşterii curentului de polarizare. Rezultă deci că tensiunile pe faze ale motorului sînt cu atît mai apropiate de un sistem echilibrat cu cît curenţii de comandă şi de polarizare sînt mai mari. Creşterea acestor curenţi este însă limitată de puterea amplificatoarelor magnetice utilizate precum şi de valoarea impedanţei lor la saturaţie.



Pig. 6

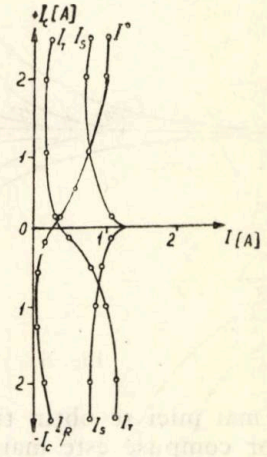


Fig. 7

În fig. 7 sînt reprezentate valorile curenţilor pe faze în funcţie de curentul de comandă. Se remarcă faptul că alura curbelor este aproximativ aceeaşi ca şi în cazul montajului în triunghi (fig. 4), însă curenţii pe faze în cazul montajului în stea sînt mult mai puţin dezechilibraţi.

Încercările la care ne-am referit mai sus au fost făcute considerînd drept impedanţă z_e o rezistenţă activă R_e. Pentru a se putea stabili influenţa exercitată de impedanţa z_e asupra funcţionării motorului, drept impedanţe au mai fost folosite rezistenţe active de alte valori precum şi reactanţe inductive şi capacitive de diferite valori.

În fig. 8 sînt reprezentate curbele $U = f_1'(I_c)$ pentru cazul montajului în stea, cu rezistenţa de echilibrare pe faza liberă de două ori mai mare decît în cazul curbelor reprezentate în fig. 5. Se observă că alura curbelor de variaţie a tensiunilor compuse se păstrează, în schimb dezechilibrul este mai redus decît în cazul reprezentat în fig. 5. În ceea ce priveşte valorile tensiunilor, acestea sînt mai mari în cazul cînd rezistenţele de echilibrare pe faza liberă sînt mai reduse.

În fig. 9 este reprezentată variaţia tensiunilor stelate în funcţie de curentul de comandă, pentru valori ridicate ale rezistenţei de echilibrare R_e pe faza liberă. Se observă că deşi alura curbelor se păstrează, totuşi dezechilibrul tensiunilor stelate este mai accentuat.

În ceea ce priveşte variaţia curenţilor pe faze în funcţie de curentul de comandă, se remarcă că o dată cu creşterea rezistenţei R_e dezechilibrul acestora este mai redus (fig. 10) decît în cazul rezistenţelor mici (fig. 7).

În cazul folosirii unei reactanțe inductive pe faza liberă se observă următoarele în raport cu cazul cînd se folosesc rezistențe active: a) alura curbei $n = f(I_c)$ este asemănătoare în cele două cazuri, iar pentru impe-

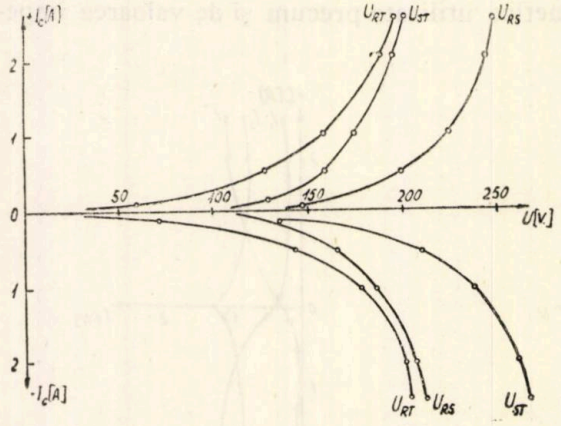


Fig. 8

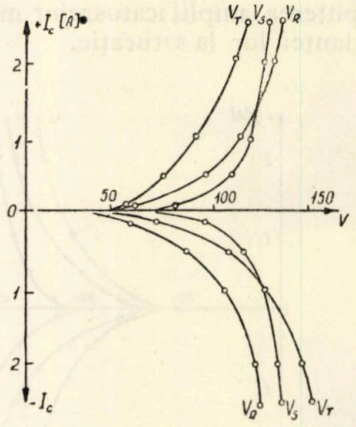


Fig. 9

danțe mai mici se obțin turații mai mari (fig. 11); b) dezechilibrul tensiunilor compuse este mai redus pentru valori mari ale inductanțelor pe faza liberă, iar valorile tensiunilor scad cu creșterea reactanței inductive; c) în cazul rectanțelor inductive mari, curenții sînt mult mai apropiați de un sistem echilibrat.

În cazul folosirii reactanțelor capacitive pe faza liberă s-au constatat următoarele: a) alura curbei $n = f(I_c)$ este asemănătoare cu cele din cazurile descrise mai sus; b) pentru capacități mai mari, dezechilibrul tensiunilor se diminuează iar valorile tensiunilor sînt mai reduse. Această observație este valabilă atît pentru tensiunile compuse cît și pentru cele pe faze; c) la valori mai mari ale capacităților, curenții absorbiți de motor sînt foarte apropiați de un sistem echilibrat și de valori mai reduse.

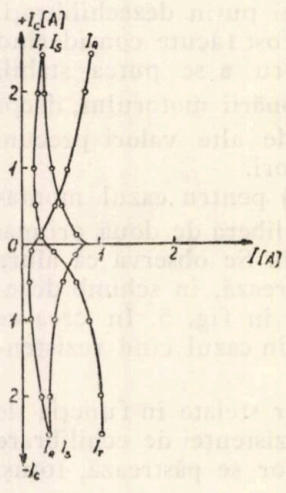


Fig. 10

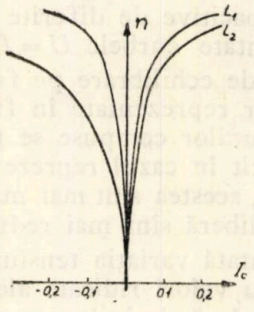


Fig. 11

Funcționarea motorului asincron alimentat cu tensiuni asimetrice duce [2], [3] la descreșterea cuplului pe arborele motor, deci la imposibilitatea utilizării motorului la puterea sa nominală. În tabelul 1 sînt indicate cîteva valori ale cuplului motor (în valori procentuale) pentru diferite situații examinate mai sus.

Cuplul motorului a fost calculat cu ajutorul relaţiei:

$$M = 2M_k(V_d/V)^2\{1/(s/s_k + s_k/s) - \varepsilon^2/[(2-s)/s_k + s_k/(2-s)]\},$$

în care: M_k — cuplul critic al motorului, V — tensiunea echilibrată pe fază, V_d — componenta directă a tensiunii în cazul alimentării statorului motorului asincron cu tensiuni asimetrice, $\varepsilon = V_i/V_d$ — gradul de disimetrie a tensiunilor, V_i — componenta inversă a tensiunilor, s_k — alunecarea critică a motorului asincron.

Tabelul 1

I_c A	I_p A	R_e Ω	ε %	M kgm	M/M_n %
0,1	2,00	100	73,5	0,165	19,7
1,0	2,00	100	47,0	0,316	37,8
2,0	2,00	100	38,7	0,375	45,0
2,5	2,00	100	36,4	0,394	47,6
0,1	2,00	200	90,0	0,068	8,15
1,0	2,00	200	63,7	0,222	32,80
2,0	2,00	200	51,0	0,308	36,90
2,5	2,00	200	49,3	0,314	37,60
0,1	3,00	100	84,0	0,124	14,85
2,5	3,00	100	33,2	0,430	51,60

Pentru determinarea tensiunii directe şi inverse a motorului s-au utilizat relaţiile:

$$(3V_d)^2 = 3U^2 + \Delta V_s^2 - 2\sqrt{3}U\,\Delta V_S\cos\varphi + \Delta V_R^2 +$$
$$+ \Delta V_T^2 - 2\sqrt{3}U\,\Delta V_R\sin\varphi - 2\sqrt{3}U\,\Delta V_T\sin\varphi,$$
$$(3V_i)^2 = \Delta V_S^2 + (\Delta V_R^2 + \Delta V_T^2)/2 + \sqrt{3}\Delta V_S(\Delta V_R + \Delta V_T),$$

deduse într-o lucrare anterioară [3].

În aceste relaţii ΔV_S reprezintă căderea de tensiune pe faza liberă, iar ΔV_R şi ΔV_T sînt căderile de tensiune pe fazele alimentate de la înfăşurările de lucru ale amplificatoarelor magnetice montate în punte.

După cum rezultă din tabelul 1 se poate obţine o creştere a cuplului motorului prin variaţia impedanţei de pe faza liberă, în funcţie de valorile celorlalţi parametri.

Concluzii

Din cele de mai sus rezultă următoarele observaţii finale:

1. Schema de comandă prezentată este mai simplă decît majoritatea celor descrise în literatura de specialitate, prin faptul că foloseşte numai două amplificatoare magnetice monofazate.

2. Alimentarea statorului motorului se efectuează cu tensiuni asimetrice, ceea ce duce la scăderea cuplului pe arborele motorului. Această deficienţă poate fi ameliorată prin variaţia impedanţei de echilibrare de pe faza liberă.

3. Prin metoda descrisă se poate obține un reglaj al vitezei motorului asincron pînă la 80% din valoarea maximă a vitezei, în ambele sensuri de rotație, chiar la funcționarea la gol a motorului.

4. Prin schimbarea polarității curentului de comandă se poate obține o inversare rapidă și comodă a sensului de rotație a motorului.

5. Montajul în stea al motorului asincron este mai avantajos decît cel în triunghi, întrucît deși dezechilibrul tensiunilor este mai accentuat, totuși valoarea tensiunilor fiind mai mare, cuplul motor este de asemenea mai mare.

6. Prin variația curentului din înfășurările de comandă și de polarizare ale amplificatoarelor magnetice se pot obține diferite situații de funcționare a motorului, deci posibilități largi de reglaj a diferiților parametri în funcție de cerințele practice.

7. Folosirea reactanțelor capacitive de echilibrare duce la situații mai avantajoase din punct de vedere al cuplului dezvoltat de motor, în comparație cu cazurile cînd sînt folosite rezistențe active sau reactanțe inductive.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de utilizări electrice,
Laboratorul de acționări electromecanice și automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Калужников М. А., *Расчет магнитных усилителей.* ГЭИ, М., 1961.
2. Sebastian L., Boțan N. V., St. și cerc. șt., Acad. R. P. R., filiala Iași, Fiz. și șt. tehn., 1958, **IX**, *2*, pp. 215—227.
3. Boțan N. V., Trifan Fl., St. și cerc. șt., Acad. R. P. R., filiala Iași, Fiz. și șt. tehn., 1959, **X**, *1*, pp. 73—83.
4. Розенблат М. А., *Магнитные усилители.* Сов. радио, М., 1960.
5. Ивахненко А. Т., *Автоматическое регулирование скорости маломощных асинхронных двигателей.* Изд. АН УССР, Киев, 1961.

О МЕТОДЕ УПРАВЛЕНИЯ ТРЕХФАЗНЫХ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ МАГНИТНЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ

(Резюме)

С целью уменьшения числа магнитных усилителей для управления асинхронных двигателей предлагается простая схема с двумя магнитными усилителями. Так как этот вид питания ведет к сравнительно большому нарушению симетрии статорных напряжений двигателя, авторы предлагают компенсацию несиметрии введением уравновешивающего импеданса на одну из фаз питания. Указаются экеперимантальные выводы при использовании разных импедансов. Приведенная схема может быть использована для управления асинхронных трехфазных серводвигателей.

SUR UNE MÉTHODE DE COMMANDE DES MOTEURS ASYNCHRONES TRIPHASÉS, À L'AIDE DES AMPLIFICATEURS MAGNÉTIQUES

(Résumé)

Ayant pour but la réduction du nombre des amplificateurs magnétiques utilisés pour la commande des moteurs asynchrones, on propose une schéma simple d'alimentation à deux amplificateurs montés en pont. Compte tenu que ce mode d'alimentation produit un déséquilibre important des tensions d'alimentation du moteur, les Auteurs proposent la compensation de celui-ci par l'introduction d'une impédance d'équilibrage dans une des phases. On indique les résultats expérimentaux obtenus pour différentes valeurs de l'impédance d'équilibrage. Le schéma proposé peut être utilisée pour la commande des servomoteurs asynchrones triphasés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621.3.015.33 : 621.314.2

TRANSMISIA TENSIUNII DE IMPULS ÎN TRANSFORMATORUL CU DOUĂ ÎNFĂŞURĂRI [1])

DE

N. GAVRILAŞ

1. Introducere

Fenomenele ce au loc în înfăşurările transformatorului supus la tensiunea de impuls au fost studiate în numeroase lucrări. În majoritatea dintre ele se studiază însă numai fenomenele ce au loc în înfăşurarea supusă la tensiunea de impuls, prezenţa celei de-a doua înfăşurări fiind neglijată [1], [2]. Alţi autori ţin seama şi de a doua înfăşurare şi studiază transmisia tensiunii de impuls dintr-o înfăşurare în alta, însă consideră o schemă echivalentă a transformatorului fie exagerat de simplificată [3], fie excesiv de complexă [4], ultima ducînd la soluţii cu aplicabilitate practică, însă greu de interpretat din punct de vedere teoretic.

În cele ce urmează se studiază transmisia tensiunii de impuls dintr-o înfăşurare în alta a transformatorului şi se interpretează rezultatele obţinute pentru cazuri practice, făcîndu-se şi o verificare experimentală.

2. Schema echivalentă adoptată

Reţeaua de capacităţi a unei scheme echivalente complete a transformatorului supus la tensiunea de impuls ar trebui să cuprindă capacităţile fiecărei spire a înfăşurărilor faţă de toate celelalte spire, faţă de miezul de fier şi cuvă. Pentru simplificare se neglijează, de regulă, capacităţile între spirele îndepărtate, care sînt neesenţiale în raport cu capacităţile între spirele imediat vecine. În acest studiu neglijăm şi capacităţile serie între spirele aceleaşi înfăşurări. Aceste capacităţi joacă un rol important în distribuţia iniţială a tensiunii de-a lungul înfăşurărilor, însă în ceea ce priveşte oscilaţiile libere în înfăşurări, ele exercită o influenţă sensibilă doar asupra armonicelor superioare. Ca urmare a neglijării acestor capacităţi, rezultatele ce se vor obţine vor fi valabile

[1]) Extras din disertaţia intitulată *Transmisia tensiunii de impuls în transformatoare şi modelarea ei,* susţinută la Şcoala superioară tehnică, Praga, 29 X 1963, în vederea obţinerii titlului de candidat în ştiinţe tehnice.

numai pentru termenul fundamental al oscilaţiilor libere, eventual pentru primele cîteva armonici.

Reţeaua de inductanţe a unei scheme echivalente complete trebuie să cuprindă inductanţele proprii şi mutuale ale înfăşurărilor, precum şi inductanţele mutuale între fiecare spiră a înfăşurărilor şi toate celelalte spire. Neglijăm aceste din urmă inductanţe, ele exercitînd o influenţă sensibilă în special asupra armonicelor superioare [1].

Neglijăm de asemenea rezistenţele şi conductanţele de pierderi ale înfăşurărilor, acestea jucînd un rol important doar în amortizarea oscilaţiilor, influenţa lor asupra naturii oscilaţiilor fiind neglijabilă [4].

Nu vom lua în considerare influenţa miezului de fier, neglijînd inductanţele corespunzătoare fluxului comun prin fier. Această aproximaţie este admisibilă în cazul cînd înfăşurarea supusă la tensiunea de impuls are cea de-a doua extremitate legată la pămînt [3], caz studiat în cele ce urmează.

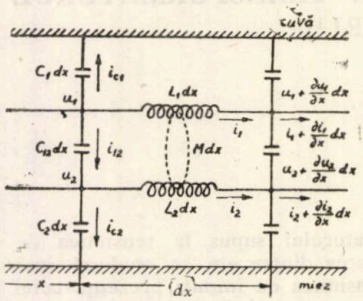


Fig. 1. — Schema echivalentă simplificată a transformatorului cu două înfăşurări, supus la unda de impuls.

Ca urmare a consideraţiilor simplificatoare făcute mai sus, este de aşteptat ca soluţiile ce se vor obţine să nu poată fi utilizate pentru calculul repartiţiilor de tensiune în înfăşurări, însă ele prezintă importanţă pentru înţelegerea principială a esenţei fizice a fenomenelor ce au loc în înfăşurări.

Considerînd cele două înfăşurări de lungime egală, avînd constantele electrice uniform repartizate pe toată lungimea lor, pe baza consideraţiilor de mai sus, schema echivalentă pentru un element de lungime dx a înfăşurărilor transformatorului va arăta ca în fig. 1, unde: L_1, L_2 — inductanţele proprii ale înfăşurării primare, respectiv secundare; M — inductanţa mutuală între cele două înfăşurări; C_1, C_2 — capacităţile faţă de pămînt ale primarului, respectiv secundarului; C_{12} — capacitatea între înfăşurarea primară şi cea secundară, toţi parametrii fiind consideraţi pe unitatea de lungime axială a înfăşurărilor.

3. Ecuaţia diferenţială generală şi soluţia ei

Conform fig. 1 se pot scrie pentru un element dx din lungimea axială a înfăşurărilor următoarele ecuaţii diferenţiale:

$$-\partial u_1/\partial x = L_1(\partial i_1/\partial t) + M(\partial i_2/\partial t), \tag{1}$$

$$-\partial u_2/\partial x = L_2(\partial i_2/\partial t) + M(\partial i_1/\partial t), \tag{2}$$

$$-\partial i_1/\partial x = C_1(\partial u_1/\partial t) + C_{12}[\partial(u_1 - u_2)/\partial t], \tag{3}$$

$$-\partial i_2/\partial x = C_2(\partial u_2/\partial t) - C_{12}[\partial(u_1 - u_2)/\partial t]. \tag{4}$$

Folosind calculul operaţional (transformarea Wagner-Carson) şi eliminînd curenţii, se obţin ecuaţiile imaginilor tensiunilor:

(5) $d^2U_1/dx^2-[L_1(C_1+C_{12})-MC_{12}]p^2U_1-[M(C_2+C_{12})-L_1C_{12}]p^2U_2=0,$

(6) $d^2U_2/dx^2-[L_2(C_2+C_{12})-MC_{12}]p^2U_2-[M(C_1+C_{12})-L_2C_{12}]p^2U_1=0,$

unde U_1 şi U_2 reprezintă transformatele mărimilor u_1 respectiv u_2. Prin derivare şi înlocuire se obţine din (5) şi (6) ecuaţia generală diferenţ ală pentru $U_1=U$ şi $U_2=U$:

(7) $$d^4U/dx^4-Bp^2(d^2U/dx^2)+Gp^4U=0,$$

unde:

(8) $$B=L_1(C_1+C_{12})+L_2(C_2+C_{12})-2MC_{12},$$

(9) $$G=4(L_1L_2-M^2)(C_1C_2+C_1C_{12}+C_2C_{12}).$$

Dacă se presupune soluţia ecuaţiei (7) de forma $U=$ const. $\exp(\alpha x)$ rezultă pentru α ecuaţia caracteristică:

(10) $$\alpha^4-Bp^2\alpha^2+Gp^4=0,$$

ale cărei soluţii sînt:

(11) $\alpha_{1,2}=\pm pN_1=\pm\beta,$ (12) $\alpha_{3,4}=\pm pN_2=\pm\gamma,$

unde:

(13) $N_1=\sqrt{B+\sqrt{B^2-G}/2},$ (14) $N_2=\sqrt{B-\sqrt{B^2-G}/2}.$

Deoarece $L_1L_2-M^2>0$, N_1 şi N_2 rezultă numere reale pozitive şi

(15) $$N_1>N_2.$$

Soluţia ecuaţiei (7) pentru $U=U_1$ rezultă de forma:

(16) $$U_1=A_1\exp(\beta x)+A_2\exp(-\beta x)+A_3\exp(\gamma x)+A_4\exp(-\gamma x),$$

unde A_1, A_2, A_3 şi A_4 sînt constante de integrare. Utilizînd ecuaţia (5), se găseşte:

(17) $U_2=A_1D_1\exp(\beta x)+A_2D_1\exp(-\beta x)+A_3D_2\exp(\gamma x)+A_4D_2\exp(-\gamma x),$

unde:

(18) $$D_1=[L_1(C_1+C_{12})-L_2(C_2+C_{12})]/\{2[L_1C_{12}-M(C_2+C_{12})]\}-$$
$$-\{[L_1(C_1+C_{12})-L_2(C_2+C_{12})]^2+4[L_1C_{12}-M(C_2+C_{12})]\times$$
$$\times[L_2C_{12}-M(C_1+C_{12})]\}^{1/2}/\{2[L_1C_{12}-M(C_2+C_{12})]\},$$

(19) $$D_2=[L_1(C_1+C_{12})-L_2(C_2+C_{12})]/\{2[L_1C_{12}-M(C_2+C_{12})]\}+$$
$$+\{[L_1(C_1+C_{12})-L_2(C_2+C_{12})]^2+4[L_1C_{12}-M(C_2+C_{12})]\times$$
$$\times[L_2C_{12}-M(C_1+C_{12})]\}^{1/2}/\{2[L_1C_{12}-M(C_2+C_{12})]\}.$$

Pentru a determina constantele de integrare este necesar a ţine seama de condiţiile la extremităţile înfăşurărilor. Vom studia în conti-

nuare cazul cînd înfăşurarea care nu este supusă la tensiunea de impuls (secundară) este scurtcircuitată şi legată la pămînt (fig. 2 a) şi cazul cînd această înfăşurare este deschisă şi cu punctul neutru legat la pămînt (fig. 2 b); în ambele cazuri înfăşurarea supusă la tensiunea de impuls (primară) are neutrul legat la pămînt.

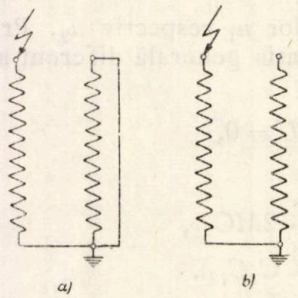


Fig. 2. — Conexiunile extremităţilor înfăşurărilor pentru cazurile studiate

a) *Înfăşurarea secundară scurtcircuitată*

În acest caz, socotind distanţa x măsurată de la intrarea în înfăşurare şi considerînd că la borna înfăşurării primare se aplică saltul unitar de tensiune, condiţiile la limită sînt:

$$(20) \qquad \begin{cases} x = 0, & U_1 = 1, \quad U_2 = 0, \\ x = l, & U_1 = 0, \quad U_2 = 0, \end{cases}$$

unde l este lungimea axială a înfăşurărilor.

Introducînd aceste condiţii la limită în ecuaţiile (16) şi (17), se determină constantele de integrare şi soluţiile pentru U_1 şi U_2; se obţine:

$$(21) \qquad U_1 = [D_2/(D_2 - D_1)]\,\{[\operatorname{sh}\beta(l-x)]/\operatorname{sh}\beta l\} - [D_1/(D_2 - D_1)]\,\{[\operatorname{sh}\gamma(l-x)]/\operatorname{sh}\gamma l\},$$

$$(22) \qquad U_2 = [D_1 D_2/(D_2 - D_1)]\,\{[\operatorname{sh}\beta(l-x)]/\operatorname{sh}\beta l - [\operatorname{sh}\gamma(l-x)]/\operatorname{sh}\gamma l\}.$$

Utilizînd teorema de dezvoltare a lui Heaviside, se trece de la imaginile (21) şi (22) la originale, obţinînd:

$$(23) \qquad u_1(x,\,t) = 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi}\,\frac{1}{D_2 - D_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\pi x)/l}{n}\,(D_2\cos\omega_n t - D_1\cos\Omega_n t),$$

$$(24) \qquad u_2(x,\,t) = \frac{2}{\pi}\,\frac{D_1 D_2}{D_2 - D_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\pi x)/l}{n}\,(\cos\Omega_n t - \cos\omega_n t),$$

unde frecvenţele unghiulare ω_n şi Ω_n sînt:

$$(25) \qquad \omega_n = n\pi/(lN_1), \qquad (26) \quad \Omega_n = n\pi/(lN_2).$$

Ţinînd seama de (15), rezultă că:

$$(27) \qquad \omega_n < \Omega_n\,.$$

Din ecuaţiile (21) şi (22) se obţine pentru $p \to 0$ repartiţia finală a tensiunilor:

$$(28) \qquad u_{1f} = 1 - x/l, \qquad (29) \quad u_{2f} = 0,$$

iar pentru $p \to \infty$, repartiţia iniţială:

$$(30) \qquad u_{10} = u_{20} = 0.$$

Expresiile (28) şi (29) ale repartiţiei finale de tensiune sînt identice cu cele care se obţin în cazul considerării unei scheme echivalente mai

complete a transformatorului [4]. Repartiţia iniţială de tensiune dată de expresia (30) nu poate fi luată în consideraţie drept cea reală, fiind obţinută în ipoteza neglijării capacităţilor serie. Deci, dacă interesează repartiţia iniţială de tensiune, este necesar a ţine seama în schema echivalentă şi de capacităţile serie.

Soluţiile (23), (24) pentru u_1 şi u_2 arată că, atît în înfăşurarea primară cît şi în cea secundară, apar pentru fiecare valoare a lui n două frecvenţe de oscilaţie.

În transformatoarele de înaltă şi foarte înaltă tensiune $L_1 \gg L_2$, $L_1 \gg M$ şi $L_2 > M$, iar $C_1 < C_2$, $C_{12} < C_2$ şi $C_1 > C_{12}$. Ca urmare se pot scrie pentru termenii ce apar în expresiile (18) şi (19) următoarele inegalităţi:

$$(31) \quad \begin{cases} L_1(C_1 + C_{12}) - L_2(C_2 + C_{12}) > 0, \; L_1 C_{12} - M(C_2 + C_{12}) > 0 \\ L_2 C_{12} - M(C_1 + C_{12}) < 0 \end{cases}$$

şi în consecinţă, rezultă că valorile constantelor D_1 şi D_2 sînt pozitive, iar $D_1 > D_2$. Neglijînd în (23) şi (24) D_1 faţă de D_2, iar în (23) oscilaţiile a căror amplitudine este determinată de D_1 faţă de cele a căror amplitudine este determinată de D_2, se obţin pentru u_1 şi u_2 expresiile aproximative:

$$(32) \quad u_1(x, t) = 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)/l}{n} \cos \omega_n t,$$

$$(33) \quad u_2(x, t) = \frac{2D_1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)/l}{n} (\cos \Omega_n t - \cos \omega_n t).$$

Expresia (32) este identică cu cea ce se obţine pentru tensiunea u_1 în cazul neglijării prezenţei înfăşurării secundare [1] (atunci cînd în expresia respectivă se neglijează capacităţile serie). Acest fapt arată că se poate considera, în primă aproximaţie, că influenţa înfăşurării secundare asupra oscilaţiilor din primar, cel puţin în ceea ce priveşte primele armonice, este neglijabilă.

Din (32) şi (33) rezultă că în primar apar oscilaţii avînd practic o singură frecvenţă fundamentală ω_1 ($< \Omega_1$). Raportul între amplitudinile armonicilor fundamentale din secundar şi primar rezultă egal cu D_1. Din (18) se obţine:

$$(34) \quad D_1 < \sqrt{[M(C_1 + C_{12}) - L_2 C_{12}]/[L_1 C_{12} - M(C_2 + C_{12})]}$$

şi neglijînd în primă aproximaţie $L_2 C_{12}$ faţă de $M(C_1 + C_{12})$, $M(C_2 + C_{12})$ faţă de $L_1 C_{12}$ şi C_1 faţă de C_{12}, se obţine:

$$(35) \quad D_1 < \sqrt{M/L_1},$$

ceea ce înseamnă că raportul amplitudinilor armonicilor fundamentale din secundar şi primar poate fi, în funcţie de constantele înfăşurărilor, mai mare decît cel dat de raportul de transformare.

b) *Înfășurarea secundară deschisă*

În acest caz (fig. 2 b) condițiile la limită sînt:

$$\begin{cases} x = 0, \ U_1 = 1, \ I_2 = 0, \\ x = l, \ U_1 = 0, \ U_2 = 0. \end{cases} \tag{36}$$

Din expresiile (1) și (2) (în formă operațională) se deduce, folosind și soluțiile (16) și (17) pentru U_1 și U_2, expresia curentului I_2:

$$\begin{aligned} I_2 = &-[A_1 (L_1 D_1 - M) N_1/(L_1 L_2 - M^2)] \exp(\beta x) + \\ &+ [A_2 (L_1 D_1 - M) N_1/(L_1 L_2 - M^2)] \exp(-\beta x) - \\ &- [A_3 (L_1 D_2 - M) N_2/(L_1 L_2 - M^2)] \exp(\gamma x) + \\ &+ [A_4 (L_1 D_2 - M) N_2/(L_1 L_2 - M^2)] \exp(-\gamma x). \end{aligned} \tag{37}$$

Introducînd condițiile la limită (36) în ecuațiile (16), (17) și (37) se obțin soluțiile:

$$U_1 = \{[\mathrm{sh}\beta (l - x)]/\mathrm{ch}\,\beta l - [\eta \,\mathrm{sh}\gamma (l - x)]/\mathrm{ch}\gamma l\}/(\mathrm{th}\beta l - \eta \,\mathrm{th}\gamma l), \tag{38}$$

$$U_2 = \{[D_1 \,\mathrm{sh}\beta (l - x)]/\mathrm{ch}\beta l - [\eta D_2 \,\mathrm{sh}\gamma (l - x)]/\mathrm{ch}\gamma l\}/(\mathrm{th}\beta l - \eta \,\mathrm{th}\gamma l), \tag{39}$$

unde:

$$\eta = N_1 (L_1 D_1 - M)/[N_2 (L_1 D_2 - M)]. \tag{40}$$

Se poate ușor arăta că totdeauna $\eta < 0$.

Pentru a trece la originalul expresiilor transformate (38) și (39) se utilizează teorema de dezvoltare a lui Heaviside. În acest scop trebuie să se cunoască rădăcinile ecuației:

$$\mathrm{th}\,\beta l - \eta \,\mathrm{th}\,\gamma l = 0. \tag{41}$$

Înlocuind β și γ din (9) și (10) ecuația (41) devine:

$$\mathrm{th}\, pN_1 l - \eta \,\mathrm{th}\, pN_2 l = 0. \tag{42}$$

Ecuațiile de mai sus vor descrie procese oscilatorii numai în cazul cînd p va avea rădăcini imaginare. În acest scop se notează $p = j\omega$ și ecuația (42) devine:

$$\mathrm{tg}\,\omega N_1 l = \eta \,\mathrm{tg}\,\omega N_2 l. \tag{43}$$

Rezolvarea grafică a acestei ecuații este redată în fig. 3.

Punctele de intersecție a ambelor sisteme de curbe se repetă periodic, cu o anumită întîrziere. Termenul fundamental corespunde primului punct de intersecție a curbelor (însemnat cu 1 pe figură) pentru argumentele pozitive și negative, frecvența sa fiind mai mică decît π. Abaterea de la valoarea π depinde de raportul N_1/N_2 și de mărimea lui η. Deci se pot considera pentru termenul fundamental rădăcinile:

(44) $$p = \pm j\omega_1$$

şi ca urmare pentru originalele expresiilor (38) şi (39) se obţine:

(45) $$u_{1,1}(x,t) = 1 - \frac{x}{l} + 2\frac{[\sin\omega_1 N_1 (l-x)]/\cos\omega_1 N_1 l - \eta\,[\sin\omega_1 N_2 (l-x)]/\cos\omega_1 N_2 l}{\omega_1 (N_1 l/\cos^2\omega_1 N_1 l - \eta N_2 l/\cos^2\omega_2 N_2 l)}\cos\omega_1 t,$$

(46) $$u_{2,1}(x,t) = \left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{M}{L_1} + 2\frac{D_1 [\sin\omega_1 N_1 (l-x)]/\cos\omega_1 N_1 l - [\eta D_2 \sin\omega_1 N_2 (l-x)]/\cos\omega_1 N_2 l}{\omega_1 (N_1 l/\cos^2\omega_1 N_1 l - \eta N_2 l/\cos^2\omega_1 N_2 l)}\cos\omega_1 t.$$

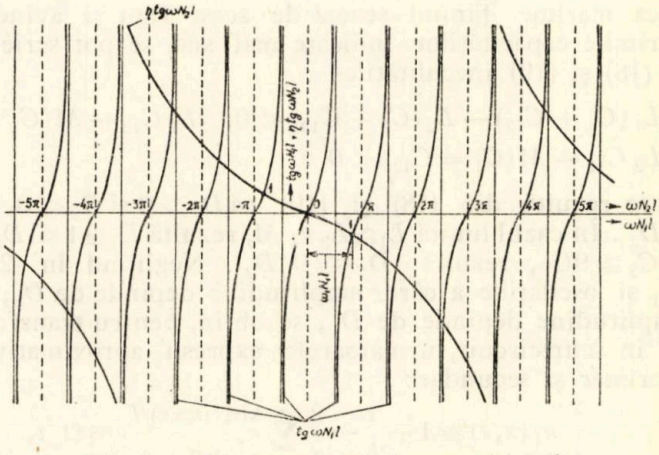


Fig. 3. — Rezolvarea grafică a ecuaţiei (43).

După cum reiese din fig. 3, pentru frecvenţa unghiulară a termenului fundamental de timp avem:

(47) $$\omega_1 = k\pi/(lN_1),$$

unde $0{,}5 < k < 1$, în funcţie de constantele înfăşurărilor.

Distribuţia finală de tensiune rezultă din (38) şi (39):

(48) $$u_{1f} = 1 - x/l, \qquad (49) \qquad u_{2f} = (1 - x/l)\,M/L_1.$$

Se observă că transmisia finală a tensiunii de impuls, din primarul în secundarul transformatorului, se efectuează aproximativ după raportul de transformare.

Expresiile (45) şi (46) arată că atît mărimile din înfăşurarea primară cît şi cele din cea secundară oscilează cu aceeaşi frecvenţă unghiulară ω_1, a termenului fundamental.

Deoarece $N_2 < N_1$, rezultă că $\omega_1 N_2 l = k\pi N_2/N_1 < \omega_1 N_1 l = k\pi$ şi ca urmare se pot neglija în (45) şi (46) termenii care conţin pe $\sin\omega_1 N_2 (l-x)$, faţă de cei ce conţin pe $\sin\omega_1 N_1 (l-x)$. Rezultă astfel că raportul am-

MUSTAKI KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1848

plitudinilor termenilor fundamentali de timp din secundar şi primar va fi iarăşi aproximativ egal cu D_1. Deci şi în acest caz sînt valabile concluziile referitoare la raportul amplitudinilor în cazul secundarului transformatorului scurtcircuitat.

4. Verificări experimentale

Măsurările experimentale s-au efectuat pe un transformator avînd raportul de transformare 1 : 1 şi capacităţile înfăşurărilor: $C_1 = 85$ pF/m, $C_2 = 770$ pF/m, $C_{12} = 380$ pF/m (cînd se consideră înfăşurarea exterioară ca primară).

Pentru a verifica justeţea rezultatelor obţinute mai sus trebuie particularizate rezultatele obţinute în cazul transformatorului considerat.

Dat fiind că raportul de transformare este 1 : 1 şi distanţa între desfăşurări este redusă, rezultă că inductanţele L_1, L_2 şi M sînt foarte apropiate ca mărime. Ţinînd seama de acest fapt şi avînd totodată în vedere mărimile capacităţilor indicate mai sus, se pot scrie pentru termenii din (18) şi (19) inegalităţile:

$$(50)\quad \begin{cases} L_1(C_1 + C_{12}) - L_2(C_2 + C_{12}) < 0, \quad L_1 C_{12} - M(C_2 + C_{12}) < 0, \\ L_2 C_{12} - M(C_1 = C_{12}) < 0 \end{cases}$$

şi ca urmare rezultă din (18) şi (19) că $D_1 > 0$ şi $D_2 < 0$, de asemenea că $|D_1| > |D_2|$. În cazul limită $L_1 \cong L_2 \cong M$, rezultă $D_1 \cong 1$ şi $D_2 \cong -C_1/C_2$. Deoarece $C_2 \cong 9C_1$, rezultă $|D_1| \cong 9|D_2|$. Neglijînd în (23) şi (24) D_2 faţă de D_1 şi oscilaţiile a căror amplitudine depinde de D_2, faţă de cele a căror amplitudine depinde de D_1, se obţin, pentru transformatorul cu secundarul în scurtcircuit, următoarele expresii aproximative ale tensiunilor în primar şi secundar:

$$(51)\quad u_1(x,t) \cong 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin (n\pi x)/l}{n} \cos \Omega_n t,$$

$$(52)\quad u_2(x,t) \cong \frac{2}{\pi} D_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin (n\pi x)/l}{n} (\cos \omega_n t - \cos \Omega_n t).$$

Din aceste expresii rezultă că frecvenţa unghiulară a termenului fundamental al oscilaţiilor libere în primar este $\Omega_1 (> \omega_1)$, iar amplitudinea termenului fundamental în secundar este aproximativ de 9 ori mai mică ca în primar.

În cazul transformatorului cu secundarul deschis, pentru inductanţele L_1, L_2 şi M foarte apropiate ca mărime, rezultă din (13) şi (14) că $N_2 \ll N_1$, iar în cazul limită $L_1 \cong L_2 \cong M$, rezultă $N_2 \cong 0$. Ca urmare în (45) şi (46) se poate scrie $\cos \omega_1 N_2 l \cong 1$ şi $\sin \omega_1 N_2 (l - x) \cong 0$. Deci se pot neglija în (45) şi (46) termenii ce conţin pe $\sin \omega_1 N_2 (l - x)$ faţă de cei-lalţi termeni şi ca urmare rezultă că raportul amplitudinilor termenilor fundamentali din secundar şi primar este aproximativ egal cu D_1, deci aproximativ egal cu 1.

În cazul aplicării tensiunii de impuls la borna înfăşurării interioare a transformatorului, în particularizarea expresiilor de mai sus trebuie să se ţină seama de inversarea valorilor lui C_1 şi C_2. După cum reiese

din (25) şi (26), inversarea acestor valori nu schimbă valorile lui ω_n şi Ω_n, însă de această dată $|D_2| \cong 9\,|D_1|$. Procedînd ca mai sus, expresiile aproximative ale tensiunilor pentru transformatorul cu secundarul în scurtcircuit rezultă:

$$u_1(x,t) \cong 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\pi x)/l}{n}\cos\omega_n t, \tag{53}$$

$$u_2(x,t) \cong \frac{2}{\pi}D_1\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\pi x)/l}{n}(\cos\Omega_n t - \cos\omega_n t). \tag{54}$$

De această dată frecvenţa unghiulară a termenului fundamental din primar este ω_n ($<\Omega_n$), iar raportul amplitudinilor termenilor fundamentali din secundar şi primar este aproximativ egal cu 1, deoarece $D_1 \cong 1$.

Concluziile referitoare la transformatorul cu secundarul deschis rămîn valabile şi în cazul cînd tensiunea de impuls se aplică la înfăşurarea interioară.

În cadrul măsurărilor experimentale s-au aplicat la înfăşurările transformatorului descris mai sus tensiuni de impuls aproximativ dreptunghiulare şi s-au ridicat oscilograme ale tensiunii în punctele mediane ale înfăşurărilor.

În tabelul 1 sînt date frecvenţele armonicilor fundamentale măsurate pe oscilograme, iar în fig. 4, 5, 6 şi 7 sînt date oscilogramele tensiunilor în punctele mediane ale înfăşurărilor, pentru cazurile considerate mai sus. Din analiza acestor rezultate experimentale rezultă că ele verifică concluziile teoretice cu privire la frecvenţa de oscilaţie a înfăşurărilor şi raportul amplitudinilor termenilor fundamentali din secundar şi primar.

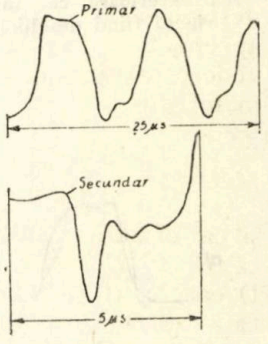


Fig. 4. — Oscilogramele tensiunilor în punctele mediane ale înfăşurărilor în cazul cînd unda de impuls este aplicată la înfăşurarea exterioară, înfăşurarea interioară fiind scurtcircuitată. Tensiunea secundară este amplificată de 10 ori.

Tabelul 1

Conexiunea înfăşurării secundare	Tensiunea de impuls aplicată la înfăşurarea exterioară		Tensiunea de impuls aplicată la înfăşurarea interioară	
	Primar	Secundar	Primar	Secundar
În scurtcircuit	100 kHz	—	17 kHz	—
Deschis	17 kHz	17 kHz	17 kHz	17 kHz

În fig. 8 şi 9 sînt date oscilogramele tensiunilor ridicate în punctele mediane ale înfăşurărilor unui model al transformatorului de mai sus, atît pentru cazul în care pe model au fost prevăzute capacităţile serie ale înfăşurărilor cît şi pentru cazul cînd acestea au fost scoase.

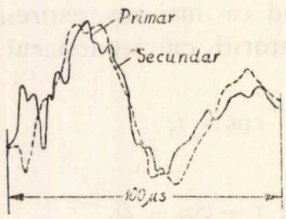


Fig. 5. — Oscilogramele tensiunilor în punctele mediane ale înfăşurărilor, în cazul cînd unda de impuls este aplicată la înfăşurarea exterioară, cea interioară fiind deschisă.

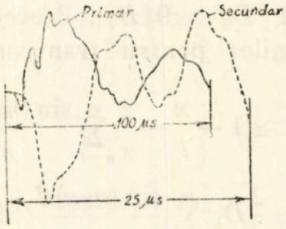


Fig. 6. — Oscilogramele tensiunilor în punctele mediane ale înfăşurărilor, în cazul cînd unda de impuls este aplicată la înfăşurarea interioară, cea exterioară fiind scurtcircuitată.

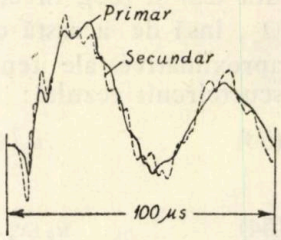


Fig. 7. — Oscilogramele tensiunilor în punctele mediane ale înfăşurărilor, în cazul cînd unda de impuls este aplicată la înfăşurarea interioară, cea exterioară fiind deschisă.

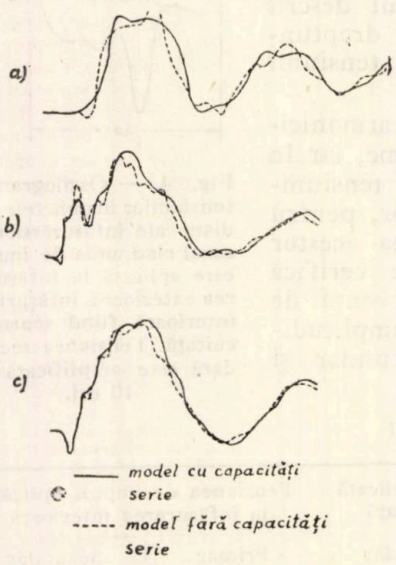


Fig. 8. — Oscilogramele tensiunilor în punctele mediane ale înfăşurărilor modelului de transformator cu şi fără capacităţi serie, în cazul cînd unda de impuls este aplicată la înfăşurarea exterioară ; *a* — tensiunea primară, secundarul fiind scurcircuitat ; *b* — tensiunea primară, secundarul fiind deschis ; *c* — tensiunea secundară, secundarul fiind deschis.

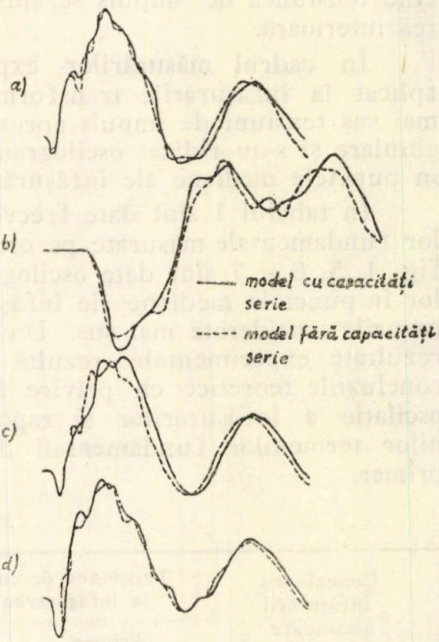


Fig. 9. — Oscilogramele tensiunilor în punctele mediane ale înfăşurărilor modelului de transformator cu şi fără capacităţi serie, în cazul cînd unda de impuls este aplicată la înfăşurarea interioară : *a* — tensiunea primară, secundarul fiind scurtcircuitat ; *b* — tensiunea secundară, secundarul fiind scurtcircuitat ; *c* — tensiunea primară, secundarul fiind deschis ; *d* — tensiunea secundară, secundarul fiind deschis.

După cum rezultă din aceste două figuri, lipsa capacităţilor serie exercită o influenţă foarte redusă atît asupra amplitudinilor cît şi asupra frecvenţelor primelor armonici. Deci neglijarea acestor capacităţi serie, în anumite cazuri, nu introduce erori mari, cel puţin în ceea ce priveşte primele armonici.

Şcoala superioară tehnică, Praga,
R. S. Cehoslovacia

Primit la 19 XI 1963

BIBLIOGRAFIE

1. Heller B., Veverka A., *Rázové jevu v elektrickych strojich.* SNTL, Praha, 1953.
2. Сиротинский Л. И., *Техника высоких напряжений.* Ч. III, ГЭИ, М.-Л.
3. Veverka A., Chládek J., Frangl M., Práce ústavu pro elektrotechniku CSAV, 1955, IV.
4. Bewley L, V., *Traveling waves on transmission systems.* Chapman a. Hall, London, 1951.

ПЕРЕДАЧА ИМПУЛЬСНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ТРАНСФОРМАТОРЕ С ДВУМЯ ОБМОТКАМИ

(Резюме)

Используя упрощенную схему замещения трансформатора с двумя обмотками подверженному ударной волне, изучаются переходные явления появляющиеся в обеих обмотках и выводятся заключения их переходного ответа. Обсуждаются полученные результаты для частных случаев трансформаторов высокого и сверхвысокого напряжений.

В случае когда вторичная обмотка короткозамкнута (нейтраль первичной заземлена), в первичной обмотке появляется, в первом приближении, тот же переходной ответ, как и в случае когда пренебрегается присутствие вторичной обмотки; это приближение остается возможным поскольку учитываются только первичные гармоники колебаний. Во вторичных обмотках появляются две основные различные волны частот, имеющие одинаковые амплитуды. Отношение амплитуд колебаний обеих обмоток может быть больше получаемого при помощи коэффициента трансформации.

Для случая разомкнутой вторичной обмотки (нейтраль первичной заземлена) получают в обеих обмотках колебания ту же основную частоту, отношение же амплитуд колебаний может превзойти коэффициент трансформации.

Теоретические заключения были проверены экспериментально.

Тем же путем устанавливается, что в некоторых случаях является возможным пренебрегать сериесной емкостью, ввиду того что ошибки, особенно для первичных гармоник колебания — минимальны.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Упрощенная схема замещения трансформатора с двумя обмотками подверженного ударной волне.

Рис. 2. — Соединение конечностей обмоток для изучаемых случаев.

Рис. 3. — Графическое решение уравнения (43).

Рис. 4. — Осциллограммы напряжений в средних точках обмоток в случаях когда ударная волна приложена к наружной обмотке, внутренняя обмотка будучи короткозамкнута. Вторичное напряжение увеличено в 10 раз.

Рис. 5. — Осциллограммы напряжений в средних точках обмоток в случае когда ударная волна приложена к наружной обмотке, внутренняя обмотка будучи разомкнута.

Рис. 6. — Осциллограммы напряжений в средних точках обмоток в случае когда ударная волна приложена к внутренней обмотке, наружная же будучи короткозамкнута.

Рис. 7. — Осциллограммы напряжений в средних точках обмоток в случае когда ударная волна приложена к внутренней обмотке, наружная же будучи разомкнута.

Рис. 8. — Осциллограммы напряжений в средних точках обмоток образца трансформатора обладающего или нет сериесной емкостью, в случае когда ударная волна приложена к наружней обмотке; *a* — первичное напряжение, вторичная обмотка короткозамкнута; *b* — первичное напряжение, вторичная обмотка разомкнута; *c* — вторичное напряжение, вторичная обмотка разомкнута.

Рис. 9. — Осциллограммы напряжений в средних точках обмоток образца трансформатора обладающего или нет сериесной емкостью, в случае когда ударная волна приложена к внутренней обмотке; *a*—первичное напряжение, вторичная обмотка короткозамкнута; *b*—вторичное напряжение, вторичная обмотка короткозамкнута; *c*—первичное напряжение, вторичная обмотка разомкнута; *d* — вторичное напряжение, вторичная обмотка разомкнута.

TRANSMISSION DES PHÉNOMÈNES DE CHOC DANS LE TRANSFORMATEUR À DEUX ENROULEMENTS

(Résumé)

En utilisant une schéma équivalente simplifiée d'un transformateur à deux enroulements, soumis à l'action d'une onde de choc, on étudie les phénomènes transitoires qui se manifestent dans les enroulements et on déduit la réponse transitoire de ceux-ci. On particularise les résultats obtenus pour le cas des transformateurs à haute et très haute tension.

Lorsque le secondaire est en court-circuit (neutre d'enroulement primaire mis à la terre), dans l'enroulement primaire on obtient, en première approximation, la même réponse transitoire que dans le cas où on neglige la présence de l'enroulement secondaire; cette approximation reste admissible tant qu'on considère seulement les premières harmoniques des oscillations. Dans le secondaire se manifestent deux ondes de fréquences fondamentales différentes et ayant la même amplitude. Le rapport des amplitudes des oscillations des deux enroulements peut être plus grand que celui fournisé par le rapport de transformation.

Pour le secondaire ouvert (neutre d'enroulement primaire mis à la terre) on obtient dans les deux enroulements des oscillations de la même fréquence fondamentale, le rapport des amplitudes pouvant aussi dépasser le rapport de transformation.

Les conclusions théoriques on été confirmées par voie expérimentale. De cette manière on confirme qu'il est possible de négliger, dans certains cas, les capacités en séries des enroulements; les erreurs, surtout pour les premières harmoniques des oscillations, sont négligeables.

Explications des figures

Fig. 1. — Schéma équivalente simplifiée du transformateur à deux enroulements soumis à l'action d'une onde de choc.

Fig. 2. — Connexions des extrémités des enroulements pour les cas étudiés.

Fig. 3. — Résolution graphique de l'équation (43).

Fig. 4. — Oscillogrammes des tensions dans les points médians des enroulements, lorsque l'onde de choc est appliquée à l'enroulement extérieur, celui intérieur étant court-circuité. La tension secondaire est amplifiée 10 fois.

Fig. 5. — Oscillogrammes des tensions dans les points médians des enroulements, lorsque l'onde de choc est appliquée à l'enroulement extérieur, celui intérieur étant ouvert.

Fig. 6. — Oscillogrammes des tensions dans les points médians des enroulements, lorsque l'onde de choc est appliquée à l'enroulement intérieur, celui extérieur étant court-circuité.

Fig. 7. — Oscillogrammes des tensions dans les points médians des enroulements, lorsque l'onde de choc est appliquée à l'enroulement intérieur, celui extérieur étant ouvert.

Fig. 8. — Oscillogrammes des tensions dans les points médians des enroulements du modèle du transformateur avec ou sans capacités en série, lorsque l'onde de choc est appliquée à l'enroulement extérieur; *a* — tension primaire pour secondaire court-circuité; *b*—tension primaire pour secondaire ouvert; *c*—tension secondaire pour secondaire ouvert.

Fig. 9. —Oscillogrammes des tensions dans les points médians des enroulements du modèle du transformateur avec ou sans capacités en série, lorsque l'onde de choc est appliquée à l'enroulement intérieur; *a* — tension primaire pour secondaire court-circuité; *b* — tension secondaire pour secondaire court-circuité; *c* — tension primaire pour secondaire ouvert; *d* — tension secondaire pour secondaire ouvert.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621.317.334 ; 621.317.335

MĂSURAREA INDUCTANŢELOR ŞI CAPACITĂŢILOR PRIN METODA DEVIAŢIILOR EGALE, UTILIZÎND PRINCIPIUL SEMICOMPENSĂRII REACTANŢELOR ÎN CIRCUITE SERIE [1])

DE

D. BĂRBULESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

I. Generalităţi

1. Asupra metodei deviaţiilor egale

Metodele de deviaţie sînt în general caracterizate printr-o precizie relativ redusă în raport cu alte metode, oferind în schimb avantajul efectuării unor măsurări rapide cu instrumente obişnuite.

Printre metodele de deviaţie, cele bazate pe compararea deviaţiilor date de instrumente de aceeaşi natură sau ale aceluiaşi instrument, permit determinări complete ale impedanţelor [1].

Dintre metodele de comparaţie se remarcă metoda deviaţiilor egale, bazată pe egalarea curenţilor în două ramuri sau a căderilor de tensiune în două porţiuni ale aceluiaşi circuit.

În cazul folosirii unui singur instrument de măsurare, metoda deviaţiilor egale se bucură de unele calităţi remarcabile şi anume : a) măsurarea este independentă de etalonarea instrumentului sau de faptul dacă poziţia de zero a acestuia este sau nu corectă ; b) instrumentul de măsurare serveşte numai pentru aprecierea egalităţii deviaţiilor, valoarea mărimii măsurate neintervenind în relaţiile de calcul ; c) deviaţiile fiind egale, sensibilitatea instrumentului de măsurare este aceeaşi pentru ambele deviaţii ; d) este totdeauna posibilă aducerea acului instrumentului de măsurare în dreptul unei diviziuni întregi de pe scală, servind drept reper ; e) în cazul verificării egalităţii a două tensiuni, metoda deviaţiilor egale se poate transforma într-o metodă de zero prin utilizarea unui voltmetru diferenţial.

A. I. Fürstenberg, cercetînd experimental erorile care pot interveni la stabilirea deviaţiilor egale în cazul utilizării diferitelor categorii de instrumente de măsurare, a ajuns la următoarele concluzii [2]. La folosirea milivoltampermetrelor de precizie, eroarea probabilă a rezultatului a cinci măsurători este în medie de $\pm$ 0,01% ; la folosirea instrumentelor de tablou de gabarit mic, eroarea probabilă a rezultatului a cinc.

[1]) Extras din disertaţia intitulată *Metode de măsurare folosind principiul semicompensării reactanţelor în circuite electrice serie şi derivaţie*, susţinută la 12 iunie 1963, Institutul politehnic, Iaşi, în vederea obţinerii titlului de candidat în ştiinţe tehnice.

măsurători este în medie de $\pm 0{,}02...\pm 0{,}05\%$, o mare importanţă prezentînd calitatea execuţiei scalei şi acului indicator.

Literatura de specialitate cuprinde numeroase scheme de măsurare bazate pe metoda deviaţiilor egale. Dintre acestea se remarcă metodele în punte care servesc pentru determinarea impedanţelor prin componentele lor sau acelea care servesc pentru determinarea impedanţelor în modul şi argument [3], [4], [5].

2. Asupra metodei deviaţiilor egale utilizată în circuite cu reactanţe semicompensate

H. M. Turner a indicat în 1928 o metodă ingenioasă pentru măsurarea inductanţei diferenţiale a bobinelor cu miez de fier, utilizînd metoda deviaţiilor egale într-un circuit derivaţie cu reactanţe semicompensate [6], [7].

Circuitele serie cu reactanţe semicompensate, mai puţin cercetate, nu au fost utilizate în măsurători. Dintr-un studiu al acestor circuite rezultă că momentul semicompensării reactanţelor este pus în evidenţă prin egalitatea a două tensiuni [8]. În momentul semicompensării reactanţelor parametrii circuitului L, C satisfac o relaţie simplă, cu ajutorul căreia se poate uşor determina unul din parametri (L sau C), utilizînd metoda deviaţiilor egale.

Se disting două categorii de circuite serie cu reactanţe semicompensate: a) circuitul serie capacitiv şi b) circuitul serie inductiv. Se expun mai jos unele metode de măsurare bazate pe proprietăţile ambelor categorii de circuite.

II. Metode de măsurare folosind circuitul serie capacitiv

3. Metoda celor două deviaţii egale

Pentru măsurarea inductanţelor se foloseşte schema din fig. 1, care conţine bobina a cărei inductanţă L se măsoară, capacitatea variabilă C şi un voltmetru de mare impedanţă internă, de exemplu un voltmetru electronic. Metoda se bazează pe faptul că într-un atare circuit, în cazul în care reactanţa inductivă este egală cu jumătatea reactanţei capacitive, tensiunea de la bornele bobinei este egală cu tensiunea aplicată [8]. În fig. 2 este prezentată diagrama vectorială a tensiunilor, în care s-a luat curentul drept origine de fază.

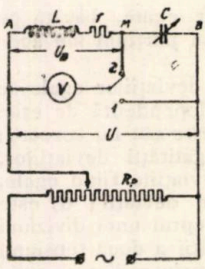


Fig. 1

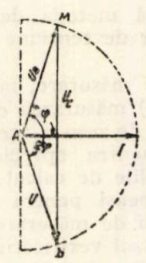


Fig. 2

În momentul semicompensării reactanţelor în circuitul serie capacitiv parametrii circuitului L, C şi pulsaţia ω satisfac relaţia:

$$LC\omega^2 = 1/2, \tag{1}$$

care nu depinde de rezistenţa circuitului. Pe această proprietate a circuitului cu reactanţe semicompensate se bazează determinarea inductanţei şi capacităţii.

Procedeul de lucru este simplu și anume: a) comutatorul fiind așezat în poziția *1*, se modifică poziția cursorului potențiometrului R_p astfel încît acul indicator al instrumentului de măsură să ajungă în dreptul unei diviziuni de pe scală (din ultimul sfert al ei); b) se trece comutatorul în poziția *2* și se modifică capacitatea C pînă cînd voltmetrul indică aceeași deviație; c) se verifică egalitatea deviațiilor trecînd comutatorul de pe o poziție pe alta.

În această situație tensiunea de la bornele bobinei este egală (în modul) cu tensiunea aplicată ($U_B = U$) și este îndeplinită condiția de semicompensare exprimată de relația (1), din care se deduce mărimea inductanței de măsurat:

$$L = 1/(2C\omega^2). \tag{2}$$

Momentul semicompensării reactanțelor fiind stabilit, cu aceeași schemă se poate determina și rezistența bobinei. Pentru determinarea acesteia este necesară măsurarea tensiunilor de la bornele bobinei ($U_B = U$) și condensatorului (U_C), în momentul semicompensării reactanțelor. Raportul celor două tensiuni se poate scrie $U_C/U_B = 2L\omega/\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}$, din care, notînd $2U_B/U_C = a$, se deduce rezistența bobinei:

$$r = \sqrt{a^2 - 1}/(2C\omega) \tag{3}$$

și factorul de calitate:

$$Q = 1/\sqrt{a^2 - 1}. \tag{4}$$

Determinarea rezistenței bobinei se face cu atît mai puțin precis cu cît factorul de calitate al acesteia este mai ridicat. Explicația acestui fapt rezultă din următoarele considerente. Din (4) se deduce relația:

$$a = \sqrt{1 + 1/Q^2}, \tag{5}$$

din care se observă că, la creșterea factorului de calitate al bobinei, a tinde repede către unitate și deci tensiunea de la bornele capacității tinde către dublul tensiunii aplicate. În aceste condiții valoarea rezistenței, dată de relația (3), precum și cea a factorului de calitate, dată de relația (4), rezultă din diferența a două numere apropiate, cu atît mai apropiate cu cît factorul de calitate al bobinei este mai ridicat, fapt care duce la creșterea erorilor în determinarea rezistenței bobinelor cu factor de calitate ridicat. Calculul arată că, pentru $Q > 7$, a nu diferă de unitate decît cu 1%. Ca urmare, determinarea rezistenței bobinelor prin această metodă trebuie limitată la bobine cu factori de calitate de ordinul unităților. Calculul erorilor și rezultatele experiențelor confirmă cele arătate.

Metoda deviațiilor egale, descrisă mai sus, permite și determinarea capacităților necunoscute, în aceleași condiții, dacă se dispune de o cutie de inductanțe variabile.

4. Metoda celor trei deviații egale

Prin introducerea unei rezistențe cunoscute R în serie cu inductanța de măsurat se realizează schema din fig. 3, cu ajutorul căreia se pot măsura componentele activă și reactivă ale impedanței bobinei prin

metoda celor trei deviaţii egale. În acest scop un voltmetru, de mare impedanţă internă, prin manevrarea unui comutator cu trei poziţii, poate măsura tensiunile de la bornele sursei, capacităţii şi bobinei în serie cu rezistenţa variabilă R.

Modul de lucru este următorul: a) se aşează comutatorul în poziţia A—B şi mutînd cursorul potenţiometrului R_p se aduce acul instrumentului în dreptul unei diviziuni convenabile de pe scală (în ultimul sfert al acesteia); b) se mută comutatorul în poziţia A — M şi se modifică capacitatea C pînă cînd instrumentul indică aceeaşi deviaţie. Dacă la trecerea de pe o poziţie pe alta deviaţia instrumentului rămîne invariabilă, rezultă că $U = U_{BR}$ şi deci este îndeplinită condiţia (1) de semicompensare a reactanţelor, care nu depinde de rezistenţa circuitului. Rezultă imediat valoarea inductanţei dată de (2); c) se trece comutatorul în poziţia B—M şi se modifică rezistenţa R pînă cînd tensiunea U_C de la bornele condensatorului este identică cu tensiunea de la bornele sursei şi cu tensiunea de la bornele bobinei în serie cu rezistenţa R, adică $U = U_{BR} = U_C$. În acest caz vectorii reprezentînd cele trei tensiuni formează, pe diagrama vectorială indicată în fig. 4, un triunghi echilateral AMB. Din triunghiul APM rezultă:

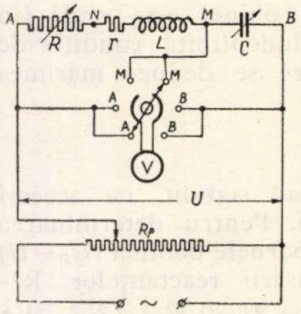


Fig. 3

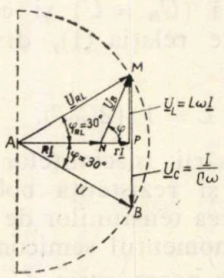


Fig. 4

$$\text{(6)} \qquad \operatorname{tg} \varphi_{RL} = L\omega/(R + r) = 1/\sqrt{3},$$

deoarece $\varphi_{RL} = 30°$.

Din (6) se deduce rezistenţa bobinei:

$$\text{(7)} \qquad r = \sqrt{3}/(2C\omega) - R$$

şi factorul ei de calitate

$$\text{(8)} \qquad Q = 1/(\sqrt{3} - 2RC\omega).$$

Astfel, metoda celor trei deviaţii egale permite determinarea separată a inductanţei şi rezistenţei bobinei. Determinarea inductanţei se poate efectua pentru bobine al căror factor de calitate depăşeşte valoarea $1/\sqrt{3} = 0{,}58$, această determinare fiind independentă de factorul de calitate al bobinei. În ceea ce priveşte determinarea rezistenţei bobinei metoda trebuie limitată numai la inductanţe cu factor de calitate redus. Rezultatele experimentale precum şi calculul erorilor arată că determinarea rezistenţei bobinei este cu atît mai puţin precisă cu cît factorul ei de calitate este mai bun.

III. Metodă de măsurare folosind circuitul serie inductiv

5. În momentul semicompensării reactanțelor în circuitul serie inductiv reactanța capacitivă este egală cu jumătatea reactanței inductive. Spre deosebire de circuitele serie capacitive, cu ajutorul cărora se pot realiza metode de măsurare a inductanțelor, independent de factorul de calitate al bobinei, circuitele serie inductive pot servi pentru realizarea unor metode de măsurare în cazul în care în componența lor intră inductanțe cu factor de calitate $Q > 20$. După cum s-a arătat într-o lucrare anterioară [8], într-un circuit serie inductiv, în momentul semicompensării reactanțelor tensiunea de la bornele capacității este egală cu tensiunea aplicată. În această situație parametrii circuitului L, C și pulsația curentului ω satisfac relația simplă:

$$LC\omega^2 = 2.$$

Această proprietate a circuitului serie inductiv cu reactanțe semicompensate stă la baza metodei deviațiilor egale descrisă mai jos.

Pentru măsurarea inductanței L, presupusă cu factor de calitate $Q > 20$, se realizează schema din fig. 5 și se procedează în modul următor: a) se plasează comutatorul voltmetrului în poziția *1* și se reglează potențiometrul R_p astfel încît acul instrumentului de măsură să fie adus în dreptul unei diviziuni convenabile de pe scală; b) se trece comutatorul în poziția *2* și se reglează capacitatea C astfel încît voltmetrul să prezinte aceeași deviație la trecerea comutatorului de pe o poziție pe alta. În acest caz $U = U_C$ și, dacă $Q > 20$, este îndeplinită condiția $LC\omega^2 = 2$, de unde rezultă:

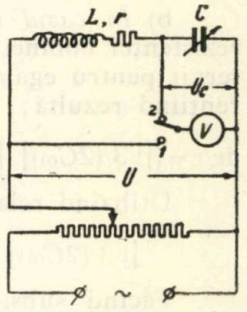


Fig. 5

$$L = 2/(C\omega^2). \tag{9}$$

Astfel, metoda permite determinarea inductanței bobinelor cu factor de calitate $Q > 20$.

După aceleași procedeu se pot măsura și capacități necunoscute dacă se dispune de o inductanță variabilă al cărei factor de calitate Q se păstrează mai mare decît 20 pentru oricare valoare a inductanței.

IV. Erori de măsură

6. Erori la determinarea inductanței bobinelor

Considerînd relațiile (2) și (9), cu ajutorul cărora se determină inductanța în metodele descrise mai sus, și aplicînd calculul clasic al erorilor, rezultă:

$$\Delta L/L = \Delta C/C + 2\Delta f/f + \sigma_C/C, \tag{10}$$

unde σ_C/C reprezintă eroarea datorită insensibilității instrumentului de măsură la variația capacității.

Din relaţia (10) rezultă că precizia determinării inductanţei depinde de precizia cunoaşterii capacităţii şi frecvenţei precum şi de sensibilitatea instrumentului de măsură.

7. Erori la determinarea rezistenţei bobinelor

a) *În cazul metodei celor două deviaţii egale* rezistenţa bobinei se determină în urma măsurării tensiunilor de la bornele sursei şi capacităţii. Considerînd relaţia (3) şi diferenţiind se obţine:

$$dr/r = -dC/C - df/f + [a^2/(a^2-1)]\,da/a.$$

Deoarece $a = 2U/U_C$, iar $da/a = dU/U - dU_C/U_C$, trecînd la erori şi admiţînd $\Delta U/U = \Delta U_C/U_C$, se obţine:

$$\Delta r/r = \Delta C/C + \Delta f/f + [2a^2/(a^2-1]\,\Delta U/U.$$

Din relaţiile (1) şi (3) rezultă $1/(a^2-1) = Q^2$ şi, după înlocuire, se ajunge la relaţia finală:

$$\Delta r/r = \Delta C/C + \Delta f/f + 2a^2 Q^2 \Delta U/U. \tag{11}$$

b) *În cazul metodei celor trei deviaţii egale,* pentru determinarea rezistenţei bobinei este necesar să se cunoască valoarea rezistenţei care a servit pentru egalarea celor trei deviaţii. Considerînd relaţia (7) şi diferenţiind rezultă:

$$dr/r = \{[\sqrt{3}/(2C\omega)]/[\sqrt{3}/(2C\omega) - R]\}\,[-dC/C - d\omega/\omega - (2\omega CR/\sqrt{3})\,(dR/R)].$$

Utilizînd relaţiile (7) şi (8) se deduce:

$$[\sqrt{3}/(2C\omega)]\,[\sqrt{3}/(2C\omega) - R] = \sqrt{3}Q \text{ şi } 2\omega CR/\sqrt{3} = 1 - 1/(\sqrt{3}Q).$$

Făcînd substituţiile corespunzătoare şi trecînd la erori, se obţine expresia erorii relative referitoare la determinarea rezistenţei în cazul utilizării metodei celor trei deviaţii egale:

$$\Delta r/r = \sqrt{3}Q\{\Delta C/C + \Delta f/f + [1 - 1/(\sqrt{3}Q)]\,\Delta R/R\} + \sigma_R/R, \tag{12}$$

unde σ_R/R reprezintă eroarea datorită insensibilităţii instrumentului indicator la variaţia rezistenţei R.

Din relaţiile (11) şi (12) se observă că rezistenţa bobinelor se poate determina cu o eroare cu atît mai mare cu cît factorul de calitate al bobinei este mai ridicat.

V. Rezultate experimentale

8. Determinări de inductanţe şi capacităţi la frecvenţă audio

S-a măsurat inductanţa unor bobine fără fier utilizînd următoarea aparatură. Drept sursă de alimentare a servit un generator de frecvenţă audio Tesla BM-269, care poate asigura la ieşire tensiuni de 0...10 V, pe frecvenţe cuprinse în gama 11 Hz... 20 kHz, cu o precizie de $\pm\, 5.10^{-4}$. Schema mai cuprinde o cutie de capacităţi în decade

permițînd variația capacității între limitele 5.10^{-6}...1 μF, cu precizia 2.10^{-3} și un voltmetru electronic Tesla BM-210 cu mai multe sensibilități, putînd măsura tensiuni cuprinse între 0...300 V, avînd impedanța internă 1,5 MΩ.

S-au efectuat determinări pentru mai multe bobine utilizînd circuitul serie capacitiv. În tabelul 1 se dau rezultatele măsurărilor efectuate asupra unor inductanțe luate pe o cutie de inductanțe tip P.546 de 0,111 H. Măsurările s-au efectuat la diferite frecvențe, ținînd seama că precizia inductanței este garantată pînă la $f = 2\,500$ Hz pentru inductanțe de 10...100 mH și pînă la $f = 5\,000$ Hz pentru inductanțe de 1 mH. Efectuînd numeroase încercări cu aparatura indicată a rezultat că se pot măsura inductanțe cuprinse în gama de valori 10^{-3}...0,5 H.

Tabelul 1

L_e mH	f Hz	C μF	L mH
1	4 000	0,775	1,02
	3 000	1,38	1,02
10	1 000	1,28	9,90
	1 500	0,569	9,94
	2 000	0,319	9,94
100	500	0,506	100
	1 000	0,126	101
	1 500	0,0556	101
	2 000	0,0312	102

L_e — valoarea inductanței etalon;
L — valoarea determinată a inductanței.

Tabelul 2

C_e μF	f Hz	L H	C μF
0,1	1 500	0,056	0,101
	2 000	0,316	0,100
0,5	500	0,101	0,501
	1 000	0,026	0,493
	1 500	0,0113	0,505
	2 000	0,0064	0,498
1	500	0,0515	0,985
	1 000	0,0127	0,994
	1 500	0,0056	1,00
	2 000	0,0031	1,02

C_e — valoarea capacității etalon;
C — valoarea determinată a capacității.

Utilizînd drept element variabil o inductanță în decade, cu valoarea maximă 0,111 H, s-au determinat, cu același montaj, capacități. În tabelul 2 se redau datele determinării unor capacități luate pe o cutie de capacități Ulrich.

Tabelul 3

L_e mH	f Hz	C μF	L mH
10	1 500	2,21	10,2
	2 000	1,24	10,2
100	500	2,02	101
	1 000	0,504	100
	1 500	0,224	101
	2 000	0,126	100

L_e — valoarea inductanței etalon;
L — valoarea determinată a inductanței.

Pe principiul semicompensării reactanțelor în circuite serie inductive ($LC\omega^2 = 2$) s-au măsurat inductanțe utilizînd schema din fig. 5. Rezultatele determinărilor pe inductanțele $L = 0,1$ H și $L = 0,01$ H, luate pe cutia standard, se redau în tabelul 3.

După datele conținute în tabelele 1 și 3, precum și din relațiile de calcul, se observă că în cazul metodei care folosește circuitul serie inductiv, capacitatea necesară semicompensării reactanțelor crește de patru ori în raport cu aceea corespunzătoare semicompensării în circuitele serie capacitive. Acest fapt poate prezenta avantaje în cazul măsurării inductanțelor mari, la frecvențe înalte, atunci cînd utilizarea circuitului capacitiv ar necesita capacități de valori prea mici.

Experimental s-a verificat că măsurarea rezistenței bobinelor cu factor de calitate ridicat se efectuează cu erori mari. Totuși, în cazul bobinelor cu factor de calitate scăzut (de ordinul unităților sau chiar mai mic) se poate determina rezistența bobinelor cu precizie satisfăcătoare, utilizînd unul din procedeele indicate. În tabelele 4 și 5 se dau rezultatele măsurării unei inductanțe care, la frecvența industrială, are factorul de

Tabelul 4

f Hz	C μF	L H	U V	U_C V	a	$\sqrt{a^2-1}$	r Ω	$\Delta r_0/r$ %	Q
50	2,64	1,92	9	6,3	2,86	2,68	1 620	+0,6	0,372
100	0,667	1,90	2,51	3	1,67	1,34	1 600	−0,6	0,745
200	0,167	1,90	1,8	3	1,2	0,66	1 580	−1,9	1,51
300	0,074	1,91	1,64	3	1,09	0,44	1 585	−1,6	2,28
400	0,041	1,92	1,57	3	1,05	0,316	1 520	−6	3,16

Tabelul 5

f Hz	C μF	L H	R Ω	$\sqrt{3}/(2C\omega)$	r Ω	$\Delta r/r$ %	Q
100	0,66	1,92	465	2 080	1 620	+ 0,6	0,74
200	0,165	1,92	2 600	4 180	1 580	− 1,9	1,52
300	0,073	1,93	4 600	6 230	1 630	+ 1,25	2,2
400	0,041	1,94	6 680	8 400	1 720	+ 6,8	2,8

calitate subunitar. Determinările se efectuează pentru cîteva frecvenţe, care ridică valoarea factorului de calitate. Se observă că la frecvenţe mai ridicate decît 400 Hz erorile asupra măsurării rezistenţei cresc mult, ca urmare a creşterii factorului de calitate. Datele din tabelul 4 corespund determinării rezistenţei prin măsurarea tensiunilor U şi U_C (metoda celor două deviaţii egale), iar cele din tabelul 5 corespund determinării parametrilor bobinei prin metoda celor trei deviaţii egale.

Tabelul 6

R_2 Ω	R_3 Ω	R_4 Ω	C_4 μF	L H	r H
1 000	1 000	621,6	1,9	1,9	1 610

Pentru verificare, parametrii aceleiaşi inductanţe au fost determinaţi în punte Maxwell echilibrată la 50 Hz, cu un galvanometru de vibraţie tip B, de sensibilitate $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ V/div. Rezultatele măsurării sînt trecute în tabelul 6.

În tabelul 6 s-a notat: R_2, R_3 — rezistenţele braţelor fixe; R_4, C_4 — parametrii elementelor variabile.

9. Determinarea inductanţei bobinelor cu miez de fier, nesaturate, la frecvenţă industrială

Pentru ca parametrii bobinei cu miez din material feromagnetic să fie corect determinaţi, este necesar ca măsurarea să fie efectuată la frecvenţa şi curentul de lucru al bobinei. Aceste cerinţe sînt uneori imposibil de realizat prin metodele obişnuite în punte. n aceste cazuri se utilizează alte metode. R. Putz descrie unele scheme de punţi compensate, care reprezintă o transformare a punţilor de curent alternativ în scopul efectuării determinării sub curentul sau tensiunea nominală a impedanţei de măsurat [9]. V. Skitalţev recomandă pentru determinarea parametrilor bobinelor de şoc cu miez de fier o metodă de rezonanţă [10].

Metoda semicompensării reactanțelor în circuite serie capacitive permite determinarea inductanțelor la frecvența industrială și la curentul de lucru, independent de factorul de calitate al bobinelor. Din relația $LC\omega^2 = 1/2$ rezultă că la frecvență joasă se pot măsura numai inductanțe de valoare mare. Astfel, dispunînd de o cutie de capacități de 1 μF, la frecvență industrială, se pot măsura inductanțe mai mari ca 5 H, valoarea maximă a inductanței posibile de măsurat nefiind practic limitată. Dacă se utilizează capacități mai mari se poate coborî valoarea limită a inductanței măsurabile în raport cu valoarea capacității utilizate.

La frecvență industrială s-a determinat inductanța mai multor bobine cu miez din material feromagnetic nesaturat (cu întrefier) folosind metoda semicompensării reactanțelor în circuitul serie capacitiv ($LC\omega^2 = 1/2$). În tabelul 7 se redau datele determinării inductanței a două bobine construite în Laboratorul de măsuri electrice al Institutului politehnic din Iași.

Tabelul 7

Bobina	Material miez	f Hz	U V	I mA	C μF	L H
1	Fier-siliciu	50	150	20	0,432	11,7
2	Mumetal	50	60	30	1,62	3,15

Tabelul 8

Bobina	Material miez	f Hz	U V	I mA	C μF	L H
1	Fier-siliciu	50	120	30	1,72	11,8

Inductanța bobinei cu miez de fier s-a determinat folosind și metoda semicompensării reactanțelor în circuitul serie inductiv ($LC\omega^2 = 1/2$), rezultatele fiind redate în tabelul 8.

Verificarea determinării inductanței bobinelor s-a efectuat cu ajutorul unui montaj în punte Maxwell, echilibrată prin intermediul aceluiași galvanometru de vibrație, datele verificării fiind trecute în tabelul 9.

Tabelul 9

Bobina	Material miez	f Hz	I mA	R_2 Ω	R_3 Ω	R_4 Ω	C_4 μF	L H
1	Fier-siliciu	50	30	990	4 070	27 600	2,9	11,7
2	Mumetal	50	30	990	1 000	32 310	3,11	3,1

VI. Concluzii

Principiul semicompensării reactanțelor în circuite serie poate servi pentru determinarea inductanțelor, respectiv capacităților, utilizînd o metodă a deviațiilor egale. Procedeul este simplu și necesită aparatură redusă, obișnuită.

În cazul bobinelor cu factor de calitate redus, de ordinul unităţilor, metoda deviaţiilor egale, aplicată în circuitul serie capacitiv, poate servi şi pentru determinarea rezistenţei bobinelor.

Se poate conchide că metoda deviaţiilor egale, bazată pe semicompensarea reactanţelor în circuitele serie, completează metodele de rezonanţă, oferind rezultate bune în domeniul unde acestea din urmă nu pot fi utilizate din cauza lipsei de acuitate a circuitului.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Быков и др., *Курс электрических измерений*. Ч. **I**, ГЭИ, М., 1960, стр. 376.
2. Фюрстенберг А. И., Электричество, 1950, *8*, стр. 67.
3. Bigorgne R., *Mesures électriques*. T. **II**, Eyrolles, Paris, 1948, p. 151.
4. Blet G., Mesures et contrôle industriel, 1952, *182*, p. 129; Ibid., 1959, *262*, p. 191; Ibid., 1960, *277*, p. 611.
5. Scholes N. P., Macfarlane J. E., Electronic Technology, 1961, **38**, *3*, p. 106.
6. Turner H. M., Proc. Instit. Radio Eng., 1928, **16**, p. 1559.
7. Nicolau Ed., *Măsurări în radiotehnică*. Vol. **I**, E. E. S., Buc., 1955, p. 281.
8. Bărbulescu D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1—2*, p. 201.
9. Putz R., Arch. für techn. Messen, 1960, *288*, p. 15.
10. Скитальцев В. С., Электрические станции, 1951, *5*, стр. 57.

ИЗМЕРЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТИ ПО МЕТОДУ РАВНЫХ ДЕВИАЦИЙ ИСПОЛЬЗУЯ ПРИНЦИП ПОЛУКОМПЕНСАЦИИ РЕАКТАНСОВ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЦЕПИ

(Резюме)

Предлагаются некоторые методы для измерения индуктивности и емкости принципом равных девиаций основаном на принципе полукомпенсации реактансов в последовательной цепи, описанном в [8].

Изложенные в работе методы равных девиаций просты и не требуют особых аппаратов. Эти методы дополняют методы резонанса, позволяя получать хорошие результаты в той области где эти последние не могут быть использованы из за отсутствия остроты цепи.

LA MESURE DES INDUCTANCES ET DES CAPACITÉS PAR LA MÉTHODE DES DÉVIATIONS ÉGALES, EN UTILISANT LE PRINCIPE DE LA SÉMICOMPENSATION DES RÉACTANCES DANS LES CIRCUITS SÉRIES

(Résumé)

On présente quelques méthodes pour la mesure des inductances et des capacités par le procédé des déviations égales, basés sur le principe de la sémicompensation des réactances dans le circuit série, décrit dans [8].

Les méthodes des déviations égales présentées sont simples et nécessitent un appareillage habituel; elles complètent les méthodes de résonance en permettant à obtenir de bons résultats dans le domaine où les dernières ne peuvent pas être utilisées compte tenu du manque d'accuité du circuit.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

Д. К. 621.313.32

ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ СИНХРОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ НА БОЛЬШУЮ СКОРОСТЬ ВРАЩЕНИЯ

Г. С. ТРУБИНА и Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ

1. *Введение*

В сельском хозяйстве имеется много синхронных генераторов с номинальной скоростью вращения значительно меньше скорости вращения его первичного двигателя. Ременная передача в этих условиях часто оказывается ненадежной и может возникнуть вопрос о переключении генератора на большую скорость вращения.

При переключении генератора возникают следующие вопросы, требующие ответа еще до практического изменения скорости вращения: а) форма кривой магнитного поля; б) величина и форма фазного и линейного напряжения; в) изменение температуры нагрева машины; г) изменение допустимой мощности генератора; д) механическая надежность ротора при большей скорости вращения.

Практически переключать генератор на большую скорость вращения можно только при положительном решении всех вышепоставленных вопросов. Вопрос о механической прочности ротора может быть решен лишь для каждого конкретного случая в отдельности, но учитывая сравнительно большой запас прочности в небольших электрических машинах, ответ будет, как правило, удовлетворительным.

Некоторые генераторы по своей номинальной мощности значительно превышают мощность своих первичных двигателей, а поэтому уменьшение допустимой мощности генератора при большей скорости вращения не приведет к уменьшению мощности агрегата, которая лимитируется мощностью первичного двигателя.

Изменение перегрева машины при неизменной плотности тока будет зависит от изменения индукции в ярме статора. При большей скорости вращения генератора происходит более эффективный отвод тепла, что позволяет увеличить электромагнитные нагрузки.

Вопросы формы кривых магнитного поля ротора и напряжения генератора среди других вопросов имеют наибольший теоретический интерес, позволяющие делать общие заключения применительно к целому ряду генераторов.

Для сохранения стандартной частоты генератора при большей скорости вращения ротора необходимо одновременно изменять (переключать) число полюсов обмотки возбуждения и обмотки статора. Практически приемлемые результаты переключения генератора могут быть получены только при изменении числа полюсов вдвое.

2. *Магнитное поле ротора*

Для общности выводов следует допустить, что магнитное поле ротора до переключения включало все нечетные гармонические составляющие индукции (рис. 1 а). Кривую магнитной индукции ротора аналитически можно представить так:

$$b = \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} B_{2\mu+1} \sin(2\mu + 1)x, \tag{1}$$

где: $B_{2\mu+1}$ — амплитуда индукции соответствующей гармонической, $2\mu + 1$ — определяет порядковый номер гармонической при значениях $\mu = 0, 1, 2, 3,...$, x — пространственная координата в единицах измерения угла.

Для получения вдвое меньшего числа полюсов магнитного поля ротора обмотку возбуждения нужно переключить так, чтобы два рядом расположенные конструктивные полюса ротора имели одинаковую полярность. Без учета изменения магнитного сопротивления в ярмах статора и ротора и том же токе возбуждения, что и до переключения, кривую индукции поля ротора после переключения в диапазоне $-\pi/2 \leqslant x \leqslant \pi/2$ можно выразить таким образом (рис. 1 б):

$$b' = \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} B_{2\mu+1} \sin 2(2\mu + 1)x. \tag{2}$$

После переключения обмотки возбуждения генератора амплитудное значение любой гармонической индукции поля подсчитывается из выражения [1]:

$$B'_{2\nu+1} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin(2\nu + 1)x \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} B_{2\mu+1} \sin 2(2\mu + 1)x \, dx = ...$$

$$... = \frac{8}{\pi} (-1)^{\nu} \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} \frac{(2\mu + 1) B_{2\mu+1}}{4(2\mu + 1)^2 - (2\nu + 1)^2}, \tag{3}$$

где $2\nu + 1$ определяет порядковый номер гармонической поля после переключения при $\nu = 0, 1, 2, \ldots$

С учетом (3) выражение кривой магнитной индукции после переключения обмотки на всем диапазоне x принимает вид:

$$(4) \qquad b'' = \frac{8}{\pi}(-1)^{\nu} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} \frac{(2\mu+1)B_{2\mu+1}}{4(2\mu+1)^2-(2\nu+1)^2} \sin(2\nu+1)x.$$

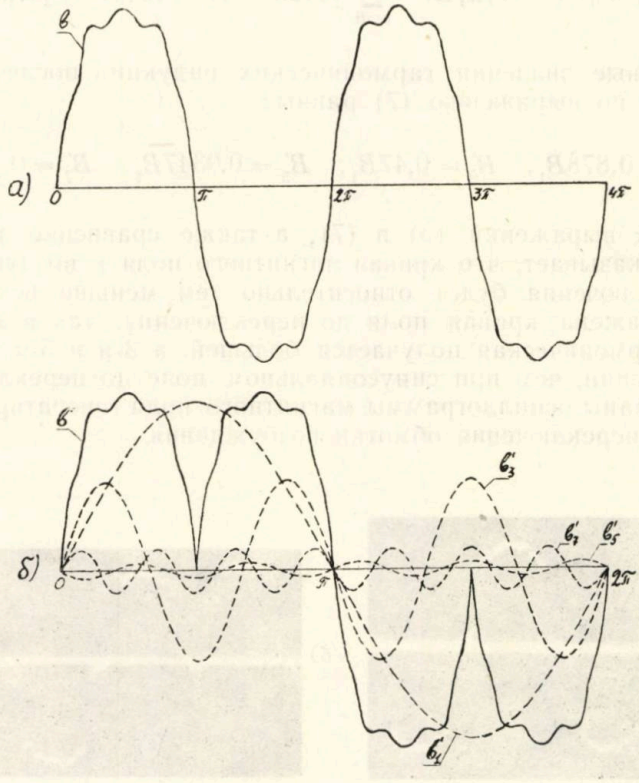


Рис. 1. — Предполагаемая кривая магнитной индукции в воздушном зазоре машины до переключения (*а*) и после переключения (*б*) обмотки возбуждения.

Если пренебречь высшими гармоническими индукции поля до переключения, т. е. принимать лишь $\mu = 0$, то амплитуды гармонических после переключения равны:

$$(5) \qquad B'_1 = 8B_1/(3\pi), \quad B'_3 = 8B_1/(5\pi), \quad B'_5 = -8B_1/(21\pi), \quad B'_7 = 8B_1/(45\pi).$$

Если ориентировочно предположить, что гармонические магнитной индукции до переключения обратнопропорциональны квадрату порядкового номера гармоники, т. е.:

$$B_{2\mu+1} = B_1/(2\mu+1)^2, \tag{6}$$

то выражение любой гармонической после переключения примет вид:

$$B'_{2\nu+1} = [8.(-1)^{\nu}/\pi]\, B_1 \Big/ \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} [4(2\mu+1)^2 - (2\nu+1)^2](2\mu+1). \tag{7}$$

Численные значения гармонических индукции после переключения до $\mu=3$ по выражению (7) равны:

$$B'_1 = 0{,}878B_1, \quad B'_3 = 0{,}47B_1, \quad B'_5 = 0{,}0347B_1, \quad B'_7 = 0{,}1094B_1. \tag{8}$$

Анализ выражений (3) и (7), а также сравнение значений по (5) и (8) показывает, что кривая магнитного поля в воздушном зазоре после переключения будет относительно тем меньше искажена, чем сильнее искажена кривая поля до переключения, так в этом случае основная гармоническая получается большей, а 3-я и 5-я гармонические — меньшии, чем при синусоидальном поле до переключения. На рис. 2 показаны осциллограммы магнитного поля генератора в 4,5 ква до и после переключения обмотки возбуждения.

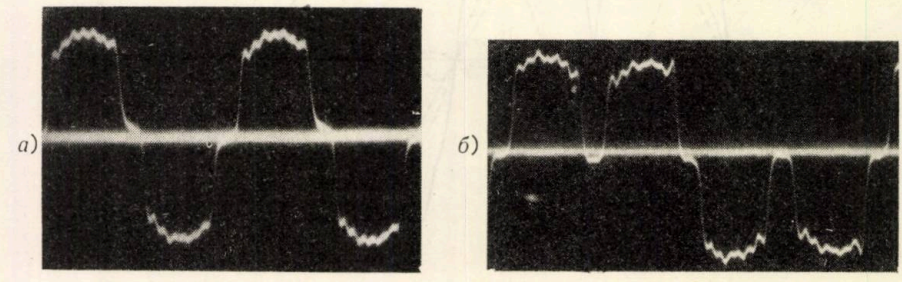


Рис. 2. — Осциллограмма магнитного поля малой синхронной машины до переключения (*а*) и после переключения (*б*) обмотки ротора.

3. *Величина и форма напряжения генератора*

При увеличении скорости вращения генератора вдвое число полюсов статорной обмотки нужно уменьшить вдвое.

а) *На статоре однослойная двухплоскостная обмотка.* Для уменьшения числа полюсов вдвое в таких обмотках нужно четные катушечные группы каждой фазы включить в обратном порядке [2].

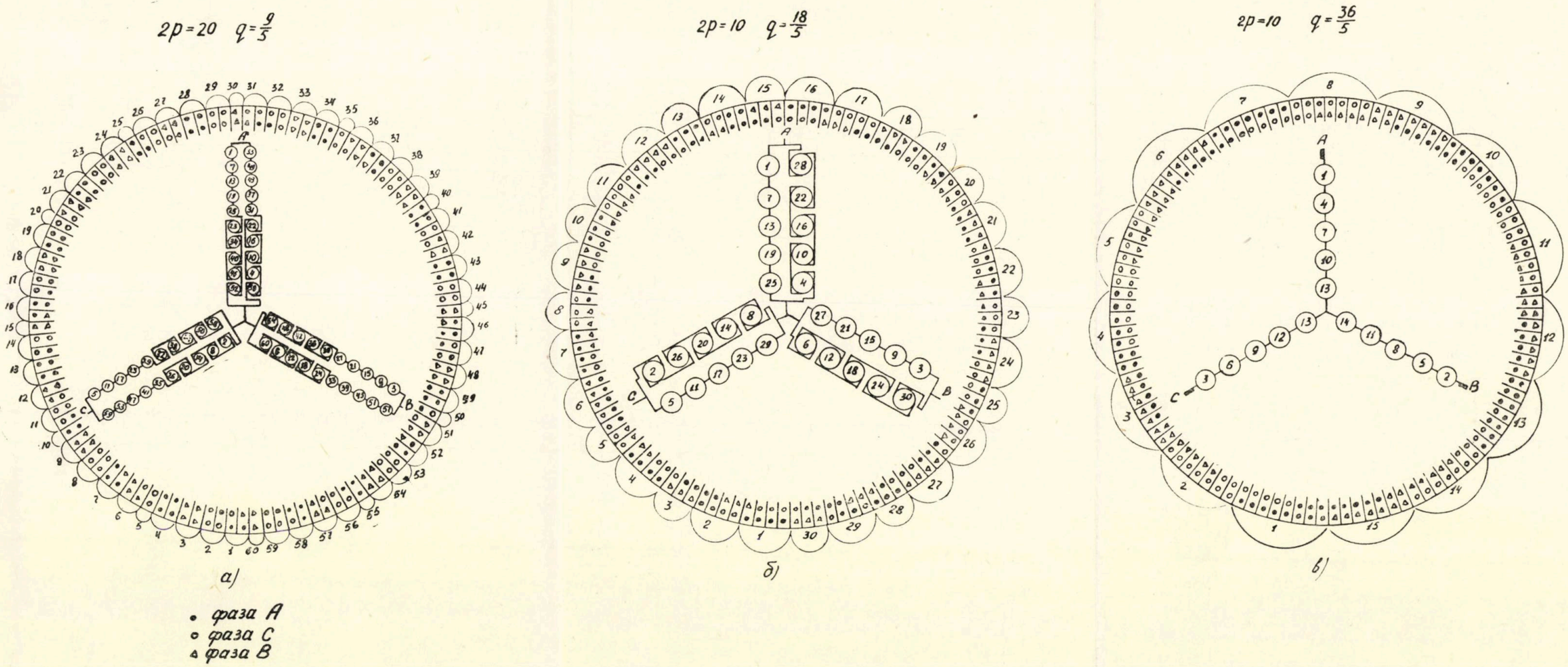
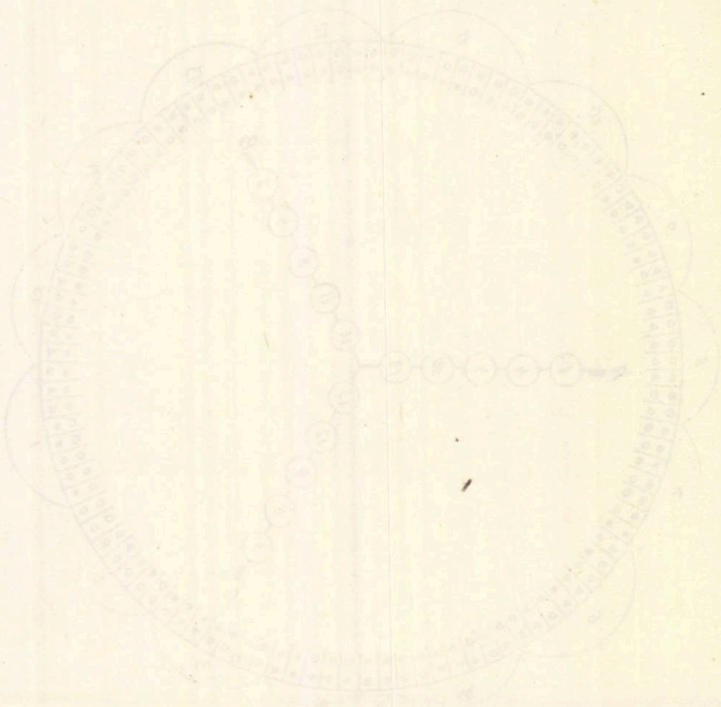
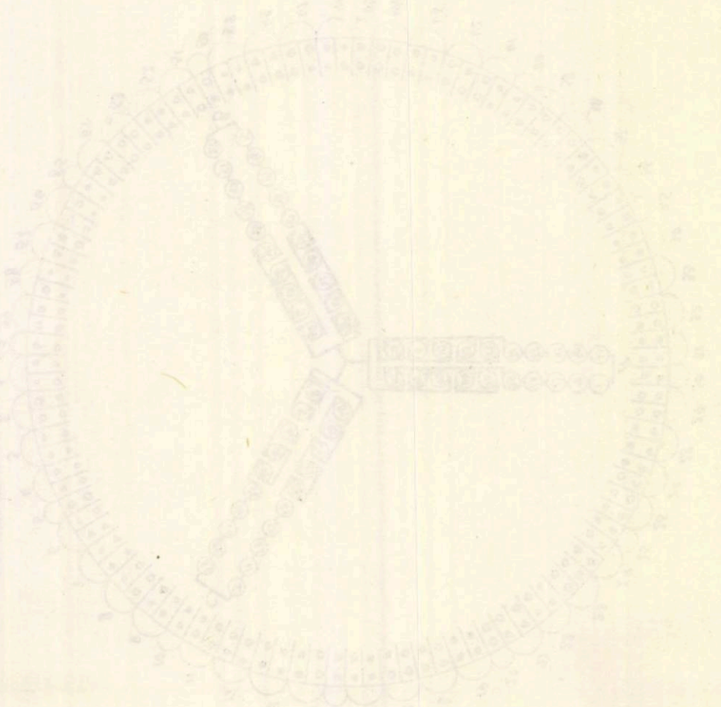


Рис. 3. — Схема статорной обмотки генератора: *а* — до переключения; *б* — после переключения при 60° фазной зоне; *в* — после переключения при 120° фазной зоне.





Фазные ЭДС отдельных гармонических после переключения с учетом значений индукции по (8) равны:

$$(9) \qquad E'_1 = 1{,}28E_\Phi, \quad E'_3 = 0{,}63E_\Phi, \quad E'_5 = 0{,}05E_\Phi, \quad E'_7 = 0{,}1E_\Phi,$$

где E_Φ — ЭДС фазы до переключения.

Фазные и линейные ЭДС после переключения относительно соответствующих величин до переключения изменятся по формулам:

$$(10) \qquad E'_\Phi = 1{,}43E_\Phi \text{ и } E'_л = 1{,}28E_л.$$

Кривая фазной ЭДС сильно искажена за счет третьей гармонической, линейная ЭДС получается практически синусоидальной, так как в ней отсутствует сильно выраженная третья гармоника. На работе двигателей, которое включаются на линейное напряжение, искажение магнитного поля не отразится. Лампы накаливания, включаемые на искаженное фазное напряжение, не реагирует на форму кривой напряжения.

Из значений (10) видно, что для получения номинального напряжения после переключения требуется меньший ток возбуждения. Если установить номинальное фазное напряжение, то линейное будет на 10% ниже номинального; при номинальном линейном напряжении фазное будет на 11% выше номинального.

б) *На статоре двухслойная обмотка.* Форму и величину напряжения после переключения с такой обмоткой рассмотрим на реальном генераторе типа СД-175-300, который нужно переключить с 300 об/мин на 600 об/мин. Схема дробной обмотки статора этого генератора показана на рис. 3 а.

Уменьшить число полюсов двухслойной статорной обмотки вдвое возможно двумя способами: объединением двух соседних катушечных групп в одну, сохраняя 60° фазную зону при меньшем числе полюсов [2], и объединением четырех соседних катушечных групп в одну, образуя 120° фазную зону при меньшем числе полюсов.

Схема переключенной обмотки при 60° фазной зоне показана на рис 3 б. Подсчитав обмоточные коэффициенты гармонических для дробной обмотки по соответствующим формулам [3], определим ЭДС гармоник генератора после переключения при условии значений по (8):

$$(11) \qquad E'_1 = 1{,}14E_\Phi, \quad E'_3 = 0{,}516E_\Phi, \quad E'_5 = 0{,}007E_\Phi, \quad E'_7 = 0{,}031E_\Phi.$$

Фазная и линейная ЭДС соответственно равны:

$$(12) \qquad E'_\Phi = 1{,}252E_\Phi \text{ и } E'_л = 1{,}14E_л.$$

Если ток возбуждения уменьшить так, чтобы $E'_л = E_л$, то $E'_\Phi = 1{,}09E_\Phi$, а если установить $E'_\Phi = E_\Phi$, то $E'_л = 0{,}91E_л$.

При переключении генератора на большую скорость вращения происходит изменение индукции на отдельных участках магнитной цепи машины. Индукция в воздушном зазоре, в полюсах ротора и зубцах статора уменьшается, в ярмах статора и ротора увеличивается. Увеличение индукции лимитируется ростом температуры перегрева статорного железа. Так как индукция в зубцах статора уменьшается после переключения, то увеличение нагрева статорного железа будет в меньшей степени, чем это следовало бы из-за роста индукции в ярме статора. Если индукция в ярме статора до переключения не превышает 10 000 гс, то после переключения перегрев машины не будет выходить за допустимые пределы.

Если по условиям работы требуются синусоидальные напряжения и стандартная связь фазного напряжения с линейным после переключения генератора, то в этом случае следует создавать 120° фазную зону статорной обмотки при уменьшенном числе полюсов (рис. 3 в).

ЭДС гармоник генератора в этом случае при условии (8) будут следующими :

$$(13) \qquad E'_1 = 0{,}99E_\Phi, \quad E'_3 = 0, \quad E'_5 = 0{,}006E_\Phi, \quad E'_7 = 0{,}027E_\Phi.$$

Из значений по (13) следует, что фазное и линейное напряжение генератора будут синусоидальными и связанными через $\sqrt{3}$, так как в этом случае третья гармоника в напряжениях отсутствует. Магнитная индукция в ярмах статора и ротора при этом возрастает до недопустимых пределов, что можно избежать уменьшением числа параллельных ветвей фазы. Уменьшение мощности генератора не приведет к уменьшению мощности агрегата, если мощность первичного двигателя значительно меньше номинальной мощности генератора, как это нередко бывает в сельской электрификации.

4. *Выводы*

Скорость вращения некоторых синхронных генераторов можно увеличить вдвое при постоянстве частоты путем переключения статорной и роторной обмоток. Фазные напряжения генератора после переключения при 60° фазной зоне статорной обмотки получаются сильно искаженными за счет третьей гармонической, линейные напряжения при этом будут практически синусоидальными. Если применить 120° фазную зону обмотки при уменьшенном числе полюсов, то форма кривых напряжений получается удовлетворительной. Перевод генератора на большую скорость вращения путем переключения обмоток в некоторых условиях может оказаться более приемлемым, чем приобретение генератора с соответствующим числом полюсов.

Поступила 26 XI 1963 г.

Челябинский институт механизации и электрификации сельского хозяйства, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А., *Справочник по математике для студентов и инженеров*. М., 1954 г.
2. Чернопятов Н. И., Пром. энерг., 1959, *2*.
3. Сорокер Т. Г., Мордвинов Ю. В., Вестник электропром., 1955, *2*.

CHANGING OF THE SYNCHRONOUS GENERATORS ROTATION VELOCITY TO A HIGHER ONE

(Summary)

The velocity of rotation of some synchronous generators may be doubled at a constant frequency by means of switching the stator and rotor windings. After switching at 60°-phase zone of the stator windings phase stresses get considerably decreased at the expence of the third harmonic, line stresses being practically sinusoidal.

If the 120°-phase zone of the winding is used at a decreased number of poles, the form of the stress curves becomes satisfactory.

Changing the generator rotation velocity to a higher one by switching windings under some conditions may appear more acceptable than purchasing the generator with the corresponding nomber of poles.

Explanations of the Figures

Fig. 1. — Supposed magnetic induction curve in the air gap of the machine. *a* — before switching the excitation winding ; *b* — after switching the excitation winding.

Fig. 2. — Oscillogramme of the magnetic field of a small synchronous machine. *a* — before switching the rotor winding ; *b* — after switching the rotor winding.

Fig. 3. — Stator winding diagram of the generator. *a* — before switching; *b* — after switching at 60°-phase zone ; *c* — after switching at 120°-phase zone.

COMUTAREA GENERATOARELOR SINCRONE LA VITEZE DE ROTAŢIE MĂRITE

(Rezumat)

Viteza de rotaţie a unor generatoare sincrone poate fi dublată, păstrîndu-se frecvenţa constantă, dacă se foloseşte comutarea bobinajelor rotorului şi statorului. După comutarea bobinajului statorului în zona de decalaj de 60°, tensiunile de fază descresc în mod simţitor pe seama armonicei a treia, curba tensiunilor de linie rămânînd practic sinusoidală.

Dacă se foloseşte zona de defazaj de 120° în cazul unui număr redus de poli, forma curbelor de tensiune devine satisfăcătoare.

Se conchide, în consecinţă, că se poate modifica viteza de rotaţie a generatoarelor sincrone, majorînd-o în mod simţitor, folosind comutarea bobinajelor statorului şi rotorului, fără a mai apela la înzestrarea generatorului cu un număr corespunzător de poli.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Curba presupusă de inducție magnetică în întrefierul mașinii. *a* — înainte de comutarea înfășurării de excitație; *b* — după comutarea înfășurării de excitație.

Fig. 2. — Oscilograma cîmpului magnetic al unei mașini sincrone. *a* — înainte de comutarea înfășurării rotorului; *b* — după comutarea înfășurării rotorului.

Fig. 3. — Diagrama bobinajului statorului generatorului. *a* — înainte de comutare; *b* — după comutare în zona de decalaj de 60°; *c* — după comutare în zona de decalaj de 120°.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 538.551.4 ; 512.975

ASUPRA PUTERII APARENTE INSTANTANEE ÎN CIRCUITE ELECTRICE ÎN REGIM PERMANENT PERIODIC

DE

HUGO ROSMAN

1. Introducere

1. Într-o suită de lucrări recente [1]...[3], V. N. Nedelcu supune unei analize critice conceptul clasic de putere aparentă în circuite mono- şi polifazate, în regim permanent periodic sinusoidal sau nesinusoidal. În această ordine de idei se pun în evidenţă, în lucrările citate, unele inconsecvenţe în tratarea clasică a problemei puterilor aparentă, activă şi reactivă şi conexiunea în care se găsesc aceste puteri. Este vorba, în special, de faptul că în modul de definire clasic al puterii aparente complexe în circuitele electrice funcţionînd în regim permanent sinusoidal „...noţiunea de putere reactivă cu care se operează se concepe ca o amplitudine a unei mărimi a cărei valoare medie este nulă, spre deosebire de puterea activă care se concepe ca valoarea medie a unei mărimi instantanee" [1]. În strînsă dependenţă cu aspectul semnalat se ridică în plus şi alte probleme ca de exemplu cea referitoare la originalul puterii aparente complexe, considerată ca imagine, sau, în sfîrşit, problema relativă la determinarea precisă a puterii instantanee care are drept valoare medie puterea reactivă.

Facem în prealabil observaţia că scrierea simbolică a relaţiilor corespunzătoare problemei studiate se poate efectua recurgînd la formalismul uzual al mărimilor complexe şi al celor complexe simplificate [4], cale ce ni se pare mai simplă decît cea la care face apel autorul citat [1]...[3], utilizînd fazorii lui Fresnel în reprezentare cinematică sau polară. În acest sens, în cele ce urmează vom reproduce rezultatele obţinute de V. N. Nedelcu şi vom formula observaţiile şi rezultatele noastre, utilizînd, în cazul regimului permanent sinusoidal, exclusiv metoda simbolică a mărimilor complexe.

2. Cu scopul de a remedia lipsurile semnalate, V. N. Nedelcu propune introducerea unei mărimi noi, pe care o denumeşte *putere aparentă complexă instantanee*. Anume, considerînd un dipol liniar pasiv avînd tensiunea la borne :

$$u_b = \sqrt{2}\, U_b \cos(\omega t + \psi_{u_b}), \tag{1}$$

curentul în una din bornele de acces fiind :

$$i = \sqrt{2}\, I \cos(\omega t + \psi_i), \tag{2}$$

se recurge la metoda simbolică a mărimilor complexe ataşînd funcţiilor original (1), (2), imaginile :

$$\underline{u}_b = \sqrt{2}\, U_b \exp(j\omega t + \psi_{u_b}) = u_b + j u'_b \text{ sau } \underline{U}_b = U_b \exp(j\psi_{u_b}), \tag{3}$$

respectiv :

$$\underline{i} = \sqrt{2}\, I \exp(j\omega t + \psi_i) = i + j i' \text{ sau } \underline{I} = I \exp(j\psi_i), \tag{4}$$

notaţiile fiind cele uzuale.

În [1]...[3] se defineşte drept putere aparentă complexă instantanee, ataşată ca imagine a puterii aparente schimbate pe la bornele de acces de către dipol cu exteriorul:

$$p = u_b i = U_b I \cos\varphi + U_b I \cos(2\omega t + \psi_{u_b} + \psi_i), \tag{5}$$

unde:

$$\psi_{u_b} - \psi_i = \varphi, \tag{6}$$

considerată drept original, expresia:

$$\underline{s} = \underline{u}_b(\underline{i} + \underline{i}^*)/2 = \underline{U}_b\underline{I}^* + \underline{U}_b\underline{I}\exp(j2\omega t) = p + jq = \underline{s}(t)\exp[j\sigma(t)]. \tag{7}$$

Aşadar, ţinînd seama de (5) şi (7) rezultă că p poate fi asimilat unei *puteri active instantanee,* calculabilă cu relaţia:

$$p = (\underline{s} + \underline{s}^*)/2 = \mathcal{R}e(\underline{s}). \tag{8}$$

În baza aceloraşi relaţii (5) şi (7) rezultă că:

$$q = u_b' i = U_b I \sin\varphi + U_b I \sin(2\omega t + \psi_{u_b} + \psi_i) \tag{9}$$

poate fi concepută ca o *putere reactivă instantanee,* care se poate determina cu ajutorul relaţiei:

$$q = -j(\underline{s} - \underline{s}^*)/2 = \mathcal{I}m(\underline{s}). \tag{10}$$

Puterea aparentă complexă rezultă în acest caz drept valoare medie a puterii aparente complexe instantanee:

$$S = \langle \underline{s} \rangle = u_b \underline{i}^*/2 = \underline{U}_b \underline{I}^* = P + jQ = S\exp(j\varphi), \tag{11}$$

operaţia de mediere fiind simbolizată prin $\langle \cdot \rangle$, iar P şi Q fiind puterile activă şi reactivă medii:

$$P = \langle p \rangle = U_b I \cos\varphi, \tag{12}$$

$$Q = \langle q \rangle = U_b I \sin\varphi. \tag{13}$$

În sfîrşit, din (7) şi (8) rezultă:

$$\underline{s} = \underline{S} + \underline{s}_2, \tag{14}$$

unde:

$$\underline{s}_2 = \underline{S}_2\exp(j2\omega t) = p_2 + jq_2 = \underline{U}_b\underline{I}\exp(j2\omega t) =$$
$$= U_b I \cos(2\omega t + \psi_{u_b} + \psi_i) + jU_b I \sin(2\omega t + \psi_{u_b} + \psi_i), \tag{15}$$

$$\underline{S}_2 = \underline{u}_b \underline{i}/2 = \underline{U}_b \underline{I}, \tag{16}$$

$\underline{s}_2$ fiind *puterea aparentă complexă fluctuantă instantanee,* iar p_2, q_2 — *puterile activă şi reactivă instantanee fluctuante.*

3. Scopul acestei Note constă, în primul rînd, de a aduce unele precizări în problema introducerii şi utilizării noţiunii de putere aparentă complexă instantanee, punînd în evidenţă şi alte modalităţi de introducere a acestei mărimi, duale celei preconizate de V. N. Nedelcu (*op. cit.*).

De asemenea urmărim ca în spiritul lucrărilor [1]...[3] şi utilizînd metoda simbolică a mărimilor hipercomplexe, propusă într-o lucrare precedentă [6], să introducem, în cazul circuitelor electrice funcţionînd în regim permanent periodic nesinusoidal, noţiunea de *putere aparentă hipercomplexă instantanee,* care se dovedeşte a fi utilă în stabilirea bilanţului energetic al unor astfel de circuite. În acest mod se regăsesc cu

uşurinţă majoritatea rezultatelor obţinute de V. N. Nedelcu în cazul circuitelor electrice funcţionînd în regim permanent periodic nesinusoidal, alături de aspecte noi, nesemnalate în [2].

În cele ce urmează ne vom referi exclusiv la cazul circuitelor monofazate, cazul circuitelor polifazate urmînd a face obiectul unei Note viitoare.

II. Puterea aparentă complexă instantanee în regim permanent sinusoidal

4. Avînd în vedere că:

$$\underline{i} + \underline{i}^* = 2\mathcal{R}e\,(\underline{i}) \tag{17}$$

rezultă că expresia (7) a puterii aparente complexe instantanee se poate scrie şi sub forma echivalentă:

$$\underline{s} = \underline{u}_b\,\mathcal{R}e\,(\underline{i}). \tag{18}$$

Ţinînd seama de relaţiile (3) şi (4), precum şi de (7), rezultă în acest caz:

$$s(t) = 2U_b I\cos(\omega t + \psi_i), \tag{19}$$

$$\sigma(t) = \arg u_b = \omega t + \psi_{u_b}. \tag{20}$$

5. Relaţia (7) propusă de V. N. Nedelcu pentru calculul puterii aparente complexe instantanee nu are un caracter general, fiind valabilă numai în cazul în care tensiunea la borne variază după legea (1), iar intensitatea de curent după (2). Este posibil a se considera că în regim permanent sinusoidal tensiunea la borne şi curentul au totdeauna expresiile (1), respectiv (2), dacă se recurge la o alegere adecvată a valorilor lor iniţiale. În caz contrar este necesară introducerea unor noi relaţii pentru calculul puterii aparente complexe instantanee, care diferă de formularea (7) preconizată în [1]...[3].

În principiu, în afara cazului expus în § 2, mai sînt posibile de luat în consideraţie şi următoarele [1]:

$$u_b' = \sqrt{2}U_b\sin(\omega t + \psi_{u_b}'),\quad i' = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \psi_i'), \tag{21}$$

$$u_b'' = u_b' = \sqrt{2}U_b\sin(\omega t + \psi_{u_b}''),\quad i'' = i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi_i''), \tag{22}$$

$$u_b''' = u_b = \sqrt{2}U_b\cos(\omega t + \psi_{u_b}'''),\quad i''' = i' = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \psi_i'''), \tag{23}$$

cazurile (22) şi (23) fiind mai puţin frecvente.

Oricare ar fi expresiile tensiunii la borne şi a intensităţii de curent regimul fiind permanent sinusoidal, este evident că: a) puterea instantanee, sau în terminologia propusă de V. N. Nedelcu, puterea activă instantanee, va fi dată de relaţia:

$$p^{(k)} = u_b^{(k)}\,i^{(k)}; \tag{24}$$

---

[1]) evident, reductibile prin modificarea adecvată a fazelor iniţiale, la cazul din § 2

b) expresia puterii complexe aparente instantanee va fi:

$$\underline{s}^{(k)} = p^{(k)} + \mathrm{j}q^{(k)}, \tag{25}$$

unde $q^{(k)}$ reprezintă puterea reactivă instantanee, iar $k = ', '', '''$.

Rezultă de aici că:

$$p^{(k)} = (\underline{s}^{(k)} + \underline{s}^{(k)*})/2 = \mathcal{R}e\,(\underline{s}^{(k)}) \tag{26}$$

iar

$$q^{(k)} = -\,\mathrm{j}\,(\underline{s}^{(k)} - \underline{s}^{(k)*})/2 = \mathcal{I}m\,(\underline{s}^{(k)}). \tag{27}$$

Aşadar, cunoscînd expresiile tensiunii la borne şi a intensităţii de curent se poate determina puterea activă instantanee, deci şi puterea reactivă instantanee, se poate obţine expresia puterii aparente complexe instantanee şi se stabileşte regula de calcul a puterii reactive instantanee. De aici vor rezulta fără dificultate: a) expresia puterii aparente complexe:

$$\underline{S}^{(k)} = <\underline{s}^{(k)}> = P + \mathrm{j}Q; \tag{28}$$

b) expresiile puterilor activă şi reactivă medii:

$$P^{(k)} = <p^{(k)}>, \qquad (30) \qquad Q^{(k)} = <q^{(k)}>; \tag{29}$$

c) expresia puterii aparente complexe fluctuante instantanee $\underline{s}_2^{(k)}$ şi a puterilor activă şi reactivă instantanee fluctuante $p_2^{(k)}$, respectiv $q_2^{(k)}$.

6. În cazul cînd tensiunea la borne şi intensitatea de curent sînt date de relaţiile (21), se obţine:

$$p' = u_b' i' = U_b I \cos\varphi - U_b I \cos\,(2\omega t + \psi'_{u_b} + \psi'_i), \tag{31}$$

unde $\varphi = \psi'_{u_b} - \psi'_i$.

Deci:

$$q' = U_b I \sin\varphi - U_b I \sin\,(2\omega t + \psi'_{u_b} + \psi'_i). \tag{32}$$

Rezultă că în acest caz puterea reactivă intantanee se poate determina cu relaţia:

$$q' = -\,u_b' i, \tag{33}$$

iar puterea aparentă complexă instantanee se exprimă sub forma:

$$\underline{s}' = p' + \mathrm{j}q' = \underline{u}_b(\underline{i}^* - \underline{i})/2 = \underline{U}_b\underline{I}^* - \underline{U}_b\underline{I}\exp(\mathrm{j}\,2\omega t) = s'(t)\exp\,[\mathrm{j}\sigma'(t)]. \tag{34}$$

În consecinţă:

$$\underline{s}' = \underline{S}' - \underline{s}_2' \tag{35}$$

cu

$$\underline{S}' = \underline{S}, \quad \underline{s}_2' = \underline{s}_2, \quad p_2' = p_2, \quad q_2' = q_2\,. \tag{36}$$

Ţinînd seama că:

$$\underline{i} - \underline{i}^* = \mathrm{j}\,2\,\mathcal{I}m\,(\underline{i}) = -\,\mathrm{j}\,2\,\mathcal{I}m\,(\underline{i}^*), \tag{37}$$

rezultă că expresia (34) a puterii aparente complexe instantanee se poate scrie şi sub forma echivalentă:

$$\underline{s}' = j\underline{u}_b \mathcal{I}m(\underline{i}^*). \tag{38}$$

Avînd în vedere relaţiile (34), (38), (3) şi (4), rezultă totodată:

$$s'(t) = 2U_b I \sin(\omega t + \psi_i'), \tag{39}$$

$$\sigma'(t) = \arg \underline{u}_b + \pi/2 = \omega t + \psi_{u_b}' + \pi/2. \tag{40}$$

7. Dacă tensiunea la borne şi intensitatea de curent sînt date de relaţiile (22), puterea activă instantanee este de forma:

$$p'' = u_b'' i'' = u_b' i = U_b I \cos\varphi + U_b I \sin(2\omega t + \psi_{u_b}'' + \psi_i''), \tag{41}$$

cu

$$\varphi = \psi_{u_b}'' - \psi_i'' - \pi/2. \tag{42}$$

Aşadar:

$$q'' = U_b I \sin\varphi + U_b I \cos(2\omega t + \psi_{u_b}'' + \psi_i''). \tag{43}$$

Se observă cu uşurinţă că puterea reactivă instantanee se poate determina în acest caz cu relaţia:

$$q'' = -u_b' i'. \tag{44}$$

Puterea aparentă complexă instantanee este dată de:

$$\begin{aligned} \underline{s}'' = p'' + jq'' = -j(u_b - \underline{u}_b^*)\underline{i}^*/2 = \underline{U}_b \underline{I}^* \exp(-j\pi/2) + \\ + \underline{U}_b^* \underline{I}^* \exp[-j(2\omega t - \pi/2)] = s''(t) \exp[j\sigma''(t)]. \end{aligned} \tag{45}$$

Rezultă:

$$\underline{s}'' = \underline{S}'' + \underline{s}_2'', \tag{46}$$

unde:

$$\underline{S}'' = (\underline{u}_b \underline{i}^*/2) \exp(-j\pi/2) = \underline{U}_b \underline{I}^* \exp(-j\pi/2), \tag{47}$$

iar

$$\begin{aligned} \underline{s}_2'' = \underline{S}_2'' \exp[-j(2\omega t - \pi/2)] = p_2'' + jq_2'' = \underline{U}_b^* \underline{I}^* \exp[-j(2\omega t - \pi/2)] = \\ = U_b I \sin(2\omega t + \psi_{u_b}'' + \psi_i'') + jU_b I \cos(2\omega t + \psi_{u_b}'' + \psi_i''), \end{aligned} \tag{48}$$

$$\underline{S}_2'' = \underline{u}_b^* \underline{i}^*/2 = \underline{U}_b^* \underline{I}^*. \tag{49}$$

Avînd în vedere că:

$$\underline{u}_b - \underline{u}_b^* = j2\mathcal{I}m(\underline{u}_b) \tag{50}$$

rezultă că expresia (45) a puterii aparente complexe instantanee poate fi scrisă şi sub forma:

$$\underline{s}'' = \mathcal{I}m(\underline{u}_b)\underline{i}^*. \tag{51}$$

De asemenea, ţinînd seama de relaţiile (45), (51), (3) şi (4) se obţine:

(52) $s''(t) = 2U_b I \sin(\omega t + \psi''_{u_b})$, (53) $\sigma''(t) = -\arg \underline{i} = -\omega t - \psi''_i$.

8. În acest paragraf vom considera situaţia în care tensiunea la borne şi intensitatea de curent sînt date de relaţiile (23); în acest caz puterea activă instantanee este:

(54) $$p''' = u'''_b i''' = u_b i' = U_b I \cos\varphi + U_b I \sin(2\omega t + \psi'''_{u_b} + \psi'''_i),$$

unde:

(55) $$\varphi = \psi'''_{u_b} - \psi'''_i + \pi/2.$$

Puterea reactivă instantanee va fi:

(56) $$q''' = U_b I \sin\varphi + U_b I \cos(2\omega t + \psi'''_{u_b} + \psi'''_i)$$

sau

(57) $$q''' = u_b i.$$

Puterea aparentă complexă instantanee are expresia:

(58) $$\underline{s}''' = p''' + jq''' = j(\underline{u}_b + \underline{u}^*_b)\,\underline{i}^*/2 = \underline{U}_b \underline{I}^* \exp(j\pi/2) + \underline{U}^*_b \underline{I}^* \exp[-j(2\omega t - \pi/2)] = s'''(t) \exp[j\sigma'''(t)].$$

Aşadar:

(59) $$\underline{s}''' = \underline{S}''' + \underline{s}'''_2,$$

unde:

(60) $$\underline{S}''' = (\underline{u}_b \underline{i}^*/2) \exp(j\pi/2) = \underline{U}_b \underline{I}^* \exp(j\pi/2)$$

şi

(61) $$\underline{s}'''_2 = \underline{s}''_2, \quad \underline{S}'''_2 = \underline{S}''_2, \quad p'''_2 = p''_2, \quad q'''_2 = q''_2.$$

Tabelul 1

u	i	$\underline{s}$	$s(t)$	$\sigma(t)$
$\sqrt{2}\,U \cos(\omega t + \psi_{u_b})$	$\sqrt{2}\,I \cos(\omega t + \psi_i)$	$\underline{u}_b\, \mathcal{R}e(\underline{i})$	$2U_b I \cos(\omega t + \psi_i)$	$\omega t + \psi_{u_b}$
$\sqrt{2}\,U \sin(\omega t + \psi'_{u_b})$	$\sqrt{2}\,I \sin(\omega t + \psi'_i)$	$j\underline{u}_b\, \mathcal{I}m(\underline{i}^*)$	$2U_b I \sin(\omega t + \psi'_i)$	$\omega t + \psi'_{u_b} + \pi/2$
$\sqrt{2}\,U \sin(\omega t + \psi''_{u_b})$	$\sqrt{2}\,I \cos(\omega t + \psi''_i)$	$\mathcal{I}m(\underline{u}_b)\,\underline{i}^*$	$2U_b I \sin(\omega t + \psi''_{u_b})$	$-\omega t - \psi''_i$
$\sqrt{2}\,U \cos(\omega t + \psi'''_{u_b})$	$\sqrt{2}\,I \sin(\omega t + \psi'''_i)$	$j\mathcal{R}e(\underline{u}_b)\,\underline{i}^*$	$2U_b I \cos(\omega t + \psi'''_{u_b})$	$-\omega t - \psi'''_i - \pi/2$

Deoarece

$$\underline{u}_b + \underline{u}_b^* = 2\mathcal{R}e(\underline{u}_b) \tag{62}$$

expresia (58) a puterii aparente complexe instantanee devine:

$$\underline{s}''' = \mathrm{j}\mathcal{R}e(\underline{u}_b)\,\underline{i}^*. \tag{63}$$

Ţinînd seama de relaţiile (58), (63), (3) şi (4) rezultă:

$$s'''(t) = 2U_b I \cos(\omega t + \psi_{u_b}'''), \quad (65)\ \sigma'''(t) = \arg i^* + \pi/2 = -\omega t - \psi_i''' - \pi/2. \tag{64}$$

9. Cele mai importante dintre rezultatele obţinute în paragrafele precedente sînt concentrate în tabelul 1.

III. Puterea aparentă hipercomplexă instantanee în regim permanent periodic, nesinusoidal

10. Principalele rezultate obţinute în paragrafele precedente pot fi extinse în cea mai mare parte şi în cazul circuitelor funcţionînd în regim permanent periodic nesinosoidal, folosind o metodă simbolică adecvată [7], [6], diferită de cea utilizată în [2].

În acest scop se consideră un dipol liniar pasiv, funcţionînd în regim permanent periodic nesinusoidal, avînd tensiunea la borne:

$$u_b = \sqrt{2}\sum_{k=0}^{\infty} U_{b_k}\cos(k\omega t + \psi_{u_{b_k}}), \quad \psi_{u_{b_0}} = 0, \tag{66}$$

iar curentul în una din bornele de acces:

$$i = \sqrt{2}\sum_{k=0}^{\infty} I_k \cos(k\omega t + \psi_{i_k}), \quad \psi_{i_0} = 0, \tag{67}$$

puterea instantanee schimbată pe la bornele de acces de către dipol cu exteriorul fiind:

$$p = u_b i = \sum_{k=0}^{\infty} U_{b_k} I_k \cos\varphi_k + \sum_{k=0}^{\infty} U_{b_k} I_k \cos(2k\omega t + \psi_{u_{b_k}} + \psi_{i_k}) +$$

$$+ \sum_{\substack{p=0 \\ (p\neq q)}}^{\infty}\sum_{q=0}^{\infty}\{U_{b_p} I_q \cos[(p+q)\,\omega t + \psi_{u_{b_p}} + \psi_{i_q}] + U_{b_p} I_q \cos[(p-q)\omega t + \psi_{u_{b_p}} - \psi_{i_q}]\}, \tag{68}$$

unde:

$$\varphi_k = \psi_{u_{b_k}} - \psi_{i_k}. \tag{69}$$

Numim cu [2]:

$$p_t = \sum_{k=0}^{\infty} p_k = \sum_{k=0}^{\infty} U_{b_k} I_k \cos\varphi_k + \sum_{k=0}^{\infty} U_{b_k} I_k \cos(2k\omega t + \psi_{u_{b_k}} + \psi_{i_k}) \tag{70}$$

puterea activă instantanee totală, iar cu [2]:

$$q_t = \sum_{k=0}^{\infty} q_k = \sum_{k=0}^{\infty} U_{b_k} I_k \sin\varphi_k + \sum_{k=0}^{\infty} U_{b_k} I_k \sin(2k\omega t + \psi_{u_{b_k}} + \psi_{i_k}) \tag{71}$$

puterea reactivă instantanee totală a armonicelor de tensiune şi de curent.

Din (68) şi (70) rezultă:

$$p = p_t + d, \tag{72}$$

unde:

$$d = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{\substack{q=0 \\ (p \neq q)}}^{\infty} \{U_{b_p} I_q \cos [(p+q)\omega t + \psi_{u_{b_p}} + \psi_{i_q}] + \\ + U_{b_p} I_q \cos [(p-q)\omega t + \psi_{u_{b_p}} - \psi_{i_q}]\} \tag{73}$$

poate fi considerată ca o *putere deformantă instantanee*, în strînsă conexiune cu *puterile deformante elementare* [5].

În cele ce urmează vom ataşa puterii p_t (sau q_t), considerată ca funcţie original, o funcţie hipercomplexă, considerată ca imagine, utilizînd în acest scop o variantă modificată a procedeului preconizat de B. A. Rozenfeld [7] în studiul circuitelor electrice liniare în regim periodic nesinusoidal. Anume, pe lîngă fiecare funcţie periodică $f(t) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} F_k \overset{\cos}{\sin} (k\omega t + \psi_k)$ se ataşează o mărime hipercomplexă $\hat{f} = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} 1_k F_k \cos (k\omega t + \psi_k) + \sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} j_k F_k \sin (k\omega t + \psi_k)$, $(\psi_0 = 0)$, funcţiile 1_k, j_k fiind ortonormate. Introducînd în spaţiul vectorial al mărimilor $\hat{f}$ produsul vectorial, asociativ şi distributiv (faţă de adunare), spaţiul vectorial cu o astfel de înmulţire este un spaţiu Hilbert. Algebra astfel construită este comutativă reprezentînd o sumă directă a corpului numerelor reale (generat de 1_0) şi a mulţimii numărabile de corpuri de numere complexe (generate de perechea de elemente 1_k, j_k). Elementul unitate al algebrei este:

$$\sum_{p=1}^{\infty} 1_k = 1, \tag{74}$$

iar

$$1_k^2 = 1_k,\ j_k^2 = -1_k,\ 1_k j_k = j_k 1_k = j_k,\ 1_p j_q = j_q 1_p = 1_p 1_q = j_p j_q = 0, \quad (p \neq q). \tag{75}$$

Introducînd notaţiile:

$$\sqrt{2} F_k \cos (k\omega t + \psi_k) = \mathcal{R}e_k \hat{f},\quad \sqrt{2} F_k \sin (k\omega t + \psi_k) = \mathcal{I}m_k \hat{f}, \tag{76}$$

rezultă că legătura dintre funcţia original $f(t)$ şi funcţia imagine $\hat{f}$ este asigurată de una din relaţiile:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathcal{R}e_k \hat{f} \quad \text{sau} \quad f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathcal{I}m_k \hat{f}. \tag{77}$$

11. Vom ataşa funcţiilor original (66), (67) imaginile lor hipercomplexe:

$$\hat{u}_b = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} 1_k U_{b_k} \cos (k\omega t + \psi_{u_{b_k}}) + \sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} j_k U_{b_k} \sin (k\omega t + \psi_{u_{b_k}}), \tag{78}$$

respectiv:

$$\hat{i} = \sqrt{2}\sum_{k=0}^{\infty} 1_k I_k \cos(k\omega t + \psi_{i_k}) + \sqrt{2}\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k I_k \sin(k\omega t + \psi_{i_k}). \tag{79}$$

Prin analogie cu (7) se defineşte drept *putere aparentă hipercomplexă instantanee,* expresia:

$$\hat{s} = \hat{u}_b(\hat{i} + \hat{i}^*), \tag{80}$$

unde:

$$i^* = \sqrt{2}\sum_{k=0}^{\infty} 1_k I_k \cos(k\omega t + \psi_{i_k}) - \sqrt{2}\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k I_k \sin(k\omega t + \psi_{i_k}) \tag{81}$$

reprezintă conjugata mărimii $\hat{i}$, astfel încît $\hat{i}\hat{i}^* = 2I^2$.

Ţinînd seama de (78), (79) precum şi de (74), (75), se obţine:

$$\hat{s} = \sum_{k=0}^{\infty} 1_k p_k + \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k q_k . \tag{82}$$

Rezultă:

$$p_t = |\hat{s} + \hat{s}^*|/2, \quad q_t = |\hat{s} - \hat{s}^*|/2. \tag{83}$$

Puterea aparentă hipercomplexă (6) se obţine prin medierea puterii hipercomplexe aparente instantanee, anume:

$$\hat{S} = <\hat{s}> = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k P_k + \mathrm{j}_k Q_k), \tag{84}$$

unde:

$$P_k = <p_k> = U_k I_k \cos\varphi_k, \qquad Q_k = <q_k> = U_k I_k \sin\varphi_k \tag{85, 86}$$

reprezintă puterile medii activă, respectivă reactivă ale armonicilor de tensiune şi de curent de rang k.

Avînd în vedere relaţiile (82), (84) şi ţinînd seama de (70) şi (71) se obţine:

$$\hat{s} = \hat{S} + \hat{s}_2, \tag{86}$$

unde:

$$\hat{s}_2 = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k p_{2k} + \mathrm{j}_k q_{2k}) = \sum_{k=0}^{\infty} 1_k U_{b_k} I_k \cos(2k\omega t + \psi_{u_{b_k}} + \psi_{i_k}) + \tag{87}$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k U_{b_k} I_k \sin(2k\omega t + \psi_{u_{b_k}} + \psi_{i_k}),$$

$\hat{s}_2$ fiind *puterea aparentă hipercomplexă fluctuantă instantanee, iar* p_{2k}, q_{2k} — *puterile activă şi reactivă instantanee* ale armonicilor de rang k.

12. Există şi alte posibilităţi, duale celor expuse în § **11**, de a determina prin calcul puterea aparentă hipercomplexă aparentă, funcţie de valorile iniţiale ale tensiunii la borne şi ale intensităţii de curent. Procedînd ca în § **5** se pot obţine, în mod corespunzător, regulile de calcul ale puterii $\hat{s}$ în funcţie de $\hat{u}$, $\hat{i}$ etc.

IV. Concluzii

1. Noţiunile de putere aparentă complexă instantanee, putere activă instantanee, putere reactivă instantanee, putere aparentă complexă fluctuantă instantanee, putere activă instantanee fluctuantă şi putere reactivă instantanee fluctuantă introduse în studiul circuitelor electrice în regim permanent sinusoidal de către V. N. Nedelcu, sînt îndependente de valorile iniţiale ale tensiunii la borne şi ale intensităţii de curent. Modul lor de calcul depinde însă esenţial de aceste valori iniţiale.

2. În cazul circuitelor electrice în regim permanent periodic nesinusoidal, utilizînd o metodă simbolică care face apel la o algebră hipercomplexă într-un spaţiu Hilbert, este posibil de a introduce şi determina prin analogie cu cazul regimului permanent sinusoidal, noţiunile de putere aparentă hipercomplexă instantanee şi putere aparentă hipercomplexă fluctuantă instantanee.

Primit la 4 XII 1963

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Nedelcu V. N., Electrotehnica, 1963, **11**, *4*, pp. 121—124.
2. — ETZ-A, 1963, **84**, *5*, S. 153—157.
3. — Electrotehnica, 1963, **11**, *8*, pp. 281—285.
4. Răduleţ R., *Bazele teoretice ale electrotehnicii*. Vol. **III**, Lit. învăţ., Buc., 1955, p. 50.
5. Antoniu I. S., *Chestiuni speciale de electrotehnică*. Ed. Acad. R. P. R., Buc., 1956, p. 266.
6. Rosman H., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI** (**X**), *3—4*, pp. 261—270.
7. Розенфельд Б. А., Тр. сем. вект. и тенз. ан., 1949, **7**, стр. 381—387.

О МГНОВЕННОЙ КАЖУЩЕЙСЯ МОЩНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ В УСТАНОВИВШЕМСЯ ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

(Резюме)

Кажущаяся комплексная мгновенная мощность, введенная с успехом В. Н. Неделку [1]...[3], является независимой от начальных величин напряжений и тока. Указывается, что способ расчета этой мощности, однако, зависит в основном от этих величин (см. табл. 1). Пользуя символический метод гиперкомплексных величин [6], вводится, в случае электрических цепей, в установившемся периодический несинусоидальный режим, понятие кажущаяся гиперкомплексная мгновенная мощность.

SUR LA PUISSANCE APPARENTE INSTANTANNÉE DANS LES CIRCUITS ÉLECTRIQUES EN RÉGIME PERMANENT PÉRIODIQUE

(Résumé)

La puissance apparente complexe instantannée, introduite avec succès par V. N. Nedelcu [1]...[3] dans l'étude des circuits électriques en régime permanent sinusoïdal, est indépendente par rapport aux valeurs initiales de la tension et du courant. On montre que l'expression de cette puissance dépend par excellence de ces valeurs (v. tableau 1). À l'instar du procédé préconisé dans [1]...[3] et en utilisant la méthode symbolique hypercomplexe [6] on introduit, dans l'étude des circuits électriques en régime permanent periodique non sinusoïdal, la notion de puissance apparente hypercomplexe instantannée qui s'avère utile lors de l'établissement du bilan énergétique d'un tel circuit (v. (80)).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Mecanică tehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 3—4, 1963

Техническая механика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Mechanical Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

Д. К. 531.313

О ПРИНЦИПЕ ВИРТУАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ [1])

Я. Л. ГЕРОНИМУС

1. Рассмотрим материальную систему, которая находится под действием *активных сил* (являющихся известными функциями времени, координат точек системы и проекций их скоростей), и подчинена некоторым *связям*.

Хорошо известен *принцип виртуальных перемещений*, математическим выражением которого является основная теорема аналитической статики: *если связи идеальны и двухсторонни, то для того, чтобы данное положение материальной системы было положением ее равновесия относительно некоторой инерциальной системы отсчета, необходимо и достаточно условие*:

$$\sum \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} = 0, \tag{1}$$

т. е. алгебраическая сумма элементарных работ всех активных сил на любом виртуальном перемещении системы из рассматриваемого положения должна равняться нулю.

Положением равновесия материальной системы называем такое ее положение, при котором скорость $\mathbf{v}$ каждой точки системы равна нулю на протяжении некоторого промежутка времени, т. е. $\mathbf{v} \equiv 0$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$; это условие эквивалентно условию $d\mathbf{v}/dt = \mathbf{w} \equiv 0$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, если $\mathbf{v} = 0$ при $t = t_0$; условие $\mathbf{w} = 0$ при $t = t_0$, т. е. *обращение в нуль лишь мгновенного значения ускорения, очевидно, недостаточно для равновесия.*

Хотя сформулированная теорема, ставшая классической, вошла во все учебники, тем не менее в такой формулировке она неверна: если не наложить некоторых ограничений на активные силы и на связи материальной системы, то условие (1) *недостаточно* для ее равновесия.

2. Если проанализировать доказательство этой теоремы, принадлежащее Аппелю, то легко видеть, что условие (1) необходимо не только для равновесия, но и для того, чтобы мгновенные ускорения

[1]) Содержание работы доложено на заседании семинара под руководством проф. А. И. Лурье; автор выражает благодарность участникам семинара за некоторые критические замечания.

всех точек системы, равнялись нулю. Если же дано, что мгновенные скорости всех точек системы в данном ее положении равны нулю и если связи системы таковы, что действительные перемещения $\Delta\mathbf{r}$ всех точек системы принадлежат к классу виртуальных перемещений $\delta\mathbf{r}$, то из условия (1) вытекает не равновесие, а лишь то, что *мгновенные ускорения* всех точек системы равны нулю. Действительно, мы имеем:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{v}\,\Delta t + \mathbf{w}\,\Delta t^2/2 = \delta\mathbf{r}\,; \tag{2}$$

из уравнений $m\mathbf{w} = \mathbf{F} + \mathbf{R}$, где $\mathbf{R}$ — равнодействующая всех реакций связей, приложенных к данной точке, находим:

$$\sum m\mathbf{w}\,.\,\delta\mathbf{r} = (\Delta t^2/2)\sum mw^2 = \sum \mathbf{F}\,.\,\delta\mathbf{r} + \sum \mathbf{R}\,.\,\delta\mathbf{r} = \sum \mathbf{F}\,.\,\delta\mathbf{r}\,;$$

таким образом, из условия (1) вытекает лишь равенство $\sum mw^2 = 0$, откуда находим $w = 0$.

Некоторые авторы, повидимому, чувствовали недостаточную убедительность такой аргументации; например, Г. К. Суслов [1, § **206**] писал: „Обращаемся к уравнению:

$$\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}t^2} = \sum \frac{1}{m}(\mathbf{F}+\mathbf{R})^2 + \sum m\mathbf{v}\,.\,\dot{\mathbf{w}} = 0, \tag{4}$$

вытекающему из равенства нулю второй производной от кинетической энергии. Из этого уравнения при $v=0$ мы действительно получаем как следствие уравнение $\mathbf{F} + \mathbf{R} = 0$. Можно было бы показать, что при вышеупомянутых условиях ... из уравнений $\mathbf{F} + \mathbf{R} = 0$ вытекает, что при $t = t_0$ все производные от кинетической энергии по времени обращаются в нуль и, следовательно, система находится в покое".

Нетрудно видеть, прежде всего, что при $t = t_0$ имеем из условий $v = w = 0$:

$$T(t_0) = \dot{T}(t_0) = \ddot{T}(t_0) = \dddot{T}(t_0) = 0\,; \quad \ddddot{T}(t_0) = 3\sum m\dot{w}^2 \neq 0, \tag{5}$$

т. е. производные порядка выше третьего могут и не обращаться в нуль; но обращение в нуль даже всех производных кинетической энергии при $t=t_0$ все же не влечет за собой в общем случае тождественного обращения в нуль кинетической энергии на целом отрезке, как будет показано в дальнейшем; это было бы верно лишь в том частном случае, если бы функция $T(t)$ была *аналитической*, регулярной на некотором отрезке вещественной оси $t' \leqslant t \leqslant t''$ — но в общем случае это не имеет места. Н. А. Кильчевский [2, § **41**] применяет закон изменения кинетической энергии:

$$\Delta T = T(t) - T(t_0) = \sum \mathbf{F}\,.\,\Delta\mathbf{r} + \sum \mathbf{R}\,.\,\Delta\mathbf{r} = 0\,; \tag{6}$$

отсюда он делает вывод, что силы приложенные к точкам системы не могут сообщить им скоростей, отличных от нуля; однако, этот вывод не вытекает из (6): действительно, из формулы Маклорена мы имеем:

$$\Delta T = T(t) - T(t_0) = \dot{T}(t_0)\Delta t + \ddot{T}(t_0)(\Delta t^2/2!) + \dddot{T}(t_0)(\Delta t^3/3!) + \tag{7}$$
$$+ \ddddot{T}(t_0)(\Delta t^4/4!) + \ldots = \ddddot{T}(t_0)(\Delta t^4/4!) + \ldots, \quad \Delta t = t - t_0,$$

а равенство (6) означает лишь то, что ΔT является бесконечно малой величиной выше второго порядка малости относительно Δt. Г. К. Суслов [1, § **205**] приводит еще такое рассуждение: он предполагает все заданные силы, а также голономные связи не зависящими явно от времени, а неголономные связи, которые все линейны, предполагаются однородными функциями первого порядка относительно скоростей; составляя уравнения Лагранжа первого рода, он находит, что все множители связей не зависят явно от времени, откуда делает такое заключение: если равенство $\mathbf{F}+\mathbf{R}=0$ имеет место для $t = t_0$, то, благодаря тому, что $\mathbf{F}$ и $\mathbf{R}$ не зависят явно от времени, это равенство будет иметь место и для любого дальнейшего момента времени. Это заключение было бы верно, если бы система не перемещалась — но как раз это мы хотим доказать; если же система переместится, то изменяются координаты всех точек и равенство $\mathbf{F} + \mathbf{R} = 0$ нарушится, как мы это покажем на примерах.

3. В качестве примера рассмотрим шарик в идеально гладкой прямолинейной цилиндрической трубке, ось которой совпадает с осью Ox; пусть на шарик, находящийся в трубке и имеющий единичную масу, действует активная сила $\mathbf{F}$. Рассмотрим пример 3, таблицы 1, в конце статьи.

Так как при $x=0$ имеем $F_x=0$, то казалось бы, отсюда можно было бы сделать вывод, что шарик останется в равновесии в точке $x = 0$; однако, интегрируя уравнение движения (при начальных условиях $x = v = 0$ при $t = t_0 = 0$) найдем *два решения*:

$$x \equiv 0, \quad x = t^3/6. \tag{8}$$

Для второго из них находим $T=t^4/8$ и таким образом $\ddddot{T}(0) \neq 0$. Хотя в этом случае $F_x = 0$ при $x = 0$, все же равновесие может и не иметь места.

Интегрируя уравнение движения в примере 6 (см. табл. 1) при тех же начальных условиях, снова получим два решения;

$$x \equiv 0, \quad x = \exp(-1/t^2), \quad (\exp z = e^z); \tag{9}$$

для второго из них имеем $T = (2/t^6)\exp(-2/t^2)$, т. е. производные всех порядков кинетической энергии по времени равны нулю при $t = 0$, но кинетическая энергия неравна тождественно нулю. Мы снова имеем $F_x = 0$ при $x = 0$, но равновесие может и не иметь места.

Интересно отметить следующее: если во всех примерах нашей таблицы к силе F_x добавить силу:

$$F'_x = (t - t' + |t - t'|)/2,$$

то если равновесие и имело место, оно будет нарушено с момента $t=t'$, ибо мы имеем:

$$F'_x = \begin{cases} 0, & t \leqslant t', \\ t - t', & t > t'; \end{cases}$$

поэтому при $t > t'$ имеем $w \neq 0$.

4. В том частном случае, когда *все связи системы идеальны, двусторонни и голономны*, из условия (1):

$$\sum \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \delta q_i = 0,$$

выводится теорема: для того, чтобы некоторое положение системы было равновесным, необходимо и достаточно, чтобы *все обобщенные активные силы* в этом положении равнялись нулю:

$$Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_n = 0. \tag{9}$$

Эта теорема без дополнительных оговорок также неверна: условия (9) *недостаточны* для равновесия материальной системы, ибо они эквивалентны обращению в нуль лишь мгновенных значений ускорений всех точек системы.

Если, кроме того, все *связи стационарны*, а все *активные силы потенциальны*, то для этого частного случая выводится теорема: те положения материальной системы, в которых потенциальная энергия достигает *экстремума*, являются равновесными положениями.

В случае *максимума потенциальной энергии* теорема без дополнительных оговорок неверна — в примерах 3, 7, 12, 16, (см. табл. 1), потенциальная энергия имеет максимум при $x=0$, а равновесие может и не иметь места; в случае *минимума потенциальной энергии*, как мы покажем, теорема верна — и даже при более общих условиях.

5. Первая причина указанных недоразумений такова: прежде чем ставить вопрос в аналитической механике об условиях равновесия материальной системы, надо, очевидно, дать точное определение равновесного состояния системы.

Если равновесие, покой рассматривать как частный случай движения, т. е. статику рассматривать как частный случай динамики (а именно так и следует поступать в аналитической механике), то „динамический" подход к изучению равновесия таков: пусть в некотором положении материальной системы, находящейся под действием активных сил и подчиненной некоторым связям, мгновенные скорости всех точек системы равны нулю; найти условия, которым должны удовлетворять связи системы и активные силы для того, чтобы рассматриваемое положение системы было равновесным.

Если определить равновесие так, как мы сделали в п. **1** и как делает подавляющее большинство авторов[2]) (т. е. потребовать, чтобы скорости, а, следовательно, и ускорения всех точек системы остались равными нулю на протяжении некоторого промежутка времени), то без дополнительных оговорок условие (1) недостаточно для равновесия системы, ибо оно эквивалентно лишь обращению в нуль мгновенных значений ускорений всех точек системы.

Если определить равновесное положение материальной системы как такое, в котором равны нулю мгновенные значения скоростей и ускорений всех ее точек[3]), то условие (1) будет, конечно, достаточным

[2]) См., напр. Ф. Р. Гантмахер [5, § **4**]; Ш. Ж. Валле-Пуссен [6, § **177**].
[3]) См., Г. М. Финкельштейн [7, стр. 273]; К. Шефер [8, § **29**].

для равновесия, определяемого таким образом; нам кажется, однако, что такое определение противоречит здравому смыслу, ибо под него, подходит, в частности, пример 1: пришлось бы считать, что шарик находится в равновесии при $x=0$, ибо при этом $t=0$, а, следовательно $v = w = 0$.

Некоторые авторы определяют равновесное положение системы как такое, в котором она *может* неопределенное время оставаться в покое[4]); если слово „может" означает, что система *будет* оставаться в покое (а именно это и подразумевает, повидимому, автор, как показано в п. **2**), то условие (1) недостаточно для равновесия; если же слово „может" означает, что система может быть в покое, а может и не быть, то, конечно, при таком растяжимом определении равновесия условие (1) достаточно.

Наконец, некоторые авторы не дают никакого определения равновесного состояния материальной системы — этим они молчаливо заставляют читателя принять то же самое определение равновесия, какое давалось в статике; однако, из дальнейшего изложения выясняется, что они все же имели ввиду длительный покой системы — но это определение равновесия, как мы покажем, отлично от того, которое было дано в статике.

6. Основное равенство $m\mathbf{w} = \mathbf{F} + \mathbf{R}$ показывает, что из условия $w \equiv 0$ вытекает $\mathbf{F} + \mathbf{R} \equiv 0$; таким образом, из условия равновесия материальной системы вытекает *условие равновесия сил* в каждой точке системы (этот результат справедлив при любых связях — даже неидеальных). Возникает естественный вопрос — вытекает ли из условия равновесия сил $\mathbf{F} + \mathbf{R} \equiv 0$ равновесие материальной системы?

Прежде всего заметим, что условие $\mathbf{F}+\mathbf{R}\equiv 0$ эквивалентно условию $w \equiv 0$, которое выполняется не только при покое точки, но и при ее прямолинейном равномерном движении. Далее, реакции связей неизвестны и мы можем найти их только в том случае, когда все связи идеальны; для этого надо сперва их исключить, проинтегрировать уравнения движения, найти закон движения каждой точки материальной системы, найти все реакции и выразить все активные и реактивные силы в функции времени — только после этого мы сможем сказать, может ли равенство $\mathbf{F}+\mathbf{R}=0$ выполняться *тождественно* на протяжении некоторого промежутка времени, или же равенство $\mathbf{F}+\mathbf{R}=0$ выполняется лишь в данный момент времени и в данной конфигурации системы.

Эта же трудность возникает и при исследовании движения свободной материальной точки — условие $F = 0$ означает обращение в нуль некоторой функции времени, координат точек системы и их производных по времени, откуда еще никак не вытекает, что это равенство будет тождественно выполняться на протяжении некоторого промежутка времени; в качестве иллюстрации можно рассмотреть пример 3, табл. 1: условие $F_x = \sqrt[3]{6x} = 0$ выполняется при $x = 0$, т. е. при $t = 0$; для того, чтобы мы могли утверждать, что $F_x \equiv 0$ мы дол-

[4]) См. Г. К. Суслов [1, § 205].

жны выразить x в функции t, т. е. проинтегрировать уравнение движения.

Таким образом, *условие равновесия сил* $\mathbf{F}+\mathbf{R}=0$ *гораздо шире, чем условие равновесия системы под действием этих сил.*

Заметим также, что при определении положения равновесия точки мы должны иметь в виду некоторую определенную *систему отсчета* — условие равновесия сил не связано с системой отсчета; но лишь в случае *инерциальной системы отсчета* условие равновесия сил, приложенных к точке, эквивалентно обращению в нуль мгновенного значения ее ускорения.

В случае сил, приложенных к твердому телу, условия равновесия этих сил выполняются для каждой точки тела не только в случае его покоя, но и при его поступательном, прямолинейном и равномерном движении. Если же тело равномерно вращается вокруг неподвижной оси, совпадающей с одной из его главных центральных осей инерции, то выполняются лишь условия равновесия *тела в целом*, но не для каждой его точки в отдельности; такую же картину имеем в Эйлеровом случае вращения твердого тела вокруг неподвижной точки, совпадающей с его центром тяжести.

Из всего сказанного вытекает: если имеем равновесие сил $\mathbf{F}+\mathbf{R}=0$ в каждой точке материальной системы, то метод исключения реактивных сил и последующего интегрирования уравнений движения позволит выяснить, будем ли мы иметь $\mathbf{F}+\mathbf{R}\equiv 0$ (т. е. при добавочном условии $v=0$ — равновесие системы).

Принцип виртуальных перемещений не является таким радикальным решением вопроса — хотя он также позволяет исключить все реактивные силы, но он дает лишь *условие равновесия сил* в данный момент времени и в данной конфигурации системы, откуда еще не вытекает равновесия материальной системы [5]).

Таким образом, вторая причина всех недоразумений заключается в смешении двух различных условий: условий равновесия материальной системы под действием сил и условий равновесия этих сил.

7. Математический аппарат, которым пользуется аналитическая механика для решения своих задач — это интегрирование дифференциальных уравнений движения; при этом активные силы и левые части уравнений связей являются некоторыми известными функциями времени, координат точек системы и проекций их скоростей.

Если на эти функции не наложить никаких ограничений, то указанная система дифференциальных уравнений может совсем не иметь решений, удовлетворяющих данным начальным условием, или допускать несколько таких решений (как в примерах 2, 3, 7, 12, 16, таблицы 1).

Следовательно, в самом начале аналитической механики необходимо наложить некоторые ограничения на активные силы и на связи системы для того, чтобы при данных начальных условиях решение

[5]) В п. **10** мы рассмотрим некоторые условия, которые позволяют без интеграции уравнений движения выяснить, следует ли равновесие системы из равновесия сил, к ней приложенных; однако, эти условия лишь достаточны.

существовало и было единственным; без этих ограничений уравнения аналитической механики будут лишены всякого физического смысла.

П. Аппель [9, § **198**] пишет по этому поводу следующее: „допускается, что заданным начальным условиям отвечает только одно движение. Это обстоятельство, в котором мы будем убеждаться во всех примерах, изучаемых дальше, вытекает из теоремы Коши при условии, что F_x, F_y, F_z являются *регулярными* функциями от t, x, y, z, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$".

Если термин „*регулярная функция*" понимать в том смысле, что все функции F_x, F_y, F_z являются *аналитическими* функциями своих аргументов, регулярными в некоторой области их изменения, то, конечно, условия единственности будут выполнены — однако, регулярность в этом смысле слова является слишком ограничительным условием, ибо, как будет показано, для единственности решения достаточно существования производных только первого порядка. Впрочем, сам П. Аппель [9, § **208**], рассматривая условия устойчивости равновесия, приводит пример[6]):

$$V = -\frac{1}{2}x^5 \sin(1/x), \quad V(0) = 0,$$

в котором функция $F_x = -\partial V/\partial x$ не регулярна в точке $x = 0$ и ее окрестности, а имеет в этой точке *существенную особенность*.

8. Постараемся выяснить те дополнительные ограничения, о которых шла речь.

Введем обобщенные координаты $q_1, q_2, \ldots, q_n$ с учетом лишь голономных связей; тогда радиус-вектор $\mathbf{r}$ каждой точки системы будет некоторой функцией времени и обобщенных координат $\mathbf{r}(t, q_1, \ldots, q_n)$; введем также обобщенные активные силы:

$$(10) \qquad Q_i = Q_i(t, q_1, \ldots, q_n; \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_n) = \sum \mathbf{F} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Обобщенные координаты и скорости связаны уравнениями неголономных связей:

$$(11) \qquad \varphi_i(t, q_1, \ldots, q_n; \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_n) = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, m; \; m < n),$$

которые могут быть как линейными относительно обобщенных скоростей, так и нелинейными; $n - m = k$ является числом степеней свободы материальной системы. Из уравнений связей мы сможем выразить все обобщенные скорости через k независимых между собой обобщенных скоростей; пусть, например;

$$(12) \qquad \dot{q}_r = \dot{q}_r(t, q_1, \ldots, q_n; \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_k), \quad (r = k + 1, \ldots, n).$$

Если все связи идеальны и двусторонни, то мы сможем исключить все реакции связей и придем к уравнениям движения:

---

[6]) **Аналогичный пример рассматривает Ф. Р. Гантмахер [5, § 33].**

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_i} = Q_i + \sum_{r=k+1}^{n} \frac{\partial \dot{q}_r}{\partial \dot{q}_i} Q_r, \quad (i = 1, 2, \ldots, k), \tag{13}$$

являющимися распространением уравнений Аппеля на случай неголономных нелинейных связей[7]); при этом *энергия ускорений* $S = \sum \frac{mw^2}{2}$ должна быть выражена через независимые обобщенные ускорения $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ldots, \ddot{q}_k$; система дифференциальных уравнений (11), (13) позволяет найти все обобщенные координаты как функции времени.

9. Пусть в момент времени $t = t_0$ материальная система находится в положении, характеризуемом обобщенными координатами $q_{10}, q_{20}, \ldots, q_{n0}$; для того, чтобы это положение системы было *равновесным,* необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие четыре условия:

а) *мгновенные скорости* всех точек системы при $t = t_0$ должны равняться нулю;

б) *неголономные связи и обобщенные активные силы* должны быть такими, чтобы при $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ иметь:

$$\begin{cases} \varphi_i(t, q_{10}, \ldots, q_{n0}; 0, \ldots, 0) \equiv 0, & (i = 1, 2, \ldots, m); \\ Q_s(t, q_{10}, \ldots, q_{n0}; 0, \ldots, 0) \equiv 0, & (s = 1, 2, \ldots, n); \end{cases} \tag{14}$$

это условие эквивалентно тому, что система дифференциальных уравнений (11), (13) допускает „тривиальное решение“:

$$q_i \equiv q_{i0}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \quad t_0 \leqslant t \leqslant t_1; \tag{15}$$

в) *задача Коши*[8]) для системы дифференциальных уравнений (11), (13) при начальных условиях:

$$t = t_0, \quad q_i = q_{i0}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{16}$$

должна допускать только „тривиальное решение“ (15);

г) голономные связи системы должны быть такими, чтобы при $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ иметь:

$$\mathbf{r}(t, q_{10}, q_{20}, \ldots, q_{n0}) \equiv \mathbf{r}_0 \equiv \text{const}. \tag{17}$$

Условия а)...в) эквивалентны, таким образом, тому, что при начальных условиях (16) система дифференциальных уравнений (11), (13) допускает решение — именно, „*тривиальное*“ — и не допускает никакого другого решения; условие г) показывает, что при этом не только обобщенные координаты, но и декартовы координаты всех точек системы будут постоянными при $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$.

Условие $\sum \mathbf{F} \cdot \delta\mathbf{r} = 0$ является, конечно, следствием рассмотрен-

---

[7]) См. Г. С. Погосов [3].

[8]) Задача Коши заключается в отыскании решения системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

ных четырех условий — но оно недостаточно для их выполнения; во всех примерах таблицы 1 $F_x = 0$ при $x = 0$, или при $t = 0$, или при $v = 0$, но при этом возможны все случаи: может существовать только тривиальное решение, или только нетривиальное, или и то и другое.

10. *Условия существования и единственности решения задачи Коши* в общем случае можно найти в любом курсе по теории дифференциальных уравнений [9]; приведем их для нашего частного случая шарика, который может двигаться в прямолинейной трубке по закону:

$$\ddot{x} = F_x = \varphi(t, x, v).$$

Так как нас интересует лишь тривиальное решение $x \equiv 0$, то очевидное условие его существования таково: $\varphi(t, 0, 0) \equiv 0$ для $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$.

Рассмотрим теперь *условие единственности,* принадлежащее Осгуду [10]; введем функцию $\lambda(u)$, непрерывную и положительную при $0 < u \leqslant a$ и удовлетворяющую условию $\int_0^a \frac{du}{\lambda(u)} = \infty$; этим условиям удовлетворяют, например, такие функции:

$$\lambda(u) = Cu, \quad \lambda(u) = C_1 u \log(1/u), \text{ и т. п.} \tag{18}$$

Введем координатные оси Ot, Ox, Ov и каждой тройке значений (t, x, v) сопоставим точку M с этими координатами; тогда функцию $\varphi(t, x, v)$ можно рассматривать как функцию точки M, т. е. $\varphi(t, x, v) = \varphi(M)$. Назовем областью D совокупность точек M, координаты которых удовлетворяют неравенствам:

$$-\tau < t < \tau, \quad -\xi < x < \xi, \quad -\eta < v < \eta;$$

очевидно, такие точки лежат внутри прямоугольного параллелепипеда с центром в точке M_0, которая соответствует начальным условиям (в нашем случае точка M_0 совпадает с началом координат).

Для единственности решения задачи Коши в нашем частном случае достаточно, чтобы функция $\varphi(M)$ обладала следующим свойством: можно указать область D указанного типа, для каждых двух точек M_1 и M_2 которой функция $\varphi(M)$ удовлетворяет неравенству [11]:

$$|\varphi(M_1) - \varphi(M_2)| \leqslant \lambda(M_1 M_2). \tag{19}$$

Менее общее, но более простое достаточное условие таково: в области D функция $\varphi(t, x, v)$ должна иметь непрерывные частные производные $\partial\varphi/\partial x$, $\partial\varphi/\partial v$.

Нетрудно проверить, что в примерах 11, 15, 17, таблицы 1, условия единственности не выполняются — в этих случаях мы устанавливаем единственность решения, исходя из других соображений; в примере

[9] См., например, И. Г. Петровский [4, гл. III].

[10] См. И. Г. Петровский [4, §§ 13, 30].

[11] Достаточно даже, чтобы условие (19) выполнялось лишь для таких пар точек M_1 и M_2, для которых прямая M_1M_2 параллельна плоскости Oxv.

14 (см. табл. 1) условие единственности выполняется при $\alpha \leqslant 1$ и не выполняется при $\alpha > 1$, ибо в этом последнем случае:

$$\lambda(x) = Cx[\log(1/x)]^{\alpha}, \quad \int_0^a \frac{du}{\lambda(u)} = \frac{1}{C(\alpha-1)}[\log(1/a)]^{1-\alpha} < \infty.$$

11. Рассмотрим некоторое положение S_0 материальной системы, характеризуемое обобщенными координатами $\{q_{i0}\}_1^n$, и некоторое „соседнее" положение S_1, характеризуемое координатами $\{q_{i1}\}_1^n$, причем $\{|q_{i1} - q_{i0}|\}_1^n < h$, где $h > 0$ малая фиксированная величина.

Обозначим через $A(\mathbf{F})$ и $A(\mathbf{R})$ алгебраические суммы полных работ всех активных и, соответственно, реактивных сил на действительном перемещении системы из положения S_0 в положение S_1.

Для того, чтобы положение S_0 было равновесным, достаточно чтобы выполнялись три условия:

а) *мгновенные скорости всех точек системы* в положении S_0 в некоторый момент времени $t = t_0$ должны равняться нулю;

б) *активные силы* должны быть такими, чтобы на любом действительном перемещении системы из положения S_0 в соседнее положение S_1 мы имели бы:

$$A(\mathbf{F}) < 0, \quad t_0 \leqslant t \leqslant t_1; \tag{21}$$

в) *связи системы* должны носить „пассивный характер", т. е. на указанном перемещении мы должны иметь:

$$A(\mathbf{R}) \leqslant 0, \quad t_0 \leqslant t \leqslant t_1. \tag{22}$$

Применим метод доказательства от противного: если мы предположим, что положение S_0 не будет равновесным, то система выйдет из этого положения и в процессе движения перейдет в некоторое „соседнее положение" S_1; применяя закон изменения кинетической энергии на этом перемещении, получим:

$$T_1 - T_0 = A(\mathbf{F}) + A(\mathbf{R}) < 0, \quad T_1 = \sum \frac{mv_1^2}{2} < T_0 = 0,$$

что невозможно.

Рассмотрим некоторые менее общие условия, достаточные для выполнения (21) или (22).

б′) Пусть некоторые из активных сил потенциальны с потенциальной энергией $V(t, q_1, \ldots, q_n)$, а непотенциальные силы — это либо „гироскопические силы" $\mathbf{F}'$, для которых $A(\mathbf{F}') = 0$, либо „диссипативные силы" $\mathbf{F}''$, для которых $A(\mathbf{F}'') < 0$; тогда для выполнения (21) достаточно, чтобы потенциальная энергия V имела в положении S_0 строгий минимум при всех значениях t, удовлетворяющих неравенству $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$; действительно, при этих условиях имеем:

$$A(\mathbf{F}) = V_0 - V_1 + A(\mathbf{F}') + A(\mathbf{F}'') \leqslant V_0 - V_1 < 0,$$

ибо по условию $V_1 > V_0$.

Таблица 1

№	Сила F_x	Потенциальная энергия V	Закон движения
1	t		$x = t^3/6$
2	$\sqrt{2v}$		$x = t^3/6, \quad x \equiv 0$
3	$\sqrt[3]{6x}$	$-3\sqrt[3]{6}x^{4/3}/4$	$x = t^3/6, \quad x \equiv 0$
4	vt		$x \equiv 0$
5	xt	$x^2t/2$	$x \equiv 0$
6	$(4/t^6 - 6/t^4)\exp(-1/t^2)$		$x = \exp(-1/t^2)$
7	$-2x[\log^2(1/\lvert x\rvert)][3-2\log(1/\lvert x\rvert)]$	$-2x^2\log^3(1/\lvert x\rvert)$	$x=\exp(-1/t^2), \quad x\equiv 0$
8	$a[x^2\sin(2/x) - 4x^3\sin^2(1/x)]$	$ax^4\sin^2(1/x)$	$x \equiv 0$
9	axt^2	$-ax^2t^2/2$	$x \equiv 0$
10	$(1 + 2\operatorname{tg}^2 t)\,x$		$x \equiv 0$
11	$at\sqrt[3]{x}, \quad a < 0$	$-3atx^{4/3}/4$	$x \equiv 0$
12	$at\sqrt[3]{x}, \quad a > 0$	$-3atx^{4/3}/4$	$x=(4a/63)^{3/2}\,t^{9/2}, \quad x\equiv 0$
13	$x[\log(1/\lvert x\rvert)]^\alpha, \quad \alpha \leqslant 1$		$x \equiv 0$
14	$ax[\log(1/\lvert x\rvert)]^{\alpha-1}[\alpha-2\log(1/\lvert x\rvert)]$, $\alpha \leqslant 1$	$ax^2[\log(1/\lvert x\rvert)]^\alpha$	$x \equiv 0$
15	$ax[\log(1/\lvert x\rvert)]^{\alpha-1}[\alpha-2\log(1/\lvert x\rvert)]$, $a > 0$, α — любое	$ax^2[\log(1/\lvert x\rvert)]^\alpha$	$x \equiv 0$
16	$a, \quad x > 0$ $-a, \quad x < 0$ $0, \quad x = 0$ $a > 0$	$-a\lvert x\rvert$	$x = at^2/2, \quad x \equiv 0$
17	$a, \quad x > 0$ $-a, \quad x < 0$ $0, \quad x = 0$ $a < 0$	$-a\lvert x\rvert$	$x \equiv 0$

в′). Пусть все связи идеальны и двусторонни, причем пусть голономные связи стационарны, а неголономные связи линейны и однородны относительно обобщенных скоростей; тогда действительное перемещение является одним из виртуальных и мы имеем $A(\mathbf{R}) = 0$.

Легко видеть, что в примерах 11, 15, 17 (см. табл. 1) потенциальная энергия V имеет минимум при $x = 0$ (в примере 11 при всех значениях $t \geqslant 0$) — отсюда вытекает, что шарик будет в равновесии.

12. Несколько слов в заключении о названии этой статьи.

Термин „принцип" употребляется в механике в различных смыслах: принцип отвердевания, принцип освобождаемости, принцип равенства действия и противодействия — это *аксиомы*; с другой стороны, принцип Даламбера, принцип наименьшего действия, принцип наименьшего принуждения, принцип виртуальных перемещений — это *теоремы*, которые мы можем доказать, исходя из аксиом классической механики; называя эти положения *принципами*, мы хотим подчеркнуть то обстоятельство, что из каждого из них — если его принять за основное начало — можно вывести всю динамику систем с идеальными связями (в частном случае — статику).

Однако, если мы даже захотим принять принцип виртуальных перемещений за некоторое недоказуемое основное начало, заключающее в себе всю статику, то все же мы не сможем таким образом обойти те основные, принципиальные затруднения, о которых мы говорили в пп. **5, 6, 7** и **9**.

Прежде всего, поскольку идет речь о равновесии, то мы должны дать четкое определение равновесного положения системы и точно указать, идет ли речь о равновесии системы, или о равновесии приложенных к ней сил, ибо, как мы показали, в общем случае из условия равновесия сил не вытекает равновесие системы, находящейся под их действием; кроме того, мы должны наложить на активные силы и на связи те ограничения, при которых задача Коши допускает единственное тривиальное решение — если мы этого не сделаем, то самый простой пример таблицы 1 будет противоречить принципу, который мы выдвинули в качестве самого общего, основного начала статики.

Поступила 10 XII 1961 г.

Харьковский политехнический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Суслов Г. К., *Теоретическая механика*. 3-ье изд., М., 1944.
2. Кильчевский Н. А., *Курс теоретичної механіки*. Т. **II**, Радшкола, Київ, 1952.
3. Погосов Г. С., Вестник МГУ, 1948, *10*, стр. 93–98.
4. Петровский И. Г., *Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений*. ГТТИ, М., 1952.
5. Гантмахер Ф. Р., *Лекции по аналитической механике*. Физматгиз, М., 1960.
6. Валле-Пуссен Ш. Ж., *Лекции по теоретической механике*. Т. **I**, И. Л., М., 1948, (пер. с франц. яз.).
7. Финкельштейн Г. М., *Курс теоретической механики*. Учпедгиз, М., 1959.
8. Шефер К., *Теоретическая физика*. Т. **I, ч. I**, ГТТИ, М.-Л., 1934, (пер. с нем. яз.).
9. Аппель П., *Теоретическая механика*. Т. **I**, Физматгиз, М., 1960, (пер. с. франц. яз.).

SUR LE PRINCIPE DES DÉPLACEMENTS VIRTUELS

(Résumé)

L'Auteur, tout en soulignant le fait que l'exposition du principe des déplacements virtuels insérée dans les traités de mécanique rationnelle réclame quelques précisions, définit rigoureusement la notion de position d'équilibre d'un système. Il reclame en outre la nécessité de mettre celle-ci en évidence si l'on considère le problème d'équilibre d'un système ou bien le probléme d'équilibre des forces appliquées au système considéré. Ça résulte du fait que dans le cas général la condition d'équilibre des forces n'implique pas nécessairement l'équilibre du système soumis à un tel ensemble de forces. Il faut enfin que les forces actives et les liaisons du système satisfassent aux restrictions qui assurent l'existence de la solutioan banale du problème de Cauchy. Des contre exemples résultent du tableau annexé.

ASUPRA PRINCIPIULUI DEPLASĂRILOR VIRTUALE

(Rezumat)

Autorul, subliniind faptul că expunerea principiului deplasărilor virtuale, înserată în cărţile de mecanică teoretică, necesită unele precizări, defineşte riguros noţiunea de poziţie de echilibru a unui sistem şi menţionează necesitatea de a o scoate în evidenţă, dacă se discută problema de echilibru a unui sistem sau problema de echilibru a forţelor aplicate unui sistem. Aceasta, întrucît, în cazul general, din condiţia de echilibru a forţelor nu rezultă echilibrul sistemului supus la forţele considerate. În afară de aceasta, este nevoie ca forţele active şi legăturile sistemului să fie supuse la restricţii care conduc la concluzia că problema lui Cauchy admite soluţia banală. Fără îndeplinirea celor de mai sus, cel mai simplu exemplu din tabelul din cadrul textului acestui articol va contrazice principiul deplasărilor virtuale, luat la baza staticii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. C. 531.32; 517.92

NONOSCILLATORY PROBLEM FOR NONLINEAR SINGLE DEGREE OF FREEDOM SYSTEMS

BY

WLADYSLAW BOGUSZ

1. Equations under consideration are a pair of first order autonomous differential equations in the general form:

$$\dot{X}_1 = f_1(x_1, x_2), \quad \dot{X}_2 = f_2(x_1, x_2), \tag{1}$$

where the dot denotes the time derivative.

The functions $f_i(x_1, x_2)$ are defined for $-\infty < x_i < +\infty$ and $f_i(0, 0) = 0$. It is assumed that the point $(0, 0)$ is isolated singulare point.

Let us considere two vectors: $\overline{V}[f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2)]$, $\overline{\varrho}(x_1, x_2)$ and the scalar and vector product of them:

$$\overline{\psi} = \overline{V} \times \overline{\varrho}, \quad \Phi = \overline{V}.\,\overline{\varrho}. \tag{2}$$

Let us assume that the zero points of the function $\psi(x_1, x_2) = 0$ consist of two curves ψ_1, ψ_2 with only $(0, 0)$ the common point and that the curves ψ_1, ψ_2 divide the plane (x_1, x_2) on the domain where the function $\psi(x_1, x_2)$ has different sign. The curves ψ_1 and ψ_2 are called the limiting curves.

The function $\Phi(x_1, x_2)$ as the scalar product of vectors $\overline{V}$ and $\overline{\varrho}$ can not have the zero points on the curves ψ_1, ψ_2 except the point $(0, 0)$.

Theorem. *If the function* $\Phi(x_1, x_2)$ *is negative along the curves* ψ_1 *and* ψ_2, *trajectories of system* (1) *tend to point* $(0, 0)$ *cuting axis* x_1 *and* x_2 *no more as twice.*

Proof. The proof of this theorem is based an the dynamical interpretation of the system (1). The motion of a particle with unit mass is considered. The velocity is the vector $\overline{V}$. Denote the angle of rotation of vector $\overline{\varrho}$ by φ are obtained the relationships:

$$\psi = \varrho^2(d\varphi/dt), \tag{3}$$

$$\Phi = (d\varrho^2/dt)/2. \tag{4}$$

If the particle moves across the domain, where the function ψ has the same sign, the angular velocity of vector $\bar{\varrho}$ has the same sign as the function ψ. Since by the cuting the curve ψ_1 or ψ_2 the angular velocity change the sign, the angle of rotation φ is bounded and can not be larger as 2π. The trajectories cut axis x_1 and x_2 no more as twice. It can be easily shoved that no trajectory by $t \to +\infty$ stay in the domain where the function Φ is positive. In that case the vector $\bar{\varrho}$ should increase and the trajectory coincides with the curve ψ_1 or ψ_2 what is impossible with the assumption that the function Φ is negative along the curves ψ_1 and ψ_2. Consequently, the all trajectories came into the domain, where Φ is negative.

The (4) gives that ϱ tends to zero and the trajectories tend to point (0, 0).

2. The following examples will illustrate this theorem.

Example 1.

Consider the system in the form:

$$\ddot{x} + x + a\dot{x} + b\dot{x}^2 + c\dot{x}^3 = 0. \tag{5}$$

The problem is to give the conditions for a, b, c, so that the trajectories tend to point (0, 0) in nonoscillatory manner.

The equation (5) can be converted to the system:

$$\dot{x}_1 = x_1, \quad \dot{x}_2 = -x_1 - ax_2 - bx_2^2 - cx_2^3. \tag{6}$$

The function ψ has the form:

$$\psi = -x_1^2 - x_1 x_2 (a + bx_2 + cx_2^2) - x_2^2. \tag{7}$$

By the inequality:

$$(a + bx_2 + cx_2^2) - 4 > 0 \tag{8}$$

the limiting curves are:

$$x_1 = x_2[-(a + bx_2 + cx_2^2) \pm \sqrt{(a + bx_2 + cx_2^2)^2 - 4}]/2. \tag{9}$$

The function Φ is:

$$\Phi = -(a + bx_2 + cx_2^2) x_2^2 \tag{10}$$

and is negative if is true the inequality:

$$a + bx_2 + cx_2^2 > 0. \tag{11}$$

The inequalities (8) and (11) gives the conditions for a, b, c:

$$a > 0, \; c > 0, \; 4ac - b^2 > 8c.$$

The trajectories are plotted in Fig. 1.

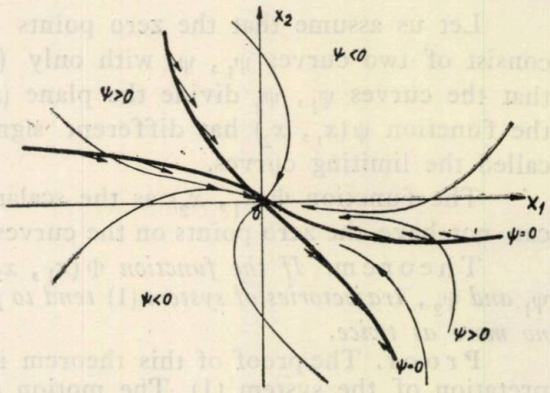


Fig. 1

Example 2.

This example is given for the case of the limiting curves with discontinuity.

We considere an on-off servo system in which the motor is controlled by a relay whose inactive zone may be neglected. It is assumed, that the response is purely inertial and that the relay and motor lags may be neglected. If proportional-plus-

derivate control is assumed and there is viscous friction at the autput, the transient state may be written in the form:

$$d^2x/dt^2 + a\,dx/dt + b\,\mathrm{sgn}\,[x + \lambda(dx/dt)] = 0, \quad a > 0, \quad b > 0. \tag{12}$$

The problem is to give the condition for nonoscillatory transient state.
The equation (12) can be written is the form of system:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -ax_2 - b\,\mathrm{sgn}\,(x_1 + \lambda x_2). \tag{13}$$

Using the transformation $x_1 = z_1 - \lambda z_2$, $x_2 = z_2$, the system (13) is converted to the system:

$$\dot{z}_1 = -\lambda b\,\mathrm{sgn}\,z_1 + (1 - a\lambda)z_2, \quad \dot{z}_2 = -az_2 - b\,\mathrm{sgn}\,z_1. \tag{14}$$

The function ψ is:

$$\psi = -z_2^2(1 - a\lambda) + \lambda b z_2\,\mathrm{sgn}\,z_1 - az_2 z_1 - bz_1\,\mathrm{sgn}\,z_1. \tag{15}$$

Two cases are considered: $z_1 > 0$ and $z_2 \leqslant 0$.

In the case $z_1 > 0$ the limiting curves are obtained in the form:

$$z_2 = (az_1 - \lambda b \pm \sqrt{\Delta})/[2(a\lambda - 1)] \tag{16}$$

if the inequality:

$$\Delta = (\lambda b - az_1)^2 + 4bz_1(a\lambda - 1) > 0 \tag{17}$$

is true.

In the second case ($z_1 \leqslant 0$) the limiting curves are:

$$z_1 = (\lambda b + az_1 \pm \sqrt{\Delta_1})/[2(a\lambda - 1)] \tag{18}$$

if the inequality:

$$\Delta_1 = (\lambda b + az_1)^2 - 4bz_1(a\lambda - 1) > 0 \tag{19}$$

is satisfied.

The inequalities (17) and (19) are satisfied if:

$$a\lambda - 1 > 0 \tag{20}$$

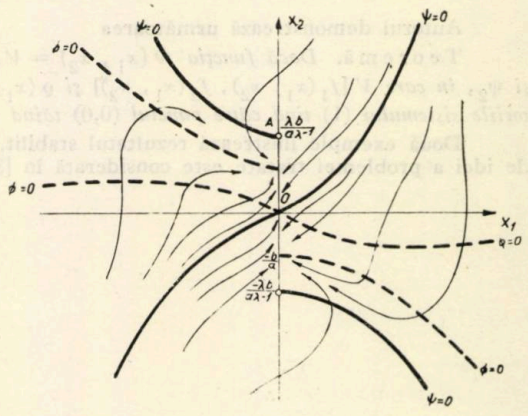


Fig. 2

The points of discontinuity of limiting curves are conected by the linear segments AO and OB on the axis z_2 (Fig. 2).

The function Φ has the form:

$$\Phi = z_1 z_2(1 - a\lambda) - \lambda bz_1\,\mathrm{sgn}\,z_1 - az_2^2 - bz_2\,\mathrm{sgn}\,z_1, \tag{21}$$

and is negative along the curves (16) and (18) if the inequality (20) is true.

The trajectories of the system (14) are plotted on Fig 2. Using the transformation $x_1 = z_1 - \lambda z_2$, $x_2 = z_2$ the actual trajectories are obtained. The axis z_2 is converted to the straight line $x_1 = -\lambda x_2$ and the segments AO and OB to the segments on this line.

Mining Academy, Cracow,
Polish People's Republic

Received the 1 V 1962

REFERENCES

1. Sansone G., *Equazioni differenziali nel campo reale.* Bologna, 1949.
2. Ziemba S., Arch. Mech. Stos., 1957.
3. Bogusz W., Proc. Vibr. problems, 1961, *2.*
4. — Arch. Mech. Stos., 1959, *6.*
5. Gille I. C., Pelegrin M. I., Decaulne P., *Feedback Control Systems.* N.Y., 1959, (transl. from French).

НЕКОЛЕБЛЮЩЕЕСЯ РЕШЕНИЕ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

(Резюме)

Автор доказывает следующую теорему:

Если функция $\Phi(x_1, x_2) = \overline{V}.\overline{\varrho}$ *отрицательна вдоль кривых* ψ_1 *и* ψ_2, *где* $\overline{V}[f_1(x_1, x_2), f_2(x_1 x_2)]$, $\overline{\varrho}(x_1, x_2)$ — *векторы и* $\overline{\psi} = \overline{V} \times \overline{\varrho}$, *траектории системы* (1) *стремятся к точке* (0,0) *пересекая оси* x_1 *и* x_2 *не более чем два раза.*

Общий топологический метод, включающий в себя настоящий результат, дан в [3], [4]. Приведено для иллюстрации два примера.

PROBLEMĂ NEOSCILATORIE PENTRU SISTEME NELINIARE CU UN SINGUR GRAD DE LIBERTATE

(Rezumat)

Autorul demonstrează următoarea

Teoremă. *Dacă funcţia* $\Phi(x_1, x_2) = \overline{V}.\overline{\varrho}$ *este negativă de-a lungul curbelor* ψ_1 *şi* ψ_2, *in care* $V[f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2)]$ *şi* $\varrho(x_1, x_2)$ *sînt vectori şi* $\psi = V \times \varrho$, *traiectoriile sistemului* (1) *tind către punctul* (0,0) *tăind axele* x_1 *şi* x_2 *cel mult de două ori.*

Două exemple ilustrează rezultatul stabilit. Metoda topologică generală în ordinea de idei a problemei tratate este considerată în [3], [4].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. C. 621–231

MACHINE DYNAMICS IN THE LIGHT OF NEW RESEARCH CONCERNING PLANE AND SPACIAL MECHANISMS (I)

BY

D. MANGERON and ZÉNÓ TERPLÁN

1. In some of his previous papers one of the author has established the premises of a general *theory of reduced accelerations* of any order in point or tangential co-ordinates, which constitutes a natural continuation of the *method of reduced accelerations* [1], [2], presented in [3], [4] aud crystallized subsequently in a series of papers written in collaboration with Roumanian or foreign scientists [5]...[7]. The problem of linearly enveloping connecting-rod curves interesting plane quadrilateral mechanisms and the algorithm of the formation of tangential and punctual equations of the linearly enveloping curves belonging to complex plane mechanisms, related to the general theory of reduced accelerations [8], was followed by studies concerned with new conicographs [1]), [5], whilst the other of the authors has developed various studies concerned with dynamics of concrete simple plane mechanisms [10].

Within the modern generalizations of the classical mechanics, to which important contributions were partly brought by Rumanian authors such as for instance V. Vâlcovici [11] and G. Marinescu [12], the first of the authors has established a series of results [13] which constitute the bases of a new presentation of the analytical dynamics. Thus the results established in [3] led to the emphasizing of the influence of the variations of accelerations of any order on the dynamic loads in the case of unsteady motions of machines with elastic elements and distributed parameters. Starting, for instance, from the general solution of the deformation's equation of an elastic link belonging to a slide-crank mechanism with distributed mass:

$$\eta(\xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \beta_n t + \beta_n \sin \beta_n t) \sin \frac{n\pi}{l} \xi +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ -\frac{2l(-1)^{n-1}}{n\pi\beta_n^2} \left| \ddot{\varphi} - \frac{\dddot{\varphi}}{\beta_n} \sin \beta_n t - \frac{\ddddot{\varphi}}{\beta_n^2} (1 - \cos \beta_n t) + \cdots \right| \sin \frac{n\pi}{l} \xi \right\} +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ (-1)^m \frac{4}{(2m-1)\pi\beta_{2m-1}^2} \left[a_A^t - \frac{\dot{a}_A^t}{\beta_{2m-1}} \sin \beta_{2m-1} t - \right. \right. \tag{1}$$

$$\left. \left. - \frac{\ddot{a}_A^t}{\beta_{2m-1}^2} (1 - \cos \beta_{2m-1} t) + \cdots \right] \sin \frac{(2m-1)\pi}{l} \xi \right\},$$

[1]) Definitions and various properties of the contrived class of conicographs are to be found in [14]. The established results are to be related with a series of quite recent I. I. Artobolevski's papers concerned with studies in form of parametric Cartesian equations of the linear enveloping curves [15].

it arises to point out the dynamical effects corresponding to variations of accelerations of any order [2], [3].

In view of a subsequent study of some problems of the dynamics of machines, we present in the following considerations new forms of the equations of holonomous and non-holonomous analytical mechanics.

2. Retaining here the classical notations employed in the Lagrangean analytical mechanics, let

$$T = T([q_i], [\dot{q}_i]; t), \quad (\cdot \equiv \mathrm{d}/\mathrm{d}t),$$
$$[q_i] \equiv (q_1, q_2, \ldots, q_n), \quad [\dot{q}_i] \equiv (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_n), \tag{2}$$

be the kinetic energy of a mechanical system subject to holonomous or non-holonomous connections with n degrees of freedom.

Assuming that the order of derivatives with respect to time of the kinetic energy T and of the generalized co-ordinates $[q_i]$, which characterize the motion of the considered mechanical system is not limited by special restrictions, in order words the symbols:

$$\dot{T}, \ddot{T}, \ldots, T^{(m)}, \ldots, \dot{q}_1, \ddot{q}_1, \ldots, q_1^{(m)}, \ldots, \partial\dot{T}/\partial\dot{q}, \partial\ddot{T}/\partial\ddot{q}_1, \ldots, \partial T^{(m)}/\partial q_1^{(m)}, \ldots$$

have a sense, we find the following class of equations of analytical dynamics:

$$\begin{cases} (1/m)\,(\partial T^{(m)}/\partial q_j^{(m)}) - [(m+1)/m]\,(\partial T/\partial q_j) = Q_j, \\ \qquad (j = 1, 2, \ldots, n;\ m = 1, 2, \ldots), \\ Q_j = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_i \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_j}, \quad T^{(m)} \equiv \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} T^{(m-1)}, \quad q_j^{(m)} \equiv \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} q_j^{(m-1)}, \end{cases} \tag{3}$$

where Q_j are generalized forces applied to the system.

3. Let T_0 be the expression of the kinetic energy T, in which only the Lagrangean co-ordinates $[q_i]$ and the time t are considered as variables. Then, we have $\partial T_0^{(m)}/\partial q_j^{(m)} = \partial T/\partial q_j$, $(j = 1, 2, \ldots, n;\ m = 1, 2, \ldots)$, and equation (3) becomes:

$$\partial R_m/\partial q_j^{(m)} = Q_j, \quad (j = 1, 2, \ldots, n;\ m = 1, 2, \ldots), \tag{4}$$

in which we have set:

$$R_m = [T^{(m)} - (m+1)\,T_0^{(m)}]/m, \quad (m = 1, 2, \ldots). \tag{5}$$

---

[2] (1) constitutes a generalization of the equation established by S. N. Kozhevnikov in one of his studies related with the problem of the distribution of dynamic loads in an elastic element belonging to a lincage with distributed mass [16] and closely attached to D. Mangeron's research work concerned with the reduced accelerations theory of any order.

[3] The explanation of the notations used in (1) and all algorithmic developments concerned with this problem are to be find in [17].

4. Assuming that the considered system becomes non-holonomous as a consequence of the introduction of a number of r differential linear non-integrable connections (with respect to q_j):

$$\dot{q}_r = a_{r\alpha}\,\dot{q}_\alpha + a_r, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, k;\ r = k+1,\ k+2, \ldots, k+p = n), \tag{6}$$

in which $a_{r\alpha}$ and a_r are functions of $[q_\alpha] \equiv (q_1, q_2, \ldots, q_k)$ and $[q]_r \equiv \equiv (q_{k+1}, q_{k+2}, \ldots, q_{k+p})$, respectively, and of t, we obtain:

$$\left\{\begin{array}{l} \delta q_r = a_{r\alpha}\,\delta q_\alpha, \quad q_r^{(m)} = C_m^i\, a_{r\alpha}^{(m-i)}\, q_\alpha^{(i+1)} + a_r^{(m)}, \\ \partial q_r^{(m)}/\partial q_\alpha^{(m)} = a_{r\alpha} = \partial \delta q_r/\partial \delta q_\alpha, \quad (m = 1, 2, \ldots). \end{array}\right. \tag{7}$$

Assuming the validity of the permutability laws of the form $d\delta = \delta d, \ldots$ [18], equation (3), transcribed under the form:

$$\begin{array}{l} (\partial R_m/\partial q_\alpha^{(m)})\,\delta q_\alpha + (\partial R_m/\partial q_r^{(m)})\,\delta q_r = Q_\alpha\,\delta q_\alpha + Q_r\,\delta q_r, \\ (\alpha = 1, 2, \ldots, k;\ r = k+1, k+2, \ldots, k+p = n), \end{array} \tag{8}$$

becomes in the considered case:

$$[\partial R_m/\partial q_\alpha^{(m)} + (\partial R_m/\partial q_r^{(m)})\,(\partial q_r^{(m)}/\partial q_\alpha^{(m)})]\,\delta q_\alpha = [Q_\alpha + Q_r\,(\partial \delta q_r/\partial \delta q_\alpha)]\,\delta q_\alpha \equiv P_\alpha\,\delta_\alpha, \tag{9}$$

or

$$\left\{\begin{array}{l} \partial R_m/\partial q_\alpha^{(m)} + (\partial R_m/\partial q_r^{(m)})\,(\partial q_r^{(m)}/\partial q_\alpha^{(m)}) = P_\alpha, (\alpha = 1, 2, \ldots, k), \\ P_\alpha = Q_\alpha + Q_r\, a_{r\alpha}, \end{array}\right. \tag{10}$$

(in this context the summation law with respect to repeated indices was used).

5. Considering the quite recent developments of the calculus of variations, achieved particularly by M. Picone [19] and R. Bellman [20], and applied by the first of the authors in the elaboration of a new technique for solving the boundary problems of polyvibryting equations [21], we find useful to enunciate here, in correspondence with the new equations of the analytical mechanics established above (3), (10), the following

Theorem 1. *Let* $M_1([q_{i1}]; t_1)$ *and* $M_2([q_{i2}]; t_2)$ *be the positions of the figurative point* $M([q_i]; t)$ *in a space with* $n + 1 - k$ *dimensions at two instants* t_1 *and* t_2 *in an arbitrary natural motion of a mechanical system* (S) *of constant mass, depending on* n *parameters* $[q_i] \equiv (q_1, q_2, \ldots, q_n)$ *and on time under the assumption that* q_i *are related by the anholonomic relations*:

$$\dot{q}_\alpha = a_{\alpha\beta}\,\dot{q}_\beta + b_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, k;\ \beta = k+1, k+2, \ldots, n), \tag{11}$$

where $a_{\alpha\beta}$ and b_α *are functions of* t *and* $[q_i]$. *In any motion close to the natural motion of the system* (S), *having the same positions* M_1 *and* M_2 *o* M *at the instants* t_1 *and* t_2, *the integral:*

$$(12)\qquad \delta \mathcal{J}_{12} = \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \bar{T} + \delta \bar{\tau} - \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\alpha} \left(\frac{\partial \dot{q}_\alpha}{\partial q_\beta} + \frac{\partial \dot{q}_\alpha}{\partial q_h} a_{h\beta} - \dot{a}_{\alpha\beta} \right) \delta q_\beta \right] dt,$$

in which we have set:

$$(13)\qquad \delta \tau = \sum_i \mathbf{F}_i \, \delta \mathbf{r}_i = \sum_i \mathbf{F}_i \left(\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\alpha} a_{\alpha\beta} + \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\beta} \right) \delta q_\beta = \bar{Q}_\beta \, \delta q_\beta ,$$

$$(14)\qquad \bar{T} = T([a_{\alpha\beta} \dot{q}_\beta + b_\alpha], [\dot{q}_\beta]; t), \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, k; \ \beta = k+1, \ k+2, \ldots, n),$$

is equal to zero.

6. The appearance of the equations of dynamics, which contain total derivatives with respect to time of the kinetic energy, is - as pointed our by V. V. Dobronravov in a review note on the first of the author's paper [22] - a worth mentioning fact since it permits one to emphasize new differential properties of the quadratic forms; the established equations may conveniently applied to certain cases of dynamical study of mechanical systems, giving finally the possibility of a new systematic presentation of the analytical mechanics [4]).

In one of the next papers we shall give mechanisms design based on the matrix-tensor method (called also the 4×4 matrix method), developed by the first of the authors in collaboration with C. Drăgan [25], [26] and used subsequently in some new research work due to american scientists [27], [28].

Reiceved the 14 VII 1963

Polytechnic Institute, Jassy, Department of Mechanics and Technical University for Heavy Indusıry, Miskolc, Hungarian People's Republic

REFERENCES

1. Mangeron D., Ciobanu Gh., Braier A., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *1—2*, pp. 29—37.
2. Манжерон Д., ДАН СССР, 1955, **102**, *5*, стр. 897—898.
3. Mangeron D., *Mechanisms Design based on the Theory of reduced Accelerations of any Order*. Proc. Seventh Congress on Theor. a. Appl. Mechanics, Bombay, Dec., 23—26, 1961, pp. 249—252.
4. * * * *Structura şi cinematica mecanismelor*. P. **II**, cap. **II**, § **22**. *Metoda acceleraţiilor reduse*. Ed. Tehn., Buc., 1959, pp. 352—354.
5. Mangeron D., Croitoru E., *Variations of Accelerations of any Order from the Standpoint of Dual Geometry and their Applications to the Theory of Mechanisms and Machines*. Proc. Eight Congress on Theor. a. Appl. Mechanics, Delhi, Oct., 10—12, 1963, pp. 71—73.

[4]) Such a systematic study can be continued by considering as fundamental one the recent treatises devoted to analytical mechanics [23], [24], and proceeding from the results given in this paper.

6. Mangeron D., Drăgan C., Rev. Méc. appl., 1962, **VII**, *1*, pp. 41—62.
7. Mangeron D., Topentcharov V. V., Bul. Inst. polit., Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, pp. 285—288.
8. Mangeron D., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1962, **XXXII**, *4*, pp. 505—508.
9. — *Tangentialgeometrische Methoden zum Studium der Getriebe und Maschinen.* III. Konferenz über Getriebe und Antriebe, Miskolc, 1963.
10. Terplán Z., Drobni J., Magyar tud. akad. Müsz. tud. oszt. közl., 1957, **21**, *1—4*, pp. 115—131.
11. Vâlcovici V., Arch. Ration. Mech. a. Anal., 1960, **5**, *3*, pp. 249—262.
12. Marinescu G., Bul. şt., Acad. R. P. R., seria Mat., Fiz., Chimie, 1950, **II**, *3*, pp. 211—217; Comun. Acad. R.P.R., 1951, **I**, *2*, pp. 141—145.
13. Манжерон Д., Изв. АН СССР, ОТН, Механика и Машиностр., 1962, *2*, стр. 128.
14. Mangeron D., Taşcă Gh., Ciumaşu D., *Noi metode de studiu a mecanismelor şi maşinilor, aplicate la o nouă clasă de conicografe.* Programul ses. şt. a cadrelor didactice, Inst. polit. Galaţi, 18—19 aprilie 1964.
15. Артоболевский И. И., ДАН СССР, 1962, **144**, *1*, стр. 76—78; Ibid., 1961, **139**, *4*, стр. 838—840.
16. Кожевников С. Н., *Динамика машин с упругими звеньями и распределенными параметрами.* Второй Всесоюзный Съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Москва, 29 января — 5 февраля 1963 г., стр. 112—113.
17. Mangeron D., Koževnikov S. N., Rend., Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat.., s. 8, (in print).
18. Vâlcovici V., Rev. Math. pures et appl., 1961, **6**, *1*, pp. 5—24.
19. Picone M., Atti della Accad. Naz. dei Lincei, **CCCLX**, Memorie Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1963, **VII**, *1*, *3*, pp. 33—57.
20. Bellman R., Dreafus S., *Applied Dynamic Programming.* Princeton Univ. Press, N. Y., 1962.
21. Mangeron D., J. Math. Anal. a. Appl., (in print).
22. Добронравов В. В., РЖ Мех., 1963, Рец. 9А74.
23. Лурье А. И., *Аналитическая динамика.* Физматгиз, М., 1962.
24. Whittaker E. T., *A treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies.* Dover, N. Y., Reprint 4-th ed., 1945.
25. Mangeron D., Drăgan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 151—164.
26. — Rev. Méc. appl., 1962, **VII**, *3*, pp. 539—552.
27. Uicker J., *Velocity and acceleration Analysis of spacial Mechanisms using 4×4 Matrices.* Northwestern University, Evanston, Illinois, 1963.
28. Beggs J. S., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, pp. 315—322.

ДИНАМИКА МАШИН В СВЕТЕ НОВЫХ РАБОТ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ПЛОСКИХ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ (I)

(Резюме)

Авторы, подчеркивая значение уравнения (1), представляющего собою общее решение уравнения деформаций упругого звена кривошипно-шатунного механизма в случае неустановившегося режима и оказывающего на влияние ускорений высших порядков, исследованных в [1]...[4], устанавливают, в целях дальнейших исследований по динамике машин, принимая во внимание [13], новые уравнения аналитической механики голономных и неголономных материальных систем.

DINAMICA MAŞINILOR ÎN LUMINA NOILOR STUDII RELATIVE LA MECANISMELE PLANE ŞI SPAŢIALE (I)

(Rezumat)

Autorii, subliniind importanţa ecuaţiei (1), ce reprezintă soluţia generală a ecuaţiei de deformaţie a unui element elastic aparţinînd unui mecanism de bielă-manivelă în mişcare de regim tranzitoriu şi care pune în evidenţă rolul acceleraţiilor de ordin superior studiate în [1]...[4], în astfel de mişcări, stabilesc, ţinînd seama de [13], noi ecuaţii ale dinamicii analitice sub forma (3), (10) şi enunţă o teoremă de extremum corespunzătoare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. K. 531.133

HAUPTRESONANZEN NICHTLINEARER SYSTEME MIT MEHREREN FREIHEITSGRADEN

VON

A. TONDL

1. Einleitung

Im Artikel wird eine Methode für die Bestimmung der Amplituden erzwungener Schwingungen in den Hauptresonanzen quasilinearer Systeme mit mehreren Freiheitsgraden beschrieben. Diese Methode wurde vom Verfasser zur Bestimmung von Resonanzschwingungen eines Systems mit zwei Freiheitsgraden verwendet [1], [2]. In den beiden Arbeiten blieb aber das Problem der Stabilität der Lösung unberücksichtigt.

Ausser der Lösung von Resonanzschwingungen mit mehreren Freiheitsgraden in der ersten Näherung werden deshalb die Sätze bewiesen werden, die eine rasche Bestimmung der Stabilität von Amplituden berechneter Resonanzkurven ermöglichen.

2. Resonanzschwingungen in den Hauptresonanzen

Befassen wir uns mit den Resonanzschwingungen eines quasilinearen Systems mit n Freiheitsgraden; x_s, $(s = 1, 2,..., n)$, seien Ablenkungen der Massen m_s von den Gleichgewichtslagen. Die Bewegung unseres Systems sei mit den Differentialgleichungen:

$$(2.1)\quad m_s \ddot{x}_s + \sum_{k=1}^{n} a_{sk} x_k + \mu \sum_{k=1}^{n} [b_{sk}(\dot{x}, x) + c_{sk}(x)] = \mu Q_s(\omega t), \quad (s = 1, 2,..., n),$$

beschrieben, wo m_s, a_{sk} reelle Konstanten, $b_{sk}(\dot{x}, x)$ sind analytische Funktionen der Geschwindigkeiten $\dot{x}_k$ eventuell noch der Ablenkungen x_k, die die Dämpfungsglieder des Systems darstellen, $c_{sk}(x)$ sind analytische Funktionen der Ablenkungen, μ ist ein kleiner Parameter und $Q_s(\omega t)$ sind periodische Funktionen der Zeit t mit einer Periode $2\pi/\omega$, die man in die Fourierreihen entwickeln kann. Die Erregungsfrequenz ω sei konstant.

Man kann das System (2.1) mit Hilfe einer linearen Transformation auf ein quasinormales System d. i. derart überführen, dass das verkürzte System (2.1) (für $\mu = 0$) in die normalen Koordinaten übergeht.

Auf diese Weise bekommt man das System:

$$\ddot{y}_s + \Omega_s^2 y_s + \mu[\varphi_s(\dot{y}, y) + f_s(y)] = \mu p_s(\omega t), \quad (s = 1, 2, \ldots, n),$$

wo Ω_s sind Eigenfrequenzen des verkürzten Systems und man setze voraus, dass sie reell, voneinander verschieden seien. Von den Funktionen φ_s, f_s gilt es wieder, sie seien analytische Funktionen der Geschwindigkeiten $\dot{y}_k$ und der Ablenkungen y_k.

Gleichfalls die Funktionen $p_s(\omega t)$ sind desselben Charakters wie die Funktion $Q_s(\omega t)$.

Mit Hilfe der Transformationen:

$$\dot{y}_s/(\mathrm{i}\Omega_s) + y_s = 2u_s, \quad -\dot{y}_s/(\mathrm{i}\Omega_s) + y_s = 2v_s, \quad (\mathrm{i} = \sqrt{-1};\ s = 1, 2, \ldots, n),$$

wird nun das System (2.2) auf ein System der Differentialgleichungen der ersten Ordnung:

$$\begin{cases} \dot{u}_s = \mathrm{i}\Omega_s u_s + [\mu/(2\mathrm{i}\Omega_s)]\{p_s(\omega t) - \varphi_s[\mathrm{i}\Omega(u - v),\ u + v] - f_s(u + v)\}, \\ \dot{v}_s = -\mathrm{i}\Omega_s v_s - [\mu/(2\mathrm{i}\Omega_s)]\{p_s(\omega t) - \varphi_s[\mathrm{i}\Omega(u - v), u + v] - f_s(u + v)\}, \\ \qquad\qquad (s = 1, 2, \ldots, n), \end{cases} \tag{2.4}$$

umgeformt, wo die Veränderlichen u_s, v_s miteinander komplex verbunden sind ($v_s = \bar{u}_s$).

Untersuchen wir nun die Resonanzschwingungen für diejenigen Werte der Erregungsfrequenz ω, die irgendeiner Eigenfrequenz des verkürzten Systems nahe sind, z. B. Ω_j, ($j = 1, 2, \ldots, n$).

Man setze voraus, dass die Beziehung $\Omega_k = (M/N)\Omega_j$, wo M, N ganze Zahlen sind, ($M, N = 1, 2, 3, \ldots$), für alle anderen Eigenfrequenzen Ω_k, ($k = 1, 2, \ldots, n$; $k \neq j$) nicht gilt.

Man setze $\Omega_j = \omega + \mu q$, wo q eine Konstante ist, und verwende diese Beziehung im System (2.4).

Suchen wir nun eine periodische Lösung mit der Periode $2\pi/\omega$ in der Form der Entwicklungen nach dem Parameter μ:

$$u_s = u_{s,0} + \mu u_{s,1} + \mu^2 u_{s,2} + \cdots, \quad v_s = v_{s,0} + \mu v_{s,1} + \mu^2 v_{s,2} + \cdots$$

Für die erste Näherung bekommt man:

$$u_{j,0} = A_j e^{\mathrm{i}\omega t}, \quad v_{j,0} = B_j e^{-\mathrm{i}\omega t}, \quad u_{k,0} = 0, \quad v_{k,0} = 0, \quad (k = 1, 2, \ldots, n;\ k \neq j). \tag{2.6}$$

Aus der Periodizitätsbedingung der zweiten Näherung bekommt man Gleichungen, aus denen die Koeffizienten A_j, B_j ermittelt werden können:

$$\begin{cases} U_j(A_j, B_j) \equiv -qA_j + P_{jA} - \Phi_{jA} - F_{jA} = 0, \\ V_j(A_j, B_j) \equiv qB_j - P_{jB} + \Phi_{jB} + F_{jB} = 0, \end{cases} \tag{2.7}$$

wo:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&P_{jA} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\, p_j(\omega t)\,\mathrm{d}t, \quad P_{jB} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\, p_j(\omega t)\,\mathrm{d}t,\\
&\Phi_{jA} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\, \varphi_j(A_j \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, B_j \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t})\,\mathrm{d}t,\\
&\Phi_{jB} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\, \varphi_j(A_j \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, B_j \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t})\,\mathrm{d}t,\\
&F_{jA} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\, f_j(A_j \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, B_j \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t})\,\mathrm{d}t,\\
&F_{jB} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\, f_j(A_j \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, B_j \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t})\,\mathrm{d}t.
\end{aligned}
\right. \tag{2.7 a}
$$

Auf diese Weise bekommt man im allgemeinen ein System zweier nichthomogener nichtlinearer Gleichungen für die Koeffizienten A_j, B_j. Es ist leicht einzusehen, dass die Koeffizienten A_j, B_j komplex verbunden ($B_j = \bar{A}_j$) sind und dass es gilt:

$$\bar{V}_j = -U_j, \quad P_{jB} = \bar{P}_{jA}, \quad \Phi_{jB} = \bar{\Phi}_{jA}, \quad F_{jB} = \bar{F}_{jA}.$$

Begnügt man sich mit der ersten Näherung, ergeben sich für die Bewegung in den Koordinaten y_s diese Näherungsgleichungen:

$$y_j = R_j \cos(\omega t - \psi_j), \quad y_k = 0, \quad (k = 1, 2, \ldots, n;\ k \neq j), \tag{2.8}$$

wo:

$$R_j = \sqrt{A_j B_j}/2, \quad \operatorname{tg}\psi_j = \mathrm{i}(A_j - B_j)/(A_j + B_j).$$

In einer Reihe der Fälle gibt uns diese erste Näherung ein ausreichendes Ergebnis für eine qualitative Analyse.

Führe man nun noch weitere Umformungen des Gleichungssystems (2.7) sowie die Betrachtungen durch, die uns vor allem bei Untersuchung der Stabilität werden nützlich sein können.

Sind die Funktionen f_j der Voraussetzung gemäss analytische Funktionen der Veränderlichen, kann man die Funktionen $f_j(A_j \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, B_j \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t})$ in den Gleichungen (2.7 a) in der Form $f_j = \sum_{k=1}^{l} f_{jk}(A_j \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} + B_j \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t})^k$ schreiben, wo f_{jk} den Koeffizienten gleichen, und bekommt man für die Integrale F_{jA}, F_{jB}:

$$F_{jA} = \sum_{k=1}^{l} f_{jk} I_{A,k}, \quad F_{jB} = \sum_{k=1}^{l} f_{jk} I_{B,k},$$

wo:

$$I_{A,2k} = I_{B,2k} = 0, \quad I_{A,2k-1} = \binom{2k-1}{k-1} A_j^k B_j^{k-1} = \binom{2k-1}{k-1} A_j (2R_j)^{2(k-1)},$$

$$I_{B,2k-1} = \binom{2k-1}{k-1} A_j^{k-1} B_j^k = \binom{2k-1}{k-1} B_j (2R_j)^{2(k-1)}.$$

Mann kann die Funktionen F_{jA}, F_{jB} in der folgenden Form schreiben:

$$F_{jA} = A_j f(4R_j^2), \quad F_{jB} = \bar{F}_{jA} = B_j f(4R_j^2). \tag{2.9}$$

Ähnlich kann man zeigen, dass man für den Fall, dass die Dampfungsfunktionen bloss Funktionen der Geschwindigkeiten $(\varphi_s(\dot{y}))$ sind, schreiben kann:

$$\Phi_{jA} = \mathrm{i}\,\omega A_j \varphi(4\omega^2 R_j^2), \quad \Phi_{jB} = -\mathrm{i}\,\omega B_j \varphi(4\omega^2 R_j^2). \tag{2.10}$$

Unter diesen Voraussetzungen kann man nun die Gleichungen (2.7) auf die folgende Form umformen:

$$A_j[q + f(4R_j^2) + \mathrm{i}\omega\varphi(4\omega^2 R_j^2)] = P_{jA}, \quad B_j[q + f(4R_j^2) - \mathrm{i}\omega\varphi(4\omega^2 R_j^2)] = P_{jB},$$

oder nach der Umformung:

$$\begin{aligned} R_j &= |P_{jA}| / \{2\sqrt{[q + f(4R_j^2)]^2 + \omega^2[\varphi(4\omega^2 R_j^2)]^2}\} = \\ &= \mu |P_{jA}| / \{2\sqrt{[\Omega_j - \omega + \mu f(4R_j^2)]^2 + [\mu\omega\varphi(4\omega^2 R_j^2)]^2}\}. \end{aligned} \tag{2.11}$$

Der Phasenwinkel ψ_j ist mit der folgenden Beziehung gegeben:

$$\operatorname{tg}\psi_j = \mu\omega\varphi(4\omega^2 R_j^2)/[\Omega_j - \omega + \mu f(4R_j^2)]. \tag{2.11 a}$$

Die Amplituden R_j kann man entweder als Schnittpunkte der Geraden R_j und der Funktion der rechten Seite der Gleichung (2.11) oder als Schnittpunkte der Funktion $H(R_j) = R_j\sqrt{(q+f)^2 + \omega^2\varphi^2} - |P_{jA}|/2$ mit der Abszissenachse graphisch bestimmen. Auf diese Weise kann man die Werte R_j d. i. die Resonanzkurve $R_j(q)$ für verschiedene Werte q bestimmen. Es bleibt nun übrig, die Stabilität der Lösung zu bestimmen.

3. Stabilität der ersten Näherung

Es wird bewiesen werden, dass die Stabilität der Lösung der ersten Näherung durch die Wurzeln der Gleichung (siehe die Gleichungen (2.7)):

$$\begin{vmatrix} \partial U_j/\partial A_j - i\varkappa & \partial U_j/\partial B_j \\ \partial V_j/\partial A_j & \partial V_j/\partial B_j - i\varkappa \end{vmatrix} = 0, \tag{3.1}$$

b stimmt ist.

Satz I. *Erforderliche und ausreichende Stabilitätsbedingung der ersten Näherung ist, dass die Wurzeln der Gleichung für* $\varkappa$ (3.1) *alle reellen Wurzelteile negativ haben.*

Beweis. Bezeichnet man die Variationen der Veränderlichen u_s, v_s mit ξ_s, η_s; ergeben sich aus den Gleichungen (2.4) unter der Anwendung der Beziehung (2.5) folgende Gleichungen in Variationen:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\xi}_j &= i\omega\xi_j + \mu\left\{iq\xi_j - \frac{1}{2i(\omega+\mu q)}\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial u_k}\xi_k + \frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial v_k}\eta_k\right]\right\},\\
\dot{\eta}_j &= -i\omega\eta_j - \mu\left\{iq\eta_j - \frac{1}{2i(\omega+\mu q)}\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial u_k}\xi_k + \frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial v_k}\eta_k\right]\right\},\\
\dot{\xi}_s &= i\Omega_s\xi_s + \mu\frac{1}{2i\Omega_s}\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial u_k}\xi_k + \frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial v_k}\eta_k\right],\\
\dot{\eta}_s &= -i\Omega_s\eta_s - \mu\frac{1}{2i\Omega_s}\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial u_k}\xi_k + \frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial v_k}\eta_k\right],\\
&(s=1,2,\ldots,n;\ s\neq j).
\end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

Auf diese Weise bekommt man im allgemeinen ein System der linearen homogenen Differentialgleichungen mit den periodisch Veränderlichen von der Periode $2\pi/\omega$. Auf Grund des Floquetschen Satzes ist bekannt, dass immer eine Lösung der Form:

$$\xi_k = z_k e^{\nu t}, \quad \eta_k = w_k e^{\nu t}, \quad (k=1,2,\ldots,n), \tag{3.3}$$

vorliegt, wo z_k, w_k periodische Funktionen mit einer Periode $2\pi/\omega$ sind. ν ist eine charakteristische Hochzahl, die man, wie von Schimanov [3] bewiesen wurde, in der Form:

$$\nu = \lambda + \mu\varkappa(\mu), \tag{3.4}$$

schreiben kann, wo λ eine der Wurzeln der charakteristischen Gleichung des verkürzten Systems (3.2) (für $\mu = 0$), also in unserem Falle ein der Werte $\pm i\omega$, $\pm i\Omega_s$, ist. Da die Stabilität der Resonanzschwingungen in der Nähe von $\omega = \Omega_j$ untersucht wird, setzt man für λ die Wurzel $i\omega$ und für ν den Ausdruck:

$$\nu = i\omega + \mu\varkappa(\mu). \tag{3.4 a}$$

Werden die Substitutionen (3.3) unter der Anwendung der Beziehung (3.4 a) in die Gleichungen (3.2) eingesetzt, ergeben sich die Gleichungen:

$$
(3.5)\quad
\begin{cases}
\dot{z}_j = \mu\left\{\mathrm{i}(q+\mathrm{i}\varkappa)\,z_j - \dfrac{1}{2\mathrm{i}(\omega+\mu q)}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial u_k}z_k + \frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial v_k}w_k\right]\right\},\\
\dot{w}_j = -2\mathrm{i}\omega w_j - \mu\left\{\mathrm{i}(q-\mathrm{i}\varkappa)w_j - \dfrac{1}{2\mathrm{i}(\omega+\mu q)}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial u_k}z_k + \frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial v_k}w_k\right]\right\},\\
\dot{z}_s = \mathrm{i}(\Omega_s-\omega)\,z_s - \mu\left\{\varkappa z_s + \dfrac{1}{2\mathrm{i}\Omega_s}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial u_k}z_k + \frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial v_k}w_k\right]\right\},\\
\dot{w}_s = -\mathrm{i}(\Omega_s+\omega)\,w_s - \mu\left\{\varkappa w_s - \dfrac{1}{2\mathrm{i}\Omega_s}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial u_k}z_k + \frac{\partial(\varphi_s+f_s)}{\partial v_k}w_k\right]\right\},\\
(s=1,\,2,\ldots,n;\ s\neq j).
\end{cases}
$$

Wir suchen nun die periodische Lösung z_j, z_s, w_j, w_s mit der Periode $2\pi/\omega$ in der Form der Entwicklungen nach dem Parameter μ.

Wählt man die Anfangsbedingungen:

$$
(3.6)\qquad z_j(0) = C,\quad w_j(0) = D,
$$

dann werden die übrigen Anfangsbedingungen auf Grund des Schimanovschen Satzes [3] von diesen abhängen. In der Übereinstimmung mit den Bedingungen (3.6) kann man die Anfangsbedingungen:

$$
(3.5\,\mathrm{a})\qquad z_{j,0}(0) = C,\quad w_{j,0}(0) = D,\quad z_{j,k}(0) = 0,\quad w_{j,k}(0) = 0,\quad (k = 1, 2,\ldots),
$$

wählen.

Man setzt nun für $u_k = u_{k,0}$, $v_k = v_{k,0}$, d. i. die erste Näherung (3.6) ein. Für die erste Näherung des Systems (3.5) bekommt man:

$$
(3.7)\qquad z_{j,0} = C,\quad w_{j,0} = D\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\omega t},\quad z_{s,0} = 0,\quad w_{s,0} = 0.
$$

Aus der Periodizitätsbedingung der zweiten Näherung bekommt man nach der Umformung der Gleichung für die Koeffizienten C, D:

$$
(3.5)\quad
\begin{cases}
C\left[-2\omega(q+\mathrm{i}\varkappa) - \dfrac{\omega}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi/\omega}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial A_j}\,\mathrm{d}t\right] -\\
\qquad - D\dfrac{\omega}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi/\omega}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial B_j}\,\mathrm{d}t = 0,\\
C\dfrac{\omega}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi/\omega}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial A_j}\,\mathrm{d}t +\\
\qquad + D\left[2\omega(q-\mathrm{i}\varkappa) + \dfrac{\omega}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi/\omega}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\frac{\partial(\varphi_j+f_j)}{\partial B_j}\,\mathrm{d}t\right] = 0.
\end{cases}
$$

Nimmt man in Betracht, es gelte:

$$\int_0^{2\pi/\omega} e^{-i\omega t} \frac{\partial(\varphi_j + f_j)}{\partial A_j} dt = \frac{\partial}{\partial A_j} \int_0^{2\pi/\omega} e^{-i\omega t}(\varphi_j + f_j)\, dt$$

und ähnlich auch die weiteren Beziehungen, kann man die Gleichungen (3.8) in der Form:

$$(3.9)\quad (\partial U_j/\partial A_j - i\varkappa) C + (\partial U_j/\partial B_j) D = 0, \quad (\partial V_j/\partial A_j) C + (\partial V_j/\partial B_j - i\varkappa) D = 0,$$

schreiben.

Aus der Bedingung der nichttrivialen Lösung der Gleichung (3.9) bekommt man die Gleichung (3.1), wodurch der Satz bewiesen ist.

Wir beweisen nun noch einen weiteren praktisch sehr wichtigen Satz. Man wird voraussetzen, die Dämpfungsfunktionen φ_j seien bloss analytische Funktionen der Geschwindigkeiten. Dann sind, wie man oben abgeleitet hat, die Beziehungen (2.10) und (2.9) geltend.

Satz II. *Ist die Ungleichung*

$$(3.10)\qquad \varphi + \frac{1}{2} R_j \varphi' > 0$$

erfüllt, wo:

$$\varphi = \frac{\Phi_{jA}}{i\omega A_j} = \frac{\Phi_{jB}}{-i\omega B_j} = \frac{1}{i\omega A_j} \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi/\omega} e^{-i\omega t} \varphi_j (A_j e^{i\omega t}, B_j e^{-i\omega t})\, dt, \quad \varphi' = \frac{d\varphi}{dR_j},$$

dann sind die in eine wachsende Reihenfolge geordneten Resonanzamplituden R_j, die einem bestimmten $q = (\Omega_j - \omega)/\mu$ entschprechen, abwechselnd stabil und instabil, wobei das minimale R_j, $(R_j)_1$, immer stabil ist.

Aus diesem Satz ergibt sich praktisch eine wichtige Folge. Bestimmt man die Kurve der Resonanzamplituden R_j, als Funktion q, $R_j(q)$, (s. z. B. Abb. 1) und werden die Werte R_j für ein bestimmtes q ihrer Grösse gemäss in eine Reihenfolge $(R_j)_1 < (R_j)_2 < (R_j)_3 < \ldots$ geordnet, dann entsprechen die Glieder der ungeraden Indexe den stabilen und die Gleider der geraden Indexe den instabilen Amplituden (in der Abb. 1 sind die instabilen Amplituden mit einer gestrichelt gezeichneter Kurve gekennzeichet).

Bemerkung. Sind die Funktionen φ_j monoton wachsende Geschwindigkeitsfunktionen, gilt die Ungleichung (3.10) immer für erfüllt. Für die lineare Dämpfung ist $\varphi = \text{konst.} > 0$.

Beweis des 2. Satzes. Auf Grund der im § **2** abgeleiten Ergebnisse (s. die Gleichungen (2.9) und (2.10)), kann man schreiben:

$$A_j \partial[\varphi(A_j B_j)]/\partial A_j = B_j \partial[\varphi(A_j B_j)]/\partial B_j = \frac{1}{2} R_j d[\varphi(4\omega^2 R_j^2)]/dR_j = \frac{1}{2} R_j \varphi',$$

$$A_j \partial[f(A_j B_j)]/\partial A_j = B_j \partial[f(A_j B_j)]/\partial B_j = \frac{1}{2} R_j\, d[f(4R_j^2)]/dR_j = \frac{1}{2} R_j f'.$$

Dann kann die Gleichung (3.1) in der Form:

$$(3.11)\quad \varkappa^2 + 2\varkappa\omega\left(\varphi + \frac{1}{2}R_j\varphi'\right) + (q+f)^2 + \omega^2\varphi^2 + R_j f'(q+f) + R_j\omega^2\varphi\varphi' = 0$$

ausgedrückt werden.

Aus den Routh-Hurwitzschen Bedingungen dafür, dass alle Wurzeln die negativen reellen Teile haben, ergeben sich die folgenden Ungleichungen:

$$(3.12)\quad \varphi + \frac{1}{2}R_j\varphi' > 0,$$

$$(3.13)\quad (q+f)^2 + \omega^2\varphi^2 + R_j f'(q+f) + R\omega^2\varphi\varphi' > 0.$$

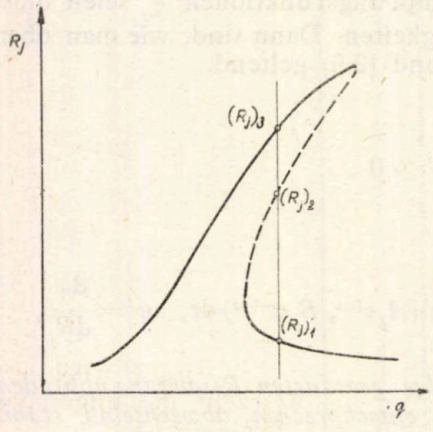


Abb. 1

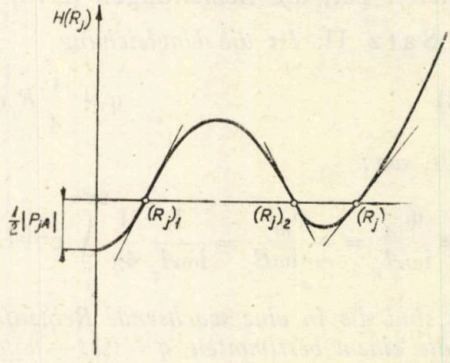


Abb. 2

Die erste Bedingung ist mit der Voraussetzung des 2. Satzes identisch, aus diesem Grunde wird über die Lösungsstabilität die zweite Bedingung entscheiden.

Die Amplituden R_j wurden für ein bestimmtes q aus der Gleichung:

$$(3.14)\quad H(R_j) \equiv R_j\sqrt{(q+f)^2 + \omega^2\varphi^2} - |P_{jA}|/2 = 0,$$

bestimmt. $H(R_j)$ est eine eindeutige stetige Funktion (Abb. 2), die für $R_j = 0$ immer einen negativen Wert $(H(0) = -|P_{jA}|/2 < 0)$ annimmt. Darum wird die erste Wurzel der Gleichung (3.14), $(R_j)_1$, im Schnittpunkt der Kurve mit der Abszissenachse liegen, wo die Richtlinie der Kurve positiv ist, d. i. es gilt

$$[\mathrm{d}H(R_j)/\mathrm{d}R_j]_{R_j=(R_j)1} > 0.$$

Für die weiteren Schnittpunkte wird dann gelten (Abb. 2):

$$(3.15)\quad [\mathrm{d}H(R_j)/\mathrm{d}R_j]_{R_j=(R_j)2k-1} > 0, \qquad [\mathrm{d}H(R_j)/\mathrm{d}R_j]_{R_j=(R_j)2k} < 0.$$

Da

$$(3.16)\quad \mathrm{d}H(R_j)/\mathrm{d}R_j = \sqrt{(q+f)^2+\omega^2\varphi^2} + R_j[(q+f)f'+\omega^2\varphi\varphi']/\sqrt{(q+f)^2+\omega^2\varphi^2}$$

und da für ein beliebiges R_j ist $\sqrt{(q+f)^2+\omega^2\varphi^2} > 0$, kann man die Gleichung (3.16) mit diesen Ausdruck multiplizieren, ohne dass sich das Zeichen beider Seiten der Gleichung ändert. Nach der Multiplikation

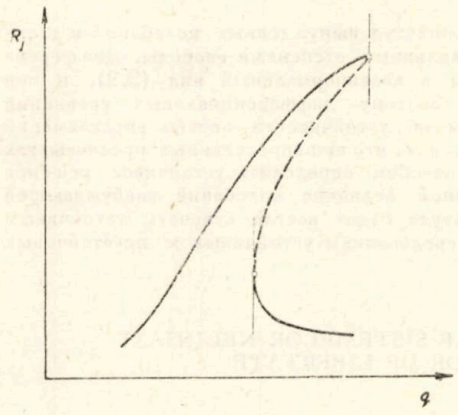


Abb. 3

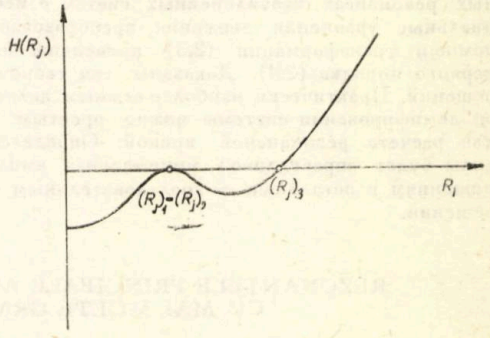


Fig. 4

wird die rechte Seite der Gleichung (3.16) mit der linken Seite der Ungleichung (3.13) identisch sein.

Für die Wurzeln $(R_j)_k$ des ungeraden Indexes $(R_j)_{2k-1}$ wird also die Ungleichung (3.13) immer erfüllt, für die Wurzeln des ungeraden Indexes $(R_j)_{2k}$, $(k = 1,2,...)$ nicht, womit der Satz bewiesen ist.

Aus dem Beweis des vorangehenden Satzes ergibt sich auch der folgende:

Satz III. *Stabile und instabile Resonanzamplituden sind diejenigen Punkte an der Kurve der Resonanzamplituden $R_j(q)$ voneinander getrennt, wo diese Kurve senkrechte Tangenten hat* (s. Abb. 3).

Für diese Punkte gilt es, dass die Kurve $H(R_j)$ in diesem Falle die Achse nur berührt (Abb. 4), wo zwei Schnittpunkte in einen einzigen Berührungspunkt verschmelzen und die Tangente mit der Abszissenachse verschmilzt, d. i. $\mathrm{d}H(R_j')/\mathrm{d}R_j = 0$. In diesem Falle geht die Ungleichung (3.13) in eine Gleichung über, es handelt sich also um die Grenze der Stabilität.

Eingegangen am 23 VIII 1962

Staatliches Forschungsinstitut
für Wärmetechnik, Prag,
Tschechoslowakische Sozialistische Republik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Tondl A., *A Contribution to the Solution of Certain Problems of Quasilinear Systems.* International Union of Theoretical and Applied Mechanics, Symposium on Nonlinear Vibrations, Kiev, 1961.

2. Tondl A., *Dynamika nelineární soustavy o dvou stupních volnosti*. Sammlung der Beiträge der 2. Tagung über die Dynamik der Maschinen in Smolenice; wird im Verlag der SAV erscheinen, 1962.
3. Шиманов С. И., ПММ, 1962, *2*.

ГЛАВНЫЕ РЕЗОНАНСЫ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С НЕСКОЛЬКИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

(Резюме)

В статье приведен метод определения амплитуд вынужденных колебаний в главных резонансах квазилинейных систем с несколькими степенями свободы. Дифференциальные уравнения движения преобразованы в квазинормальный вид (2.2), и при помощи трансформации (2.3) приведены на систему дифференциальных уравнений первого порядка (2.4). Доказаны три теоремы об устойчивости первых апроксимаций решений. Практически наиболее важным является то, что при определенных предпосылках об демпфировании системы можно простым способом определить устойчивое решение для расчета резонансной кривой. Определенной величине колебаний возбуждающей силы будет справедливо: минимальная амплитуда будет всегда отвечать устойчивым решениям и остальные — последовательным чередованиям устойчивых и неустойчивых решений.

REZONANŢELE PRINCIPALE ALE SISTEMELOR NELINIARE CU MAI MULTE GRADE DE LIBERTATE

(Rezumat)

Se propune o metodă pentru determinarea amplitudinilor oscilaţiilor forţate şi a rezonanţelor principale ale sistemelor cvasilineare cu mai multe grade de libertate. Ecuaţiile diferenţiale de mişcare sînt transformate în forma cvasinormală (2.2) şi cu ajutorul transformării (2.3) sînt aduse la sistemul de ecuaţii diferenţiale (2.4) de ordinul 1.

Se demonstrează trei teoreme de stabilitate a primelor aproximaţii ale soluţiilor. Practic, important este faptul că în anumite premise referitoare la amortizarea sistemului se poate, printr-o metodă simplă, să se determine o soluţie stabilă pentru calculul curbei de rezonanţă. Pentru o anumită mărime a oscilaţiilor forţei perturbatoare amplitudinea minimă va corespunde totdeauna soluţiilor stabile, iar celelalte — succesiunilor de soluţii stabile şi nestabile.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 534 1; 531.6

ASUPRA BILANŢULUI ENERGETIC ÎN CAZUL OSCILATORILOR CU FRECARE USCATĂ, PERTURBAŢI PERIODIC

DE

ALFRED BRAIER şi HUGO ROSMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Aspectul energetic al fenomenelor oscilatorii este relativ puţin studiat [1] şi se rezumă practic numai la oscilatorii liniari. Cercetarea aspectului energetic al oscilaţiilor în circuitele electrice de curent alternativ, cu parametri constanţi, funcţionînd în regim permanent periodic, a condus la introducerea noţiunilor de putere activă, reactivă, aparentă şi deformantă. În [2] s-a arătat, pe cale directă, că noţiunile de putere reactivă şi deformantă au un caracter cu totul general; ele nu sînt legate de forma concretă sub care circulă energia între elementele oscilatorului (energie mecanică, electromagnetică etc.), ci caracterizează circulaţia de energie, ca atare.

În lucrarea de faţă se consideră particularităţile schimbului de energie între o sursă de forţă perturbatoare armonică şi un sistem oscilant neliniar, avînd forţa de restabilire elastică şi frecare, atît vîscoasă cît şi uscată. Se stabileşte forma generală a legii de mişcare şi se calculează o serie de mărimi ce caracterizează din punct de vedere energetic sistemul oscilant. Analiza particularităţilor schimbului de energie între generatorul de perturbaţii armonice şi acest prim exemplu de sistem oscilant tipic neliniar, evidenţiază existenţa unor deosebiri clare şi sub raport energetic între sistemele neliniare şi cele liniare. Cercetarea directă, ulterioară, a aspectului energetic la alte tipuri de sisteme neliniare, va permite, probabil, conturarea unor mărimi capabile să caracterizeze particularităţile specifice circulaţiei de energie în astfel de sisteme.

2. Fie

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + \beta \operatorname{sign} \dot{x} + cx = Q \sin(pt + \alpha) \tag{1}$$

ecuaţia care descrie mişcarea forţată a unui oscilator neliniar cu un grad de libertate, avînd caracteristică elastică şi prevăzut cu frecare vîscoasă şi uscată, în care a, b, β, c sînt respectiv coeficienţii inerţial, de rezistenţă vîscoasă, de rezistenţă uscată şi cvasielastic, x este coordonata generalizată, Q — amplitudinea forţei perturbatoare armonice, ar p şi α — respectiv pulsaţia şi faza iniţială ale acesteia.

Cu notaţiile:

$$b/a = 2\delta, \quad \beta/a = f, \quad c/a = \omega^2 \text{ şi } Q/a = h, \tag{2}$$

în care ω este pulsaţia proprie a oscilatorului în lipsa frecărilor, ecuaţia (1) devine:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + f \operatorname{sign} \dot{x} + \omega^2 x = h \sin(pt + \alpha). \tag{1'}$$

Între două anulări succesive ale vitezei se poate scrie soluţia ecuaţiei, formată evident din trei termeni, dintre care unul avînd expresia condiţionată de raportul dintre mărimile δ şi ω [1]).

Dacă la $t = t_0 = 0$, $x(0) = x_0$ şi $\dot{x}(0) = v_0 \neq 0$, pînă la prima anulare a vitezei, adică pînă la sfîrşitul a ceea ce se poate numi prima etapă de mişcare, forţa de frecare este $-\beta \operatorname{sign} v_0$. În etapa a n-a, cuprinsă între a $n-1$-a şi a n-a anulare a lui x, ea este evident, $(-1)^n \beta \operatorname{sign} v_0$ [2]).

3. Atunci cînd

$$\omega > \delta, \tag{3}$$

adică în cazul cînd mişcarea oscilatorului (1) în lipsa frecării uscate şi a perturbaţiei este pseudoperiodică, se pot introduce notaţiile:

$$\Omega = \sqrt{\omega^2 - \delta^2}, \quad \delta = \omega \sin\chi \text{ şi } \Omega = \omega\cos\chi. \tag{3'}$$

Atunci, în etapa a n-a, mişcarea sistemului oscilant este descrisă de relaţiile:

$$\begin{cases} x_n = A_n \exp(-\delta t)\sin(\Omega t + \varphi_n) + (-1)^n (f/\omega^2) \operatorname{sign} v_0 + H\sin(pt + \alpha + \psi), \\ v_n = A_n \omega \exp(-\delta t)\cos(\Omega t + \varphi_n + \chi) + Hp\cos(pt + \alpha + \psi), \\ t^*_{n-1} \leqslant t \leqslant t^*_n, \quad n = 1, 2, \ldots, \quad t^*_0 = t_0 = 0, \end{cases} \tag{4}$$

în care:

$$\begin{cases} H = (Q/a)/\sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + 4\delta^2 p^2}, \quad \sin\psi = -2\delta p/\sqrt{(\omega^2 - p)^2 + 4\delta^2 p^2}, \\ \cos\psi = (\omega^2 - p^2)/\sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + 4\delta^2 p^2}, \end{cases} \tag{5}$$

iar t^*_{n-1}, care marchează totodată şi sfîrşitul etapei a $n-1$-a, este prima rădăcină, mai mare decît t^*_{n-2}, a ecuaţiei $v_{n-1}(t) = 0$, adică:

$$A_{n-1}\omega\cos(\Omega t + \varphi_{n-1} + \chi) + Hp\exp(\delta t)\cos(pt + \alpha + \psi) = 0. \tag{6}$$

Evident că t^*_1 marchează sfîrşitul primei etape, în care A_1 şi φ_1 din (4) se determină prin condiţiile iniţiale, fiind date de relaţiile:

$$\begin{cases} A_1 \sin\varphi_1 = x_0 - H\sin(\alpha + \omega) + (f/\omega^2)\operatorname{sign} v_0, \\ A_1\cos\varphi_1 = \{v_0 + \delta[x_0 - H\sin(\alpha + \psi) + (f/\omega^2)\operatorname{sign} v_0] - Hp\cos(\alpha + \psi)\}/\Omega. \end{cases} \tag{7}$$

---

[1]) În [3] se dă soluţia în cazul $\delta = 0$, utilizînd dezvoltarea în serie Fourier a lui $\operatorname{sign} \dot{x}$, iar în [4] este analizat cazul $\delta = \omega = 0$.

[2]) În cazul cînd $v_0 = 0$ forţa de frecare uscată se scrie $(-1)^n \beta \operatorname{sign} v_1$, în care $\operatorname{sign} v_1$ reprezintă semnul vitezei în prima etapă, care se determină în prealabil, separat.

Pentru A și φ pot fi stabilite relații de recurență, bazate pe faptul că $x_{n-1}(t^*_{n-1}) = x_n(t^*_{n-1})$ și $v(t^*_{n-1}) = 0$, care exprimă faptul că poziția și viteza finală (nulă) pentru etapa a $n-1$-a constituie condiții inițiale pentru etapa următoare. Scriind aceste relații și ținînd seama că t^*_{n-1} verifică ecuația (6), se obține:

$$(8)\quad \begin{cases} A_n \sin(\Omega t^*_{n-1} + \varphi_n) - A_{n-1}\sin(\Omega t^*_{n-1} + \varphi_{n-1}) = \\ \quad = (-1)^{n-1}\operatorname{sign} v_0\,(2f/\omega^2)\exp(\delta t^*_{n-1}), \\ A_n \cos(\Omega t^*_{n-1} + \varphi_n + \chi) - A_{n-1}\cos(\Omega t^*_{n-1} + \varphi_{n-1} + \chi) = 0, \quad n = 2, 3, \ldots \end{cases}$$

De aici rezultă:

$$(9)\quad \begin{cases} A_n \sin\varphi_n = A_{n-1}\sin\varphi_{n-1} + \\ \quad + (-1)^{n-1}\operatorname{sign} v_0\,[2f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1})\cos(\Omega t^*_{n-1} + \chi), \\ A_n \cos\varphi_n = A_{n-1}\cos\varphi_{n-1} + \\ \quad + (-1)^{n-1}\operatorname{sign} v_0\,[2f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1})\sin(\Omega t^*_{n-1} + \chi), \quad n = 2, 3, \ldots, \end{cases}$$

în care s-au utilizat și ultimele două relații (3').

Folosind expresiile (8) sau (9) se stabilește și că:

$$(9')\quad A_n^2 - 2A_n A_{n-1}\cos(\varphi_n - \varphi_{n-1}) + A_{n-1}^2 = [4f^2/(\omega^2\Omega^2)]\exp(2\delta t^*_{n-1}),$$

de unde, ținînd seama de mărginirea în modul a funcției cosinus și de faptul că mărimile A sînt pozitive,

$$(10)\quad \begin{cases} A_{n-1} - [2f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1}) \leqslant A_n \leqslant A_{n-1} + [2f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1}) \\ \qquad \text{dacă } A_{n-1} > [2f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1}), \\ 0 \leqslant A_n \leqslant A_{n-1} + [2f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1}) \text{ dacă } A_{n-1} \leqslant [2f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1}). \end{cases}$$

Prezența lui t^* la exponent arată că intervalul în care este cuprins modulul diferenței amplitudinilor A din două etape succesive crește în decursul mișcării.

Pentru a urmări variația amplitudinilor A se pot utiliza de asemenea relațiile (9), din care se mai obține:

$$(9'')\quad A_n^2 = A_{n-1}^2 + (-1)^{n-1}\operatorname{sign} v_0\,[4f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1})\,A_{n-1}\sin(\Omega t^*_{n-1} + \varphi_{n-1} + \chi) + \\ + [4f^2/(\omega^2\Omega^2)]\exp(2\delta t^*_{n-1}).$$

Se constată atunci că $A_n \leqslant A_{n-1}$ numai dacă:

$$(11)\quad \begin{cases} (-1)^{n-1}\operatorname{sign} v_0 \sin(\Omega t^*_{n-1} + \varphi_{n-1} + \chi) < 0, \\ |\sin(\Omega t^*_{n-1} + \varphi_{n-1} + \chi)| \geqslant A_{n-1}^{-1}[f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1}), \end{cases}$$

de unde o condiție, numai necesară,

$$(11')\quad A_{n-1} > [f/(\omega\Omega)]\exp(\delta t^*_{n-1}).$$

Pentru ca $A_{n+k} \leqslant A_{n+k-1} \leqslant \ldots \leqslant A_n$ ar trebui, printre altele, ca A_{n+k-1}, $A_{n+k-2}, \ldots, A_n > [f/(\omega\Omega)] \exp(\delta t^*_{n+k-1})$. Astfel, fără a mai menţiona şi toate celelalte condiţii de tipul (11), dacă $A_n > r$, poate avea loc eventual o descreştere a amplitudinilor, doar numai pînă la etapa $n + k$, ce începe la momentul dat de $t^*_{n+k-1} = \delta^{-1} \ln(\omega\Omega r/f)$, după care $A_{n+k+1} > A_{n+k}$.

Deci, începînd cu o etapă oarecare, nu poate avea loc descreşterea neîntreruptă, sau cel puţin egalitatea tuturor amplitudinilor A succesive ce intervin în soluţia (4). Descreşterea poate avea loc eventual perioade de timp limitate, începînd însă de fiecare dată de la o valoare din ce în ce mai ridicată atinsă de amplitudinea A. Prin urmare, termenul $A \exp(-\delta t) \sin(\Omega t + \varphi)$ nu devine neglijabil după cîtva timp de la începerea mişcării, aşa cum se petrec lucrurile la oscilatorul liniar amortizat ($\beta = 0$).

4. Dacă constantele ce intervin în ecuaţia de mişcare a sistemului (1′) satisfac condiţia:

$$\omega < \delta, \tag{12}$$

adică mişcarea acestuia în lipsa frecării uscate şi a perturbaţiei are caracter aperiodic, pot fi introduse notaţiile:

$$u = \sqrt{\delta^2 - \omega^2}, \quad u = \omega \operatorname{sh}\nu, \quad \delta = \omega \operatorname{ch}\nu. \tag{12}$$

Atunci, în etapa a n-a, mişcarea sistemului este descrisă de:

$$\begin{cases} x_n = B_n \exp(-\delta t) \operatorname{sh}(ut + \Phi_n) + (-1)^n (f/\omega^2) \operatorname{sign} v_0 + H \sin(pt + \alpha + \psi), \\ v_n = -B_n \omega \exp(-\delta t) \operatorname{sh}(ut + \Phi_n - \nu) + Hp \cos(pt + \alpha + \psi), \\ \tau^*_{n-1} \leqslant t \leqslant \tau^*_n, \quad n = 1, 2, \ldots, \quad \tau^*_0 = t_0 = 0, \end{cases} \tag{13}$$

în care H şi ψ sînt daţi de (5), iar τ^*_{n-1} reprezintă prima rădăcină, mai mare decît τ^*_{n-2}, a ecuaţiei:

$$B_{n-1} \omega \operatorname{sh}(ut + \Phi_{n-1} - \nu) - Hp \exp(\delta t) \cos(pt + \alpha + \psi) = 0. \tag{14}$$

Avînd în vedere condiţiile iniţiale, rezultă:

$$\begin{cases} B_1 \operatorname{sh}\Phi_1 = x_0 - H \sin(\alpha + \psi) + (f/\omega^2) \operatorname{sign} v_0, \\ B_1 \operatorname{ch}\Phi_1 = \{v_0 + \delta[x_0 - H \sin(\alpha + \psi) + (f/\omega^2) \operatorname{sign} v_0] - Hp \cos(\alpha + \psi)\}/u. \end{cases} \tag{15}$$

Raţionînd analog ca la punctul precedent, se obţin relaţiile de recurenţă:

$$\begin{cases} B_n \operatorname{sh}\Phi_n = B_{n-1} \operatorname{sh}\Phi_{n-1} - \\ \quad - (-1)^{n-1} \operatorname{sign} v_0 [2f/(\omega u)] \exp(\delta \tau^*_{n-1}) \operatorname{sh}(u\tau^*_{n-1} - \nu), \\ B_n \operatorname{ch}\Phi_n = B_{n-1} \operatorname{ch}\Phi_{n-1} + \\ \quad + (-1)^{n-1} \operatorname{sign} v_0 [2f/(\omega u)] \exp(\delta \tau^*_{n-1}) \operatorname{ch}(u\tau^*_{n-1} - \nu), \quad n = 2, 3, \ldots \end{cases} \tag{16}$$

Rezultă de aici și relația:

$$(16') \qquad B_n^2 - 2B_n B_{n-1} \operatorname{ch}(\Phi_n - \Phi_{n-1}) + B_{n-1}^2 = [4f^2/(\omega^2 u^2)] \exp(2\delta\tau_{n-1}^*),$$

de unde concluzia:

$$(17) \quad \begin{cases} B_{n-1} + [2f/(\omega u)] \exp(\delta t_{n-1}^*) \leqslant B_n \leqslant B_{n-1} - [2f/(\omega u)] \exp(\delta\tau_{n-1}^*) \\ \quad \text{dacă } B_{n-1} > 2[f/(\omega u)] \exp(\delta\tau_{n-1}^*), \\ B_n \geqslant B_{n-1} + [2f/(\omega u)] \exp(\delta\tau_{n-1}^*) \text{ dacă } B_{n-1} \leqslant [2f/(\omega u)] \exp(\delta\tau_{n-1}^*), \end{cases}$$

care denotă că nu poate avea loc egalitatea $B_n = B_{n-1}$. De asemenea din (16) se mai poate deduce:

$$(16'') \qquad \begin{aligned} B_n^2 = B_{n-1}^2 + (-1)^{n-1} \operatorname{sign} v_0 [4f/(\omega u)] B_{n-1} \operatorname{ch}(u\tau_{n-1}^* + \Phi_{n-1} - \nu) + \\ + [4f^2/(\omega^2 u^2)] \exp(2\delta\tau_{n-1}^*), \end{aligned}$$

de unde se obține că $B_n < B_{n-1}$ numai atunci cînd:

$$(18) \quad \begin{cases} (-1)^{n-1} \operatorname{sign} v_0 < 0, \\ \operatorname{ch}(u\tau_{n-1}^* + \Phi_{n-1} - \nu) > B_{n-1}^{-1} [f/(\omega u)] \exp(\delta\tau_{n-1}^*). \end{cases}$$

Rezultă că dacă într-o etapă oarecare are loc eventual micșorarea mărimii B, în etapa imediat următoare aceasta crește în mod obligator, prezența lui τ^* la exponent indicînd creșteri din ce în ce mai mari. Prin urmare, termenul $B \exp(-\delta t) \operatorname{sh}(ut + \Phi)$ din legea de mișcare (13) nu devine neglijabil.

5. Dacă se trece la cazul cînd constantele din ecuația (1') satisfac condiția:

$$(19) \qquad \omega = \delta,$$

mișcarea sistemului, în etapa a n-a, este descrisă de ecuațiile:

$$(20) \quad \begin{cases} x_n = \exp(-\delta\tau)(C_n t + D_n) + (-1)^n (f/\omega^2) \operatorname{sign} v_0 + H \sin(pt + \alpha + \psi), \\ v_n = \exp(-\delta t)[C_n(1 - \delta t) - \delta D_n] + Hp \cos(pt + \alpha + \psi), \\ \theta_{n-1}^* \leqslant t \leqslant \theta_n^*, \quad n = 1, 2, \ldots, \quad \theta_0^* = t_0 = 0, \end{cases}$$

în care H și ψ sînt dați de (5) iar θ_{n-1}^* este prima rădăcină mai mare decît θ_{n-2}^*, a ecuației:

$$(21) \qquad C_{n-1}(1 - \delta t) - \delta D_{n-1} + Hp \exp(\delta t) \cos(pt + \alpha + \psi) = 0.$$

Se obține:

$$(22) \quad \begin{cases} C_n = C_{n-1} + (-1)^{n-1} \operatorname{sign} v_0 (f/\omega^2) \delta \exp(\delta\theta_{n-1}^*), \\ D_n = D_{n-1} + (-1)^{n-1} \operatorname{sign} v_0 (f/\omega^2)(1 - \delta\theta_{n-1}^*) \exp(\delta\theta_{n-1}^*), \quad n = 2, 3, \ldots, \end{cases}$$

cu

$$(23) \quad \begin{cases} C_1 = v_0 + \delta[x_0 - H \sin(\alpha + \psi) + (f/\omega^2) \operatorname{sign} v_0] - Hp \cos(\alpha + \psi), \\ D_1 = x_0 - H \sin(\alpha + \psi) + (f/\omega^2) \operatorname{sign} v_0. \end{cases}$$

Se constată caracterul de variaţie în salt al mărimilor C şi D, salturi cu caracter alternativ, de la o etapă la alta şi de sens contrar la cele două mărimi. Prin urmare, ţinînd seama de prezenţa lui θ^* la exponent în (22), termenul $\exp(-\delta t)(Ct+D)$ din legea de mişcare (20) nu devine neglijabil.

6. Pe baza analizei de la punctele precedente se poate conchide că în general mişcarea sistemului neliniar (1) are tot timpul caracter tranzitoriu, fiind realizată prin suprapunerea unei mişcări forţate — oscilaţie armonică de pulsaţia forţei perturbatoare — peste o mişcare ce nu devine neglijabilă în decursul timpului. Deşi se mai poate vorbi de mişcare proprie la sistemul neliniar particular (1), ea este evident condiţionată în mod esenţial de prezenţa neliniarităţii (la nivelul frecării uscate), care impune modificări sensibile, de la o etapă de mişcare la alta. Aceasta conferă mişcării proprii un caracter de durată, analog cu cel al mişcării forţate.

7. Trecînd la bilanţul propriu-zis, urmează de cercetat modul în care se distribuie aportul energetic al sursei perturbatoare armonice în diversele compartimente ale sistemului oscilant (1), urmărind îndeosebi modul în care sînt alimentate compartimentele disipative (frecările vîscoasă şi uscată).

Puterea care caracterizează sursa de perturbaţii este $P_F = \dot{x}\,Q\sin(pt+\alpha)$. Utilizarea relaţiilor (5) şi (2) permite să se scrie:

$$Q\cos\psi = aH(\omega^2-p^2), \quad Q\sin\psi = -cp. \tag{24}$$

Atunci, deoarece $\sin(pt+\alpha)=\cos\psi\sin(pt+\alpha+\psi)-\sin\psi\cos(pt+\alpha+\psi)$,

$$P_F = a(\omega^2-p^2)\,\dot{x}\,H\sin(pt+\alpha+\psi)+cp\dot{x}H\cos(pt+\alpha+\psi), \tag{25}$$

în care, în etapa a n-a, $\dot{x}$ are una din expresiile din (4), (13) sau (20), funcţie de cazul considerat.

8. Fie mai întîi cazul (3), adică $\omega > \delta$. Atunci, ţinînd seama de a doua relaţie (4), se obţine:

$$\begin{aligned} P_F^{(n)} = {} & a\omega(\omega^2-p^2)\,H A_n \exp(-\delta t)\sin(pt+\alpha+\psi)\cos(\Omega t+\varphi_n+\chi)+ \\ & + c\omega p H A_n \exp(-\delta t)\cos(pt+\alpha+\psi)\cos(\Omega t+\varphi_n+\chi)+ \\ & + [ap(\omega^2-p^2)H^2/2]\sin 2(pt+\alpha+\psi)+cp^2H^2\cos^2(pt+\alpha+\psi). \end{aligned} \tag{26}$$

Pentru puterea ce caracterizează compartimentul elastic $P_{el} = \mathrm{d}(cx^2/2)/\mathrm{d}t = cx\dot{x}$, utilizarea lui (4), ţinînd seama şi de (2), conduce la:

$$\begin{aligned} P_{el}^{(n)} = {} & a\omega^3 A_n^2 \exp(-2\delta t)\sin(\Omega t+\varphi_n)\cos(\Omega t+\varphi_n+\chi)+ \\ & + (ap\omega^2H^2/2)\sin 2(pt+\alpha+\psi)+ \\ & + a\omega^2 H A_n \exp(-\delta t)[p\sin(\Omega t+\varphi_n)\cos(pt+\alpha+\psi)+ \\ & + \omega\cos(\Omega t+\varphi_n+\chi)\sin(pt+\alpha+\psi)]- \\ & - \beta[A_n\omega\exp(-\delta t)\cos(\Omega t+\varphi_n+\chi)+Hp\cos(pt+\alpha+\psi)]. \end{aligned} \tag{27}$$

Notînd cu P_{in} puterea ce caracterizează compartimentul inerţial, adică $P_{in} = \mathrm{d}(a\dot{x}^2/2)/\mathrm{d}t = a\dot{x}\ddot{x}$, rezultă după efectuarea calculelor necesare

puterea $P_{el} + P_{in}$ ce caracterizează simultan compartimentele elastic și inerțial:

$$
\begin{aligned}
P_{el}^{(n)} + P_{in}^{(n)} = & - b\omega^2 A_n^2 \exp(-2\delta t) \cos^2(\Omega t + \varphi_n + \chi) + \\
& + a\omega(\omega^2 - p^2) HA_n \exp(-\delta t) \sin(pt + \alpha + \psi) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi) - \\
& - b\omega p HA_n \exp(-\delta t) \cos(pt + \alpha + \psi) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi) + \\
& + [ap(\omega^2 - p^2) H^2/2] \sin 2(pt + \alpha + \psi) - \\
& - \beta | A_n \omega \exp(-\delta t) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi) + Hp \cos(pt + a + \psi) |.
\end{aligned} \tag{28}
$$

Pentru puterile ce caracterizează consumul de energie în compartimentele disipative, $P_{1dis} = -b\dot{x}^2$ datorită frecării vîscoase și $P_{2dis} = -\beta |\dot{x}|$, se obține respectiv:

$$
\begin{aligned}
P_{1dis}^{(n)} = & -b\omega^2 A_n^2 \exp(-2\delta t) \cos^2(\Omega t + \varphi_n + \chi) - bp^2 H^2 \cos^2(pt + \alpha + \psi) - \\
& - 2b\omega p HA_n \exp(-\delta t) \cos(pt + \alpha + \psi) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi)
\end{aligned} \tag{29}
$$

și

$$
P_{2dis}^{(n)} = -\beta | A_n \omega \exp(-\delta t) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi) + Hp \cos(pt + \alpha + \psi) |. \tag{30}
$$

Ținînd seama de expresiile (26)...(30) ale diverselor puteri, între care are loc relația $P_{el} + P_{in} = P_F + P_{1dis} + P_{2dis}$, se poate urmări circulația de energie între compartimentele oscilatorului.

De exemplu, rezervorul exterior furnizează energie compartimentelor elastic și inerțial, din care o parte acoperă disipările (termenii de forma $b\omega^2 A_n^2 \exp(-2\delta t) \cos^2(\Omega t + \varphi_n + \chi)$ și $\beta | A_n \omega \exp(-\delta t) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi) + Hp \cos(pt + \alpha + \psi) |$) iar altă parte circulă între aceste compartimente și sursă (de forma $a\omega(\omega^2 - p^2) HA_n \exp(-\delta t) \sin(pt + \alpha + \psi) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi)$ și $[ap(\omega^2 - p^2) H^2/2] \sin 2(pt + \alpha + \psi)$); această circulație încetează la rezonanță, cînd $p = \omega$.

De asemenea, sursa alimentează și direct compartimentul cu frecare vîscoasă (termenul de forma $bp^2 H^2 \cos^2(pt + \alpha + \psi)$), între ele existînd și o circulație de energie la care participă și compartimentele elastic și inerțial (termenii de forma $b\omega p HA_n \exp(-\delta t) \cos(pt + \alpha + \psi) \cos(\Omega t + \varphi_n + \chi)$).

O particularitate interesantă a schimbului de energie o constituie faptul că disiparea datorită frecării uscate este asigurată direct și exclusiv prin intermediul compartimentului elastic, după cum rezultă imediat din expresia (27).

9. în cazul (12), adică atunci cînd $\omega < \delta$, procedînd analog ca la punctul precedent, se obține:

$$
\begin{aligned}
P_F^{(n)} = & - a\omega(\omega^2 - p^2) HB_n \exp(-\delta t) \sin(pt + \alpha + \psi) \operatorname{sh}(ut + \Phi_n - \nu) - \\
& - b\omega p HB_n \exp(-\delta t) \cos(pt + \alpha + \psi) \operatorname{sh}(ut + \Phi_n - \nu) + \\
& + [ap(\omega^2 - p^2) H^2/2] \sin 2(pt + \alpha + \psi) + bp^2 H^2 \cos^2(pt + \alpha + \psi),
\end{aligned} \tag{31}
$$

$$P_{\text{el}}^{(n)} + P_{\text{in}}^{(n)} = -b\omega^2 B_n^2 \exp(-2\delta t)\,\text{sh}^2(ut + \Phi_n - \nu) -$$

$$-a\omega(\omega^2 - p^2) HB_n \exp(-\delta t)\sin(pt + \alpha + \psi)\,\text{sh}(ut + \Phi_n - \nu) +$$

$$+ b\omega p HB_n \exp(-\delta t)\cos(pt + \alpha + \psi)\,\text{sh}(ut + \Phi_n - \nu) + \tag{32}$$

$$+ [ap(\omega^2 - p^2) H^2/2]\sin 2(pt + \alpha + \psi) -$$

$$-\beta\,|B_n \omega \exp(-\delta t)\,\text{sh}(ut + \Phi_n - \nu) - Hp\cos(pt + \alpha + \psi)|,$$

$$P_{\text{1 dis}}^{(n)} = -b\omega^2 B_n^2 \exp(-2\delta t)\,\text{sh}^2(ut + \Phi_n - \nu) -$$

$$-bp^2 H^2 \cos^2(pt + \alpha + \psi) + \tag{33}$$

$$+ 2b\omega p HB_n \exp(-\delta t)\cos(pt + \alpha + \psi)\,\text{sh}(ut + \Phi_n - \nu)$$

precum şi

$$P_{\text{2 dis}}^{(n)} = -\beta\,|B_n \omega \exp(-\delta t)\,\text{sh}(ut + \Phi_n - \nu) - Hp\cos(pt + \alpha + \psi)|. \tag{34}$$

Calitativ rămîn valabile toate concluziile privind circulaţia de energie menţionate la sfîrşitul punctului precedent, unii termeni păstrînd chiar aceeaşi formă, condiţionată aici de tipul particular de sistem neliniar, precum şi de caracterul perturbaţiei (de pildă unul din termenii ce măsoară schimbul de energie dintre sursă şi compartimentele elastic şi inerţial, precum şi cel care se referă la alimentarea directă de către sursă a compartimentului cu frecare vîscoasă).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică teoretică,
Catedra de electrotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. den Hartog J. P., *Mechanical Vibrations.* Mc-Graw Hill, N. Y.-Toronto-London, 1956, § **1.6.**
2. Braier A., Rosman H., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI** (**X**), *3—4*, pp. 69 — 74.
3. Gábos Z., Mangeron D., Stan I., *Fundamentele mecanicii.* Ed. Acad. R. P. R., Buc., 1962, cap. **IV**, § **2.**
4. Cunningham W. J., *Introduction to nonlinear Analysis.* Mc-Graw Hill, Book Co, N. Y., 1958, Ch. **8.**

О ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ БАЛАНСЕ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С СУХИМ ТРЕНИЕМ И ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЕМ

(Резюме)

Исследуется движение и особенности перехода энергии между источником гармонического возбуждения и нелинейной системой одной степени свободы с упругой характеристикой и вязким и сухим трением.

SUR LE BILAN ÉNERGÉTIQUE DANS LE CAS DES OSCILLATEURS À FROTTEMENT COULOMBIEN, PERTURBÉS PÉRIODIQUEMENT

(Résumé)

On analyse le mouvement et les particularités de l'échange d'énergie entre une source perturbatrice harmonique et un système non linéaire à un degré de liberét, à caractéristique élastique et pourvu de frottement tant visquex que coulombien.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 539.41

CONTRIBUŢIE LA STUDIUL BARELOR CURBE PLANE

DE

VICTOR BAUŞIC şi AL. CLIMESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. În lucrarea de faţă ne propunem să arătăm că în cazul unei bare curbe plane, solicitată de un moment încovoietor în planul ei, axa neutră se deplasează în raport cu axa barei, totdeauna spre centrul de curbură. Acest lucru este afirmat, fără a fi demonstrat, în [1].

Pentru calculul efortului unitar normal într-o secţiune oarecare a unei bare curbe plane sînt folosite în literatura de specialitate [1], [2] următoarele relaţii:

$$\sigma = \{N + (M/e)[y_1/(r + y_1)]\}/A, \tag{1}$$

$$\sigma = \{N + M/R_m + MR_m yA/[I(R_m + y)]\}/A, \tag{2}$$

$$\sigma = \{N + M/R_m + My/[kR_m(R_m + y)]\}/A, \tag{3}$$

unde

$$e = \frac{1}{A}\int \frac{y_1^2}{r + y_1}\,dA, \tag{4}$$

$$I = \int \frac{R_m}{R_m + y} y^2\,dA, \tag{5}$$

$$k = -\frac{1}{A}\int \frac{y}{R_m + y}\,dA, \tag{6}$$

A — suprafaţa secţiunii transversale a barei, iar integralele se referă la întreaga suprafaţă A.

Relaţiile (1), (2) şi (3) sînt deduse pe baza notaţiilor din fig. 1.

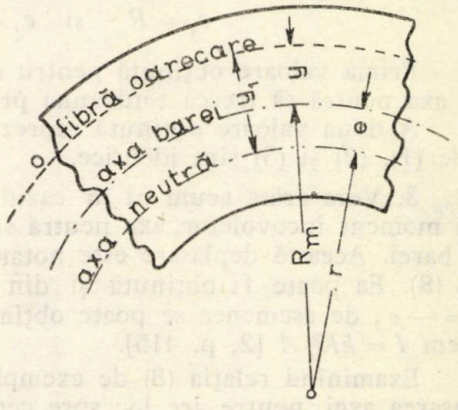


Fig. 1

2. Vom arăta mai întîi că aceste relaţii sînt identice, diferenţa aparentă provenind numai din notaţiile diferite folosite.

În literatura de specialitate este dată [2] demonstraţia identităţii relaţiilor (2) şi (3). Ne rămîne să demostrăm că relaţia (1) esta identică de exemplu cu (3).

Se vede că pentru aceasta este suficient să avem:

$$(M/e)[y_1/(r+y_1)] = M/R_m + My/[kR_m(R_m+y)].$$

Din fig. 1 se observă că avem relaţiile:

$$R_m + y = r + y_1, \quad R_m = r + e, \quad y_1 = y + e. \tag{7}$$

Simplificînd şi folosind relaţiile (7) se obţine:

$$(y+e)/[e(R_m+y)] = 1/R_m + y/[kR_m(R_m+y)];$$

efectuînd calculele se găseşte:

$$e = R_m k/(k+1). \tag{8}$$

Dacă între e şi k există în adevăr această relaţie, cele trei relaţii (1), (2) şi (3) sînt identice.

Folosind relaţiile (4) şi (7) avem:

$$Ae = \int \frac{(y+e)^2}{R_m+y}\,dA = \int \frac{y^2}{R_m+y}\,dA + 2e\int \frac{y}{R_m+y}\,dA + e^2\int \frac{dA}{R_m+y}.$$

Folosind relaţia (6) şi ţinînd seama că după (3) există relaţiile:

$$\int \frac{y^2}{R_m+y}\,dA = kR_m A, \quad \int \frac{dA}{R_m+y} = \frac{1}{R_m}(1+k)A$$

vom avea $Ae = kR_m A - 2ekA + e^2[(1+k)/R_m]A$ sau:

$$(k+1)e^2 - R_m(2k+1)e + kR_m^2 = 0,$$

de unde:

$$e = R_m(2k+1\pm 1)/[2(k+1)],$$

cu valorile:

$$e_1 = R_m \quad \text{şi} \quad e_2 = R_m k/(k+1).$$

Prima valoare obţinută pentru e nu are sens fizic întrucît ea cere ca axa neutră să treacă totdeauna prin centrul de curbură al barei.

A doua valoare obţinută reprezintă tocmai relaţia (8), şi deci relaţiile (1), (2) şi (3) sînt identice.

3. Vom arăta acum că în cazul cînd bara este solicitată numai de un moment încovoietor, axa neutră se deplasează spre centrul de curbură al barei. Această deplasare este notată cu e şi are valoarea dată de relaţia (8). Ea poate fi obţinută şi din relaţia (3) făcînd $\sigma = 0$, $N = 0$ şi $y = -e$; de asemenea se poate obţine şi din relaţia (2), ţinînd seama că avem $I = kR_m^2 A$ [2, p. 415].

Examinînd relaţia (8) de exemplu se constată că $e > 0$, adică deplasarea axei neutre are loc spre centrul de curbură al barei pentru $-1 > k$ şi $k > 0$.

Să arătăm că totdeauna $k > 0$ şi deci $e > 0$.

Referindu-ne la fig. 2 se vede că avem:

$$a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad R_m > 0,$$
$$z = \varphi(y) > 0, \quad dA = \varphi(y)\,dy,$$
$$\int_{-a_2}^{a_1} y\varphi(y)\,dy = 0.$$

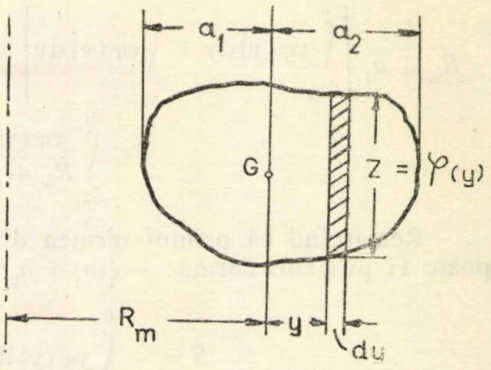


Fig. 2

Relaţia (6) poate fi scrisă sub forma:

$$-KA = \int_{-a_2}^{a_1} \frac{y\varphi(y)}{R_m + y}\,dy = \int_{-a_2}^{0} \frac{y\varphi(y)}{R_m + y}\,dA + \int_{0}^{a_1} \frac{y\varphi(y)}{R_m + y}\,dA.$$

Pentru prima integrală din membrul al II-lea avem condiţiile:

$$-a_2 \leqslant y \leqslant 0, \quad 0 < R_m - a_2 \leqslant R_m + y \leqslant R_m, \quad y\varphi(y) \leqslant 0;$$
$$1/R_m \leqslant 1/(R_m + y) \leqslant 1/(R_m - a_2).$$

Înmulţind cu $y\varphi(y)$ avem:

$$y\varphi(y)/(R_m - a_2) \leqslant y\varphi(y)/(R_m + y) \leqslant y\varphi(y)/R_m. \tag{9}$$

Pentru integrala a doua din membrul al II-lea avem condiţiile:

$$0 \leqslant y \leqslant a_1, \quad R_m \leqslant R_m + y \leqslant R_m + a_1, \quad y\varphi(y) \geqslant 0;$$
$$1/(R_m + a_1) \leqslant 1/(R_m + y) \leqslant 1/R_m.$$

Înmulţind cu $y\varphi(y)$ avem:

$$y\varphi(y)/(R_m + a_1) \leqslant y\varphi(y)/(R_m + y) \leqslant y\varphi(y)/R_m. \tag{10}$$

Se observă că inegalităţile (9) şi (10) se pot integra pe domeniul respectiv; vom avea:

$$\frac{1}{R_m - a_2}\int_{-a_2}^{0} y\varphi(y)\,dy \leqslant \int_{-a_2}^{0} \frac{y\varphi(y)}{R_m + y}\,dy \leqslant \frac{1}{R_m}\int_{-a_2}^{0} y\varphi(y)\,dy,$$

$$\frac{1}{R_m + a_1}\int_{0}^{a_1} y\varphi(y)\,dy \leqslant \int_{0}^{a_1} \frac{y\varphi(y)}{R_m + y}\,dy \leqslant \frac{1}{R_m}\int_{0}^{a_1} y\varphi(y)\,dy.$$

Adunînd aceste inegalităţi se obţine:

$$\frac{1}{R_m - a_2}\int_{-a_2}^{0} y\varphi(y)\,dy + \frac{1}{R_m + a_1}\int_{0}^{a_1} y\varphi(y)\,dy \leqslant \int_{-a_2}^{a_1} \frac{y\varphi(y)}{R_m + y}\,dy \leqslant \frac{1}{R_m}\int_{-a_2}^{a_1} y\varphi(y)\,dy = 0$$

sau

$$\frac{1}{R_m + a_1}\left[\int_{-a_2}^{0} y\varphi(y)\,dy + \int_{0}^{a_1} y\varphi(y)\,dy\right] + \left(\frac{1}{R_m - a_2} - \frac{1}{R_m + a_1}\right)\int_{-a_2}^{0} y\varphi(y)\,dy \leqslant$$

$$\leqslant \int_{-a_2}^{a_1} \frac{y\varphi(y)}{R_m + y}\,dy \leqslant 0.$$

Remarcînd că primul termen din membrul I este nul, iar al doilea poate fi pus sub forma: $-\{(a_1 + a_2/[(R_m - a_2)R_m + a_1])\}S$, unde:

$$S = -\int_{-a_2}^{0} y\varphi(y)\,dy = \int_{0}^{a_1} y\varphi(y)\,dy$$

este momentul static al jumătăţii secţiunii barei în raport cu centrul de greutate al secţiunii, se obţine:

$$\{(a_1 + a_2)/[(R_m - a_2)(R_m + a_1)]\}(S/A) \geqslant k \geqslant 0. \tag{11}$$

Concluzii

1. Cele trei ecuaţii (1), (2) şi (3) sînt identice, nereprezentînd metode diferite de calcul cum se arată uneori în literatură.

2. Axa neutră a barei curbe plane solicitate de un moment încovoietor este deplasată spre centrul de curbură.

3. Se demonstrează că coeficientul k este pozitiv şi mai mic decît valoarea dată de (11).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de rezistenţa materialelor,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Беляев И. М., *Сопротивление матерьялов*. М.—Л., 1950, стр. 541—542.
2. Buzdugan Gh., *Rezistenţa materialelor*. P. **II**, Buc., 1951, pp. 415—418.
3. Teodorescu C. C., *Curs de rezistenţa materialelor*. Ed. II, Buc., 1945, p. 333.

К ИЗУЧЕНИЮ ПЛОСКИХ ИЗОГНУТЫХ БАЛОК

(Резюме)

Доказывается следующее: а) указанные в работе три уравнения (1), (2) и (3) идентичны, не представляя различных вычислительных методов, как иногда упоминается в литературе; б) нейтральная ось подверженной моменту изгиба плоской балки смещается к центру изгиба, в) коэффициент k положителен и меньше величины указанной в выражении (11).

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DES BARRES COURBES

(Résumé)

a) Les trois équations (1), (2) et (3) sont identiques; elles ne représentent des méthodes différentes de calcul, contrairement à ce qu'on affirme quelquefois dans la littérature; b) l'axe neutre d'une barre courbe plane solicitée par un moment de flexion est déplacée vers le centre de courbure; c) le coefficient k est positif et plus petit que la valeur donnée par (11).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621 85

STAND PENTRU STUDIUL EXPERIMENTAL AL CAPACITĂŢII DE TRACŢIUNE A TRANSMISIEI PRIN FRECARE CU CABLU DIN OŢEL, UZUALĂ

DE

CRISTIAN LINDE şi AL. ROR

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Stadiul actual în problema cunoaşterii capacităţii de tracţiune a transmisiei prin frecare cu cablu din oţel, uzuală

Transmisia prin frecare cu cablu din oţel, uzuală (fără dispozitive speciale pentru încleştarea sau apăsarea cablului), este folosită în construcţia cîtorva maşini de ridicat şi de transportat (ascensoare, funiculare, unele tipuri de transportoare etc.), care au căpătat o largă răspîndire ca urmare a necesităţii de mecanizare a proceselor de transport din diferite domenii de activitate.

În general se obişnuieşte ca estimarea capacităţii de tracţiune a transmisiei prin frecare cu organ flexibil să se facă prin valoarea maximă — corespunzătoare apariţiei fenomenului de patinare — a forţei de tracţiune ce poate fi transmisă de la roata de antrenare către organul flexibil (forţa de tracţiune capabilă). Cunoaşterea valorii reale a forţei de tracţiune capabile pentru o transmisie prin frecare cu organ flexibil, dată, prezintă o importanţă considerabilă. O supraevaluare a forţei de tracţiune capabile poate face ca, în timpul exploatării, să apară fenomenul de patinare care — chiar dacă nu compromite total funcţionarea transmisiei — determină în orice caz o accelerare a uzurii organului flexibil şi roţii de antrenare. O subevaluare a forţei de tracţiune capabile poate conduce la concluzia falsă că, pentru transmiterea unei forţe de tracţiune date, este necesar să se majoreze forţa de tracţiune capabilă a transmisiei prin folosirea unor soluţii care determină inutila complicare a execuţiei, montajului şi exploatării acesteia.

În cazul particular al transmisiei prin frecare cu cablu din oţel, uzuală, forţa de tracţiune capabilă se determină obişnuit cu relaţia:

$$T_c = f\,[\exp(\mu_a\,\alpha) - 1]$$

unde: f — tensiunea din ramura cablului ce se înfăşoară, μ_a — coeficientul de frecare aparent dintre roata de antrenare şi cablu, pentru care se va folosi în continuare denumirea mai potrivită de coeficient de antrenare, α — unghiul de înfăşurare a roţii de antrenare de către cablu.

Stabilirea, cu ajutorul relaţiei de mai sus, a forţei de tracţiune capabile a unei transmisii date este îngreuiată de dificultăţile întîmpinate la alegerea, din literatura de specialitate existentă, a valorii coeficientului de antrenare. Afirmaţia este ilustrată prin

datele conţinute în tabelele 1 şi 2. În tabelul 1 sînt reproduse, în ordine cronologică, toate datele — găsite în literatura consultată — referitoare la valorile coeficienţilor de tracţiune, de antrenare şi de frecare ai transmisiei considerate precum şi asupra parametrilor corespunzători ai acesteia. În tabelul 2 s-au reprodus, pentru situaţiile comparabile din tabelul 1, valorile extreme ale coeficientului de antrenare (de frecare) indicate de diferiţi autori precum şi raportul lor. Simpla examinare a conţinutului acestor tabele permite să se constate, în afară de faptul că nu se face totdeauna precizarea dacă datele indicate se referă la coeficientul de antrenare sau la cel de frecare, existenţa unei apreciabile dispersii a respectivelor date.

Tabelul 2

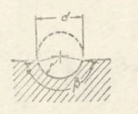
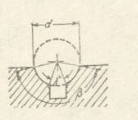
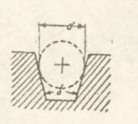
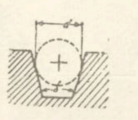
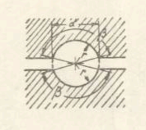
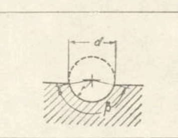
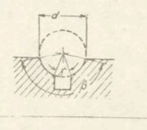
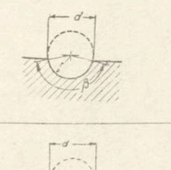
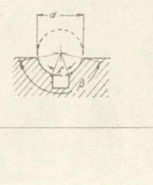
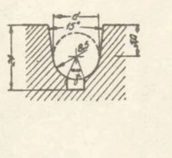
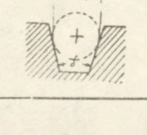
Valorile extreme ale coeficientului de antrenare (de frecare) al transmisiei prin frecare cu cablu din oţel, uzuală

Calitatea materialului şanţului roţii (felul frecării)	Valorile extreme ale coeficientului de antrenare (de frecare) (nr. crt. din tabelul 1)		Valoarea aproximativă a raportului dintre valorile maximă şi minimă ale coeficientului de antrenare (de frecare)
	Minimă	Maximă	
Fontă (neindicat)	0,084 (2 şi 17)	0,25 (8 şi 18)	3
Oţel (neindicat)	0,06 (2 şi 17)	0,16 (8 şi 18)	2,7
Lemn de fag (cu ungere)	0,13 (5)	0,40 (9)	3,1
Lemn de stejar (cu ungere)	0,158 (5)	0,40 (9)	2,5
Lemn de ulm (cu ungere)	0,20 (4)	0,40 (9)	2
Piele (cu ungere)	0,163 (5)	0,25 (9)	1,5

Această situaţie este agravată şi de lipsa unui acord unanim în ceea ce priveşte existenţa şi sensul influenţei pe care o exercită parametrii transmisiei asupra valorii coeficientului de antrenare al acesteia. Ca exemple întîlnite în literatura consultată, pot fi menţionate dezacordurile privind influenţa construcţiei cablului, a felului materialului roţii, a presiunii dintre cablu şi roată precum şi a vitezei de alunecare a cablului pe periferia roţii. În ceea ce priveşte construcţia cablului este recunoscută unanim influenţa tipului de înfăşurare (cruce sau paralelă), dar valoarea maximă a coeficientului de antrenare este atribuită fie înfăşurării cruce [2], fie înfăşurării paralele [1], [8]. În privinţa influenţei materialului roţii există păreri contradictorii asupra comportării fontei în comparaţie cu oţelul, afirmîndu-se că valoarea coeficientului de antrenare este fie aceeaşi pentru ambele materiale [2], fie diferită [10]. În ceea ce priveşte presiunea se întîlneşte atît afirmaţia că încărcarea cablului şi deci presiunea dintre acesta şi roată nu exercită nici o influenţă asupra coeficientului de antrenare [2], [10], cît şi afirmaţia inversă [1], [3], [11]. În sfîrşit, influenţa vitezei de alunecare sau nu este recunoscută [2] ca atare sau este acceptată fără să existe însă un acord asupra sensului ei de manifestare, susţinîndu-se că o dată cu creşterea vitezei de alunecare are loc fie o scădere a coeficientului de antrenare [5], fie o majorare a acestuia [1].

Tabelul 1

Date privind capacitatea de tracțiune a transmisiei prin frecare cu cablu din oțel, uzuală

Nr. crt.	Sursa bibliografică	Autorul și anul	Coeficientul de tracțiune exp ($\mu_a \alpha$)	Coeficientul de antrenare μ_a	Coeficientul de frecare μ	Parametrii cablului: Construcția și diametrul	Parametrii cablului: Încărcarea kgf	Parametrii roții de antrenare: Diametrul mm	Profilul transversal al șanțului	Calitatea materialului șanțului	Calitatea suprafeței de lucru a șanțului	Gradul de uzură a șanțului	Parametrii comuni: Raportul între diametrul roții și diametrul cablului	Unghiul de înfășurare grade	Presiunea dintre cablu și roată kgf/cm²	Viteza de alunecare a cablului pe roată m/s	Felul frecării dintre cablu și roată	Observații
1	[1]	Baumann 1883		0,129		Cabluri rotunde d = 16...31 mm				Fontă							Cu ungere abundentă	
				0,20						Lemn de plop								
				0,158						Lemn de stejar								
				0,163						Piele								
2	[2]	Коковцев К. 1898		0,084						Fontă								
				0,06						Oțel								
3	[1]	Koettgen 1902		0,20		Cabluri plate				Lemn de stejar							Cu ungere	
4	[1]	Kaufhold 1907		0,20						Lemn de ulm							Cu ungere	
				0,20						Lemn de ulm cu piele								
5	[1]	Miklowski 1923		0,129						Fontă							Cu ungere	
				0,13						Lemn de fag								
				0,20						Lemn de plop								
				0,158						Lemn de stejar								
				0,163						Piele								
6	[3]	Hymans F., Hellborn A. V. 1927		0,107	0,084				 β = 180°	Fontă (probabil)								
			min. 1,56	min. 0,144	min. 0,083	Cabluri obișnuite, cu toroane rotunde	F = 185 ... 950	510	 β = 180°, γ = 81° 40′					180		2,5	Cu ungere abundentă	F — forța din ramura cea mai încărcată
			min. 1,75	min. 0,1783	min. 0,080		F = 185 ... 785	710	β = 180°, γ = 98° 22′									
7	[2]	Терпигорев А.М.1929		0,30 ... 035						Lemn și piele								
8	[2]	Bach C. 1929		0,25						Fontă								
				0,16						Oțel								
9	[1]	Herbst 1931		0,70						Aliaj de aluminiu							Fără ungere	
				0,60						Cauciuc cu inserții din pînză							Fără ungere	
				0,65													Cu ungere	
				0,45						Lemn de fag, stejar și ulm							Fără ungere	
				0,40													Cu ungere	
				0,25						Lemn de ulm cu piele							Fără ungere	
				0,4						Piele							Fără ungere	
				0,25													Cu ungere	
				0,42						Pînză îmbibată cu rășină							Fără ungere	
				0,40													Cu ungere	
10	[2]	Hanfstengel H. 1933		0,12						Lemn și piele								
11	[4]	Herbst H., Berke W., Schüssler H. 1935	6,9	0,119		Cablu 20 A 140 DIN - Berg 1251 înfășurare cruce			Parabolic	Fontă (probabil)		Puțin înainte de scoaterea primului cablu		2×360+ +210=930			Ungere abundentă cu unsoare consistentă grafitată	
			6,03	0,490		Cablu 20 B 140 DIN - Berg 1251 înfășurare cruce			 δ = 34°								Ungere cu un strat subțire de lac pentru cabluri	Valorile indicate pentru μ_a sînt calculate pe baza datelor din [4].
			3,75	0,361								Puțin înainte de scoaterea celui de al treilea cablu		210				
			3,47	0,339		Cablu Seale Trulay 6(1×2,1+9×1,0+ +9×1,7)+1H înfășurare paralelă			Roată Koepe, obișnuită	Bumbac	Netezită prin alunecări succesive						Fără ungere exterioară	
12	[1]	Hoffmann 1941		0,2														
13	[5]	Klein L. 1941		⩾ 0,8		Cablu rotund înfășurare cruce			Obadă cilindrică	Aluminiu						0,006	Fără ungere	
				0,5 ... 0,7													Cu ungere redusă	
				0,6 ... 0,7													Ungere redusă cu lac pentru cabluri	
				0,3 ... 0,4													Ungere redusă cu unsoare pentru cabluri	
				—	0,13 ... 0,14												Fără ungere sau cu ungere redusă	
				0,35 ... 0,40	0,120 ... 0,137				 δ = 40°	Fontă							Fără ungere sau cu ungere redusă	Valorile indicate pentru μ sînt calculate pe baza datelor din [5].
				0,25						Piele							Cu ungere redusă	
				0,25													Ungere cu lac pentru cabluri	
				0,15 ... 0,20													Ungere cu unsoare aderentă	
14	[6]	Neumann H. 1943		0,65						Aluminiu turnat în cochilie cu H_B = 28 kgf/mm²							Aproape fără ungere	
15	[1]	Popowicz 1946		0,711						Aliaj de aluminiu					< 2		Fără ungere	
				0,594													Udat cu apă	
				0,386													Cu ungere	
				0,256													Cu ungere și udat cu apă	
				0,423						Lemn de stejar							Fără ungere	
				0,331													Udat cu apă	
				0,229													Cu ungere și udat cu apă	
				0,467						Piele							Fără ungere	
				0,425													Udat cu apă	
				0,294													Cu ungere	
				0,267													Cu ungere și udat cu apă	
16	[1]	Hitchen 1947		0,635		Cablu închis				Lemn de ulm							Cu ungere	
17	[2]	Кифер Л. Г., Абрамович И. И. 1949		0,084						Fontă								
				0,06						Oțel								
18	[2]	Малевич Н. А. 1949		0,25						Fontă								
				0,16						Oțel								
19	[7]	Прозоров Б. И. 1950			0,1					Fontă cenușie								
					0,084					Fontă modificată								
20	[1]	Kisielew 1952		0,20						Lemn de stejar și de plop								
				0,15						Piele								
21	[1]	Obrapalski 1954		0,128						Fontă								
				0,15						Lemn de fag								
				0,158						Lemn de stejar								
				0,20						Lemn de ulm cu piele								
				0,163						Piele								
22	[1]	Kawecki Z., Stahurski J. 1955		0,20 ... 0,19		Cablu rotund 6 × (3/ × ⌀1,0) înfășurare cruce				Bandă din cauciuc cu inserții din bumbac, așezată pe muchie							Fără ungere	
				0,24						Becorit							Fără ungere	
				0,29 ... 0,25						Cauciuc							Fără ungere	
				0,17						Lemn de stejar cu fibre perpendiculare pe axa cablului							Fără ungere	
				0,16 ... 0,10						Piele așezată pe muchie							Fără ungere	
				0,32 ... 0,26		Cablu rotund 5 × (1 × ⌀1,8 + 9 × × ⌀0,91 + 9 × ⌀1,05) înfășurare paralelă d = 22 mm.			 β = 120° $r = d/2 + 1$ mm	Bandă din cauciuc cu inserții din bumbac, așezată pe muchie					7,8 ... 16,2 (calculată în ipoteza distribuției sale uniforme)		Fără ungere	Valorile indicate pentru μ_a sînt stabilite pe baza diagramelor din [1]. Prima valoare a lui μ_a corespunde valorii mici iar ultima valorii mari a presiunii.
				0,35 ... 0,27													Udat cu apă	
				0,22 ... 0,17													Ungere cu lac pentru cabluri	
				0,19 ... 0,13													Ungere cu unsoare pentru cabluri	
				0,29						Becorit							Fără ungere	
				0,19													Ungere cu unsoare pentru cabluri	
				0,33 ... 0,37						Cauciuc							Fără ungere	
				0,37 ... 0,28													Udat cu apă	
				0,15 ... 0,11													Ungere cu lac pentru cabluri	
				0,04 ... 0,07													Ungere cu unsoare pentru cabluri	
				0,05 ... 0,04													Ungere cu lac pentru cabluri și udat cu apă	
				0,42 ... 0,26						Cauciuc alternat cu piele							Fără ungere	
				0,32 ... 0,23													Udat cu apă	
				0,18 ... 0,12													Cu ungere și udat cu apă	
				0,21						Lemn de stejar cu fibre perpendiculare pe axa cablului							Fără ungere	
				0,34 ... 0,37													Udat cu apă	
				0,12													Ungere cu unsoare pentru cabluri	
				0,15 ... 0,21						Piele așezată pe muchie							Fără ungere	
				0,21													Udat cu apă	
				0,19 ... 0,13													Ungere cu lac pentru cabluri	
				0,11													Ungere cu unsoare pentru cabluri	
				0,09													Ungere cu lac pentru cabluri și udat cu apă	
23	[2]	Цикавый Л. А. 1955		0,16...0,18	0,126...0,141	Construcție obișnuită 6 × 19 + 1 și 6 × 37 + 1; Construcție Sil 6 × 19 + 1, 6 × 27 + 1 și 6 × 37 + 1; Construcție Warrington 6 × 19 + 1; Înfășurare cruce d = 7,7...18,5 mm	Efortul unitar în ramura cea mai încărcată 20...40		 β = 180°, r/d = 0,5	Fontă și oțel			27...91	90...270		0...0,027	Cu ungere (probabil)	a) Valorile indicate pentru μ sînt calculate pe baza datelor din [2]. b) Pentru roata cu obada netedă valoarea lui μ nu a coborît sub 0,12.
				0,16/cos γ/2	0,126				 β = 180°, γ = 0°...110°								Cu ungere	
				0,14...0,16	0,110...0,126	Construcție obișnuită 6 × 19 + 1 și 6 × 37 + 1; Construcție Sil 6 × 19 + 1, 6 × 27 + 1 și 6 × 37 + 1; Construcție Warrington 6 × 19 + 1; Înfășurare paralelă d = 7,7...18,5 mm			 β = 180°, r/d = 0,5								Cu ungere (probabil)	
				0,14/cos γ/2	0,110				 β = 180° γ = 0°...110°								Cu ungere	
24	[8]	Колчин А. И. 1955		0,11		Cablu rotund înfășurare cruce												
				0,30		Cablu rotund înfășurare paralelă												
25	[9]	Ernst A. 1958			0,09	Cabluri rotunde												
26	[10]	Рудин И. А. 1959	1,98/1,7	0,218/0,168	0,112/0,087	Cablu rotund LK - 0 6 × 19 + 1 Înfășurare cruce ГОСТ 3077-55 d = 16 mm		700	 γ = 83°12′	Sč 32 - 52 ГОСТ 1412 - 54 H_B = 189...200			43,7	180				a) Valorile lui exp($\mu_a \alpha$), μ_a și μ de la numărător corespund cazului cînd cablul se află încă în repaus față de roata pentru antrenare, iar cele de la numitor cazului cînd cablul se află în mișcare de alunecare față de aceasta. b) Se recomandă pentru calcul următoarele valori ale coeficientului de frecare, (cabluri cu înfășurare cruce): 1° Roata pentru antrenare din fontă cenușie modificată: — în repaus...μ = 0,1, — în mișcare...μ = 0,09. 2° Roata pentru antrenare din oțel turnat: — în repaus...μ = 0,115, — în mișcare...μ = 0,105.
			2,35/2,12	0,272/0,24	0,122/0,108				γ = 97°10′	St 55 L ГОСТ 977 - 53 H_B = 183...190								
			2,0/1,85	0,22/0,196	0,099/0,087				γ = 98°30′	Sč 32 - 52 ГОСТ 1412 - 54 H_B = 196...200								
			2,06...2,73/1,95...1,96	0,23...0,32/0,214...0,215	0,101...0,141/0,094...0,095				γ = 99°30′	Sč 24 - 44 ГОСТ 1412 - 54 H_B = 151...179								
			2,51...2,6/1,95...2,08	0,294...0,304/0,214...0,234	0,128...0,132/0,093...0,103				γ = 100°30′	Sč 24 - 44 ГОСТ 1412 - 54 H_B = 179								
			2,05/1,84	0,228/0,195	0,099/0,085					SPč H_B = 168...181								
			2,83/2,64	0,331/0,308	0,115/0,107				γ = 117°50′	St 55 L ГОСТ 977 - 53 H_B = 183...190								
			2,9/2,43	0,338/0,282	0,103/0,085				 δ = 35°	Sč 32 - 52 ГОСТ 1412 - 54 H_B = 180...183		După parcurgerea unei curse de 1 200 km						
			2,71/2,16	0,318/0,245	0,121/0,094				δ = 45°									

Din situația de mai sus prezentată apare evident justificată afirmația că alegerea — din literatura de specialitate existentă — a valorii coeficientului de antrenare pentru o transmisie prin frecare cu cablu din oțel, uzuală, dată, reprezintă o operație extrem de dificilă. Aceasta este de altfel și cauza pentru care majoritatea autorilor care s-au preocupat în ultimul timp de problema capacității de tracțiune a transmisiei de acest gen [1], [2], [8], [11], [12], [13] o consideră ca încă nerezolvată.

2. Cerințele de viitor în problema cunoașterii capacității de tracțiune a transmisiei prin frecare cu cablu din oțel, uzuală

Situația mai sus prezentată, adică atît dispersia apreciabilă a datelor asupra valorii coeficientului de antrenare cît și divergențele de opinii privind dependența valorii acestui coeficient de parametrii transmisiei, poate fi explicată prin aceea că, pe de o parte, valoarea coeficientului de antrenare depinde de un număr relativ mare de parametri constructivi și de exploatare ai transmisiei, iar pe de altă parte, în determinările experimentale de pînă acum nu s-a acordat o suficientă atenție acestor parametri în sensul că fie nu au fost luați în considerație în totalitatea și eventuala lor interdependență, fie nu au fost variați într-un domeniu suficient de larg. Aceste lipsuri sînt puse de altfel în evidență prin datele din tabelul 1.

A rezolva problema cunoașterii capacității de tracțiune a transmisiei prin frecare cu cablu din oțel, uzuală, înseamnă a oferi practicii date complete pe baza cărora să se poată face alegerea sigur corectă a valorii coeficientului de antrenare al unei transmisii date, în funcție de valorile particulare — specifice transmisiei respective — ale parametrilor ei constructivi și de exploatare, care influențează valoarea coeficientului de antrenare. Deoarece, așa cum s-a arătat mai înainte, aceste date nu pot fi culese din literatura de specialitate existentă, ele urmează a fi obținute pe calea efectuării unor noi lucrări experimentale.

În cadrul acestor noi lucrări experimentale autorii propun ca rezultatele obținute să fie astfel prelucrate și prezentate încît valoarea coeficientului de antrenare să poată fi exprimată printr-o relație de forma:

$$\mu_a = (c_1 \cdot c_2 \dots c_n)\,\mu_0,$$

unde: μ_0 — valoarea de bază a coeficientului de antrenare, determinată pentru valori standardizate, în prealabil stabilite și unanim acceptate, ale tuturor parametrilor constructivi și de exploatare ai transmisiei care influențează valoarea coeficientului de antrenare, $c_1, c_2, \dots, c_n$ — coeficienți de corecție prin intermediul cărora se ține seama de influența parametrilor constructivi și de exploatare ai unei transmisii date asupra valorii coeficientului de antrenare atunci cînd — pentru transmisia considerată — valorile acestor parametri diferă de valorile lor standardizate.

Folosirea metodei de exprimare a coeficientului de antrenare prin intermediul valorii sale de bază și a coeficienților de corecție — propusă pentru prima dată în cazul transmisiilor prin frecare cu organ flexibil — are nu numai avantajul prezentării în formă unitară a rezultatelor obținute eventual de diferiți cercetători ci și acela că, înlesnind descoperirea dependențelor cantitative dintre valoarea coeficientului de antrenare și valorile diferiților parametri ai transmisiei, permite stabilirea științifică a căilor pentru majorarea capacității de tracțiune a acesteia. Trebuie de altfel menționat și faptul că metoda propusă este deja in-

trodusă şi unanim acceptată pentru alte probleme tehnice (de exemplu, stabilirea rezistenţei la oboseală).

Pentru a face posibilă aplicarea acestei metode de exprimare a coeficientului de antrenare al transmisiei considerate este necesar: a) să se stabilească parametrii constructivi şi de exploatare ai transmisiei, a căror modificare influenţează valoarea coeficientului de antrenare al acesteia; b) să se stabilească valorile standard ale parametrilor precedenţi; c) să se determine valoarea de bază a coeficientului de antrenare; d) să se determine coeficienţii de corecţie cu luarea în considerare a eventualei lor interdependenţe.

Este evident că atingerea acestor obiective presupune folosirea unui stand care să permită determinarea experimentală a valorii coeficientului de antrenare al transmisiei pentru diferite valori ale parametrilor constructivi şi de exploatare ai acesteia. Standul experimental imaginat şi realizat de autori în acest scop este prezentat în cele ce urmează.

3. Prezentarea standului experimental

a) *Alegerea principiului constructiv-funcţional.* Principiul metodei de lucru pe care autorii şi-au propus să o folosească pentru determinarea experimentală a coeficientului de antrenare al transmisiei considerate este acel folosit în mod curent în acest scop: provocînd apariţia patinării între elementele transmisiei (roata de antrenare şi cablu) şi cunoscînd atît valoarea unghiului de înfăşurare a roţii de antrenare de către cablu (α) cît şi valorile tensiunilor din cele două ramuri ale acestuia din urmă (F şi f, unde $F > f$), valoarea coeficientului de antrenare se determină din legea frecării firelor ($F = f \exp(\mu_a \alpha)$), considerată obişnuit ca aplicabilă tuturor transmisiilor prin frecare cu organ flexibil.

Deşi principiul metodei de lucru expus este acelaşi pentru toate standurile experimentale prezentate în literatura consultată, ele sînt realizate totuşi după principii constructiv-funcţionale diferite, în funcţie de modul în care este provocat fenomenul de patinare între elementele transmisiei. Din acest punct de vedere standurile experimentale se pot grupa în două categorii: a) cu cablu liber şi b) cu cablu fixat.

La *standurile cu cablu liber*, de cele două ramuri ale cablului sînt atîrnate sarcini de greutăţi cunoscute. La aceste standuri provocarea fenomenului de patinare se poate obţine în două moduri: a) prin menţinerea imobilă a roţii şi majorarea greutăţii sarcinii atîrnate de una din ramurile cablului (fig. 1), b) prin rotirea roţii şi majorarea greutăţii sarcinii atîrnate de ramura cablului ce se înfăşoară pe roată astfel încît să se obţină fie o viteză de antrenare a cablului sensibil mai mică decît viteza periferică a roţii (fig. 2 a), fie chiar imobilizarea cablului (fig. 2 b).

Standurile cu cablu liber şi roată imobilă prezintă dezavantajul că nu permit decît determinarea valorii statice a coeficientului de antrenare (valoarea coeficientului de antrenare corespunzătoare stării de repaus a cablului faţă de roată ce precede declanşarea fenomenului de patinare). Inevitabila alunecare elastică a cablului pe roata de antrenare, ce apare în timpul funcţionării normale a transmisiei, face însă necesară deter-

minarea valorii dinamice a coeficientului de antrenare (valoarea coeficientului de antrenare corespunzătoare stării de mişcare a cablului faţă de roată), în funcţie de valoarea vitezei relative a elementelor transmisiei.

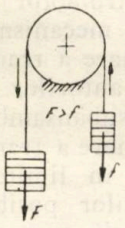


Fig. 1

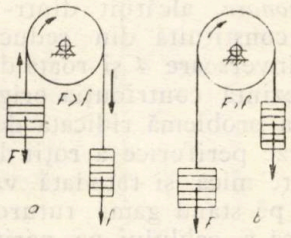


Fig. 2

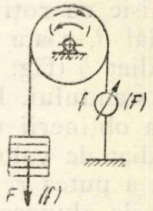


Fig. 3

Standurile cu cablu liber şi roată mobilă, în ambele lor variante funcţionale, prezintă dezavantajul că din cauza inevitabilei variaţii a valorii coeficientului de antrenare în lungul periferiei roţii este foarte dificil, dacă nu chiar imposibil, să se menţină fie o anumită viteză de deplasare a cablului, fie imobilitatea acestuia, ceea ce îngreuează determinarea valorii dinamice a coeficientului de antrenare în funcţie de valoarea vitezei relative a elementelor transmisiei.

La *standurile cu cablu fixat* una din ramurile cablului este tensionată printr-un procedeu oarecare (de exemplu, prin atîrnarea unei sarcini) cu o forţă de valoare cunoscută, iar cealaltă ramură — prevăzută cu posibilitate de măsurare a tensiunii ce o solicită — este fixată la un punct imobil (fig. 3). Pe lîngă valoarea statică a coeficientului de antrenare, standurile cu cablu fixat permit şi determinarea comodă a valorii dinamice a acestui coeficient deoarece — datorită imposibilităţii de deplasare a cablului — viteza relativă a elementelor transmisiei se poate menţine constantă un timp oricît de îndelungat. Avantajul menţionat a determinat pe autori să realizeze un stand experimental cu cablu fixat, tip folosit de altfel de majoritatea cercetătorilor [2], [3], [5], [8].

b) *Construcţia şi caracteristicile standului experimental.* Standul realizat de autori conţine două subansambluri distincte: a) subansamblul executor şi b) subansamblul de acţionare.

Subansamblul executor (fig. 4) este alcătuit dintr-un cadru rectangular *1* prevăzut cu un dispozitiv cu pîrghie *2* pentru tensionarea cablului. În centrul cadrului este amplasată roata de antrenare *3* a transmisiei de studiat, cablul acesteia *4* — în ale cărui ramuri sînt montate dinamometre *5* — avînd un capăt fixat la cadru iar celălalt capăt la pîrghia dispozitivului pentru tensionare.

Prin modificarea contragreutăţii dispozitivului pentru tensionare (alcătuită din discuri de fontă) ca şi prin posibilitatea de schimbare a punctului de oscilaţie al pîrghiei acestuia se poate varia în limite largi tensionarea cablului.

Prezenţa cadrului care înconjoară roata de antrenare permite ca prin schimbarea poziţiei punctului de fixare a cablului pe cadru să se modifice unghiul de înfăşurare al transmisiei de studiat, între 90° şi 270°.

De menţionat că standul realizat este dotat cu două subansambluri executoare, deservite de un acelaşi subansamblu de acţionare, ceea ce permite efectuarea simultană a determinărilor experimentale asupra a două transmisii.

Subansamblul de acţionare, alcătuit dintr-un electromotor *1* şi o transmisie cu roţi dinţate constituită din reductorul *2*, mecanismul diferenţial *3*, roata dinţată inversoare *4* şi roata de antrenare a transmisiei de studiat *5* (fig. 5), reprezintă contribuţia originală a autorilor la concepţia standului. Principala problemă ridicată de acest subansamblu este aceea a obţinerii unei viteze periferice a roţii de antrenare a transmisiei de studiat de valoare foarte mică şi totodată variabilă în limite largi, pentru a putea reproduce pe stand gama tuturor valorilor posibile ale vitezei de alunecare elastică a cablului pe periferia roţii, care apar în funcţionarea normală a transmisiei.

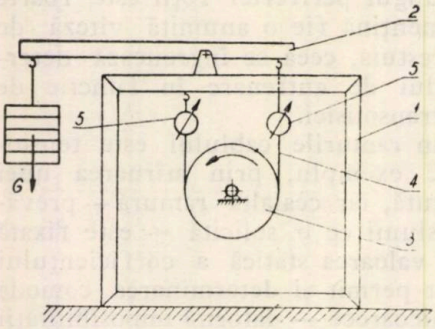


Fig. 4

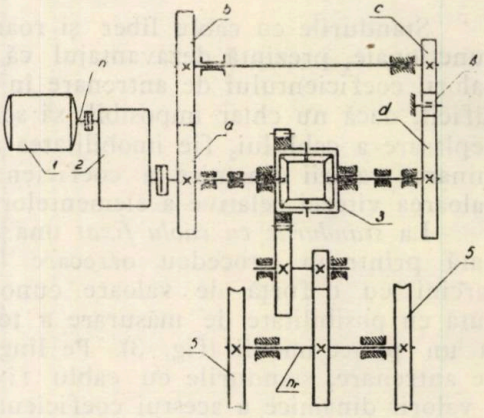


Fig. 5

Realizarea valorii reduse a vitezei periferice s-a obţinut în special prin folosirea unui mecanism diferenţial la care, datorită introducerii unei legături cinematice alcătuită din două perechi de roţi dinţate (*a-b* şi *c-d*) şi o roată dinţată inversoare, arborii roţilor centrale sînt obligaţi să se rotească în sensuri diferite dar cu viteze unghiulare de valori absolute foarte apropiate.

Variaţia în limite largi a vitezei periferice s-a obţinut atît prin variaţia vitezei electromotorului cît şi prin modificarea raportului de transmitere al legăturii cinematice dintre arborii roţilor centrale ale mecanismului diferenţial. Pentru variaţia vitezei electromotorului s-a preconizat folosirea unui agregat generator-motor, electromotorul avînd o turaţie nominală de 2 200 rot/min, ce poate fi variată între $n_{min} = 220$ rot/min şi $n_{max} = 3\,520$ rot/min. Modificarea raportului de transmitere al legăturii cinematice dintre arborii roţilor centrale, realizată prin schimbarea perechii de roţi dinţate *c-d*, se face în patru trepte. Numărul ales de trepte asigură continuitatea variaţiei vitezei periferice a roţii de antrenare a transmisiei de studiat, valoarea minimă a acesteia realizată

pentru o treaptă oarecare coincizînd cu valoarea ei maximă realizată în treapta precedentă.

Deoarece mecanismul diferențial folosit este caracterizat prin diametre egale ale roților centrale, raportul de transmitere total al subansamblului de acționare este:

$$i_t = n/n_r = 2i_r i_f/[1 - 1/(i_{ab}\, i_{cd})] = 2i_r\, i_f/[1 - z_a\, z_c/(z_b\, z_d)],$$

unde: n — turația electromotorului, n_r — turația roților de antrenare ale transmisiilor de studiat, $i_r = 64$ — raportul de transmitere al reductorului, $i_f = 6$ — raportul de transmitere al roților dințate intercalate între mecanismul diferențial și arborele roților de antrenare ale transmisiilor de studiat, i_{ab} și i_{cd} — rapoartele de transmitere ale perechilor de roți dințate a-b și respectiv c-d, $z_a = 117$, $z_b = 128$, z_c și z_d — numerele de dinți ale roților dințate a, b, c și respectiv d.

Performanțele cinematice ale subansamblului de acționare, calculate pe baza datelor de mai sus, sînt concentrate în tabelul 3.

Tabelul 3

Performanțele cinematice ale standului experimental

Treapta	z_c	z_d	i_t	n_r rot/min	
				maximă	minimă
I	—	—	768	4,6	$2{,}9.10^{-1}$
II	80	78	12 288	$2{,}9.10^{-1}$	$1{,}8.10^{-2}$
III	85	78	196 608	$1{,}8.10^{-2}$	$1{,}1.10^{-3}$
IV	70	64	3 145 728	$1{,}1.10^{-3}$	$7{,}0.10^{-5}$

Observație. În prima treaptă legătura cinematică dintre arborii roților centrale ale mecanismului diferențial se desființează și se imobilizează arborele pe care este montată roata dințată d, ceea ce are drept efect că $i_{cd} = \infty$ și deci $i_t = 2i_r\, i_f$.

Ambele subansambluri ale standului au fost astfel proiectate încît să permită efectuarea determinărilor pentru transmisii prin frecare, uzuale, ce folosesc cabluri cu diametre de $d = 9...19{,}5$ mm și roți de antrenare, cu obada netedă sau profilată, avînd diametre primitive de $D = 30\, d...50\, d$.

4. Concluzii

a) Cunoașterea valorii reale a forței de tracțiune capabile a unei transmisii prin frecare cu cablu din oțel prezintă o deosebită importanță în proiectare. Supraevaluarea forței de tracțiune capabile poate

determina apariţia fenomenului de patinare în timpul exploatării iar subevaluarea acesteia poate determina inutila complicare a execuţiei, montajului şi exploatării transmisiei.

b) Datele din literatura de specialitate privind valorile coeficientului de tracţiune ($\exp(\mu_a \alpha)$), de antrenare (μ_a) şi de frecare (μ) se caracterizează prin o apreciabilă neconcordanţă. Totodată trebuie remarcată şi lipsa unui acord unanim în ceea ce priveşte sensul şi chiar depistarea existenţei influenţei unor parametri constructivi şi de exploatare ai transmisiei asupra capacităţii de tracţiune a acesteia.

c) Ţinînd seama de cele precedente apare ca necesară efectuarea unor noi lucrări experimentale în vederea determinării valorii coeficientului de antrenare al transmisiei considerate, în funcţie de parametrii ei constructivi şi de exploatare.

d) Se propune ca noile rezultate experimentale să fie astfel prelucrate şi prezentate încît valoarea coeficientului de antrenare să poată fi stabilită ca produsul dintre o valoare de bază a acestuia şi o serie de coeficienţi de corecţie prin care să se considere influenţa parametrilor constructivi şi de exploatare ai transmisiei.

e) Standul experimental, de tipul cu cablu fixat, realizat de autori, are mecanismul de acţionare astfel conceput încît permite variaţia continuă a turaţiei roţii de antrenare a transmisiei de studiat de la 4,6 rot/min pînă la $7{,}0.10^{-5}$ rot/min. Standul permite efectuarea determinărilor experimentale pentru transmisii care folosesc cabluri cu diametrul $d = 9...19{,}5$ mm şi roţi de atrenare cu obada netedă sau profilată avînd diametre primitive $D = 30\,d...50\,d$.

Institutul politehnic Iaşi,
Catedra de mecanisme şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Kawecki Z., Stachurski J., Prz. górn., 1955, **XI (XLII)**, *7—8*, pp. 282—288.
2. Цикавый Л. А., Вестн. машиностр., 1955, **12**, стр. 15—17.
3. Hymans F., Hellborn A. V., *Der neuzeitliche Aufzug mit Treibscheibenantrieb.* J. Springer, Berlin, 1927.
4. Herbst H., VDI, 1936, **80**, S. 518.
5. Klein L., VDI, 1942, **86**, S. 554.
6. Herbst H., VDI, 1943, **87**, S. 700—701.
7. Прозоров Б. И., *Подъемники (лифты).* ЭСМ, **9**, Машгиз, М., 1950.
8. Колчин А. И., Сб. тр. общетехн. кафедр Лен. техн. ин-та холод. пром., 1956, **XII**, стр. 155—166.
9. Ernst H., *Die Hebezeuge.* Bd. **I**, Fr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1958.
10. Рулин И. А., Сб. ВНИИПТМАШ, 1959, **28**, стр. 56—75.
11. Czerner K.. Bergbautechnik, 1954, *7*, S. 369—370.
12. Popowicz O., Arch. górn. i hutn., 1955, *2*, pp. 283—295.
13. Fritsch F., E. u. M., 1957, *21*, S. 477—479.

СТЕНД ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ТЯГОВОЙ СПОСОБНОСТИ ПЕРЕДАЧИ С КАНАТОВЕДУЩИМ ШКИВОМ

(Резюме)

На основе исследований данных литературы по специальности относящихся к величине тяговых коэффициентов ($\exp(\mu_a \alpha)$), приведенных коэффициентов трения (μ_a) и коэффициентов трения (μ) передачи с канатоведущим шкивом (табл. 1), авторы определяют довольно большую несогласованность этих данных (табл. 2), а также и отсутствие общего согласия относительно смысла и даже существования влияния некоторых конструктивных и эксплуатационных параметров передачи на величину их тяговой способности.

Учитывая значение точного знания величины приведенного коэффициента трения в проектировании данной передачи и невозможность использования с этой целью данных существующих в литературе по специальности, авторы сочли необходимым проведение экспериментальных работ для определения величины этого коэффициента. Экспериментально полученные результаты были разработаны и представлены таким образом чтобы величину приведенного коэффициента трения можно было бы установить произведением между основной величиной этого коэффициента и рядом коэффициентов корректирования, при которых можно было бы учесть влияние конструктивных и эксплуатационных переменных параметров передачи.

Стенд осуществленный авторами для проведений экспериментальных определений представляет собой тип с закрепленным конатом (рис. 4). Привод (рис. 5) построен таким образом, что позволяет постоянное изменение скорости вращения шкива исследуемой передачи от 4,6 об/мин до $7{,}0 \cdot 10^{-5}$ об/мин (табл. 3). Стенд проектирован ввиду возможности осуществления экспериментальных определений для передачь с канатами диаметром в $d = 9 \ldots 19{,}5$ мм и шкивами с гладким или профилированным ободом имеющим начальный диаметр $D = 30\,d \ldots 50\,d$.

VERSUCHSEINRICHTUNG ZUR UNTERSUCHUNG DER TREIBFÄHIGKEIT VON TREIBSCHEIBENANTRIEB MIT DRAHTSEIL

(Zusammenfassung)

Auf Grund der Analyse der in der Fachliteratur vorhandenen Angaben bezüglich des Treibwertes ($\exp(\mu_a \alpha)$), der scheinbaren Reibungszahl (μ_a) und der Reibungszahl (μ) des Treibscheibenantriebs mit Drahtseil (Tafel 1), stellen die Verfasser fest, sowohl eine bemerkenswerte Nichtübereinstimmung dieser Angaben (Tafel 2) als auch das Abwesenheit einer gemeinsamen Übereinstimmung betreffs der Richtung oder sogar des Vorhandenseins des Einflusses einiger Konstruktions- und Betriebsparameter des Antriebs auf ihrer Treibfähigkeit.

Indem die Verfasser die Bedeutung der genauen Kenntnis der Treibfähigkeit bei dem Entwurf des angenommenen Antriebs als auch der Unmöglichkeit der Anwendung der in der Fachliteratur zu diesem Zweck vorhandenen Angaben beachten, sehen sie die Durchführung einiger Versuchsarbeiten zwecks Bestimmung der scheinbaren Reibungszahl als notwendig an.

Man schlägt vor, dass die erzielten Versuchsergebnisse so bearbeitet und dargestellt werden, damit der Wert der scheinbaren Reibungszahl als Multiplikation zwischen einem Grundwert desselben und einer Reihe von Korregierungskoeffizienten festgestellt wèrden kann. Durch diese Koeffizienten kann man den Einfluss der Konstruktions- und Betriebsparameter des Antriebs beachten.

Die von den Verfassern erzielte Versuchseinrichtung zwecks der Durchführung der Versuchsbestimmungen ist von der Art des befestigten Drahtseiles (Abb. 4) beeinflusst. Die Antriebsvorrichtung (Abb. 5) ist derart vorgesehen, dass sie die ständige Veränderung der Drehzahl der zu untersuchenden Treibscheibe von 4,6 U/min bis $7{,}0.10^{-5}$ U/min gestattet (Tafel 3). Die Versuchseinrichtung wurde zur Durchführung der Versuchsbestimmungen der Antriebe entworfen, die Drahtseile mit einem Durchmesser von $d = 9 \ldots 19{,}5$ mm und die glatte oder rillenartige Triebscheiben mit einem Grunddurchmesser von $D = 30\,d \ldots 50\,d$ benützt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

Д. К. 536.8; 621.4

НОВЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРИВЕДЕНИЯ К НОРМАЛЬНЫМ АТМОСФЕРНЫМ УСЛОВИЯМ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАРБЮРАТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ

В. В. МАХАЛДИАНИ

Для приведения к нормальным атмосферным условиям мощности и расхода топлива автомобильного карбюраторного двигателя по стандарту, приняты следующие формулы:

$$N_e = N'_e(760/B)\,[(530 + t_0)/545],\quad G_e = G'_e\sqrt{(760/B)\,[(530 + t_0)/545]},$$

$$g_e = g'_e/\sqrt{(760/B)\,[(530 + t_0)/545]},$$

где: N_e, G_e и g_e — приведенные значения мощности, часового и удельного расхода топлива, N'_e, G'_e и g'_e — те же параметры, полученные во время испытания двигателя, B и t_0 — давление и температура атмосферного воздуха во время испытания двигателя.

Эти формулы эмпирические и в некоторых случаях не дают правильных результатов. Их недостаток заключается в том, что в них не входит механический КПД двигателя, вследствии чего они дают надежные результаты лишь для определенной группы двигателей.

Ниже дается вывод других формул для приведения к нормальным атмосферным условиям показателей карбюраторного двигателя; эти формулы включают механический КПД двигателя и потому лучше отражают свойства разных двигателей.

Известно, что для карбюраторного двигателя, работающего на полном дросселе, может быть принята прямолинейная зависимость между средним индикаторным давлением цикла и весом заряда, изменяющемуся пропорционально давлению и обратно пропорционально корню квадратному из температуры воздуха, поступающего в двигатель.

Сказанное дает право написать:

$$N_{iн} = N_{i0}(p_н/p_0)\sqrt{T_0/T_н} = N_{i0}\mu/\sqrt{\beta},$$

где: $p_н$, p_0 и $T_н$, T_0 — давления и температуры атмосферного воздуха на данной высоте и на уровне моря, $\mu = p_н/p_0$ и $\beta = T_н/T_0$ — отношение давлений и температур.

Механический КПД двигателя на уровне моря и на данной высоте будет:

$$\eta_{м0} = 1 - N_{т0}/N_{i0} \text{ и } \eta_{мн} = 1 - N_{тн}/N_{iн},$$

где: $N_{т0}$ и $N_{тн}$ — мощность трения в нормальных атмосферных условиях и на данной высоте.

Если принять условие, что мощность трения не зависит от высоты над уровнем моря, т. е. допустить, что $N_{т0} = N_{тн}$, то можно будет написать:

$$\eta_{м0} = 1 - N_{т0}/N_{i0} \text{ и } \eta_{мн} = 1 - (N_{т0}/N_{i0})(\sqrt{\beta}/\mu).$$

Совместным решением этих уравнений получаем:

$$\eta_{мн} = (\eta_{м0}\sqrt{\beta} - \sqrt{\beta} + \mu)/\mu,$$

что дает право написать:

$$N_{eн} = N_{iн}\eta_{мн} = N_{iн}(\eta_{м0}\sqrt{\beta} - \sqrt{\beta} + \mu)/\mu.$$

Учитывая, что $N_{iн} = N_{i0}\mu/\sqrt{\beta}$ и $N_{i0} = N_{e0}/\eta_{м0}$, полученную формулу можно будет переписать в следующем окончательном виде:

(а) $$N_{eн} = N_{e0}[1 - 1/\eta_{м0} + \mu/(\eta_{м0}\sqrt{\beta})].$$

В этой формуле $N_{eн}$ представляет мощность двигателя на данной высоте, а N_{e0} мощность на уровне моря. Следовательно полученная формула дает возможность определить ту предполагаемую мощность, которую двигатель должен развить на заданной высоте.

Эту же формулу очевидно можно использовать для приведения мощности двигателя к нормальным атмосферным условиям. В таком случае формула примет вид:

(а′) $$N_{e0} = N_{eн}/[1 - 1/\eta_{м0} + \mu/(\eta_{м0}\sqrt{\beta})],$$

или

(а″) $$N_{e0} = N_{eн}\eta_{м0}/(\eta_{м0} - 1 + \mu/\sqrt{\beta}).$$

В этих формулах N_{e0} выражает приведенную к нормальным атмосферным условиям мощность, а $N_{eн}$ — мощность полученную при испытании двигателя.

Для приведения к нормальным атмосферным условиям эффективного расхода топлива будем иметь:

$$(б) \qquad g_{e0} = g_{eн}[1 - 1/\eta_{м0} + \mu/(\eta_{м0}\sqrt{\beta})]/\sqrt{\mu}.$$

Формулы (а) и (б) можно рекомендовать для практического пользования; они, по сравнению со стандартными формулами, меньше прикованны к определенной группе двигателей, т. к. включают механический КПД.

В вышеприведенных расуждениях было принято условие, что при постоянном скоростном режиме механические потери двигателя не зависят от давления газов внутри цилиндра. Иначе говоря мы считали, что давление трения данного двигателя остается неизменным при изменении высоты над уровнем моря.

Это допущение принято по следующим соображениям.

Большую часть механических потерь двигателя составляет работа расходуемая на привод вспомогательных механизмов, которая не связана с величиной давления газов в цилиндре.

75% от оставшейся части механических потерь, как это показывают последние исследования, происходят от инерции движущихся частей двигателя, что также не зависит от давления газов в цилиндре.

Таким образом остается небольшая часть механических потерь двигателя, которая изменяется при изменении давления в цилиндре, что не может произвести заметного влияния на величину механического КПД двигателя.

Для приведения к нормальным условиям эффективной мощности тракторного дизеля выведена полуэмпирическая формула:

$$(в) \qquad N_{e0} = N_{eн}\eta_{м0}/[\eta_{м0} + \mu/\sqrt{\beta} + (\mu/\sqrt{\beta})(\alpha_0 - \alpha_н)0{,}288\alpha_0 - 1],$$

где α_0 и $\alpha_н$ — значения коэффициентов избытка воздуха на уровне моря и на данной высоте.

Поступило 1 IV 1962 г.

Академия Наук ГрузССР,
Тбилиси, СССР

NOUVELLES FORMULES DE RÉDUCTION DES CARACTÉRISTIQUES DES MOTEURS D'AUTOMOBILES À CARBURATEUR, AUX CONDITIONS ATMOSPHÉRIQEUS NORMALES

(Résumé)

Les formules de réduction des caractéristiques des moteurs d'automobiles à carburateur, aux conditions atmosphériques normales, adoptées d'après les standards, n'envisagent pas le coefficient mécanique d'efficacité du moteur.

Par conséquence, ces formules ne sont sûres que pour un groupe déterminé de moteurs.

Dans cette Note on donne la déduction d'autres formules de réduction des caractéristiques des moteurs ci-dessus aux conditions normales d'atmosphère.

Ces nouvelles formules envisagent le coefficient mécanique d'efficacité du moteur et par conséquent elles caractérisent mieux les propriétés des moteurs de constructions diverses.

Les formules de réduction de la puissance aux conditions atmosphériques normales prennent la forme suivante :

Pour moteur d'automobile à carburateur a lieu (а), tandis que pour Diesel de tracteur à quatre temps on a (в).

Dans ces formules : N_{eH} — la puissance reduite ; N_{eH} — la puissance aux conditions atmosphériques données ; η_{M0} — le coefficient mécanique d'efficacité du moteur ; $\mu = p_H/p_0$ et $\beta = T_H/T_0$ — les rapports des pressions et des températures au niveau de la mer et pour les conditions atmosphériques données ; α_0 et α_H — les valeurs du coefficient d'air excédent au niveau de la mer et pour les conditions atmosphériques données.

NOI FORMULE DE REDUCERE ALE CARACTERISTICILOR MOTOARELOR DE AUTOMOBILE CU CARBURATOR, LA CONDIŢII ATMOSFERICE NORMALE

(Rezumat)

Autorul, ţinînd seama de faptul că formulele de reducere a caracteristicilor motoarelor de automobil cu carburator, la condiţii atmosferice normale, preluate din standarde, nu pun în evidenţă randamentul motorului, deduce o serie de formule noi care caracterizează mai bine proprietăţile motoarelor de diverse tipuri.

Formulele de reducere a puterii la condiţiile atmosferice normale sînt date sub forma (а) pentru motor de automobil cu carburator, pe cînd pentru motor Diesel de tractor în patru timpi s-a obţinut formula (в). În aceste formule : N_{e0} — puterea redusă, N_{eH} — puterea în condiţii atmosferice date ; η_{M0} — randamentul mecanic al motorului ; $\eta = \varrho_H/\varrho_0$ şi $\beta = T_H/T_0$ — rapoartele presiunilor şi temperaturilor la nivelul mării şi pentru condiţii atmosferice date şi, în fine, α_0 şi α_H — valorile coeficienţilor de aer excedentar, la nivelul mării şi pentru condiţii atmosferice date.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 536.714

APLICAREA NOŢIUNII DE „CENTRU TERMODINAMIC" AL CICLULUI IZOCOR LA CALCULUL TERMIC AL ACESTUIA

DE

EMIL GAIGINSCHI, MARCEL GUTMAN şi VIRGIL GIURCĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. După cum s-a arătat într-o lucrare anterioară [1], pentru fiecare ciclu teoretic fundamental al motoarelor cu ardere internă există un punct de stare, în interiorul ciclului, care posedă proprietăţi deosebite şi care convenţional s-a denumit „centru termodinamic al centrului respectiv".

În cele ce urmează se reamintesc unele relaţii stabilite anterior pentru ciclul izocor şi se dau noi relaţii ce uşurează calculul termic al ciclului izocor în cazul căldurii specifice constante. De asemenea se dau tabele şi nomograme de calcul, stabilite separat pentru calculul ciclului izocor, atît în cazul folosirii benzinei cît şi în cazul folosirii gazului metan.

2. Să presupunem că în cilindrul motorului evoluează 1 kg de aer, considerat gaz perfect, iar cantitatea de căldură care se introduce în ciclul principal *1-4-5-8-1* (fig. 1) este q_1 kcal.

Să însemnăm cu: p, v, T — presiunea (kgf/m^2), volumul specific (m^3/kg) şi temperatura (°K), (indicii respectivi vor marca valoarea acestor parametri în diverse puncte considerate pe figură); u — energia internă (kgm), care pentru diverse puncte considerate pe figură va avea indicii respectivi; $V_c = V_4$ — volumul spaţiului de compresiune; $v_h = v_1 - v_c$ — cilindreea unitară; $\varepsilon = v_1/v_c$ — gradul de compresiune al ciclului principal *1-4-5-8-1*; $\lambda = p_5/p_4$ — gradul de creştere a presiunii pentru ciclul principal *1-4-5-8-1*; $\Delta T_{max} = T_5 - T_4$, $\Delta T_g = T_{5''} - T_{4''}$, $\Delta T_{min} = T_8 - T_1$, $\Delta P_{max} = P_5 - P_4$, $\Delta P_g = P_{5''} - P_{4''}$, $\Delta P_{min} = P_8 - P_1$ — respectiv diferenţele dintre temperaturile şi diferenţele dintre presiunile punctelor de stare de pe izocora v_c = const., v_g = const şi v_1 = const.

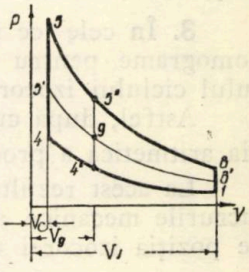


Fig. 1

Parametrii de stare ai centrului termodinamic, exprimaţi în funcţie de elementele uzuale de calcul pentru ciclul izocor, au expresiile următoare [1]:

$$v_g = 2^{1/(k-1)} v_1/(\varepsilon^{k-1} + 1)^{1/(k-1)}, \tag{1}$$

(2) $$p_g = [(\lambda + 1)/2]\,[(\varepsilon^{k-1} + 1)/2]^{k/(k-1)}\, p_1,$$

(3) $$T_g = [(\lambda + 1)/4]\,(\varepsilon^{k-1} + 1)\, T_1.$$

Energia internă a centrului termodinamic are expresia:

(4) $$u_g = [(\lambda + 1)/4]\,[p_1 v_1/(k-1)]\,(\varepsilon^{k-1} + 1).$$

Dintre proprietăţile centrului termodinamic al ciclului principal în raport cu parametrii de stare şi cu energiile interne din vîrfurile ciclului se reamintesc următoarele [1]:

a) Energia internă u_g din centrul termodinamic al ciclului principal este egală cu media aritimetică a energiilor interne din vîrfurile acestui ciclu, adică:

(5) $$u_g = [(\lambda + 1)/4]\,[p_1 v_1/(k-1)]\,(\varepsilon^{k-1} + 1) = (u_1 + u_4 + u_5 + u_8)/4.$$

De aici rezultă că şi produsul $p_g v_g$ dintre coordonatele centrului termodinamic al ciclului principal este egal cu media aritmetică a produselor dintre presiunile şi volumele din vîrfurile acestui ciclu:

(6) $$p_g v_g = (p_1 v_1 + p_4 v_4 + p_5 v_5 + p_8 v_8)/4 = [(\lambda + 1)/4]\, p_1 v_1\,(\varepsilon^{k-1} + 1).$$

b) Temperatura absolută T_g din centrul termodinamic al ciclului principal este egală cu media aritmetică a temperaturilor absolute din vîrfurile acestui ciclu, adică:

(7) $$T = [(\lambda + 1)/4]/(\varepsilon^{k-1} + 1)\, T_1 = (T_1 + T_4 + T_5 + T_8)/4.$$

c) Dacă adiabata de simetrie care trece prin centrul termodinamic al ciclului principal este trasată, atunci determinarea punctelor de pe linia detentei şi compresiei se face cu multă uşurinţă. Astfel, presiunile de pe linia detentei sînt determinate de relaţia:

(8) $$p_{d_i} = p_{g_i}[2\lambda/(\lambda + 1)],$$

iar presiunile de pe linia compresiei sînt determinate de relaţia:

(9) $$p_{c_i} = p_{g_i}[2/(\lambda + 1)],$$

în care presiunile p_{d_i}, p_{c_i} şi p_{g_i} reprezintă presiunile corespunzătoare unei izocore curente v_i.

Se menţionează, de asemenea, că adiabata care trece prin centrul termodinamic al ciclului principal este o linie faţă de care diferenţele de presiuni, diferenţele de temperaturi şi variaţiile de energie internă dintre punctele menţionate mai sus, sînt egale.

3. În cele ce urmează se stabilesc noi relaţii şi se dau tabele şi nomograme pentru aplicarea noţiunii de „centru termodinamic" la calculul ciclului izocor.

Astfel, după cum s-a arătat în [1], produsul $v_g p_g$ este egal cu media aritmetică a produselor $v_c \Delta p_{\max}$ şi $v_1 \Delta p_{\min}$.

La acest rezultat se ajunge uşor, scriind condiţia de egalitate între lucrurile mecanice ale ciclurilor *4''-4-5-5''-4''* şi *1-4''-5''-8-1*, determinate de poziţia izocorei *4''-5''*. După simplificare se obţine relaţia:

$$v_c(p_5 - p_4) + v_1(p_8 - p_1) = 2v_g(p_{5''} - p_{4''}).$$

Înlocuind în funcţie de notaţiile stabilite iniţial, se obţine:

(10) $$v_g \Delta p_g = (v_c \Delta p_{\max} + v_1 \Delta p_{\min})/2.$$

Dacă în această relație se înlocuiesc mărimile Δp_{max}, Δp_{min} și Δp_g prin expresiile lor și ținînd seama de relațiile (8) și (9), relația (10) devine:

$$p_{5'} v_c + p_{8'} v_1 = 2 p_g v_g$$

și deoarece $p_{8'} = p_1 [(\lambda + 1)/2]$ rezultă:

$$p_{5'} v_c + p_1 v_1 [(\lambda + 1)/2] = 2 p_g v_g, \tag{11}$$

care permite determinarea presiunii $p_{5'}$ cînd se cunosc elementele de bază necesare calculului ciclului izocor, adică ε, λ, p_1, v_1, precum și coordonatele p_g și v_g ale centrului termodinamic.

Așadar dacă se cunosc parametrii inițiali ai ciclului (p_1, v_1) și parametrii centrului termodinamic (p_g, v_g) și dacă se trasează grafic adiabata care trece prin punctul g, atunci presiunile din vîrfurile ciclului cît și presiunile de pe liniile detentei și compresiei se pot determina rapid cu ajutorul relațiilor (8) și (9).

În cazul în care se cunosc pentru ciclul izocor parametrii de calcul ε, λ, p_1, v_1 și parametrii centrului termodinamic p_g, v_g și T_g, atunci relațiile (7) și (11) scrise mai sus conduc la următoarele relații care permit calcularea presiunilor și temperaturilor în vîrfurile ciclului:

$$p_4 = 4 p_g v_g/[v_c (1 + \lambda)] - p_1 \varepsilon, \tag{12}$$

$$p_5 = 4\lambda p_g v_g/[v_c (1 + \lambda)] - \lambda p_1 \varepsilon, \tag{13}$$

$$T_4 = 4 T_g/(1 + \lambda) - T_1, \tag{14}$$

$$T_5 = 4\lambda T_g/(1 + \lambda) - \lambda T_1. \tag{15}$$

De asemenea, din relația (10) se obține:

$$\Delta T_g = (\Delta T_{max} + \Delta T_{min})/2. \tag{16}$$

Astfel apar relații de calcul simple, lipsite de factori exponențiali.

4. Pentru aplicarea noțiunii de „centru termodinamic" la calculul termic al unui ciclu izocor pot fi elaborate metode grafice, analitice sau grafoanalitice. În cele ce urmează ne referim de pildă la o metodă grafo-analitică, aplicată pentru motoarele ce funcționează cu benzină și pentru cele ce funcționează cu gaz metan.

În scopul ușurării calculului s-au întocmit tabele și s-au trasat nomograme pentru găsirea rapidă a parametrilor de stare ai centrului termodinamic (p_g, v_g și T_g), cît și a gradului de creștere a presiunii (λ). Acești parametri s-au calculat în funcție de ε și pentru diverse valori ale coeficientului de exces al aerului α, atît în cazul folosirii benzinei cît și în cazul folosirii gazului metan.

Pentru motoarele cu electroaprindere ce folosesc drept combustibil benzina, mărimile p_g, v_g, T_g și λ au fost calculate pentru valorile uzuale ale gradului de compresiune ε și ale coeficientului de exces al aerului α și anume, pentru $\varepsilon = 4 \ldots 10$ și $\alpha = 0{,}8 \ldots 1{,}2$.

Parametrii p_g, v_g, T_g și λ au fost calculați în mod analog și pentru motoarele cu electroaprindere ce funcționează cu gaz metan, însă pentru valori ale gradului de compresiune cuprinse între $\varepsilon = 4$ și $\varepsilon = 12$ și

pentru valori ale coeficientului de exces al aerului cuprinse între $\alpha = 1$ şi $\alpha = 1{,}3$.

Pentru întocmirea acestor calcule s-au considerat următorii parametri ai stării iniţiale a aerului:

$$p_1 = 1 \text{ kgf/cm}^2, \quad T_1 = 273 + 15 = 288^\circ\text{K}, \quad v_1 = 0{,}843 \text{ m}^3\text{/kg}.$$

Conform relaţiilor (1), (2) şi (3) calculul parametrilor centrului termodinamic necesită cunoaşterea lui ε şi λ, adică a elementelor caracteristice ale ciclului izocor.

În ceea ce priveşte λ, este dat de relaţia cunoscută:

$$\lambda = 1 + q_1/(c_v T_1 \varepsilon^{k-1}). \tag{16}$$

În cazul folosirii benzinei, expresiile lui q_1 sînt:

$$q_1 = h_u/(1 + \alpha L_0) \text{ [kcal/kg amestec] pentru } \alpha > 1$$

şi

$$q_1 = (h_u - \Delta h_u)/(1 + \alpha L_0), \quad \text{pentru } \alpha < 1.$$

Deci, relaţia (16) devine:

$$\lambda = 1 + h'_u/[(1 + \alpha L_0) c_v T_1 \varepsilon^{k-1}], \tag{17}$$

în care $h'_u = h_u$ pentru $\alpha > 1$ şi $h'_u = h_u - \Delta h_u$ pentru $\alpha < 1$.

Cantitatea de căldură q_1 corespunzătoare unui $m^3 N$ gaz metan este dată de relaţia:

$$q_1 = h_{um}/(1/v_b + \alpha L'_0 \gamma_a) \text{ [kcal/kg amestec]},$$

şi relaţia (16) devine:

$$\lambda = 1 + h_{um}/[(1/v_b + \alpha L'_0 \gamma_a) c_v T_1 \varepsilon^{k-1}]. \tag{18}$$

În aceste relaţii s-au utilizat următoarele notaţii: h_u — puterea calorică inferioară a benzinei utilizate, (kcal/kg), L_0 — cantitatea teoretică de aer necesară pentru a arde complet 1 kg de benzină de compoziţie chimică mijlocie (kg), α — coeficientul de exces al aerului, $\Delta h_u = 28\,550 \times (1 - \alpha)(L_0/m_a)$ — cantitatea de căldură care nu se degajă prin arderea unui kg de combustibil cînd $\alpha < 1$ (ardere incompletă) (kcal/kg), m_a — greutatea moleculară a aerului (kg/kmol), h_{um} — puterea calorică inferioară a 1 m^3 N de combustibil gazos (kcal), L'_0 — cantitatea teoretică de aer pentru a arde complet 1 $m^3 N$ de gaz metan ($m^3 N$), v_b — volumul specific al gazului metan în condiţii normalizate (m^3/kg), γ_a — greutatea specifică a aerului în condiţii normalizate (kg/m^3), c_v — căldura specifică gravimetrică la volum constant a aerului (kcal/kg grd).

Pentru calculele efectuate s-au considerat următoarele valori [2]: $c_v = 0{,}171$ kcal/kg grd, $h_u = 10\,400$ kcal/kg, $h_{um} = 8\,500$ kcal/$m^3 N$, $L_0 = 15$ kgf aer/kg benzină, $L'_0 = 9{,}5238$ $m^3 N$ aer/$m^3 N$ gaz metan, $v_b = 1{,}395$ $m^3 N$/kg, $\gamma_a = 1{,}293$ kg/$m^3 N$, $m_a = 28{,}95$ kg/kmol aer; compoziţia chimică elemen-

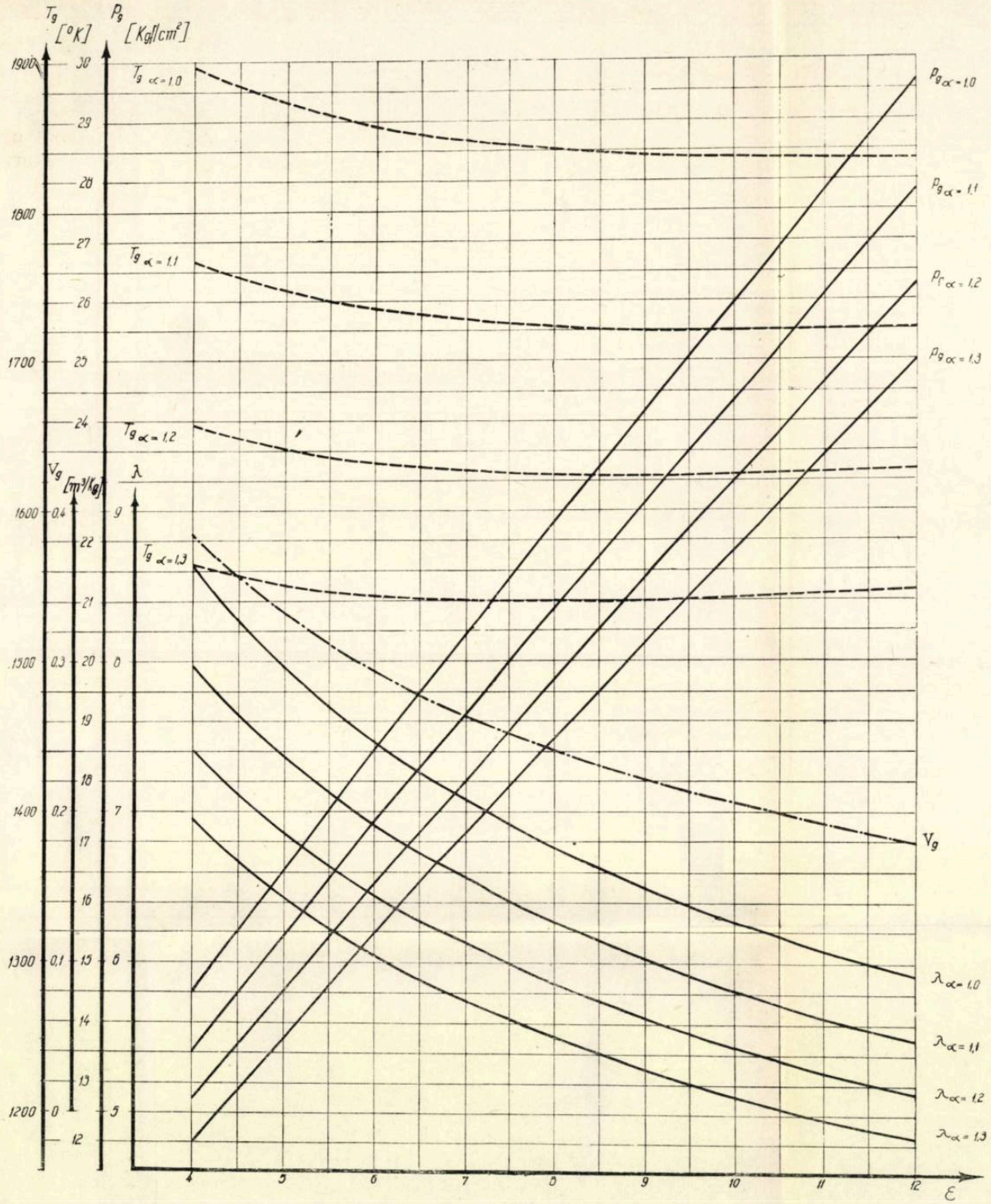

T_g [°K]
p_g [Kgf/cm²]
V_g [m³/kg]
λ
$T_{g\,\alpha=1.0}$
$T_{g\,\alpha=1.1}$
$T_{g\,\alpha=1.2}$
$T_{g\,\alpha=1.3}$
$p_{g\,\alpha=1.0}$
$p_{g\,\alpha=1.1}$
$p_{g\,\alpha=1.2}$
$p_{g\,\alpha=1.3}$
V_g
$\lambda_{\alpha=1.0}$
$\lambda_{\alpha=1.1}$
$\lambda_{\alpha=1.2}$
$\lambda_{\alpha=1.3}$
ε

Fig. 2

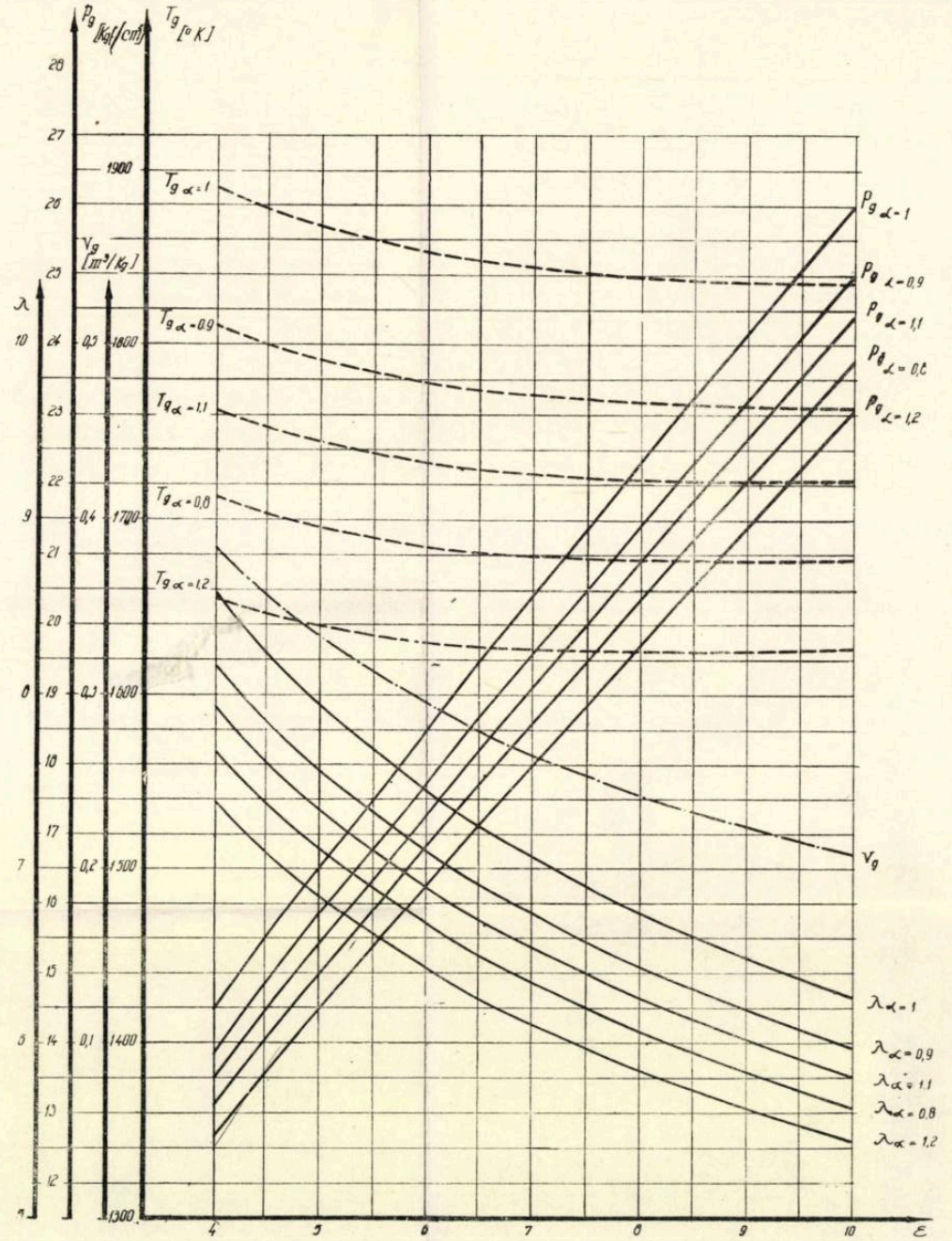
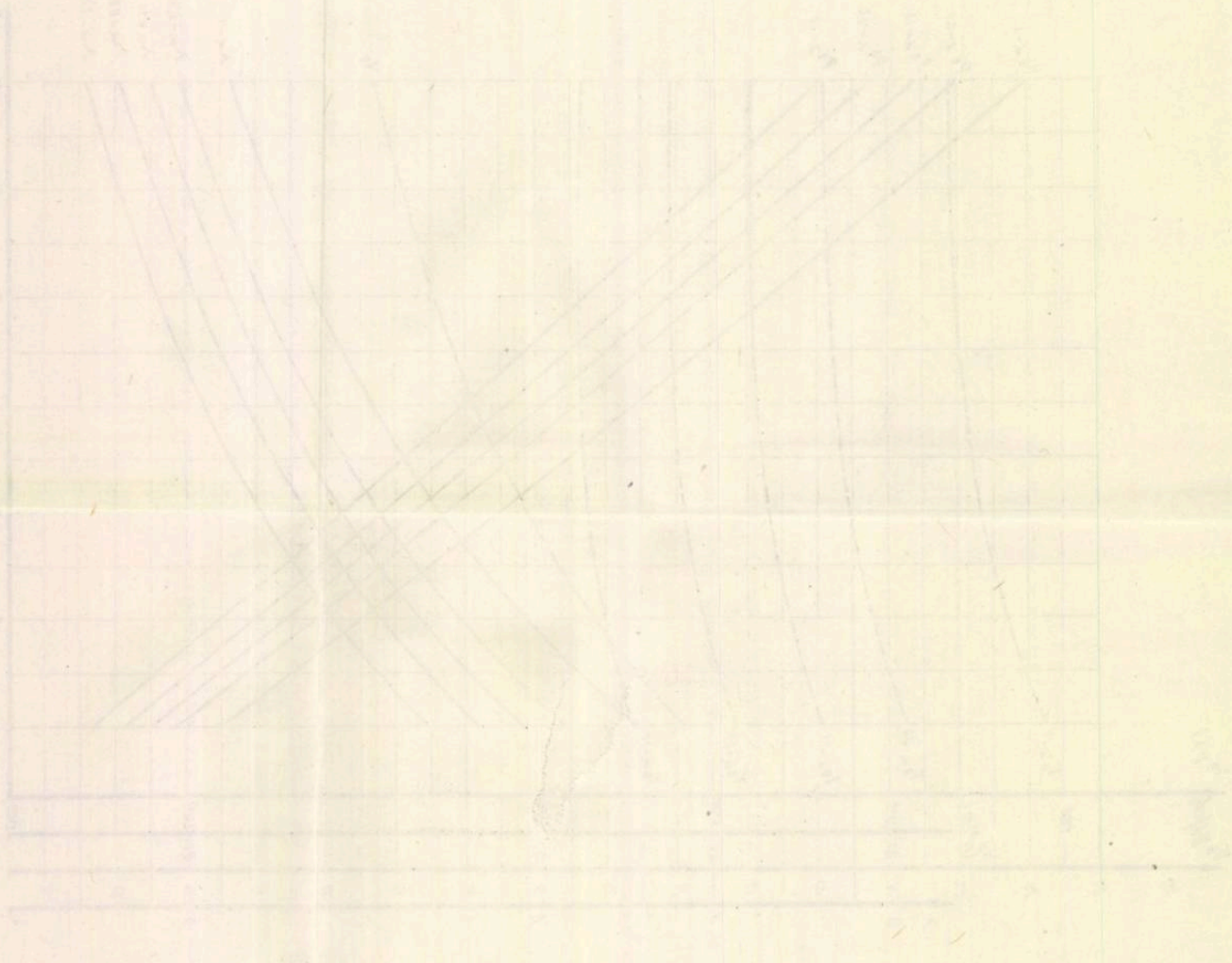

p_g [Kgf/cm²]
T_g [°K]
V_g [m³/kg]
λ
$T_{g\,\alpha=1}$
$T_{g\,\alpha=0.9}$
$T_{g\,\alpha=1.1}$
$T_{g\,\alpha=0.8}$
$T_{g\,\alpha=1.2}$
$p_{g\,\alpha=1}$
$p_{g\,\alpha=0.9}$
$p_{g\,\alpha=1.1}$
$p_{g\,\alpha=0.8}$
$p_{g\,\alpha=1.2}$
V_g
$\lambda_{\alpha=1}$
$\lambda_{\alpha=0.9}$
$\lambda_{\alpha=1.1}$
$\lambda_{\alpha=0.8}$
$\lambda_{\alpha=1.2}$
ε

Fig. 3



tară a benzinei utilizate este: $g_C = 0{,}847$ kg carbon/kg combustibil, $g_{H_2} = 0{,}153$ kg hidrogen/kg combustibil.

Valorile lui λ s-au calculat cu ajutorul relațiilor (17) și (18) iar parametrii de stare ai centrului termodinamic p_g, v_g și T_g sau calculat cu relațiile (1), (2) și (3).

În tabelul 1 sînt trecute valorile lui λ, p_g, v_g și T_g, calculate pentru motoarele cu electroaprindere ce folosesc benzină, în funcție de gradul de compresiune. Calculul s-a efectuat pentru $\varepsilon = 4 \ldots 10$ i pentru $\alpha = 0{,}8 \ldots 1{,}2$.

În mod analog sînt trecute în tabelul 2 valorile lui λ, p_g, v_g și T_g calculate pentru motoarele cu electroaprindere ce folosesc gazul metan, în funcție de gradul de compresiune, pentru $\varepsilon = 4 \ldots 12$ și pentru $\alpha = 1 \ldots 1{,}3$.

Cu ajutorul acestor tabele s-a trasat nomograma din fig. 2, pentru benzină și nomograma reprezentată în fig. 3, pentru gaz metan.

În aceste nomograme sînt redate curbele: $\lambda = f_1(\varepsilon)$, $p_g = f_2(\varepsilon)$, $v_g = f_3(\varepsilon)$ și $T_g = f_4(\varepsilon)$, pentru valori ale coeficientului α cuprinse în intervalele menționate mai sus.

Din analiza nomogramelor se pune ușor în evidență variația aproximativ liniară a parametrului p_g în funcție de gradul de compresiune ε. Astfel se poate determina p_g cu relații simple de forma:

$$p_g = A\varepsilon + B, \tag{19}$$

eroarea fiind neglijabilă.

În această relație A și B sînt constante ale căror valori depinde de natura combustibilului utilizat și de mărimea coeficientului excesului de aer α.

În tabelul 3 s-au trecut valorile constantelor A și B în funcție de α și natura combustibilului.

Pentru exemplificarea acestei metode se determină mai jos parametrii din vîrfurile ciclului, pentru un motor cu electroaprindere, ce folosește drept combustibil benzina și la care $\varepsilon = 7$ și $\alpha = 0{,}9$. Se consideră pentru parametrii stării inițiale a aerului următoarele valori:

$$p_1 = 1 \text{ kgf/cm}^2, \quad T_1 = 288°\text{K}, \quad v_1 = 0{,}843 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Din tabelul 1 se găsesc pentru $= 7$ și $\alpha = 0{,}9$ următoarele valori:

$$\lambda = 6{,}736, \quad v_g = 0{,}2649 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad p_g = 19{,}561 \text{ kgf/cm}^2, \quad T_g = 1\,770{,}147°\text{K}.$$

Cu ajutorul relațiilor (12) și (14) se calculează parametrii din punctul *4*. Astfel, ținînd seama că $v_c = v_1/\varepsilon$ se obține:

$$p_4 = 15{,}25 \text{ kgf/cm}^2, \quad T_4 = 627{,}25°\text{K}.$$

Parametrii din punctul *5* se determină cu relațiile:

$$p_5 = \lambda p_4 = 102{,}72 \text{ kgf/cm}^2, \quad T_5 = \lambda T_4 = 4\,225{,}16°\text{K}.$$

Parametrii din punctul *8* se determină în funcție de parametrii punctului *1*. Astfel avem:

$$p_8 = \lambda p_1 = 6{,}736 \text{ kgf/cm}^2, \quad T_8 = \lambda T_1 = 1\,939{,}97°\text{K}.$$

Tabelul 1

ε	λ	v_g m³/kg	p_g kgf/cm²	T_g °K	ε	λ	v_g m³/kg	p_g kgf/cm²	T_g °K
$\alpha=0,8$					$\alpha=0,9$				
4,0	7,677	0,3833	13,075	1 712,480	4,0	8,176	0,3833	13,827	1 810,873
4,5	7,370	0,3555	14,018	1 702,445	4,5	7,845	0,3555	14,814	1 799,185
5,0	7,107	0,3319	14,948	1 694,826	5,0	7,563	0,3319	15,788	1 790,152
5,5	6,878	0,3131	15,860	1 689,045	5,5	7,317	0,3131	16,744	1 783,144
6,0	6,677	0,2941	16,767	1 684,633	6,0	7,101	0,2941	17,693	1 777,656
6,5	6,498	0,2786	17,664	1 681,363	6,5	6,909	0,2786	18,631	1 773,423
7,0	6,338	0,2649	18,553	1 678,953	7,0	6,736	0,2649	19,561	1 770,147
7,5	6,193	0,2526	19,434	1 677,268	7,5	6,580	0,2526	20,482	1 767,682
8,0	6,060	0,2415	20,313	1 676,172	8,0	6,438	0,2415	21,400	1 765,867
8,5	5,939	0,2315	21,184	1 675,566	8,5	6,308	0,2315	22,310	1 764,621
9,0	5,827	0,2224	22,051	1 675,369	9,0	6,188	0,2224	23,215	1 763,817
9,5	5,724	0,2140	22,917	1 675,509	9,5	6,077	0,2140	24,119	1 763,401
10,0	5,628	0,2065	23,750	1 675,945	10,0	5,974	0,2065	24,987	1 763,325
$\alpha=1,0$					$\alpha=1,1$				
4,0	8,581	0,3833	14,437	1 890,820	4,0	7,931	0,3833	13,458	1 762,583
4,5	8,232	0,3555	15,461	1 877,790	4,5	7,612	0,3555	14,423	1 751,702
5,0	7,933	0,3319	16,471	1 867,607	5,0	7,339	0,3319	15,376	1 743,363
5,5	7,674	0,3131	17,462	1 859,603	5,5	7,102	0,3131	16,310	1 736,957
6,0	7,446	0,2941	18,445	1 853,238	6,0	6,893	0,2941	17,239	1 732,004
6,5	7,243	0,2786	19,417	1 848,217	6,5	6,707	0,2786	18,157	1 728,236
7,0	7,060	0,2649	20,380	1 844,245	7,0	6,541	0,2649	19,066	1 725,383
7,5	6,895	0,2526	21,333	1 841,147	7,5	6,390	0,2526	19,968	1 723,310
8,0	6,745	0,2415	22,283	1 838,753	8,0	6,253	0,2415	20,866	1 721,841
8,5	6,607	0,2315	23,225	1 836,977	8,5	6,127	0,2315	21,757	1 720,915
9,0	6,481	0,2224	24,161	1 835,687	9,0	6,011	0,2224	22,644	1 720,403
9,5	6,363	0,2140	25,096	1 834,817	9,5	5,904	0,2140	23,529	1 720,262
10,0	6,254	0,2065	25,994	1 834,314	10,0	5,804	0,2065	24,380	1 720,438
$\alpha=1,2$									
4,0	7,384	0,3833	12,634	1 654,588					
4,5	7,090	0,3555	13,549	1 645,532					
5,0	6,838	0,3319	14,453	1 638,746					
5,5	6,620	0,3131	15,340	1 633,682					
6,0	6,428	0,2941	16,222	1 629,915					
6,5	6,257	0,2786	17,095	1 627,207					
7,0	6,103	0,2649	17,960	1 625,302					
7,5	5,965	0,2526	18,818	1 624,072					
8,0	5,838	0,2415	19,673	1 623,353					
8,5	5,722	0,2315	20,522	1 623,165					
9,0	5,615	0,2224	21,366	1 623,336					
9,5	5,517	0,2140	22,210	1 623,828					
10,0	5,425	0,2065	23,021	1 624,534					

Tabelul 2

ε	λ	v_g m³/kg	p_g kgf/cm²	T_g °K	ε	λ	v_g m³/kg	p_g kgf/cm²	T_g °K
$\alpha=1,0$					$\alpha=1,1$				
4,0	8,607	0,3833	14,477	1 896,087	4,0	7,950	0,3833	13,488	1 766,062
4,5	8,257	0,3555	15,504	1 882,970	4,5	7,631	0,3555	14,455	1 755,518
5,0	7,958	0,3319	16,516	1 872,713	5,0	7,357	0,3319	15,409	1 747,123
5,5	7,698	0,3131	17,509	1 864,641	5,5	7,119	0,3131	16,345	1 740,667
6,0	7,468	0,2941	18,495	1 858,217	6,0	6,910	0,2941	17,275	1 735,669
6,5	7,265	0,2786	19,469	1 853,150	6,5	6,724	0,2786	18,195	1 731,868
7,0	7,082	0,2649	20,434	1 849,125	7,0	6,556	0,2649	19,106	1 728,981
7,5	6,916	0,2526	21,389	1 845,986	7,5	6,405	0,2526	20,009	1 726,870
8,0	6,765	0,2415	22,341	1 843,559	8,0	6,267	0,2415	20,909	1 725,381
8,5	6,627	0,2315	23,285	1 841,741	8,5	6,141	0,2315	21,802	1 724,422
9,0	6,500	0,2224	24,224	1 840,423	9,0	6,025	0,2224	22,690	1 723,894
9,5	6,382	0,2140	25,160	1 839,525	9,5	5,917	0,2140	23,576	1 723,728
10,0	6,273	0,2065	26,060	1 838,997	10,0	5,818	0,2065	24,428	1 723,880
10,5	6,171	0,1992	27,018	1 838,869	10,5	5,725	0,1992	25,336	1 722,380
11,0	6,076	0,1927	27,939	1 838,919	11,0	5,638	0,1927	26,209	1 725,032
11,5	5,987	0,1866	28,855	1 839,229	11,5	5,556	0,1866	27,077	1 725,887
12,0	5,902	0,1806	29,776	1 839,736	12,0	5,479	0,1806	27,950	1 726,918
$\alpha=1,2$					$\alpha=1,3$				
4,0	7,398	0,3833	12,655	1 657,445	4,0	6,927	0,3833	11,945	1 564,464
4,5	7,104	0,3555	13,572	1 648,326	4,5	6,654	0,3555	12,819	1 556,717
5,0	6,852	0,3319	14,477	1 641,498	5,0	6,421	0,3319	13,683	1 551,425
5,5	6,633	0,3131	15,366	1 636,401	5,5	6,218	0,3131	14,531	1 547,487
6,0	6,440	0,2941	16,249	1 632,603	6,0	6,040	0,2941	15,374	1 544,711
6,5	6,269	0,2786	17,123	1 629,866	6,5	5,881	0,2786	16,209	1 542,882
7,0	6,115	0,2649	17,989	1 627,937	7,0	5,738	0,2649	17,037	1 541,769
7,5	5,976	0,2526	18,848	1 626,691	7,5	5,609	0,2526	18,859	1 541,261
8,0	5,849	0,2415	19,705	1 625,990	8,0	5,492	0,2415	18,678	1 541,233
8,5	5,733	0,2315	20,554	1 625,752	8,5	5,384	0,2315	19,490	1 541,611
9,0	5,626	0,2224	21,400	1 625,889	9,0	5,285	0,2224	20,300	1 542,315
9,5	5,527	0,2140	22,244	1 626,339	9,5	5,193	0,2140	21,108	1 543,291
10,0	5,435	0,2065	23,057	1 627,063	10,0	5,108	0,2065	21,887	1 544,501
10,5	5,349	0,1992	23,921	1 628,091	10,5	5,029	0,1992	22,714	1 545,979
11,0	5,269	0,1927	24,754	1 629,241	11,0	4,955	0,1927	23,512	1 547,554
11,5	5,194	0,1866	25,582	1 630,563	11,5	4,885	0,1866	24,306	1 549,275
12,0	5,123	0,1806	26,414	1 632,034	12,0	4,820	0,1806	25,105	1 551,121

Tabelul 3

Coef. exces aer	Combustibil utilizat			
	benzină		gaz metan	
α	*A*	*B*	*A*	*B*
0,8	1,7750	6,0500	—	—
0,9	1,8583	6,4919	—	—
1	1,9250	6,8000	1,9187	6,8729
1,1	1,8208	6,2542	1,8039	6,3889
1,2	1,7291	5,7711	1,7159	5,8977
1,3	—	—	1,6408	5,4789

Cunoscînd poziţia centrului termodinamic g, se poate trasa grafic, prin metodele cunoscute, adiabata care trece prin centrul termodinamic g; se prelungeşte această adiabată pînă taie izocora $v_1 = \text{const.}$ în punctul $8'$ şi izocora $v_c = \text{const.}$ în punctul $5'$. O dată trasată adiabata $5'-8'$, liniile de compresie şi detentă se determină analitic cu relaţiile simple (8) şi (9).

Concluzii

1. Centrul termodinamic al ciclului izocor se bucură de proprietăţi deosebite, care conduc la relaţii noi în termodinamica ciclurilor.

2. Cunoaşterea, în diagrama $p-v$, a parametrilor de stare a acestui punct din interiorul unui ciclu cît şi a stării iniţiale a fluidului, permite determinarea parametrilor din vîrfurile ciclului, cu ajutorul unor relaţii simple.

3. Centrul termodinamic al unui ciclu reprezintă o încercare de a se stabili o legătură între parametrii unui punct de stare, convenţional, din interiorul unui ciclu şi parametrii din vîrfurile ciclului.

4. Centrul termodinamic este un punct ce determină şi reprezintă perfect un ciclu cînd starea iniţială este cunoscută.

5. Energia internă din centrul termodinamic rămîne practic constantă pentru toate ciclurile în cazul cînd $\varepsilon = 6 \ldots 10$ în cazul benzinei şi $\varepsilon = 6 \ldots 12$ în cazul gazului metan.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de motoare termice

BIBLIOGRAFIE

1. Gaiginschi E., Zugrăvel M., Gutman M. şi Bîrjoianu A., Bul. Instit. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1 — 2*, pp. 321 — 332.
2. Gaiginschi E., Gutman M., Ursescu D. şi Zugrăvel M., *Îndreptar pentru calculul termic al motoarelor cu ardere internă cu piston*. Ed. did. şi ped., Buc., 1960.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОНЯТИЯ „ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ЦЕНТР“ ИЗОХОРНОГО ЦИКЛА В ЕГО ТЕРМИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ

(Резюме)

Приводятся некоторые, установленные в [1], соотношени для свойств термодинамического центра изохорного цикла и выводятся новые соотношения упрощающие термический расчет этого цикла. Даются также таблицы и номограммы для величин параметров термодинамического центра изохорного цикла в зависимости от степени сжатия, а также и для различных величин коэффициента избытка воздуха, при пользовании бензина или метанового газа. Зная параметры термодинамического центра, термический расчет производится быстро при помощи прилагаемых простых соотношений.

APPLICATION DE LA NOTION DE „CENTRE THERMODYNAMIQUE“ DU CYCLE ISOCHORE AU CALCUL THERMIQUE DE CE CYCLE

(Résumé)

On rappelle tout d'abord quelques relations établies dans une Note précédente [1] quant aux propriétés du centre thermodynamique du cycle isochore et on détermine de nouvelles relations qui en simplifient le calcul thermique. On présente des tableaux et des nomogrammes concernant les valeurs des paramètres du centre thermodynamique du cycle isochore en fonction du rapport volumétrique et pour différentes valeurs du coefficient d'excès de l'air, dans le cas où l'on utilise l'essence ou le gas méthane. Grâce à la connaissance des paramètres du centre thermodynamique, le calcul thermique peut être effectué rapidement, à l'aide de quelques relations simples.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 539.41

STUDIU TEORETIC ŞI EXPERIMENTAL ASUPRA REPARTIZĂRII EFORTURILOR UNITARE ÎN CADRUL BOGHIULUI PE TREI OSII AL VAGOANELOR DE MARFĂ DE 80 TONE

DE

M. BUGA, CORNEL BURADA, ADRIAN CIRILLO, C. GEORGESCU şi D. MOCANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

I. Introducere

Studiul de faţă s-a dovedit a fi necesar datorită faptului că în timpul exploatării noilor vagoane N_T^{IISFF} au apărut crăpături în cadrele unor boghiuri şi în special în longeroni.

Deoarece la proiectare nu s-a reuşit să se stabilească dimensiunile optime pentru toate elementele cadrului boghiului, care este o construcţie static nedeterminată complicată, iar sarcinile statice şi în special cele dinamice nu s-au putut stabili cu exactitate, şi întrucît uzinele constructoare au consolidat longeroanele prin aplicarea unor interstade la ferestrele din dreptul osiilor, obiectul lucrării de faţă l-a constituit studierea pe cale experimentală a repartiţiei eforturilor unitare în cadrul boghiului, prin metoda electrotensiometrică, static şi dinamic (în condiţiile exploatării) şi în cîteva secţiuni, pe cale teoretică, indicîndu-se măsurile de consolidare a boghiurilor fabricate, precum şi de proiectare a noilor boghiuri pentru această serie de vagoane.

II. Determinarea eforturilor unitare pe cale experimentală

Pregătirea măsurătorilor s-a efectuat în Uzinele „Griviţa Roşie", Bucureşti, unde au fost introduse vagoane seria N_T^{IISFF}, ale căror boghiuri erau prevăzute cu interstade.

La prima examinare, înainte de demontarea boghiurilor, s-a constatat că longeronii fuseseră reparaţi prin sudură în unele regiuni de racordare ale ferestrelor, unde în majoritatea cazurilor au apărut fisuri.

După demontarea, degresarea şi aşezarea boghiurilor pe cărucioare (fig. 1), la o nouă examinare constatîndu-se fisuri nereparate prin sudură la longeronii celor două boghiuri, atît la unele racordări ale ferestrelor cît şi la unele cusături de sudură ale tălpilor superioare, s-a hotărît repararea defectelor prin sudură de către Uzinele „Griviţa Roşie", Bucureşti, stabilindu-se totdeodată amplasarea traductorilor de măsură la longeronii boghiului nr. 1 (fig. 2) şi boghiului nr. 2 (fig. 3).

În fig. 4 se poate urmări amplasamentul mai multor traductori şi legăturile lor electrice.

1. Efectuarea măsurătorilor sub sarcina statică

Aceste măsurători s-au efectuat în două situaţii de încărcare a boghiurilor şi anume:

a) *Măsurători la longeronii boghiurilor lăsate pe roţi, fără interstade, boghiurile fiind solicitate numai de greutatea platformei vagonului* (17 t). În fig. 5 este redat un aspect din timpul măsurătorii efectuate în Uzinele „Griviţa Roşie", punînd în evidenţă şi aparatele folosite.

Tabelul 1

Deformaţiile specifice şi eforturile unitare produse în unele puncte ale longeronului boghiului nr. 1 fără interstade, de greutatea platformei, fără sarcină

Nr.	Tipul traductorului	Coeficientul de sensibilitate al traductorului K	Deformaţia specifică ε %	Efortul unitar σ kgf/cm^2
1	M 120	2,05	0,020	42
2	M 120	2,05	0,030	63
3	M 120	2,05	0,040	84
4	M 120	2,05	0,000	0
5	M 120	2,05	0,090	189
6	M 120	2,05	0,100	210
8	B 600	2,25	— 0,040	—84
9	B 600	2,25	0,045	95
10	B 600	2,25	0,020	42
11	B 600	2,25	— 0,040	—84
12	B 600	2,25	0,000	0
17	B 600	2,25	0,030	63
18	B 600	2,25	— 0,070	—147
19	B 600	2,25	0,070	147
24	B 600	2,25	— 0,080	—168
25	M 120	2,05	0,170	357
26	M 120	2,05	0,320	672
27	M 120	2,05	0,000	0
28	M 120	2,05	0,100	210
29	M 120	2,05	0,000	0
30	M 120	2,05	0,290	609
33	B 600	2,05	— 0,080	—168
34	B 600	2,05	— 0,045	—95

Din studierea rezultatelor măsurătorilor efectuate şi trecute în tabelul 1, în care s-au înregistrat deformaţiile specifice şi eforturile unitare corespunzătoare, se pot trage următoarele concluzii:

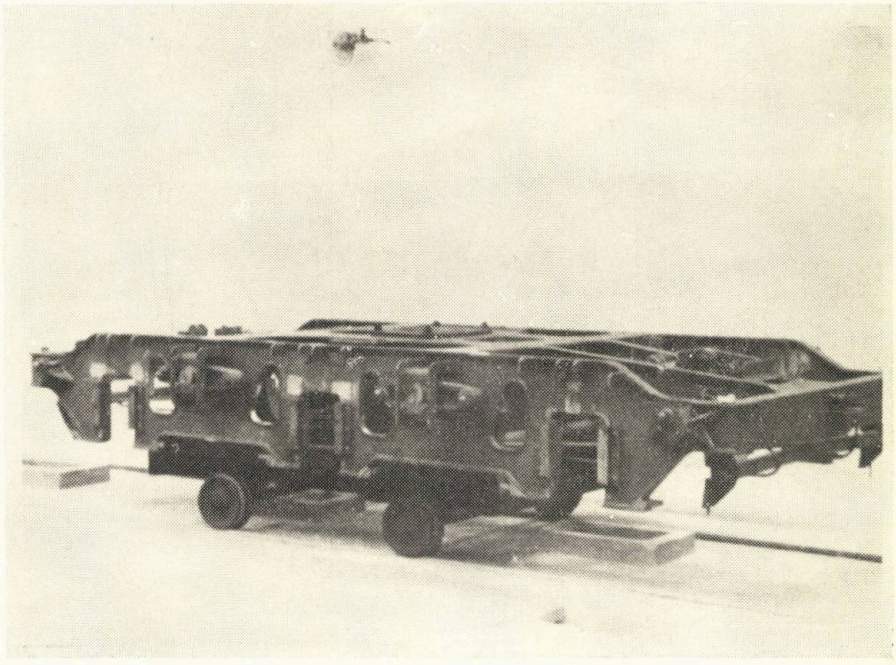


Fig. 1

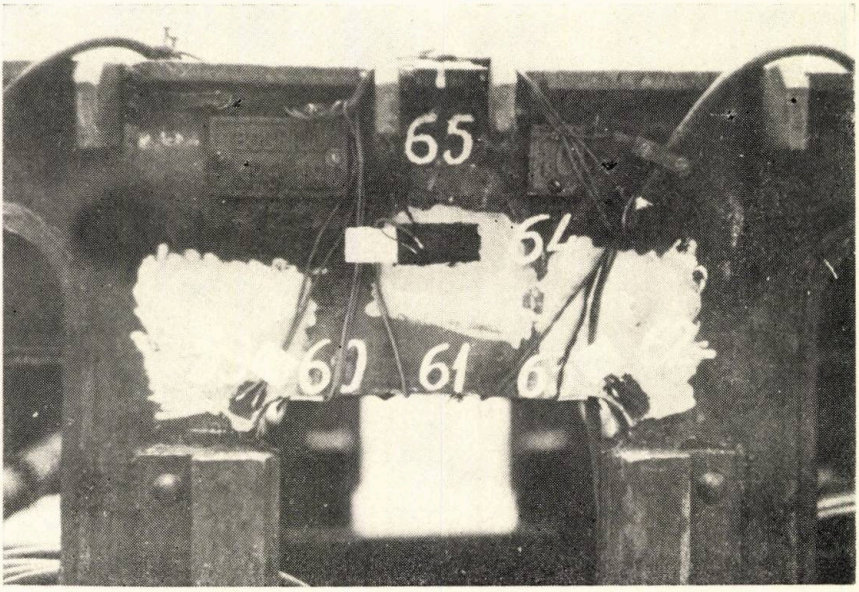


Fig. 4

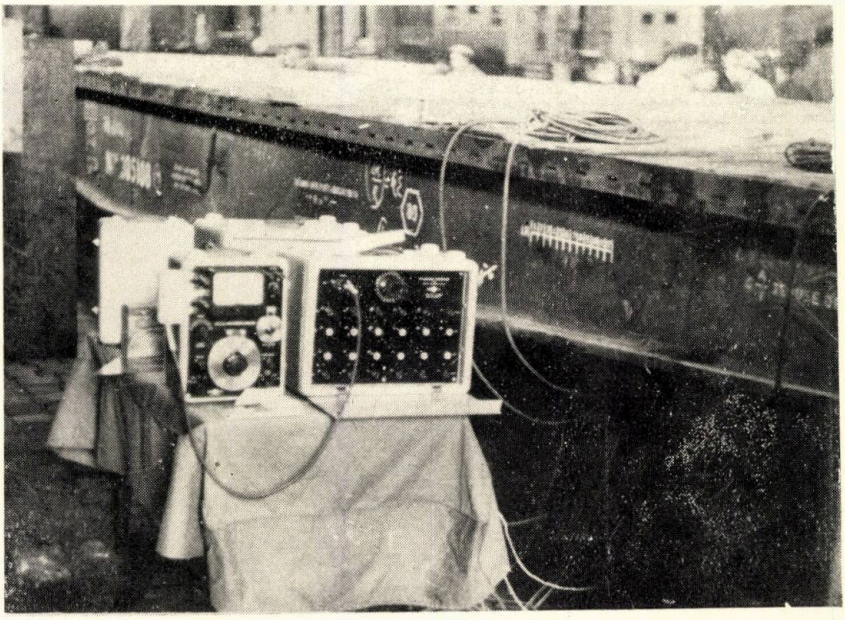


Fig. 5

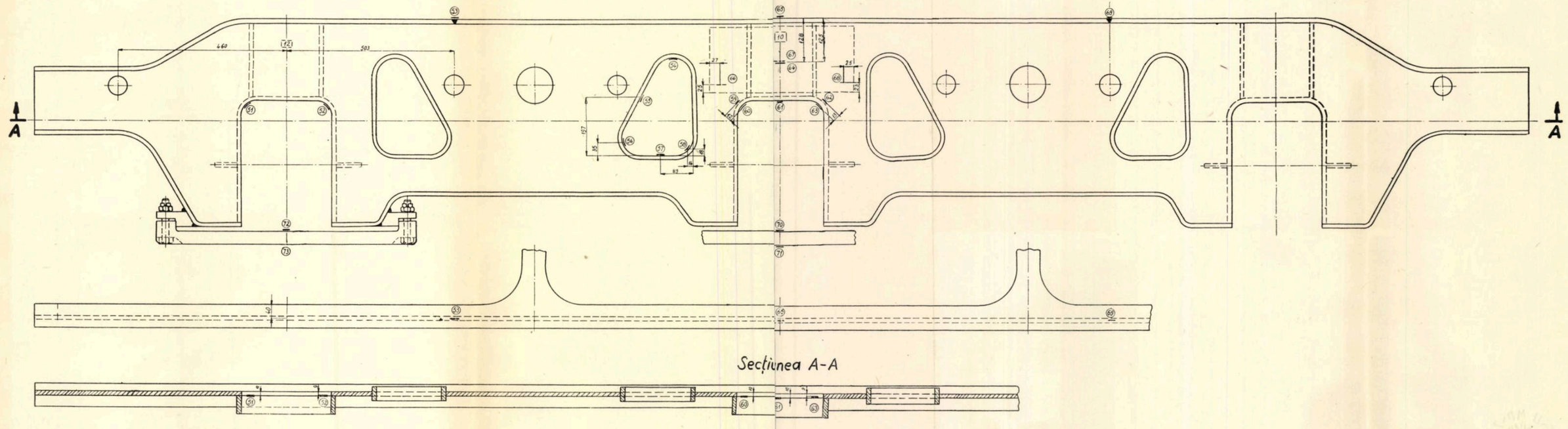


Fig. 2

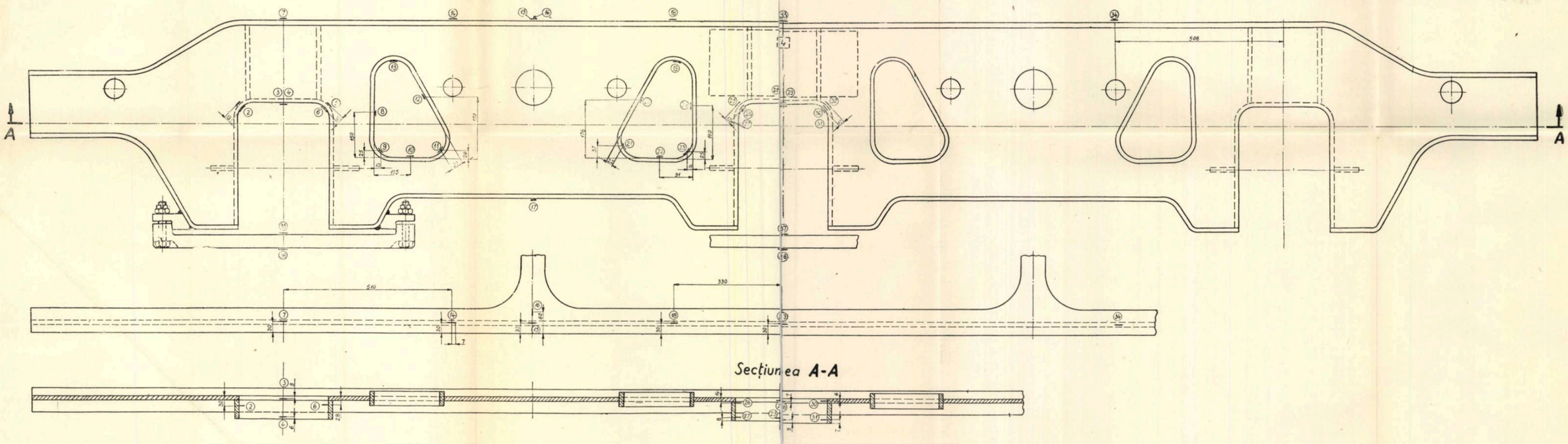


Fig. 3

a) Eforturile unitare maxime apar în regiunile de racordare ale ferestrei mijlocii, avînd valorile: 672 kgf/cm² (traductor nr. 26) şi 609 kgf/cm² (traductor nr. 30).

b) Eforturile unitare sînt nule în punctele *27* şi *29* de pe aripa de consolidare din dreptul ferestrelor, astfel că în modul în care a fost

Tabelul 2

Deformaţiile specifice şi eforturile unitare produse în longeronii boghiurilor, cu interstadele montate, de platforma încărcată cu sarcina de 83 800 kg

Traductorul			Deformaţia specifică	Efortul unitar σ	Traductorul			Deformaţia specifică	Efortul unitar σ
Nr.	Tipul	Coef. sensib. K	ε_m ‰	kgf/cm²	Nr.	Tipul	Coef. sensib. K	ε_m ‰	kgf/cm²
Boghiul nr. 1					Boghiul nr. 2				
1	M 120	2,05	—0,240	—504	51	M 120	2,05	—0,400	—840
2	M 120	2,05	—0,133	—279	52	M 120	2,05	0,740	1 555
3	M 120	2,05	0,035	74	53	B 600	2,25	—0,315	—662
4	M 120	2,05	—0,015	—32	54	B 600	2,25	—0,050	—105
5	M 120	2,05	0,392	823	55	B 600	2,25	0,062	130
6	M 120	2,05	0,360	756	56	B 600	2,25	—0,050	—105
7	B 600	2,25	—0,108	—227	57	B 600	2,25	0,095	200
8	B 600	2,25	—0,100	—210	58	B 600	2,25	0,395	830
9	B 600	2,25	0,360	756	59	M 120	2,05	0,410	861
10	B 600	2,25	0,050	105	60	M 120	2,05	0,890	1 870
11	B 600	2,25	—0,173	—363	61	M 120	2,05	0,290	609
12	B 600	2,25	0,120	252	62	M 120	2,05	0,430	903
13	B 600	2,25	—0,050	—105	63	M 120	2,05	0,630	1 322
14	B 600	2,25	—0,300	—630	64	B 600	2,25	0,035	74
15	B 600	2,25	—0,176	—370	65	B 600	2,25	—0,310	—651
16	B 600	2,25	0,030	63	66	B 600	2,25	0,075	158
17	B 600	2,25	0,215	452	67	B 600	2,25	—0,035	—74
18	B 600	2,25	—0,273	—574	68	B 600	2,25	0,065	137
19	B 600	2,25	—0,120	—252	69	B 600	2,25	—0,310	—651
20	B 600	2,25	0,050	105	70	B 600	2,25	—	—
21	B 600	2,25	—	—	71	B 600	2,25	—	—
22	B 600	2,25	0,043	90	72	B 600	2,25	0,070	147
23	B 600	2,25	0,305	640	73	B 600	2,25	0,037	78
24	B 600	2,25	—0,133	—279					
25	M 120	2,05	0,275	578					
26	M 120	2,05	0,562	1 180					
27	M 120	2,05	0,043	90					
28	M 120	2,05	0,208	437					
29	M 120	2,05	0,018	38					
30	M 120	2,05	—	—					
31	M 120	2,05	0,025	53					
32	M 120	2,05	0,230	483					
33	B 600	2,25	—0,248	—522					
34	B 600	2,25	—0,303	—637					
35	B 600	2,25	0,045	95					
36	B 600	2,25	0,045	95					
37	B 600	2,25	—	—					
38	B 600	2,25	0,038	80					
39	B 600	2,25	—0,013	—27					
40	B 600	2,25	0,610	1 280					
41	B 600	2,25	0,000	0					

real zată şi sudată pe longeron nu lucrează de loc, iar în alte puncte foarte puţin.

b) *Măsurători la longeronii boghiului lăsat pe roţi, cu interstade montate, boghiurile fiind solicitate de greutatea platformei de 17 t plus greutatea de 83,8 t platină ce a fost încărcată pe vagon în Uzinele „Nicolae Cristea", Galaţi.* Vagonul laborator, împreună cu vagonul astfel încărcat, a fost îndrumat în staţia de transpunere din triajul Galaţi-Braţeş, unde la o garnitură de vinciuri de 100 t s-au făcut ridicări şi lăsări pe boghiuri a platformei încărcate, după cum se observă şi din fig. 6, iar rezultatele măsurătorii deformaţiilor specifice şi eforturile unitare, pentru longeronii boghiului nr. 1 şi nr. 2, sînt trecute în tabelul 2.

Deplasîndu-se vagonul într-o altă poziţie s-a efectuat măsurarea deformaţiilor specifice, respectiv calculul eforturilor unitare, iar rezultatele sînt trecute în tabelul 3.

Tabelul 3

Deformaţiile specifice şi eforturile unitare produse în longeronul boghiului nr. 2 de platforma încărcată cu sarcina de 83 800 kg, după deplasarea vagonului faţă de poziţia din tabelul 2

Traductorul			Deformaţia specifică	Efortul unitar σ	Traductorul			Deformaţia specifică	Efortul unitar σ
Nr.	Tipul	Coef. sensib. K	ε_m $^0/_{00}$	kgf/cm²	Nr.	Tipul	Coef. sensib. K	ε_m $^0/_{00}$	kgf/cm²
A. Interstada mijlocie a boghiului montată la Uzinele „Griviţa Roşie", Bucureşti					B. Interstada mijlocie a boghiului demontată şi montată din nou la Galaţi-Braţeş				
51	M 120	2,05	—0,370	—777	51	M 120	2,05	—0,375	—787
52	M 120	2,05	0,700	1 470	52	M 120	2,05	0,790	1 660
53	B 600	2,25	—0,298	—626	59	M 120	2,05	0,280	588
54	B 600	2,25	—0,075	—158	60	M 120	2,05	0,647	1 360
55	B 600	2,25	0,060	126	61	M 120	2,05	0,202	424
56	B 600	2,25	—0,048	—101	62	M 120	2,05	0,270	569
57	B 600	2,25	0,085	179	63	M 120	2,05	0,410	862
58	B 600	2,25	0,388	815					
59	M 120	2,05	0,338	815					
60	M 120	2,05	0,840	1 765					
61	M 120	2,05	0,275	577					
62	M 120	2,05	0,408	860					
63	M 120	2,05	0,600	1 260					
64	B 600	2,25	0,030	63					
65	B 600	2,25	—0,310	—651					
66	B 600	2,25	0,070	147					
67	B 600	2,25	—0,033	—68					
68	B 600	2,25	0,063	132					
69	B 600	2,25	—	—					

Studiindu-se rezultatele cuprinse în tabelele 2 şi 3 se pot trage următoarele concluzii:

a) Eforturile unitare maxime apar în regiunile de racordare ale ferestrelor longeroanelor, în special la cele mijlocii, iar la boghiul nr. 2 în punctul *60* s-a măsurat un efort unitar de 1 870 kgf/cm², depăşindu-se efortul unitar admisibil (1 000 kgf/cm²).

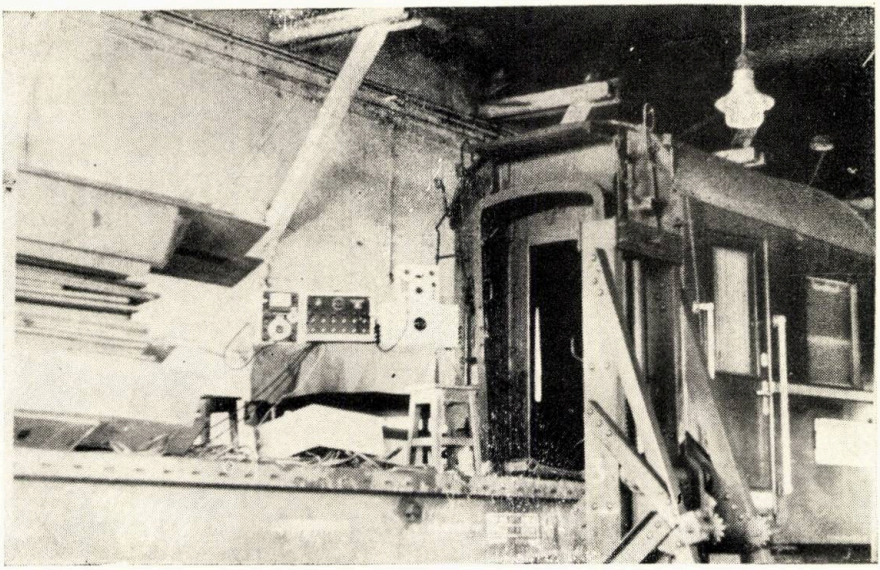


Fig. 6

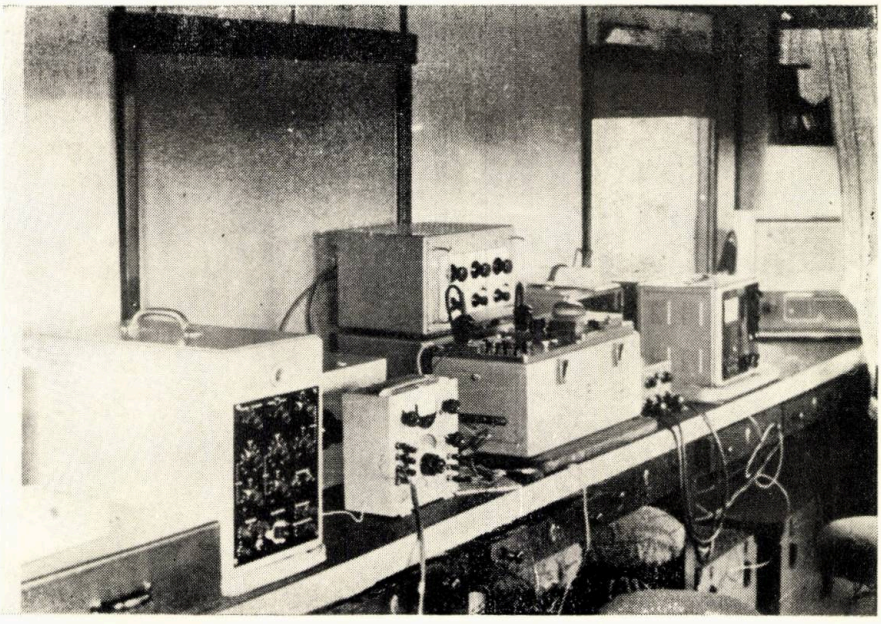


Fig. 7

b) Valorile eforturilor unitare din longeronii boghiurilor sînt influenţate foarte mult de modul în care au fost strînse interstadele. Astfel efortul unitar a scăzut în punctul *60* de la 1 870 kgf/cm² (tabelul 2) la 1 360 kgf/cm² (tabelul 3 B), datorită strîngerilor diferite ale interstadelor prin intermediul buloanelor.

2. Efectuarea măsurătorilor, cu interstadele montate, sub sarcina dinamică de 100,8 t (în parcurs)

Pregătirea măsurătorilor pentru stabilirea solicitărilor dinamice ce apar în longeronii boghiurilor în timpul mersului s-a efectuat o parte în Uzinele „Griviţa Roşie", Bucureşti şi restul în staţia de transpunere Galaţi-Brateş.

Înregistrările în mers s-au efectuat pe distanţa Galaţi-Bucureşti, vagonul laborator al I.C.M.T.Tc. fiind ataşat la un tren direct de marfă.

Măsurătorile s-au efectuat cu aparatura arătată în fig. 7, iar valorile maxime ale eforturilor unitare înregistrate în parcursul experimental sînt cuprinse în tabelul 4.

Tabelul 4

Eforturile unitare maxime înregistrate la parcursul experimental

Nr. crt.	Traductorul	Oscilograma nr.	Deform. specif. ε ‰		Efortul unit. σ kgf/cm²		Observaţii
			pozit.	negat.	pozit.	negat.	
1	*5*	13′	0,164	— 0,159	344	— 334	peste ace cu $v = 55$ km/h la intrare şi ieşire, staţia Manasia
2	*6*	7′	0,097	— 0,183	204	— 385	ace + abătută la intrare, staţia Făurei
3	*25*	11′	0,064	— 0,168	134	— 353	ace + abătută la intrare, staţia Gîrbovi, cu $v = 35$ km/h
4	*26*	2′	0,193	— 0,200	406	— 420	trecere peste ace intrare, staţia Deduleşti
5	*40*	18	0,187	— 0,174	393	— 366	intrare pe abătută, staţia Moara Săracă
6	*51*	2	0,122	— 0,119	256	— 250	trecere peste ace intrare, staţia Deduleşti
7	*52*	7	0,093	— 0,112	195	— 236	ace + abătută la intrare, staţia Făurei
8	*58*	21	0,106	— 0,140	223	— 294	peste ace, staţia Baloteşti
9	*60*	11	0,161	— 0,189	338	— 397	ace + abătută la intrare, staţia Gîrbovi, cu $v = 35$ km/h
10	*63*	13	0,050	— 0,222	105	— 466	peste ace cu $v = 55$ km/h la intrare şi ieşire, staţia Manasia

Din examinarea oscilogramelor înregistrate precum şi a valorilor din tabelul 4 se pot trage următoarele concluzii:

a) Eforturile unitare dinamice nu depăşesc în general valorile considerate în calcul, ele reprezentînd maximum 40% din valorile respective ale eforturilor unitare statice.

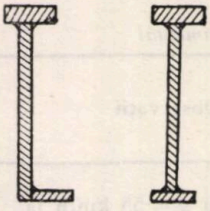
b) Şocurile datorite unui loc plan în bandajul unei roţi sînt destul de mari şi produc în general variaţii maxime ale efortului unitar, de 290 kgf/cm^2.

În urma examinării rezultatelor măsurătorilor efectuate şi a observaţiilor făcute, în timpul acestor măsurători, asupra construcţiei longeronului şi comportării sale cu diferite interstade, s-a ajuns la următoarele concluzii:

a) Este necesară înlocuirea actualelor cadre de boghiuri cu altele noi, mai bine studiate şi mai atent construite, luînd în considerare rezultatele acestor măsurători, dat fiind că longeronul boghiului vagonului tip N_T^{IISFF} în construcţia sa iniţială este cu totul necorespunzător, iar lipsa unei interstade eficiente duce la apariţia unor eforturi periculoase în regiunile de racordare a ferestrelor.

b) Pînă la construirea noilor boghiuri este necesar să se aducă îmbunătăţiri constructive longeroanelor actualelor boghiuri ale acestor vagoane şi anume:

b_1) prelucrarea atentă prin polizare a inimii longeroanelor în regiunile de racordare ale ferestrelor pentru înlăturarea bavurilor şi a oricăror altor neregularităţi ale suprafeţei metalului, spre a se asigura racordarea corespunzătoare;



a b

Fig. 8

b_2) modificarea nervurii de rigidizare existente a ferestrei (fig. 8 a conform fig. 8 b);

b_3) proiectarea şi construirea unui alt tip de interstadă (de exemplu cu buloane păsuite de tipul celor utilizate la locomotive) a cărei conlucrare să nu fie influenţată de modul de strîngere la montare;

b_4) după realizarea acestei noi interstade să se facă din nou o verificare tensiometrică în regiunea de racordare a ferestrei mijlocii a longeronului unde s-a constatat că efortul unitar are valoarea cea mai mare.

c) Pînă la realizarea îmbunătăţirilor propuse la punctul b), vagoanele N_T^{IISFF}, care sînt înzestrate cu interstade de ultimul tip, construite de Uzinele „Gh. Dimitrov", Arad, să fie folosite la sarcină redusă, de maximum 50 t.

3. Efectuarea măsurătorilor sub sarcină statică la boghiul cu longeroanele consolidate

După ce longeroanelor boghiurilor li s-au adus îmbunătăţirile propuse şi au fost consolidate, vagonul a fost dat în exploatare, iar după 6 luni vagonul a fost adus din nou în Uzinele „Griviţa Roşie", Bucureşti, pentru a i se face din nou măsurătorile electrotensiometrice, dar numai pentru sarcini statice.

În fig. 9 este indicată amplasarea traductorilor de măsură la longeronii boghiului şi valorile eforturilor unitare, exprimate în kgf/cm^2, rezultate în urma măsurătorilor pentru o sarcină pe boghiu de 31,7 t (cazul I a — fără interstadă, cazul I b — cu interstadă) şi de 42,3 t (cazul II — cu interstadă).

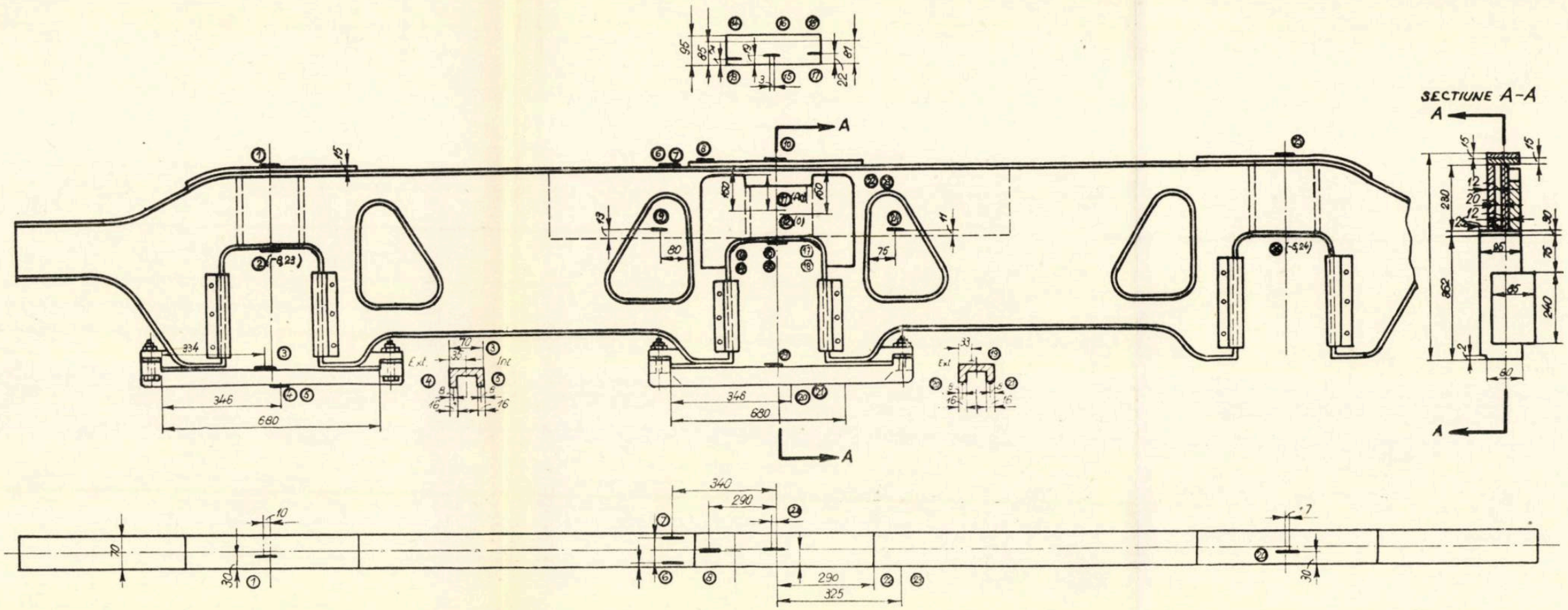
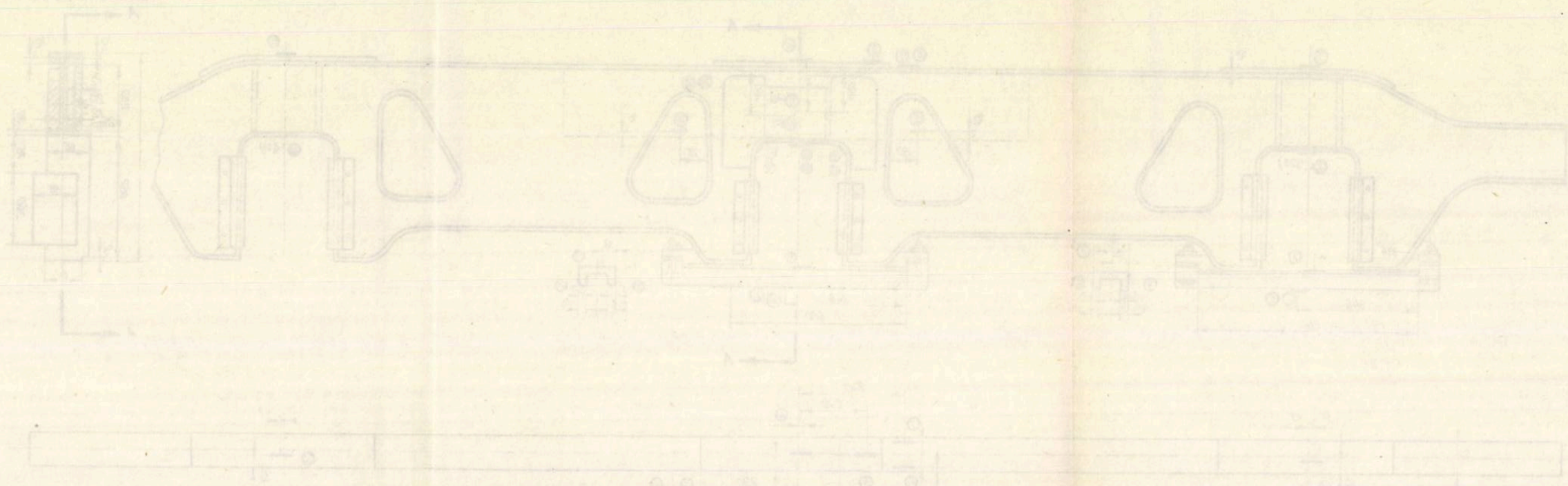


Fig. 9

Sarcina pe boghiu		Marca																												
		1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*	*21*	*22*	*23*	*24*	*25*	*26*	*27*	*28*	*29*	*30*
31,7 t	Cazul I a (fără legături)	—210	+168	0	0	0	—305	—326	—78	+294	+305	0	0	—	+153	+300	+126	—	+195	0	0	0	—231	—252	+267	—206	+179	—	—	—	—
31,7 t	Cazul I b (cu legături)	—67	+11	+67	—53	+57	—252	—284	—32	+235	—242	+15	0	—	+147	+256	+95	—	+158	+53	+29	+29	—214	—220	+242	—74	+32	—	—	—	—
42,3 t	Cazul II (cu legături)	—126	+21	+122	+21	+21	—510	—525	—80	+437	—472	+27	—6	—	+294	+489	+200	+1067	+279	+17	+69	+74	—405	—420	+462	—130	+59	—	—	—	—



Din compararea acestor rezultate cu cele înregistrate în aceleaşi condiţii înainte de realizarea îmbunătăţirilor constructive, rezultă că efortul unitar în secţiunile mai solicitate este sensibil redus.

III. Determinarea prin calcul a eforturilor unitare în longeroanele boghiului

Sarcina care a acţionat asupra boghiurilor în timpul măsurătorilor electrotensiometrice efectuate a fost $P = 100{,}8$ t, fiind repartizată pe

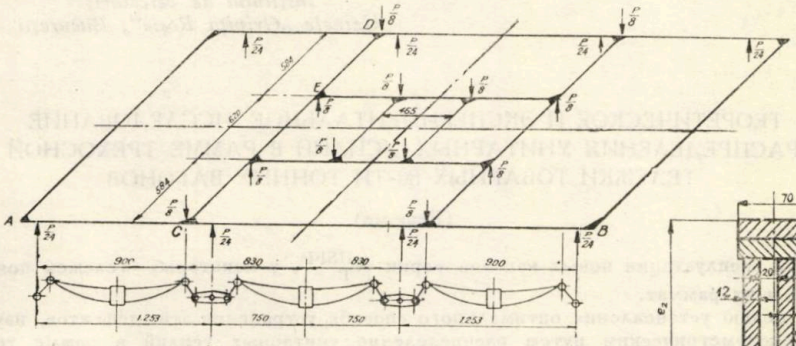


Fig. 10

un boghiu (fig. 10), iar asupra longeroanelor boghiului (fig. 11), considerînd că întreaga sarcină ce revine boghiului este preluată de cele două longeroane.

Din fig. 11 rezultă că în porţiunea *2-3* momentul încovoietor are o valoare maximă ($M_{max} = 5{,}22\,P$).

După consolidarea longeroanelor boghiului (fig. 12), ca urmare a propunerilor făcute, vagonul a fost dat în exploatare 6 luni şi apoi retras din circulaţie pentru măsurători (v. § **II. 3**).

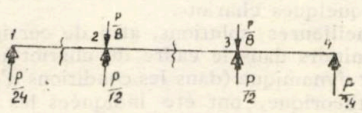


Fig. 11

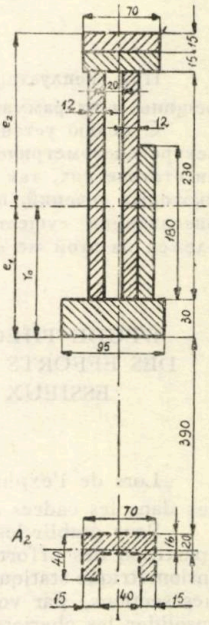


Fig. 12

1. Determinarea eforturilor unitare ($\sigma = M_{max}/W$; $W = I_x/e$)

Pentru cazul I a (fig. 9), la măsurătorile efectuate s-a constatat că un boghiu a fost încărcat cu sarcina $P_1 = 31{,}7$ t, rezultînd din calcul $M_{max} = 331\,000$ kgf/cm².

Considerînd poziţia centrului de greutate şi momentul de inerţie al secţiunii, simetrice faţă de axa *Oy*, din calcul rezultă:

$$\sigma_1 = 360 \text{ kgf/cm}^2, \quad \sigma_2 = 435 \text{ kgf/cm}^2.$$

Pentru cazul I b (fig. 9), luînd în calcul şi porţiunea interstadei care face parte din secţiunea longeronului din dreptul ferestrei (fig. 12—A_2), rezultă că:

$$\sigma_1' = 128 \text{ kgf/cm}^2, \quad \sigma_2' = 290 \text{ kgf/cm}^2.$$

Din calcul rezultă deci eforturi unitare mai mari decît cele măsurate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia metalelor,
Ministerul Transporturilor şi Telecomunicaţiilor,
Institutul de cercetări,
Uzinele „Griviţa Roşie", Bucureşti

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УНИТАРНЫХ УСИЛИЙ В РАММЕ ТРЕХОСНОЙ ТЕЛЕЖКИ ТОВАРНЫХ 80-ТИ ТОННЫХ ВАГОНОВ

(Резюме)

При эксплуатации новых вагонов серии N_T^{IISFF}, у некоторых тележек появились трещины в их раммах.

С целью установления оптимального способа устранения этих дефектов, изучается электротензиометрическим путем распределение унитарных усилий в рамме тележки, как статических, так и динамических напряжений (в эксплуатационных условиях). Для некоторых сечений, после теоретической разработки, были даны указания относительно консолидации существующих тележек, а также и что касается проектирования новых тележек из этой же серии вагонов.

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE SUR LA RÉPARTITION DES EFFORTS UNITAIRS DANS LE CADRE DU CHARIOT SUR TROIS ESSIEUX DES VAGONS DE MARCHANDISE DE 80 TONNES

(Résumé)

Lors de l'exploitation des nouveaux vagons série N_T^{IISFF} des fissures sont apparues dans les cadres de quelques chariots.

Pour établir les meilleures solutions, afin de corriger ces défauts, en étudiant la répartition des efforts unitairs dans le cadre du chariot à l'aide de la méthode électrotensiométrique statique et dynamique (dans les conditions d'exploitation) et aussi, en quelques sections, par voie théorique, ont été indiquées les mesures nécessaires en vue de consolider les chariots fabriqués et des détails concernant le projet des nouveaux chariots pour cette série de vagons.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 536.41; 669.14

VARIAŢIA COEFICIENTULUI DE DILATARE LINIARĂ, FUNCŢIE DE STRUCTURA METALOGRAFICĂ, LA UNELE OŢELURI CARBON PENTRU SCULE (STAS 1700-50)

DE

BOGDAN GHEORGHIU, C. CIOCHINĂ, CAZIMIR BOHOSIEVICI
şi VALERIAN ALEXANDRESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Scopul lucrării

Din literatura de specialitate [1]...[3] sînt cunoscute valorile coeficientului de dilatare liniară, la diferite sorturi de oţeluri, cu structuri metalografice corespunzătoare stărilor de echilibru sau apropiate de acestea.

Scopul lucrării noastre a fost de a determina experimental, valorile coeficientului de dilatare liniară la două oţeluri carbon pentru scule, standardizate, cu anumite structuri metalografice ca urmare a tratamentelor termice la care au fost supuse.

În felul acesta s-a urmărit să se pună la dispoziţia celor interesaţi, valorile coeficientului de dilatare liniară, funcţie de structura şi calitatea oţelului respectiv, într-un interval de temperaturi care garantează menţinerea neschimbată a structurilor metalografice.

2. Condiţii de lucru

Alegerea, pentru determinări, a oţelurilor carbon pentru scule a fost dictată de următoarele motive : a) permit efectuarea de experienţe atît pe oţeluri hipoeutectoide, cît şi pe oţeluri hipereutectoide, în cadrul unui anumit sort de oţel; b) oţelurile carbon pentru scule sînt îngrijit elaborate, limitarea la valori scăzute a impurităţilor permiţînd obţinerea de rezultate precise ; c) destinaţia acestor oţeluri fiind foarte variată, permite folosirea practică a datelor experimentale obţinute.

Experienţele s-au efectuat pe epruvete din OSC 7 şi OSC 12 (STAS 1700-50), cu ∅12 mm şi 65 mm lungime, dimensiuni cerute de utilizarea dilatometrului „Bauart Weiss".

Pentru dilatare s-au stabilit un număr de 5 determinări pentru fiecare calitate de oţel, determinări corespunzătoare următoarelor tratamente termice aplicate epruvetelor: a) normalizare, b) călire, c) călire şi revenire joasă, d) călire şi revenire medie, e) călire şi revenire înaltă.

Încercările la dilatare s-au efectuat pe 3 epruvete, din aceeaşi calitate de oţel şi tratate termic identic.

Exactitatea structurilor metalografice, la epruvetele supuse dilatării, a fost dovedită pe epruvete martor, prin micrografii şi măsurători de duritate.

3. Rezultate experimentale

Valorile coeficienţilor de dilatare liniară, împreună cu alte date experimentale ale lucrării, sînt prezentate în tabelul 1 şi 2, iar în fig. 1 şi fig. 2 s-au trasat prin extrapolare, diagramele dilatare-temperatură pentru oţelul OSC 7, respectiv OSC 12.

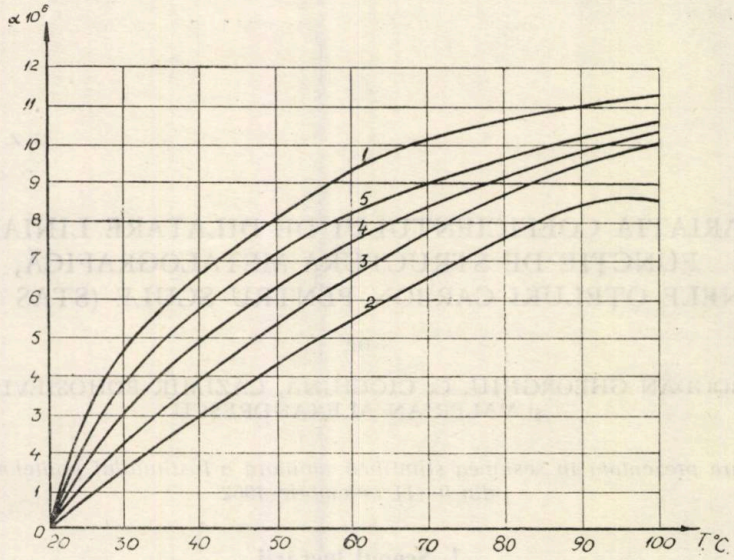


Fig. 1. — Variaţia coeficientului de dilatare liniară pentru oţelul OSC 7 (STAS 1700-50).

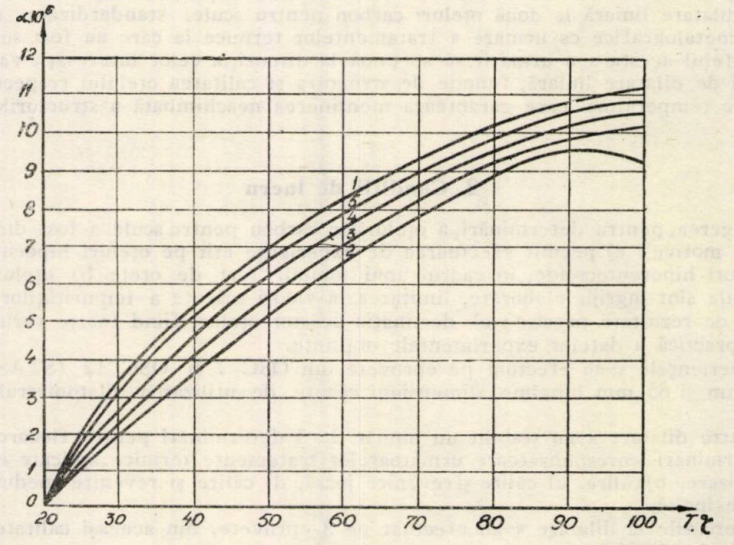


Fig. 2. — Variaţia coeficientului de dilatare liniară pentru oţelul OSC 12 (STAS 1700-50).

Tabelul 1

Oţel carbon pentru scule OSC 7 (STAS 1700-50)

Nr. crt.	Tratamentul termic aplicat	Încălzire C	Răcire în	Structura	Duritatea		$\alpha \cdot 10^6$							
					H_{RB}	H_{RC}	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
1	Normalizare	850	aer liniştit	P + F	90...92	—	4,38 4,55 4,78	6,45 6,55 6,72	8,12 8,28 8,40	9,20 9,45 9,60	9,90 10,08 10,25	10,50 10,60 10,76	10,84 11,07 11,16	11,22 11,48 11,65
2	Călire	810	apă	M(+Ar)	—	60...62	1,35 1,60 1,70	2,60 2,90 3,15	4,00 4,15 4,40	5,15 5,35 5,65	6,25 6,40 6,55	7,55 7,80 7,90	8,15 8,30 8,65	8,45 8,55 8,85
3	Călire (810°C în apă) şi revenire joasă	180	aer	M	—	59...60	2,10 2,21 2,45	4,00 4,10 4,25	5,20 5,32 5,50	6,48 6,70 6,83	7,50 7,55 7,80	8,45 8,70 8,80	9,35 9,48 9,68	9,80 9,92 10,00
4	Călire (810°C în apă) şi revenire medie	400	aer	T	—	45	3,00 3,18 3,30	4,80 5,05 5,21	6,25 6,50 6,66	7,35 7,58 7,72	8,20 8,30 8,51	9,08 9,20 9,38	9,78 9,92 10,08	10,25 10,35 10,51
5	Îmbunătăţire (călire 810°C în apă şi revenire înaltă)	600	aer	S	98...100	—	3,72 3,95 3,18	5,55 5,64 5,90	7,12 7,31 7,49	8,04 8,12 8,35	8,98 9,18 9,32	9,60 9,78 9,92	10,15 10,22 10,35	10,62 10,72 10,85

Tabelul 2

Oţel carbon pentru scule OSC 12 (STAS 1700-50)

Nr. crt.	Tratamentul termic aplicat	Încălzire °C	Răcire în	Structura	Duritatea		$\alpha \cdot 10^6$							
					H_{RB}	H_{RC}	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
1	Normalizare	900	aer liniştit	P+Ce II	94...97	—	3,35 3,61 3,72	5,42 5,61 5,70	6,85 6,98 7,22	8,10 8,20 8,45	9,21 9,43 9,52	10,01 10,12 10,25	11,72 10,90 11,05	11,08 11,25 11,40
2	Călire	780	apă	M(+Ar)+ +Ce II	—	63...65	1,85 1,95 2,01	3,50 3,72 3,82	5,05 5,30 5,40	6,50 6,62 6,72	7,80 7,92 8,01	8,62 8,81 9,01	9,35 9,51 9,62	9,27 9,42 9,53
3	Călire (780°C în apă) şi revenire joasă	160	aer	M(+Ar)+ +Ce II	—	60...61	2,15 2,28 2,35	4,00 4,15 4,22	5,62 5,70 5,92	6,95 7,05 7,20	8,15 8,30 8,42	9,08 9,21 9,31	9,78 9,82 9,91	9,94 10,04 10,16
4	Călire (780°C în apă) şi revenire medie	400	aer	T+Ce II	—	49...50	2,45 2,58 2,80	4,50 4,65 4,70	6,05 6,15 6,22	7,30 7,45 7,60	8,55 8,62 8,75	9,39 9,40 9,52	10,05 10,08 10,21	10,31 10,42 10,51
5	Îmbunătăţire (călire 780°C în apă şi revenire înaltă)	600	aer	S+Ce II	100..103		2,95 3,05 3,25	4,90 5,05 5,20	6,45 6,57 6,64	7,70 7,85 7,90	8,85 8,92 9,08	9,63 9,78 9,92	10,32 10,44 10,52	10,72 10,79 10,93

Din diagramele dilatare-temperatură (fig. 1 și fig. 2), se observă următoarele :

a) Curbele reprezentînd valorile coeficienților de dilatare liniară pentru oțelul OSC 7 (fig. 1) sînt, evident, mai distanțate între ele, decît curbele trasate pentru oțelul OSC 12 (fig. 2).

b) La ambele oțeluri studiate, valorile coeficienților de dilatare liniară pentru epruvetele revenite (curbele *3*, *4*, *5* din fig. 1 și 2) se găsesc cuprinse între valorile obținute pentru epruvetele normalizate și cele călite (curbele *1* și *2* din fig. 1 și 2).

c) Valorile coeficienților de dilatare liniară determinate pentru probele călite și revenite la temperatură joasă (curbele *2* din fig. 1 și 2) sînt certe numai pînă la 80°C, temperatură peste care are loc îmbătrînirea artificială, caracterizată printr-o reducere a volumului specific.

4. Concluzii

Cu ajutorul datelor experimentale prezentate se pune în evidență variația coeficientului de dilatare liniară pentru cele două oțeluri, funcție de tratamentele termice aplicate, care au drept scop obținerea unor anumite structuri metalografice.

Valorile experimentale prezintă interes practic, în toate acele cazuri în care coeficientul de dilatare liniară, prezentînd un interes deosebit, se lucrează cu calități de oțeluri și în condiții similare cu cele ale lucrării noastre.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia metalelor

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Металловедение и термическая обработка стали и чугуна.* Металлургиздат, M., 1956.
2. Лившиц Б. Г., *Физические свойства сплавов.* Металлургиздат, M., 1946.
3. Смыков А. А., *Справочник термиста.* Машгиз, M., 1952.

ИЗМЕНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОВОГО РАСШИРЕНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СТРУКТУРЫ У НЕКОТОРЫХ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ СТАЛЕЙ (STAS 1700-50

(Резюме)

Определяется изменение коэффициента теплового расширения у некоторых румынских стандартизированных инструментальных сталей с различными структурами.

Для сохранения структур при соответствующей термообработке, опыты производятся при низких температурах (20°...100°C) на исследуемых двух сортах инструментальной стали (OSC 7 и OSC 12, STAS 1700-50), пользуя цилиндрические образцы (12×65 мм), с помощью дилатометра „Бауарт Вайс".

Опытные данные представляют изменение коэффициента теплового расширения, в пределах 20°...100°C, в зависимости от сорта и структуры стали.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение коэффициента теплового расширения для стали OSC 7 (STAS 1700-50).

Рис. 2. — Изменение коэффициента теплового расширения для стали OSC 12 (STAS 1700-50).

DIE ÄNDERUNG DES LINEAREN WÄRMEAUSDEHNUNGSKOEFFIZIENTEN, ALS FUNKTION DES GEFÜGES, FÜR EINIGE WERKZEUGSKOHLENSTOFFSTÄHLE (STASS 1700-50)

(Zusammenfassung)

Ausgehend von den Zahlenwerten, welche die Änderung des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten der Stähle bezeichnen und in der Literatur zu finden sind, haben die Verfasser in der vorliegenden Arbeit diese Änderung, als Funktion der Stahlgefüges versuchsweise festgestellt, und zwar für einige rumänische, standardisierte, Werkzeugskohlenstoffstähle.

Die Versuche fanden bei niedrigen Temperaturen statt und zwar zwischen 20°...100°C, um eine Änderung Stahlgefüges zu vermeiden. Die Proben, aus zwei Sorten Werkstoffstähle von Typus OSC 7 und OSC 12 hatten zylindrische Formen, mit einen Durchmesser von 12 mm und eine Länge von 65 mm (die von der Differenz-Dilatometer „Bauart Weiss" abhängig sind).

Die Versuchsergebnisse zeigen die Änderung des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten zwischen 20°...100°C, als Funktion der Qualität und des Gefüges der untersuchten Werkzeugsstähle.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Änderung des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten, als Funktion des Gefüges für Werkzeugskohlenstoffstahl OSC 7 (STAS 1700-50).

Abb. 2. — Änderung des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten, als Funktion des Gefüges für Werkzeugskohlenstoffstahl OSC 12 (STAS 1700-50).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 1–2, 1963

C. Z. 621.7.01

DETERMINAREA CONSTANTELOR ŞI EXPONENŢILOR DIN RELAŢIILE MOMENTULUI DE TORSIUNE ŞI A FORŢEI AXIALE LA BURGHIEREA OŢELURILOR ROMÎNEŞTI

NOTA V
OŢELURILE STAS 872-49

DE

AUREL RĂILEANU şi DAN NICOLESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

În cele ce urmează se expun rezultatele experienţelor întreprinse în vederea determinării constantelor şi exponenţilor din relaţiile forţei axiale şi a momentului de torsiune la burghierea oţelurilor: 13 C 04, 15 C 07, 16 MC 10 şi 20 MC 13.

Experienţele s-au făcut pe o maşină de găurit cu coloană „Înfrăţirea", Oradea, tip A2 care dă posibilitatea să se lucreze cu următoarele patru avansuri: $s_1 = 0{,}08$ mm/rot, $s_2 = 0{,}13$ mm/rot, $s_3 = 0{,}2$ mm/rot şi $s_4 = 0{,}31$ mm/rot. Burghiile folosite s-au procurat de la Fabrica de scule, Rîşnov, alegîndu-se burghie din oţel rapid cu unghiul de înclinare al canalului elicoidal $\omega = 30°$, cu raportul dintre grosimea miezului şi diametru aproximativ constant (0,15) şi avînd canalele lustruite. Ascuţirea acestora s-a făcut după metoda conică pe un dispozitiv Kellenberger adaptat la o maşină de rectificat universală tip KU 250, astfel încît să se obţină următoarea geometrie: $\alpha_{ex} = 12°$, $\psi = 55°$, $2\varkappa = 120°$. În timpul încercărilor s-a utilizat ca lichid de răcire-ungere o soluţie cu 5% săpun. Materialul de încercat s-a fixat pe un dinamometru tip Paramonov, construit în laboratorul de maşini-unelte [1].

Pentru determinarea valorilor numerice ale constantelor C_P şi C_M şi ale exponenţilor x_P, y_P, x_M, y_M, din relaţiile forţei axiale (1) şi a momentului de torsiune (2):

$$P = C_P d^{x_P} s^{y_P} \tag{1}$$

(2) $$M = C_M d^{x_M} s^{y_M},$$

s-au trasat două rînduri de drepte în diagrame dublulogaritmice la $d = \text{const.}$ şi $s = \text{const.}$, atît pentru forţa axială P cît şi pentru momentul de torsiune M, la viteze de aşchiere apropiate şi anume 7...10 m/min. (fig. 1...8). Cu aceste date experimentale pentru cele patru valori ale avansului s şi diferitele valori d ale burghielor s-au calculat valorile exponenţilor x_P, y_P, x_M, y_M şi ale constantelor C_P şi C_M aşa cum se arată mai jos.

Fiecare dreaptă furnizează cîte o pereche de valori pentru fiecare din exponenţii x_P, y_P, x_M, y_M. Astfel, pentru a determina, de exemplu, valorile x_P, pe fiecare dreaptă ce reprezintă variaţia forţei P în funcţie de diametrul d la $s = \text{const.}$, calculul s-a efectuat cu ajutorul relaţiilor:

(3) $$P_1 = C_P d_1^{x_P} s^{y_P}$$

şi

(4) $$P_2 = C_P d_2^{x_P} s^{y_P},$$

de unde prin împărţire şi logaritmare se ajunge la expresia:

(5) $$x_P = (\log P_2 - \log P_1)/(\log d_2 - \log d_1).$$

Analog, considerînd dreptele ce reprezintă variaţia forţei P în funcţie de avansul s pentru $d = \text{const.}$ se obţine:

(6) $$y_P = (\log P_2' - \log P_1')/(\log s_2 - \log s_1).$$

În mod asemănător s-a procedat pentru exponenţii x_M şi y_M din relaţia (2), obţinîndu-se expresiile:

(7) $$x_M = (\log M_2 - \log M_1)/(\log d_2 - \log d_1)$$

şi

(8) $$y_M = (\log M_2' - \log M_1')/(\log s_2 - \log s_1).$$

Pentru fiecare material s-au calculat valorile medii ale exponenţilor x_{P_m}, y_{P_m}, x_{M_m}, y_{M_m}, redate în tabelele 1 şi 2.

Constanta C_P se obţine din relaţiile:

(9) $$C_P = P/d^{x_{P_m}} s^{y_P}$$

şi

(10) $$C_P = P/(d^{x_P} s^{y_{P_m}}),$$

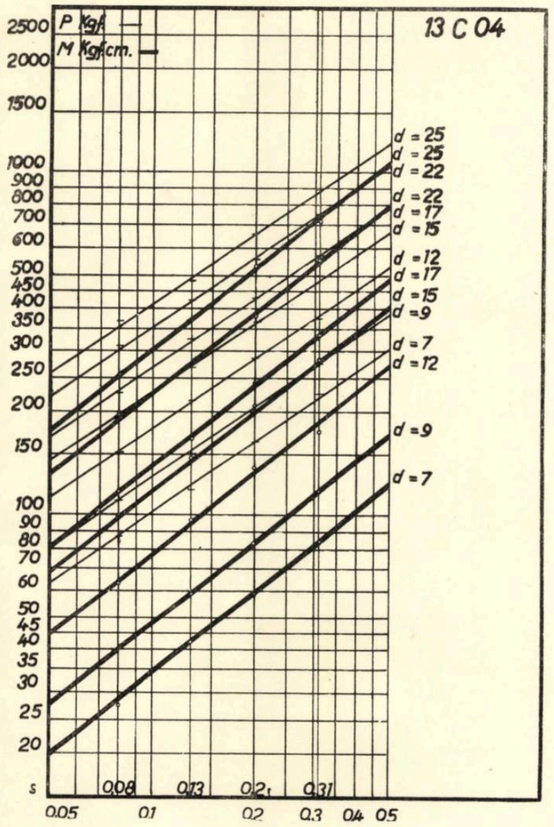


Fig. 1

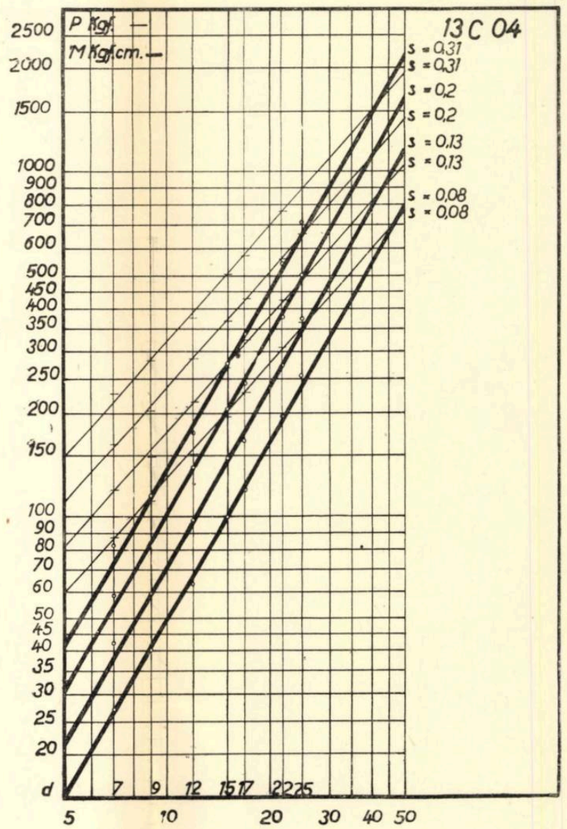


Fig. 2

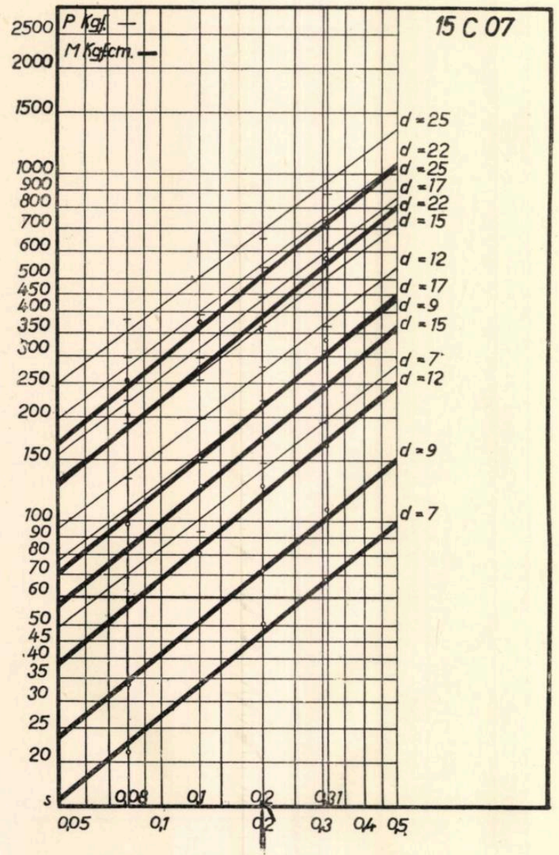


Fig. 3

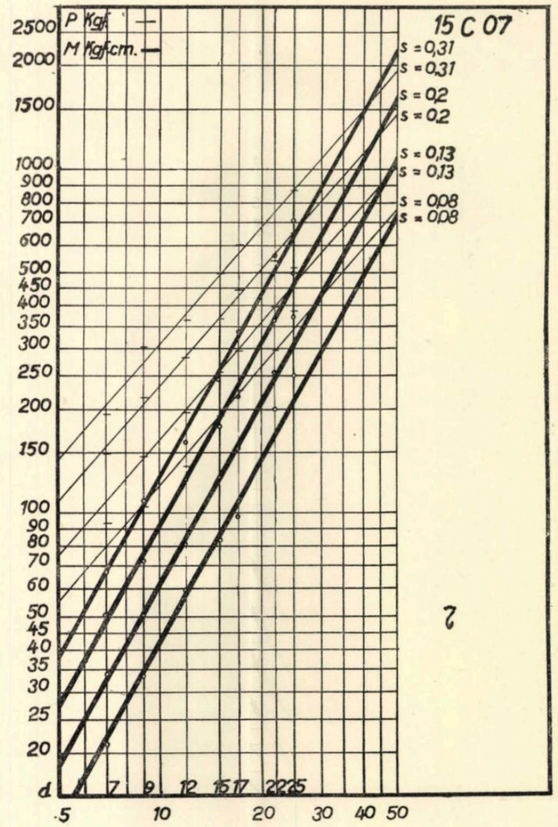


Fig. 4

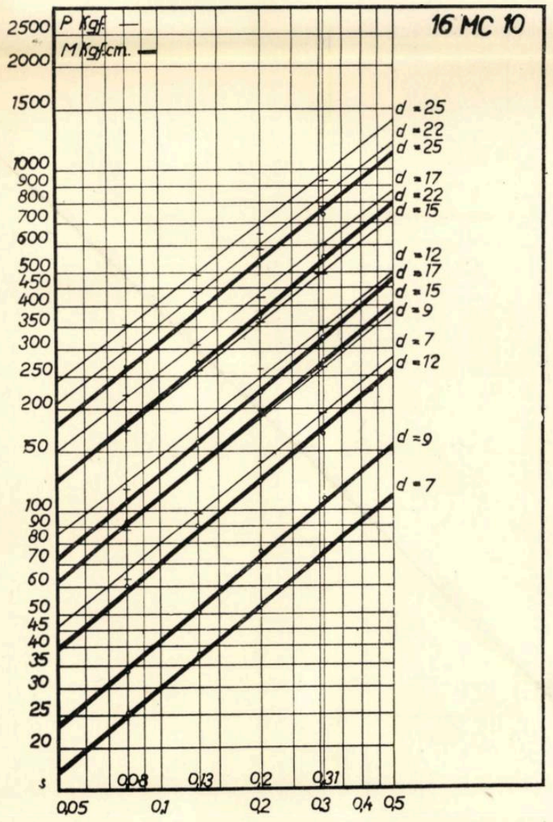


Fig. 5

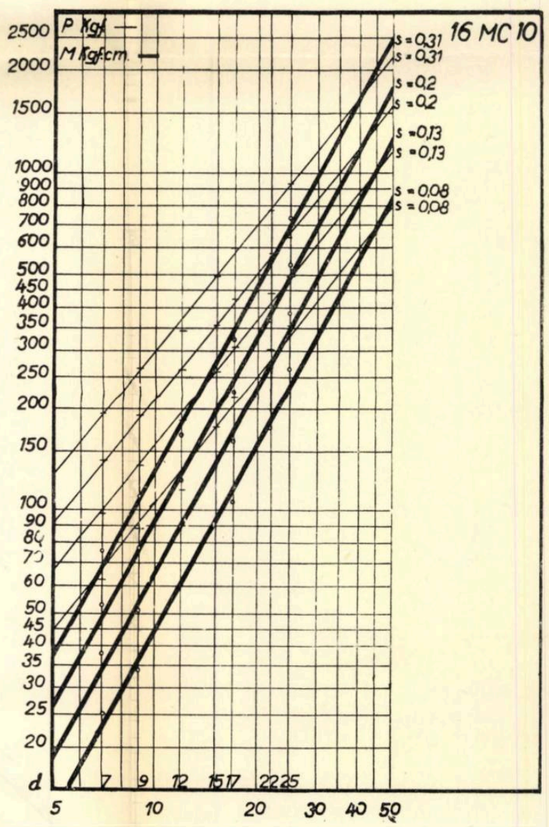


Fig. 6

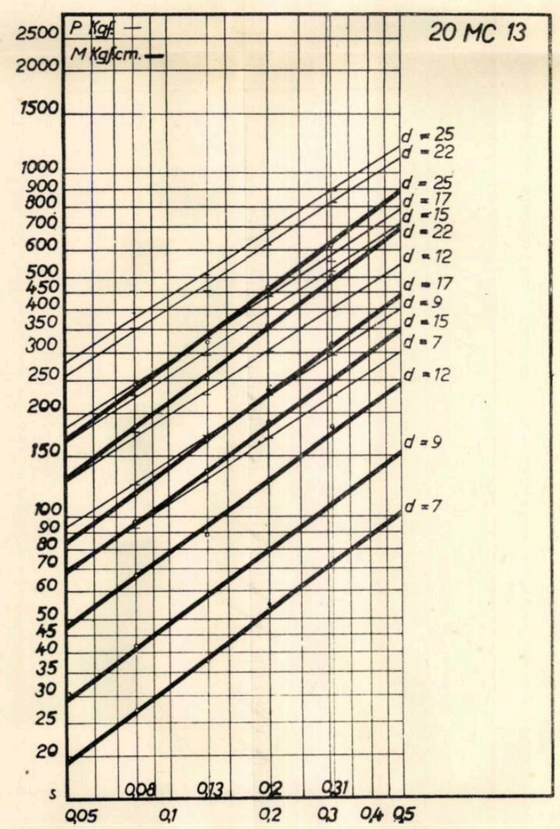


Fig. 7

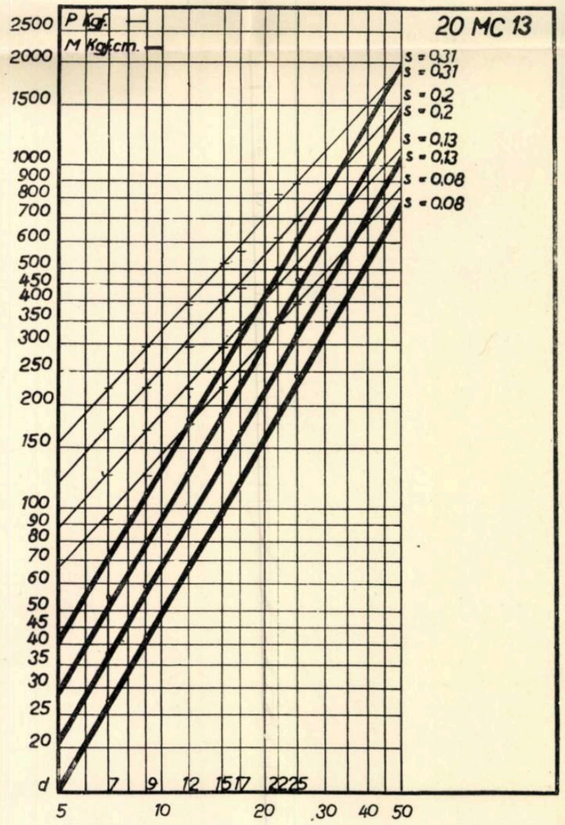


Fig. 8

Tabelul 1

Oțel STAS 872-49	H_B kgf/mm^2	x_{P_m}	y_{P_m}	C_{P_m}
13 C 04	111	1,11	0,67	53,90
15 C 07	129	1,14	0,75	55,62
16 MC 10	156	1,23	0,77	43,86
20 MC 13	156	1,10	0,64	55,66

Tabelul 2

Oțel STAS 872-49	H_B kgf/mm^2	x_{M_m}	y_{M_m}	C_{M_m}
13 C 04	111	1,72	0,78	6,76
15 C 07	129	1,77	0,80	5,56
16 MC 10	156	1,83	0,81	5,09
20 MC 13	156	1,70	0,72	5,99

în care se introduc valorile forței P la $s=1$ mm, respectiv la $s=10$ mm. Efectuînd media acestor valori se obține în cazul fiecărui material o valoare medie C_{P_m}, care este dată în tabelul 1.

În mod analog plecînd de la relațiile:

(11) $$C_M = M/(d^{x_{M_m}} s^{y_M})$$

și

(12) $$C_M = M/(d^{x_M} s^{y_{M_m}})$$

s-au stabilit valorile constantei C_{M_m}, date în tabelul 2.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh., Rener Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII** (**XII**), *3—4*, p. 345.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛ РЕЗАНИЯ И КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ СВЕРЛЕНИЯ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка V

Стали STAS 872-49

(Резюме)

Определяются значения C_P, x_P, y_P и C_M, x_M, y_M, по формулам (1) и (2), для следующих сортов сталей: 13 C 04, 15 C0 7, 16 MC 10, 20 MC 13.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE ET DES MOMENTS CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU PERÇAGE

Note V

Les aciers standardisés STAS 872-49

(Résumé)

On détermine les valeurs des paramètres: C_P, x_P, y_P et C_M, x_M, y_M, definis par les relations (1) et (2), pour les suivantes sortes d'acier: 13 C 04, 15 C 07, 16 MC 10 et 20 MC 13.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621.7.01

DETERMINAREA CONSTANTELOR ŞI EXPONENŢILOR DIN RELAŢIILE MOMENTULUI DE TORSIUNE ŞI A FORŢEI AXIALE LA BURGHIEREA OŢELURILOR ROMÎNEŞTI

NOTA VI
OŢELURILE STAS 873-53

DE

AL. RENER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Lucrarea de faţă stabileşte valorile exponenţilor x_P, y_P, x_M, y_M şi a constantelor C_P şi C_M pentru oţelurile aliate de construcţie STAS 873-53 şi anume: 32 M 13, 36 M 17, 40 C 10, 36 MS 12, 40 MC 11, 50 VC 11.

Determinările au fost efectuate cu ajutorul unui dinamometru tip Paramonov modificat, pe o maşină de găurit cu coloană tip A2 „Înfrăţirea", Oradea, care a permis efectuarea încercărilor la patru avansuri şi anume: $s_1 = 0{,}08$ mm/rot, $s_2 = 0{,}13$ mm/rot, $s_3 = 0{,}2$ mm/rot şi $s_4 = 0{,}31$ mm/rot.

Burghiile folosite, fabricate la Fabrica de scule, Rîşnov, posedă următoarele caracteristici: a) materialul — oţel rapid, b) canale — lustruite, c) raportul dintre grosimea miezului şi diametru — $\eta = d_m/d = 0{,}17$, constant pentru toate burghiile utilizate, d) unghiul — $\omega = 30°$, e) ca metodă de ascuţire s-a utilizat metoda conică (procedeul Whasborne), realizată cu un dispozitiv Kellenberger adaptat pe maşina de rectificat universală KU 250, RPU.

Ascuţirea s-a făcut la următoarea geometrie: $\alpha_{ex} = 12°$, $\psi = 55°$, $2\varkappa = 120°$ (valori ce se încadrează în prescripţiile STAS). Încercările s-au făcut la viteze de aşchiere cuprinse între 7 şi 10 m/min, folosind lichid de răcire-ungere (5% emulsie).

Pe baza determinărilor făcute s-au întocmit diagramele dublulogaritmice reprezentate în fig. 1...12, cu ajutorul cărora, pe baza metodei de calcul arătate în [1], s-au obţinut valorile exponenţilor şi ale constantelor redate în tabelele 1 şi 2.

Tabelul 1

Oţel STAS 873-53	H_B kgf/cm²	x_{P_m}	y_{P_m}	C_{P_m}
32 M 13	207	1,22	0,73	46,
36 M 17	207	1,20	0,78	54,2
40 C 10	217	1,29	0,66	35,7
36 MS 12	207	1,13	0,66	54,9
40 MC 11	207	1,24	0,70	48,2
50 VC 11	225	1,20	0,64	47

Tabelul 2

Oţel STAS 873-53	H_B kgf/cm²	x_{M_m}	y_{M_m}	C_{M_m}
32 M 13	207	1,95	0,79	3,37
36 M 17	207	1,80	0,79	5,08
40 C 10	217	1,77	0,72	4,94
36 MS 12	207	1,80	0,75	4,83
40 MC 11	207	1,89	0,81	4,50
50 VC 11	225	1,82	0,76	5,13

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini unelte şi scule

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh., Rener Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, p. 345.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛ РЕЗАНИЯ И КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ СВЕРЛЕНИЯ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка VI

Стали STAS 873-53

(Резюме)

Определяются значения C_P, x_P, y_P и C_M, x_M, y_M для следующих сортов сталей: 32 M 13, 36 M 17, 40 C 10, 36 MS 12, 40 MC 11, 50 VC 11.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE ET DES MOMENTS CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU PERÇAGE

Note VI

Les aciers standardisés STAS 873-53

(Résumé)

On détermine les valeurs des paramètres C_P, x_P, y_P et C_M, x_M, y_M, pour les suivantes sortes d'acier: 32 M 13, 36 M 17, 40 C 10, 36 MS 12, 40 MC 11, 50 VC 11.

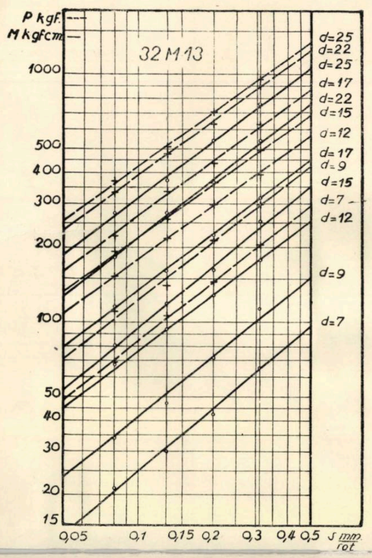


Fig. 1

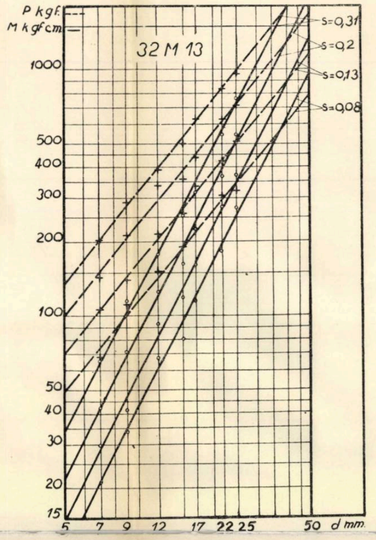


Fig. 2

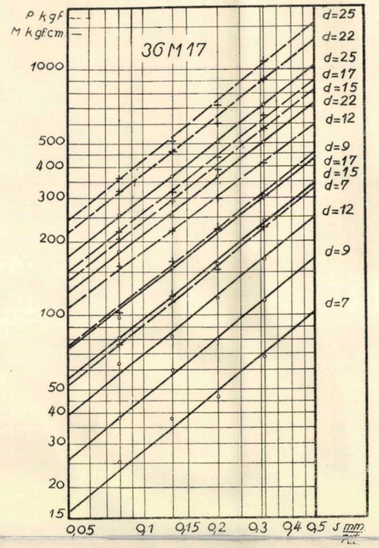


Fig. 3

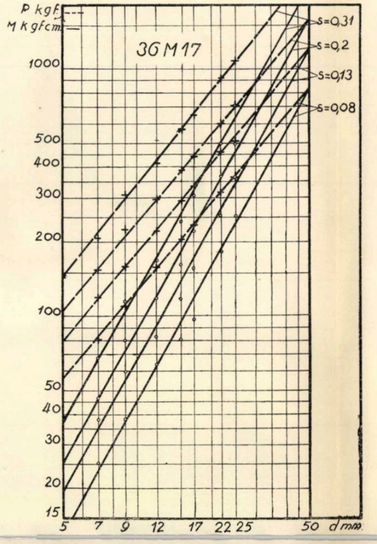


Fig. 4

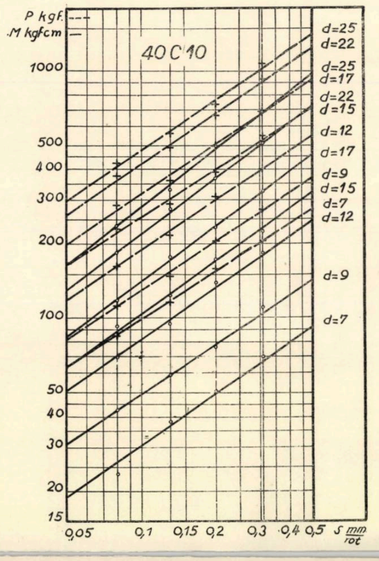


Fig. 5

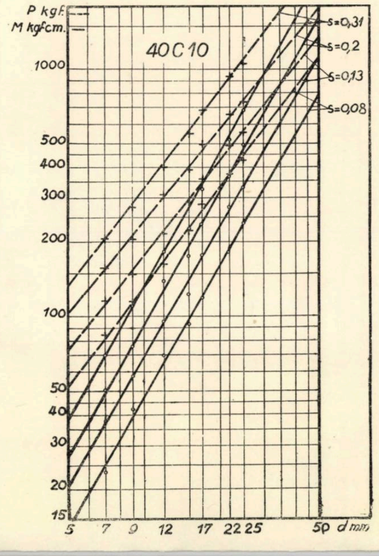


Fig. 6

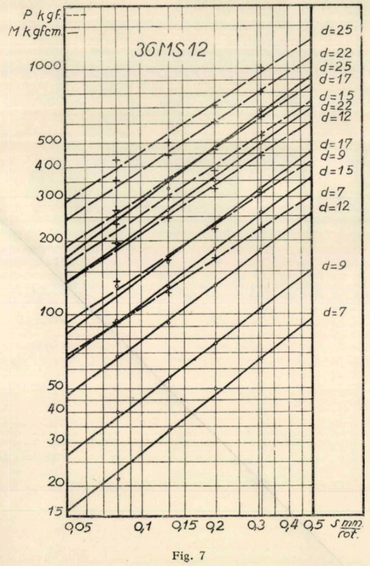


Fig. 7

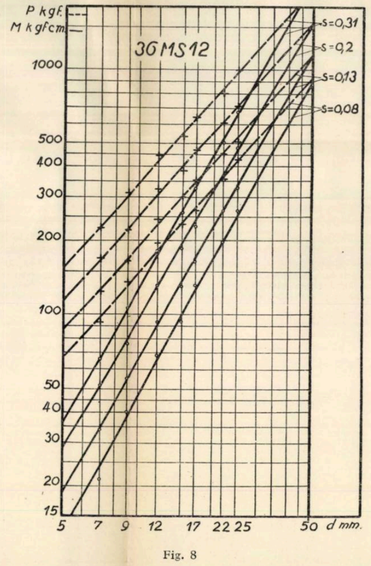


Fig. 8

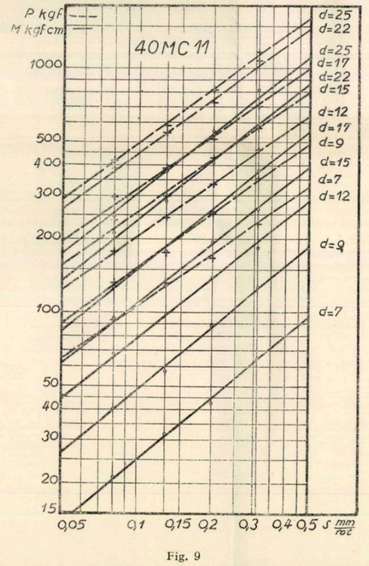


Fig. 9

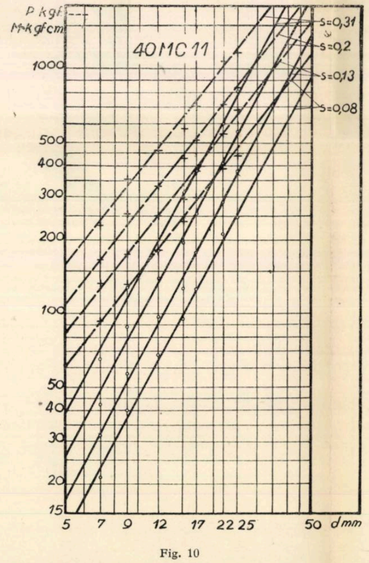


Fig. 10

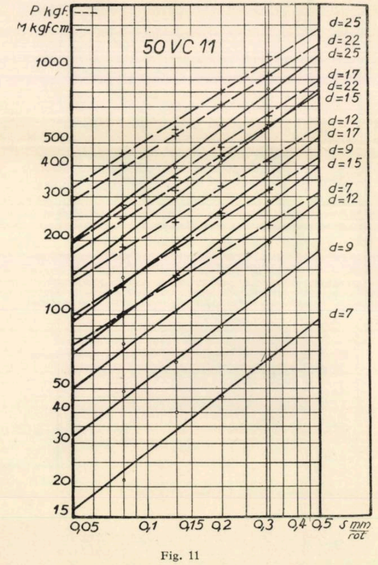


Fig. 11

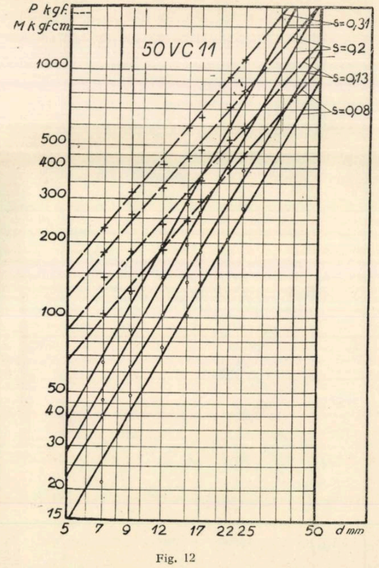


Fig. 12

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Construcţii. Hidrotehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 3—4, 1963

Строительство. Гидротехника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Constructions. Hydrotechnics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

D. C. 539.4

DISPLACEMENT FIELD AND STATE OF STRESS IN THE HEAVY, ELASTIC RING SUPPORTED AT THE POINT (I)

BY

JÓZEF GOLECKI and JANUSZ WALCZAK

Paper presented at the scientific symposium on the theme „Up-to-date Problems in the Strength of Materials in the Building of Machines", Faculty of Mechanics of the Cracow Polytechnic Institute, 22 IX – 25 IX 1960

1. Introduction

Investigation of the problem [2] was based on solution for a heavy, solid, circular disk set perpendicular to the plane of support, and loaded with its own weight (Fig. 1). A starting point consisted in the given, taken from [1], and restricted to resulting formulae for the two plane states of stresses laid on each other:

a) State A $\quad \sigma_x = \gamma(\overline{y} + b)/2, \quad \sigma_y = \gamma(\overline{y} - b)/2, \quad \tau_{xy} = -\gamma\overline{x}/2;$

b) State B $\quad \sigma_r = -2\gamma(b^2/r)\cos\varphi, \quad \sigma_\varphi = \tau_{r\varphi} = 0.$

The first step for solution was to find out, for a heavy, solid disk, the Airy's stress function which could give starting states, mentioned above. The found out function was presented in two systems of coordinates with a common origin in the centre of the disk: the polar coordinates and the rectangular Cartesian coordinates, whereby all the demanded conditions of the theory of elasticity were checked (conditions of the inner equilibrium, the conditions of compactibility, boundary conditions and conditions of static equilibrium of a disk as a rigid body). Then the Airy's stress function was expanded into Fourier's series, whence we obtained expressions for stresses.

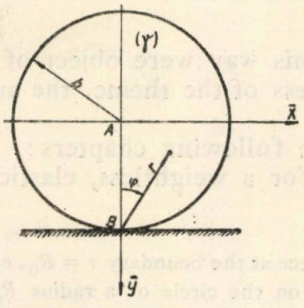


Fig. 1

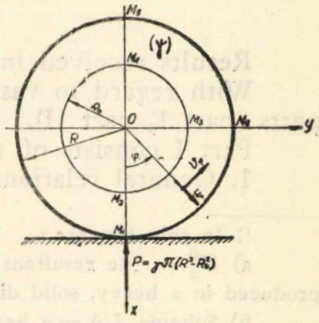


Fig. 2

The next step dealt with the analysis of a concentric ring, made from a heavy, solid disk, by removing the central part, of a radius R_0, and by taking into account the boundary value conditions (Fig. 2). The problem was investigated by unnulling the

stresses on the inner edge (boundary) of the ring, with stresses of the same magnitudes but with reverse signs, by means of applying a suitable new stress function. Research for releaving the inner edge from stresses was done in various ways (applying of polynomials, considering the fulfilment of some conditions only, etc.). That method, however, lead invariably to controversial sets of algebraic equations for coefficients which were to be found, what was caused by unfortunate formulation of the solution, on this way.

In the last phase of the work, after the break of several years long, a new method was applied to the definite solution of the problem. An outline of it is as follows:

1. There was assumed a particular integral for the mass forces, in a form:

$$\sigma_{m,x} = -\gamma(x + x_1),$$

$$\sigma_{m,y} = -\gamma(x + x_1),$$

$$\tau_{m,xy} = 0;$$

where: $x = r\cos\varphi$, $x_1 = R$.

2. There was introduced interpretation of a concentrated force by means of a divergent series:

$$\sigma_r^0 = \frac{P}{\pi R}\left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\cos n\varphi\right),$$

wherein in the case of a heavy, solid, disk $P = -\gamma\pi R^2$, in the auxiliary problem $P = \gamma\pi R_0^2$ and in the case of a heavy ring $P = -\gamma\pi(R^2 - R_0^2$, (Fig. 3 [1]), schema I/A, II/A, III/A).

3. There was formulated an auxiliary problem (fig. 3, schema II) the solution of which was laid on the solution for the heavy, solid disk, and definite formule were derived.

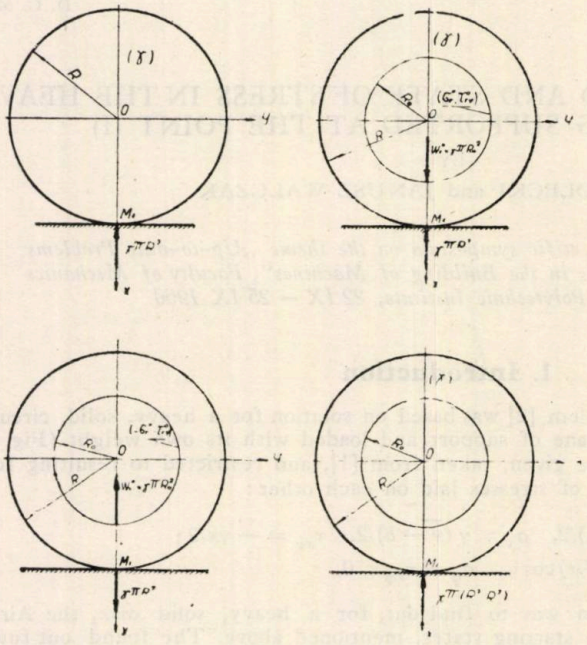


Fig. 3

Results received in this way were object of the paper.

With regard to vastness of the theme, the authors present it in two parts (part I, part II).

Part I consists of the following chapters:

1. General relations for a weightless, elastic ring.

---

[1]) In this Figure:

a) W_x^0 — the resultant force at the boundary $r = R_0$, equivalent to stresses $(\sigma_r^0, \tau_{r\varphi}^0)$ produced in a heavy, solid disk on the circle of a radius R_0.

b) Schema I/A — a heavy, solid disk; schema I/B — a heavy ring made from a heavy, solid disk by removing the central part, of a radius R_0 and loaded with stresses $(\sigma_r^0, \tau_{r\varphi}^0)$; schema II — a weightless ring loaded with stresses $(-\sigma_r^0, -\tau_{r\varphi}^0)$ and with the concentrated force of the value $\gamma\pi R_0^2$ on the boundaries $r = R_0$ and $r = R$ respectively; schema III — the result of schema I/B being laid on schema II, (schema I/B and I/A are equivalent).

2. Particular integrals of the equations of the theory of elasticity, in the case of constant mass forces in action.

3. A heavy, solid disk supported at the point.

2. General Relations for a Weightless, Elastic Ring

On the base of the results of the papers [2], [3], we express displacements and stresses in a weightless, elastic ring, by formulae:

$$
\begin{aligned}
u_r &= [r/(2G)]\Big\{[a_1 s(3-4\mu')\ln(1/s) - b_1 s^3 - (1-4\mu')\,c_1 q + d_1/q]\,Q_1(\varphi) + \\
&\quad + b_0' s^2 + (1-2\mu')\,c_0' + \sum_{n=2}^{\infty}[A_{z,n}(\mu')\,a_n s^n - n b_n s^{n+2} + \\
&\quad + A_{w,n}(\mu')\,c_n q^n + n d_n q^{n-2}]\,Q_n(\varphi)\Big\}, \\
v_\varphi &= [r/(2G)]\{a_1' s[(3-4\mu')\ln(1/s)+1] + b_1 s^3 + (5-4\mu')\,c_1 q + \\
&\quad + d_1/q\}\,[\mathrm{d}Q_1(\varphi)/\mathrm{d}\varphi] + [r/(2G)]\sum_{n=2}^{\infty}[B_{z,n}(\mu')\,a_n s^n + b_n s^{n+2} + \\
&\quad + B_{w,n}(\mu')\,c_n q^n + d_n q^{n-2}]\,[\mathrm{d}Q(\varphi)/\mathrm{d}\varphi], \\
\sigma_r &= [(3-2\mu')\,a_1 s + 2b_1 s^3 - 2c_1 q]\,Q_1(\varphi) - b_0' s^2 + c_0' - \\
&\quad - \sum_{n=2}^{\infty}[n(n-1)(n+2)\,a_n s^n - n(n+1)\,b_n s^{n+2} - \\
&\quad - n(n+1)(n-2)\,c_n q^n - n(n-1)\,d_n q^{n-2}]\,Q_n(\varphi), \\
\sigma_\varphi &= -[(1-2\mu')\,a_1 s + 2b_1 s^3 + 6c_1 q]\,Q_1(\varphi) + b_0' s^2 + c_0' + \\
&\quad + \sum_{n=2}^{\infty}[n(n-1)(n-2)\,a_n s^n - n(n+1)\,b_n s^{n+2} - \\
&\quad - n(n+1)(n+2)\,c_n q^n - n(n-1)\,d_n q^{n-2}]\,Q_n(\varphi), \\
\tau_{r\varphi} &= \tau_{\varphi r} = [(1-2\mu')\,a_1 s - 2b_1 s^3 + 2c_1 q]\,[\mathrm{d}Q_1(\varphi)/\mathrm{d}\varphi] + \\
&\quad + \sum_{n=2}^{\infty}[n(n-1)\,a_n s^n - (n+1)\,b_n s^{n+2} + \\
&\quad + n(n+1)\,c_n q^n + (n-1)\,d_n q^{n-2}]\,[\mathrm{d}Q_n(\varphi)/\mathrm{d}\varphi].
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

In the given formulae:

$$s = R_0/r, \quad q = r/R, \tag{2.2}$$

$$Q_n(\varphi) = (\cos n\varphi,\ \sin n\varphi), \tag{2.3}$$

and coefficients:

$$a_n = (a_n', a_n''), \quad b_n = (b_n', b_n''), \quad c_n = (c_n', c_n''), \quad d_n = (d_n', d_n''), \tag{2.4}$$

connected with the function $\cos n\varphi$ or $\sin n\varphi$ will be determined on the

base of boundary conditions [2]. Moreover, the generalized Poisson's ratio is expressed by formulae:

$$(2.5)\quad \begin{cases} \mu' = \mu \text{ — in the case of a plane state of strain;} \\ \mu'' = \mu/(1+\mu) \text{ — in the case of a plane state of stress by means of which we determine:} \end{cases}$$

$$(2.6)\quad \begin{cases} A_{z,n}(\mu') = n[n + 2(1-2\mu')], \quad A_{w\,n}(\mu') = n[n - 2(1-2\mu')], \\ B_{z,n}(\mu') = -n + 4(1-\mu'), \qquad B_{w,n}(\mu') = n + 4(1-\mu'), \end{cases}$$

and remained magnitudes which depend on μ'.

Subsequently, to make easier farther calculation of all the magnitudes depend on the Poisson's ratio, we put them in a form of a table (s. tables 1...6).

3. Particular Integrals of the Equations of the Theory of Elasticity in the Case of Constant Mass Forces in Action

We assume that the formulae for stresses produced in an infinite elastic region by a uniform field of mass forces $X = \gamma$, $Y = Z = 0$, have the form:

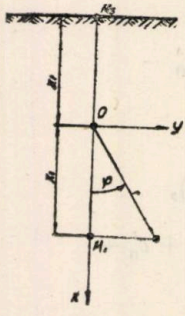


Fig. 4

$$(3.1)\quad \begin{cases} \sigma_{m,x} = -\gamma(x + x_1), \quad \sigma_{m,y} = \lambda\gamma(x + x_1), \\ \tau_{m,xy} = \tau_{m,yx} = 0. \end{cases}$$

It may be easily noticed, when substituting (3.1) to the Beltrami-Michell equations, that the equations are fulfilled for $\lambda = \text{const}$. Subsequently, on the base of the relations between deformations and stresses, and the formulae of Voltery-Cesare, we determine displacements of an arbitrary point of the region with respect to the point M_1 [3]:

$$(22)\quad \begin{cases} u_m = u_1 - (\gamma/2)[(\alpha+\lambda\beta)/(\alpha^2-\beta^2)](x+x_1)^2 - (\gamma/2)[(\alpha\lambda+\beta)/(\alpha^2-\beta^2)]y^2 + \\ \qquad\qquad + 2\gamma[(\alpha+\lambda\beta)/(\alpha^2-\beta^2)]x_1^2, \\ v_m = v_1 + \gamma[(\alpha+\lambda\beta)/(\alpha^2-\beta^2)](x+x_1)y, \end{cases}$$

where: $\alpha = 2G[(1-\mu')/(1-2\mu')]$, $\beta = 2G\mu'/(1-2\mu')$.

The received formulae for displacements and stresses, we shall present in the system of polar coordinates, assuming $M_1(x_1, 0)$, as a fixed point ($u_1 = v_1 = 0$) and $\lambda = -1$ [4].

---

[2]) Coefficient d_1 may be taken zero, as it defines the uniform translate motion of the ring, which does not cause deformation.

[3]) From the consideration omitted in the text, it comes out, moreover, that the obtained formulae, too, are correct for a doubly connected region, outside of the circle L_0 with the centre in the point O.

[4]) In the case $\lambda = -1$ formulae of stresses take, in the system of polar coordinates, the simplest form.

Table 1

μ	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
Plane state of strain — μ'	.00000	.05000	.10000	.15000	.20000	.25000	.30000	.35000	.40000	.45000
Plane state of stress — μ'	.00000	.04762	.09091	.13043	.16667	.20000	.23063	.25926	.28571	.31034

Table 2 [5]

μ	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
$1 - 2\ \mu'$	1.00000 1.00000	.90000 .90476	.80000 .81818	.70000 .73914	.60000 .66666	.50000 .60000	.40000 .53862	.30000 .48148	.20000 .42858	.10000 .37932
$3 - 2\ \mu'$	3.00000 3.00000	2.90000 2.90476	2.80000 2.81812	2.70000 2.73914	2.60000 2.66666	2.50000 2.60000	2.40000 2.53862	2.30000 2.48148	2.20000 2.42858	2.10000 2.37932
$3 - 4\ \mu'$	3.00000 3.00000	2.80000 2.80952	2.60000 2.63636	2.40000 2.47828	2.20000 2.33332	2.00000 2.20000	1.80000 2.07724	1.60000 1.96296	1.40000 1.85716	1.20000 1.75864
$5 - 4\ \mu'$	5.00000 5.00000	4.80000 4.80952	4.60000 4.63636	4.40000 4.47828	4.20000 4.33332	4.00000 4.20000	3.80000 4.07724	3.60000 3.96296	3.40000 3.85716	3.20000 3.75861

[5]) In tables 2...6, in every square, two magnitudes are given: the upper one corresponds with the plane state of strain, and the lower one refers to the plane state of stress.

Table 3 [5])

Variation of the magnitude $A_{z,n}(\mu')$

n \ μ	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
2	8.00000 8.00000	7.60000 7.61904	7.20000 7.27272	6.80000 6.95656	6.40000 6.66664	6.00000 6.40000	5.60000 6.15448	5.20000 5.92592	4.80000 5.71432	4.40000 5.51728
3	15.00000 15.00000	14.40000 14.42856	13.80000 13.90908	13.20000 13.43484	12.61000 12.99996	12.00000 12.60000	11.40000 12.23172	10.80000 11.88888	10.20000 11.57148	9.60000 11.27592
4	21.00000 24.00000	23.20000 23.80800	22.40000 22.54544	21.60000 21.91312	20.80000 21.33328	20.00000 20.80000	19.20000 20.30784	18.40000 19.85184	17.60000 19.42864	16.80000 19.03456
5	35.00000 35.00000	34.00000 34.04760	33.00000 33.18180	32.00000 32.39140	31.00000 31.66666	30.00000 31.00000	29.00000 30.38480	28.00000 29.81480	27.00000 29.28580	26.00000 28.79320
6	48.00000 48.00000	46.80000 46.85712	45.60000 45.81816	44.40000 44.86968	43.20000 43.99992	42.00000 43.20000	40.80000 42.46176	39.60000 4[illegible].77176	38.40000 41.14296	37.20000 40.55184
7	63.00000 63.00000	61.60000 61.66664	60.20000 60.45452	58.80000 59.34796	57.40000 58.33324	56.00000 57.40000	54.60000 56.53872	53.20000 55.74072	51.80000 55.00021	50.40000 54.31048
8	80.00000 80.00000	78.40000 78.47696	76.80000 77.09088	75.20000 75.82624	73.60000 74.66650	72.00000 73.60000	70.40000 72.61568	68.80000 71.70368	67.20000 70.85728	65.60000 70.06912
9	99.00000 99.00000	97.20000 97.28568	95.40000 95.72724	93.60000 94.30452	91.80000 92.99988	90.00000 91.80000	88.20000 90.69264	86.40000 89.66604	84.60000 88.71444	82.80000 87.82776
10	120.00000 120.00000	118.01000 118.09520	116.00000 116.36360	114.00000 114.78280	112.00000 113.33332	110.00000 112.00000	108.00000 110.76960	106.00000 109.62360	104.00000 108.57160	102.00000 107.58640
11	143.0000 143.0000	140.80000 140.90472	138.60000 138.99996	136.40000 137.26108	134.20000 135.66652	132.00000 134.20000	129.80000 132.84656	127.60000 131.59256	125.40000 130.42870	123.20000 129.34504
12	168.000 168.000	165.60000 165.71424	163.20000 163.63632	160.80000 161.73936	158.40000 159.99984	156.00000 158.40000	153.60000 156.92520	151.20000 155.55520	148.80000 154.28592	146.40000 153.10368

Table 4

Variation of the magnitude $B_{z,n}(\mu')$.

n \ μ	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
2	2.00000 2.00000	1.80000 1.80952	1.60000 1.63636	1.40000 1.47828	1.20000 1.33332	1.00000 1.20000	.80000 1.07724	.60000 .96296	.40000 .85716	.20000 .75864
3	1.00000 1.00000	.80000 .80952	.60000 .63636	.40000 .47828	.20000 .33332	.00000 .20000	—.20000 —.07724	—.40000 .03704	—.60000 —.14284	—.80000 —.24136
4	.00000 .00000	—.20000 —.19048	—.40000 —.36364	—.60000 —.52172	—.80000 —.66668	—1.00000 —.80000	—1.20000 —.92276	—1.40000 —1.03704	—1.60000 —1.14284	—1.80000 —1.02414
5	—1.00000 —1.00000	—1.20000 —1.19048	—1.40000 —1.36364	—1.60000 —1.52172	—1.80000 —1.66668	—2.00000 —1.80000	—2.20000 —1.92276	—2.40000 —2.03704	—2.60000 —2.14284	—2.80000 —2.02414
6	—2.00000 —2.00000	—2.20000 —2.19048	—2.40000 —2.36364	—2.60000 —2.52172	—2.80000 —2.66668	—3.00000 —2.80000	—3.20000 —2.92276	—3.40000 —3.03704	—3.60000 —3.14284	—3.80000 —3.14136
7	—3.00000 —3.00000	—3.20000 — .19048	—3.40000 —3.36364	—3.60000 —3.52172	—3.80000 —3.66668	—4.00000 —3.80000	—4.20000 - 3.92276	—4.40000 —4.03704	—4.60000 —4.14284	—4.80000 —4.14136
8	—4.00000 —4.00000	—4.20000 —4.19048	—4.40000 —4.36364	—4.60000 —4.52172	—4.80000 —4.66668	—5.00000 —4 80000	—5.20000 —4.92276	—5.40000 —5.03704	—5.60000 —5.14284	—5.80000 —5.14136
9	—5.00000 —5.00000	—5.20000 —5.19048	—5.40000 —5.36364	—5.60000 —5.52172	—5.80000 —5.66668	—6.00000 —5.80000	—6.20000 —5.92276	—6.40000 —6.03704	—6.60000 —6.14284	—6.80000 —6.14136
10	—6.00000 —6.00000	—6.20000 —6.19048	—6.40000 —6.36364	—6.60000 —6.52172	—6.80000 —6.66668	—7.00000 —6.80000	—7.20000 —6.92276	—7.40000 —7.03704	—7.60000 —7.14284	—7.80000 —7.14136
11	—7.00000 —7.00000	—7.20000 —7.19048	—7.40000 —7.36364	—7.60000 —7.52172	—7.80000 —7.66668	—8.00000 —7.80000	—8.20000 —7.92276	—8.40000 —8.03704	—8.60000 —8.14284	—9.80000 —8.14136
12	—8.00000 —8.00000	—8.00000 —8.19048	—8.40000 —8.36364	—8.60000 —8.52172	—8.80000 —8.66668	—9.00000 —8.80000	—9.20000 —8.92276	—9.40000 —9.03704	—9.60000 —9.14284	—10 80000 —9.14136

Table 5

Variation of the magnitude $A_{w,n}(\mu')$

n \ μ	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
2	.00000 .00000	.40000 .38096	.80000 .72726	1.20000 1.04344	1.60000 1.33336	2.00000 1.60000	2.40000 1.84552	2.80000 2.07408	3.20000 2.28568	3.60000 2.48272
3	3.00000 3.00000	3.60000 3.57144	4.20000 4.09089	4.80000 4.56516	5.40000 5.00004	6.00000 5.40000	6.60000 5.76828	7.20000 6.11112	7.80000 6.42852	8.40000 6.72408
4	8.00000 8.00000	8.80000 8.76192	9.60000 9.45452	10.40000 10.08688	11.20000 10.66672	12.00000 11.20000	12.80000 11.69104	13.60000 12.14816	14.40000 12.57136	15.20000 12.96544
5	15.00000 15.00000	16.00000 15.95240	17.00000 16.81815	18.00000 17.60860	19.00000 18.33340	20.00000 19.00000	21.00000 19.61380	22.00000 20.18520	23.00000 20.71420	24.00000 21.20680
6	24.00000 24.00000	25.20100 25.14288	26.40000 26.18178	27.60000 27.13032	28.80000 28.00008	30.00000 28.80000	31.20000 29.53636	32.40000 30.22224	33.60000 30.85704	34.80000 31.44816
7	35.00000 35.00000	36.40000 36.33336	37.80000 37.54541	39.20000 38.65204	40.60000 39.66676	42.00000 40.60000	43.40000 41.65932	44.80000 42.25928	46.20000 42.93388	47.60000 43.68952
8	48.00000 48.00000	49.60000 49.52384	51.20000 50.90904	52.80000 52.17376	54.40000 53.33344	56.00000 54.40000	57.60000 55.38208	59.20000 56.29632	60.80000 57.14272	62.40000 57.93088
9	63.00000 63.00000	64.80000 64.71432	66.60000 66.27267	68.40000 67.69548	70.20000 69.00012	72.00000 70.20000	73.80000 71.30484	75.60000 72.33336	77.40000 73.28556	79.20000 74.97224
10	80.00000 80.00000	82.00000 81.91486	84.00000 83.63670	86.00000 85.21720	90.00000 86.66670	92.00000 88.00000	94.00000 89.22760	96.00000 90.37040	98.00000 91.42840	100.00000 92.41360
11	99.00000 99.00000	101.20000 101.09528	103.40000 102.99930	105.60000 104.73892	107.80000 106.33348	100.00000 107.80000	112.20000 109.15036	114.40000 110.40774	116.60000 111.57124	118.80000 112.65496
12	120.00000 120.00000	122.40000 122.28576	124.80000 124.36356	127.20000 126.26064	129.60000 128.00016	132.00000 129.60000	134.40000 131.07312	136.80000 132.44448	139.20000 133.71408	141.60000 134.89632

Table 6

Variation of the magnitude $B_{w,n}(\mu')$

n \ μ'	.00	.05	. 0	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
2	6.00000 6.00000	5.80000 5.80952	5.60000 5.63636	5.40000 5.47828	5.20000 5.33332	5.00000 5.20000	4.80000 5.07724	4.60000 4.96296	4.40000 4.85716	4.20000 4.75864
3	7.00000 7.00000	6.80000 6.80952	6.60000 6.63636	6.40000 6.47828	6.20000 6.33332	6.00000 6.20000	5.80000 6.07724	5.60000 5.96296	5.40000 5.85716	5.20000 5.75864
4	8.00000 8.00000	7.80000 7.80952	7.60000 7.63636	7.40000 7.47828	7.20000 7.33332	7.00000 7.20000	6.80000 7.07724	6.60000 6.96296	6.40000 6.85716	6.20000 6.75864
5	9.00000 9.00000	8.80000 8.80952	8.60000 8.63636	8.40000 8.47828	8.20000 8.33332	8.00000 8.20000	7.80000 8.07724	7.60000 7.96296	7.40000 7.85716	7.20000 7.75864
6	10.00000 10.00000	9.80000 9.80952	9.60000 9.63636	9.40000 9.47828	9.20000 9.33332	9.00000 9.20000	8.80000 9.07724	8.60000 8.96296	8.40000 8.85716	8.20000 8.75864
7	11.00000 11.00000	10.80000 10.80952	10.60000 10.63636	10.40000 10.47828	10.20000 10.33332	10.00000 10.20000	9.80000 10.07724	9.60000 9.96296	9.40000 9.85716	9.20000 9.75864
8	12.00000 12.00000	11.80000 11.80952	11.60000 11.63636	11.40000 11.47828	11.20000 11.33332	11.00000 11.20000	10.80000 11.07724	10.60000 10.96296	10.40000 10.85716	10.20000 10.75864
9	13.00000 13.00000	12.80000 12.80952	12.60000 12.63636	12.40000 12.47828	12.20000 12.33332	12.00000 12.20000	11.80000 12.07724	11.60000 11.96296	11.40000 11.85716	11.20000 11.75864
10	14.00000 14.00000	13.80000 13.80952	13.60000 13.63636	13.40000 13.47828	13.20000 13.33332	13.00000 13.20000	12.80000 13.07724	12.60000 12.96296	12.40000 12.85716	12.20000 12.75864
11	15.00000 15.00000	14.80000 14.80952	14.60000 14.63636	14.40000 14.47828	14.20000 14.33332	14.00000 14.20000	13.80000 14.07724	13.60000 13.96296	13.40000 13.85716	13.20000 13.75864
12	16.00000 16.00000	15.80000 15.80952	15.60000 15.63636	15.40000 15.47828	15.20000 15.33332	15.00000 15.20000	14.80000 15.07724	14.60000 14.96296	14.40000 14.85716	14.20000 14.75864

$$(3.3)\qquad \begin{cases} u_{m,r} = [\sigma_s/(4G)]\, R(1-2\mu')[2q-(3-q^2)\cos\varphi], \\ v_{m,\varphi} = [\sigma_s/(4G)]\, R(1-2\mu')(3+q^2)\sin\varphi, \\ \sigma_{m,r} = \sigma_{m,\varphi} = \sigma_s(1+q\cos\varphi), \quad \tau_{m,r\varphi} = \tau_{m,\varphi r} = 0. \end{cases}$$

Wherein:

$$\sigma_s = -\gamma R.$$

4. A Heavy, Solid Disk Supported at the Point

On the base of the formula (2.1)...(2.6) and (3.3), we determine displacements and stresses in a heavy, solid disk supported at the point [6]:

$$(4.1)\qquad \begin{cases} u_r^k = u_{m,r} + [r/(2G)]\Big\{(1-2\mu')\,c_0' + \sum_{n=2}^{\infty}[A_{w,n}(\mu')\,c_{k,n}'\,q^n + \\ \qquad + n d_{k,n}'\,q^{n-2}]\cos n\varphi\Big\} + u_{r,0}, \\ v_\varphi^k = v_{m,\varphi} - [r/(2G)]\sum_{n=2}^{\infty} n[B_{w,n}(\mu')\,c_{k,n}'\,q^n + d_{k,n}'\,q^{n-2}]\sin n\varphi + v_{\varphi,0}, \\ \sigma_r^k = \sigma_{m,r} + c_0' + \sum_{n=2}^{\infty}[n(n+1)(n-2)c_{k,n}'\,q^n + n(n-1)\,d_{k,n}'\,q^{n-2}]\cos n\varphi, \\ \sigma_\varphi^k = \sigma_{m,\varphi} + c_0' - \sum_{n=2}^{\infty}[n(n+1)(n+2)\,c_{k,n}'\,q^n + n'n-1)\,d_{k,n}'\,q^{n-2}]\cos n\varphi, \\ \tau_{r\varphi}^k = -\sum_{n=2}^{\infty} n[n(n+1)\,c_{k,n}'\,q^n + (n-1)\,d_{k,n}'\,q^n]\sin n\varphi. \end{cases}$$

The concentrated force P, equivalent to the weight of the disk, and applied at the point M_1, we express by the series [3]:

$$(4.2)\qquad -P/(2\pi R) - [P/(\pi R)]\sum_{n=1}^{\infty}\cos n\varphi.$$

Assuming $P=\gamma\pi R^2$ (the force per unit of length of the disk), boundary value conditions can be written in the form:

$$(4.3)\qquad r=R,\quad (q=1),\quad \sigma_r^k = \sigma_s\Big(1/2 + \sum_{n=1}^{\infty}\cos n\varphi\Big),\quad \tau_{r\varphi}^k = 0.$$

Basing on generalization of summation of series in the sense of Poisson, we notice that [7]:

---

[6]) We denote by the symbols $u_{r,0}$, $v_{\varphi,0}$ displacement components of the point O — centre of the disk. The assumed by us forms of the formulae (3.3) enable additional assumption $c_{k,1}' = 0$, what can be easily checked from the boundary value condition (4.3) for $n=1$.

[7]) Compare formulae (4.11).

$$(4.4)\quad \begin{cases} \sigma_r = \sigma_s \{1/2 - \lim\limits_{q\to 1-0} [g\,(q-\cos\varphi)/(1-2q\cos\varphi+q^2)]\} = \begin{cases} 0, & \varphi \neq 0, \\ -\infty & \varphi = 0, \end{cases} \\ R\int\limits_0^{2\pi} \sigma_r^k \cos\varphi\, d\varphi = R\sigma_s \lim\limits_{q\to 1-0} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \int\limits_0^{2\pi} q^n \cos n\varphi \cos\varphi\, d\varphi = -\gamma\pi R^2. \end{cases}$$

Subsequently, let us come to determine coefficients $c'_{k,n}$ and $d'_{k,n}$. From formulae (4.1) and from boundary value conditions we obtain equations:

$$(4.5)\quad \begin{cases} \sigma_s + c'_0 = \sigma_s/2, \\ n(n+1)(n-2)\,c'_{k,n} + n(n-1)\,d'_{k,n} = \sigma_s, \\ n[n(n+1)\,c'_{k,n} + (n-1)\,d'_{k,n}] = 0, \end{cases}$$

whence:

$$(4.6)\quad n \geqslant 2,\ c'_0 = -\sigma_s/2,\quad c'_{k,n} = -\sigma_s/[2n(n+1)],\quad d'_{k,n} = \sigma_s/[2(n-1)],$$

and formulae for displacements and stresses take forma:

$$(4.7)\quad \begin{cases} u_r^k = u_{m,r} + u_{r,0} - [\sigma_s/(4G)]\,R\Big[(1-2\mu')\,q - 2q\cos 2\varphi + \\ \qquad + q\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{n-2(1-2\mu')}{n+1}\, q^n \cos n\varphi - q\sum\limits_{n=3}^{\infty} \dfrac{n}{n-1}\, q^{n-2}\cos n\varphi\Big], \\ v_\varphi^k = v_{m,\varphi} + v_{\varphi,0} - [\sigma_s/(4G)]\,R\Big[2q\sin 2\varphi - \\ \qquad - q\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{n+4(1-\mu')}{n+1}\, q^n \sin n\varphi + q\sum\limits_{n=3}^{\infty} \dfrac{n}{n-1}\, q^{n-2}\sin n\varphi\Big], \end{cases}$$

$$(4.8)\quad \begin{cases} \sigma_r^k = \sigma_{m,r} - (\sigma_s/2)(1-2\cos 2\varphi) - \\ \qquad - (\sigma_s/2)\Big[\sum\limits_{n=2}^{\infty} (n-2)\,q^n \cos n\varphi - \sum\limits_{n=3}^{\infty} nq^{n-2}\cos n\varphi\Big], \\ \sigma_\varphi^k = \sigma_{m,\varphi} - (\sigma_s/2)(1+2\cos 2\varphi) + \\ \qquad + (\sigma_s/2)\Big[\sum\limits_{n=2}^{\infty} (n+2)\,q^n \cos n\varphi - \sum\limits_{n=3}^{\infty} nq^{n-2}\cos n\varphi\Big], \\ \tau_{r,\varphi}^k = \tau_{m,r\varphi} - \sigma_s \sin 2\varphi + \\ \qquad + (\sigma_s/2)\Big(\sum\limits_{n=2}^{\infty} nq^n \sin n\varphi - \sum\limits_{n=3}^{\infty} nq^{n-2}\sin n\varphi\Big). \end{cases}$$

The obtained formulae may be put in the closed-form. With this aim we introduce to our consideration a series:

$$(4.9)\qquad \sum_{n=1}^{\infty} (z/R)^n = z/(R-z).$$

Substituting

$$z = qR(\cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi), \tag{4.10}$$

we obtain:

$$\left\{\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^{\infty} q^n \cos n\varphi = -\frac{q(q-\cos\varphi)}{1-2q\cos\varphi+q^2},\\
&\sum_{n=2}^{\infty} q^n \cos n\varphi = q^2\frac{\cos 2\varphi - q\cos\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2},\\
&\sum_{n=3}^{\infty} q^{n-2}\cos n\varphi = -\cos 2\varphi + \frac{\cos 2\varphi - q\cos\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2},\\
&\sum_{n=1}^{\infty} q^n \sin n\varphi = \frac{q\sin\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2},\\
&\sum_{n=2}^{\infty} q^n \sin n\varphi = q^2\frac{\sin 2\varphi - q\sin\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2},\\
&\sum_{n=2}^{\infty} q^{n-2}\sin n\varphi = -\sin 2\varphi + \frac{\sin 2\varphi - q\sin\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2}.
\end{aligned}\right. \tag{4.11}$$

Subsequently, integrating the formulae (4.11) on both sides, we derive formulae (4.12), and when differentiating them, we get formulae (4.13)[8]:

$$\left\{\begin{aligned}
&\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n+1}q^n\cos n\varphi = -1-(q/2)\cos\varphi - I_1/q,\\
&\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n-q}q^{n-2}\cos n\varphi = -\cos 2\varphi - I_2/q,\\
&\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n+1}q^n\sin n\varphi = -(q/2)\sin\varphi + I_1'/q,\\
&\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n-1}q^{n-2}\sin n\varphi = -\sin 2\varphi - I_2'/q,\\
&I_1 = \frac{1}{2}\cos\varphi.\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) - \sin\varphi\cdot\operatorname{arctg}[(q\sin\varphi)/(1-q\cos\varphi)],\\
&I_2 = \frac{1}{2}\cos\varphi.\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) + \sin\varphi\cdot\operatorname{arctg}[(q\sin\varphi)/(1-q\cos\varphi)],\\
&I_1' = \sin\varphi\cdot\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) + \cos\varphi\cdot\operatorname{arctg}[(q\sin\varphi)/(1-q\cos\varphi)],\\
&I_2' = \frac{1}{2}\sin\varphi\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) - \cos\varphi\cdot\operatorname{arctg}[(q\sin\varphi)/(1-q\cos\varphi)],
\end{aligned}\right. \tag{4.12}$$

[8]) With the symbol arctg we denote the main value of the function Arctg.

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\sum_{n=2}^{\infty} nq^n \cos n\varphi = 2q^2 \frac{\cos 2\varphi - q\cos\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2} - \\
&\qquad - q^3[(1-q^2)\cos\varphi + 2\cos 2\varphi\,.(q-\cos\varphi)]/(1-2q\cos\varphi+q^2), \\
&\sum_{n=3}^{\infty} nq^{n-2}\cos n\varphi = -2q\frac{q\cos 2\varphi + \cos\varphi\,.(1-2\cos 2\varphi)}{1-2q\cos\varphi+q^2} - \\
&\qquad - q[(1-q^2)\cos\varphi + 2\cos 2\varphi.(q-\cos\varphi)]/(1-2q\cos\varphi+q^2)^2, \\
&\sum_{n=2}^{\infty} nq^n \sin n\varphi = -\frac{q^2\sin\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2}\{2(q-2\cos\varphi) + \\
&\qquad + q[1-q^2+4\cos\varphi\,.(q-\cos\varphi)]/(1-2q\cos\varphi+q^2)\}, \\
&\sum_{n=3}^{\infty} nq^{n-2}\sin n\varphi = -\frac{q\sin\varphi}{1-2q\cos\varphi+q^2}\{2+4\cos\varphi(q-2\cos\varphi) + \\
&\qquad + [1-q^2+4\cos\varphi\,.(q-\cos\varphi)]/(1-2q\cos\varphi+q^2)\}.
\end{aligned}
\right. \tag{4.13}
$$

Hence, substituting (4.12), (4.13) to (4.7), (4.8) respectively, we obtain, after transformations, the formulae for disp'acements and stresses, in the closed-form:

$$
\left\{
\begin{aligned}
u_r^k &= u_{r,0}[\sigma_s/(4G)]\,R\,(q+(q^2/2)\cos\varphi - q(1-q^2)[(\cos 2\varphi - \\
&\quad - q\cos\varphi)/(1-2q\cos\varphi+q^2)] + \cos\varphi\,.\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) + \\
&\quad + (1-2\mu')\{q+3\cos\varphi+\cos\varphi\,.\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) - \\
&\quad - 2\sin\varphi\,.\operatorname{arc\,tg}[(q\sin\varphi)/(1-q\cos\varphi)]\}), \\
v_\varphi^k &= v_{\varphi,0} - [\sigma_s/(4G)]\,R\,((q^2/2)\sin\varphi + q(1-q^2)[(\sin 2\varphi - q\sin\varphi)/(1- \\
&\quad - 2q\cos\varphi+q^2)] - \sin\varphi\,.\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) - \\
&\quad - (1-2\mu')\{3\sin\varphi+\sin\varphi\,.\ln(1-2q\cos\varphi+q^2) + \\
&\quad + 2\cos\varphi\,.\operatorname{arc\,tg}[(q\sin\varphi)/(1-q\cos\varphi)]\}),
\end{aligned}
\right. \tag{4.14}
$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
\sigma_r^k/\sigma_s &= 1 + q\cos\varphi - \{(1-2\cos 2\varphi+q^2)/[2(1-2q\cos\varphi+q^2)]\} - \\
&\quad - \{q(1-q^2)/[2(1-2q\cos\varphi+q^2)^2]\}[(1-q^2)\cos\varphi - \\
&\quad - 2\cos 2\varphi\,.(\cos\varphi-q)], \\
\sigma_\varphi^k/\sigma_s &= 1/2 + q\cos\varphi - (1-2q^2)[(\cos 2\varphi - q\cos\varphi)/(1- \\
&\quad - 2q\cos\varphi+q^2)] + \{q(1-q^2)/[2(1-2q\cos\varphi+ \\
&\quad + q^2)^2]\}[(1-q^3)\cos\varphi - 2\cos 2\varphi\,.(\cos\varphi-q)], \\
\tau_{r\varphi}^k/\sigma_s &= -[(1-q^2)/2]\sin\varphi\,.\{2(2\cos\varphi-q)/(1-2q\cos\varphi+ \\
&\quad + q^2) - [q/(1-2q\cos\varphi+q^2)^2][1-q^2-4\cos\varphi\,.(\cos\varphi-q)]\}.
\end{aligned}
\right. \tag{4.15}
$$

The formulae (4.14), (4.15) enable to determine displacements and stresses for arbitrary q, φ[9]). In particular:

a) $q = 0$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$.

$$(4.16)\quad \begin{cases} u_r^k = -[3\sigma_s/(4G)](1-2\mu')R\cos\varphi + u_{r,0}, \\ v_\varphi^k = [3\sigma_s/(4G)](1-2\mu')R\sin\varphi + v_{\varphi,0}, \\ \sigma_r^k/\sigma_s = (1+2\cos 2\varphi)/2, \quad \sigma_\varphi^k/\sigma_s = (1-2\cos 2\varphi)2, \quad \tau_{r\varphi}^k/\sigma_s = -\sin 2\varphi. \end{cases}$$

b) $q = x_0$, $(x_0 = R_0/R, \quad 0 \leqslant R_0 < R)$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$.

$$(4.17)\quad \begin{cases} u_r^k = -[\sigma_s/(4G)]R\,(x_0 + (x_0^2/2)\cos\varphi - \\ \quad -x_0(1-x_0^2)[(\cos 2\varphi - x_0\cos\varphi)/(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2)] + \cos\varphi.\ln(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2) + \\ \quad +(1-2\mu')\{x_0 + 3\cos\varphi + \cos\varphi.\ln(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2) - \\ \quad -2\sin\varphi.\operatorname{arctg}[(x_0\sin\varphi)/(1-x_0\cos\varphi)]\}) + u_{r,0}, \\ v_\varphi^k = -[\sigma_s/(4G)]R\,((x_0^2/2)\sin\varphi + \\ \quad +x_0(1-x_0^2)[(\sin 2\varphi - x_0\sin\varphi)/(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2)] - \sin\varphi.\ln(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2) - \\ \quad -(1-2\mu')\{3\sin\varphi + \sin\varphi.\ln(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2) + \\ \quad +2\cos\varphi.\operatorname{arctg}[(x_0\sin\varphi)/(1-x_0\cos\varphi)]\}) + v_{\varphi,0}, \\ \sigma_r^k/\sigma_s = 1 + x_0\cos\varphi - (1-2\cos 2\varphi + x_0^2)/[2(1-2x_0\cos\varphi + x_0^2)] - \\ \quad -\{x_0(1-x_0^2)/[2(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2)^2]\}[(1-x_0^2)\cos\varphi - 2\cos 2\varphi.(\cos\varphi - x_0)], \\ \sigma_\varphi^k/\sigma_s = 1/2 + x_0\cos\varphi - (1-2x_0^2)[(\cos 2\varphi - x_0\cos\varphi)/(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2)] + \\ \quad +\{x_0(1-x_0^2)/[2(1-2x_0\cos\varphi+x_0^2)^2]\}[(1-x_0^2)\cos\varphi - 2\cos 2\varphi.(\cos\varphi - x_0)], \\ \tau_{r\varphi}^k/\sigma_s = -[(1-x_0^2)/2]\sin\varphi.\{2(2\cos\varphi - x_0)/(1-2x_0\cos\varphi + x_0^2) - \\ \quad -[x_0/(1-2x_0\cos\varphi + x_0^2)^2][1 - x_0^2 - 4\cos\varphi.(\cos\varphi - x_0)]\}. \end{cases}$$

[9]) Stresses on the boundary $q = 1$ are determined by relations:

$$\sigma_r^k\Big|_{\substack{q=1\\ \varphi\neq 0}} = \lim_{q\to 1}\sigma_r^k, \qquad \sigma_\varphi^k\Big|_{\substack{q=1\\ \varphi\neq 0}} = \lim_{q\to 1}\sigma_\varphi^k, \qquad \tau_{r\varphi}^k\Big|_{\substack{q=1\\ \varphi\neq 0}} = \lim_{q\to 1}\tau_{r\varphi}^k,$$

$$\sigma_r^k\Big|_{\substack{q=1\\ \varphi=0}} = \lim_{\substack{q\to 1\\ \varphi\to 0}}\sigma_r^k, \qquad \sigma_\varphi^k\Big|_{\substack{q=1\\ \varphi=0}} = \lim_{\substack{q\to 1\\ \varphi\to 0}}\sigma_\varphi^k, \qquad \tau_{r\varphi}^k\Big|_{\substack{q=1\\ \varphi=0}} = \lim_{\substack{q\to 1\\ \varphi\to 0}}\tau_{r\varphi}.$$

We can easily notice, considering (4.14), (4.15), that by means of the presented method, we can determine σ_r^k, $\tau_{r\varphi}^k$ for $q = 1$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$, and σ_φ^k for $q = 1$, $\varphi \neq 0$. At the point $q = 1$, $\varphi = 0$, σ_φ^k is indeterminate:

$$\lim_{q\to 1}\sigma_\varphi^k\Big|_{\varphi=0} = -\sigma_s, \qquad \lim_{\varphi\to 0}\sigma_\varphi^k\Big|_{q=1} = 0.$$

c) $q = \cdot$, $0 < \varphi < 2\pi$.

$$
\begin{cases}
u_r^k = -[\sigma_s/(4G)]\, R\,(1 + (1/2)\cos\varphi + \cos\varphi.\ln 2(1-\cos\varphi) + \\
\quad + (1-2\mu')\{1 + 3\cos\varphi + \cos\varphi.\ln 2(1-\cos\varphi) - \\
\quad - 2\sin\varphi.\operatorname{arctg}[\sin\varphi/(1-\cos\varphi)]\}) + u_{r,0}, \\
v_\varphi^k = -[\sigma_s/(4G)]R\,((1/2)\sin\varphi - \sin\varphi.\ln 2(1-\cos\varphi) - \\
\quad - (1-2\mu')\{3\sin\varphi + \sin\varphi.\ln 2(1-\cos\varphi) + \\
\quad + 2\cos\varphi.\operatorname{arctg}[\sin\varphi/(1-\cos\varphi)]\}) + v_{\varphi,0}, \\
\sigma_r^k = \sigma_\varphi^k = \tau_{r\varphi}^k = 0.
\end{cases} \tag{4.18}
$$

d) $x \leqslant x_0 < 1$, $\varphi = 0,2\pi$.

$$
\begin{cases}
u_r^k = [\sigma_s/(4G)]\, R\{x_0^2/2 - 2\ln(1-x_0) - \\
\quad - (1 \quad 2\mu')[x_0 + 3 + 2\ln(1-x_0)]\} + u_{r,0}, \\
v_\varphi^k = v_{\varphi,0}, \quad \sigma_r^k/\sigma_s = (3 + 2x_0 - x_0^2)/[2(1-x_0)], \\
\sigma_\varphi^k/\sigma_s = -(1+x_0)/2, \quad \tau_{r\varphi}^k/\sigma_s = 0.
\end{cases} \tag{4.19}
$$

e) $q = 1$, $\varphi = 0,2\pi$.

$$
u_r^k = -\infty, \quad v_\varphi^k = 0, \quad \sigma_r^k = -\infty, \quad \tau_{r\varphi}^k = 0, \quad \sigma_\varphi^k \text{ — indeterminate.} \tag{4.20}
$$

f) $\varphi = \pi/2$, $0 \leqslant x_0 \leqslant 1$.

$$
\begin{cases}
u_r^k = -[\sigma_s/(4G)]\, R\,[(1-2\mu')(x_0 - 2\operatorname{arctg} x_0) + 2x_0/(1+x_0^2)] + u_{r,0}, \\
v_\varphi^k = [\sigma_s/(4G)]\, R\{(1-2\mu')[3 + \ln(1+x_0^2)] + \\
\quad + x_0^2[(1-3x_0^2)/(1+x_0^2) + \ln(1+x_0^2)\} + v_{\varphi,0}, \\
\sigma_r^k/\sigma_s = -(1-x_0^2)^2/[2(1+x_0^2)^2], \quad \sigma_\varphi^k/\sigma_s = (1-x_0^2)(3+x_0^2)/[2(1+x_0^2)^2], \\
\tau_{r\varphi}^k/\sigma_s = x_0(1-x_0^2)(3+x_0^2)/[2(1+x_0^2)^2].
\end{cases} \tag{4.21}
$$

g) $\varphi = \pi$, $0 \leqslant x_0 \leqslant 1$.

$$
\begin{cases}
u_r^k = [\sigma_s/(4G)]\, R\{(1-2\mu')[3 - x_0 + 2\ln(1+x_0)] - x_0^2/2 + 2\ln(1+x_0^2)\} + u_{r,0}, \\
v_\varphi^k = v_{\varphi,0}, \quad \sigma_r^k/\sigma_s = (3 - 2x_0 - x_0^2)/[2(1+x_0)], \\
\sigma_\varphi^k/\sigma_s = -(1-x_0)/2, \quad \tau_{r\varphi}^k/\sigma_s = 0.
\end{cases} \tag{4.22}
$$

On the base of the formulae (3.17)...(3.22) we make a collective table for displacements and stresses of the characteristic points $M_1 \ldots M_6$ (Fig. 2), assuming [10]:

[10] On this way we determined the total displacements relatively to the points 0, ($r = 0$, $u_r^k = v_\varphi^k = 0$).

Table 7 [11])

Characteristic points :	u_r^k/c	v_φ^k/c	$-\sigma_r^k/\sigma_s$	$-\sigma_\varphi^k/\sigma_s$	$-\tau_{r\varphi}^k/\sigma_s$
M_1	$-\infty$	.00000	$-\infty$	indeter-minate	.00000
M_2	−.675148 −.718296	.00000 .00000	−3.0033	.700000	.00000
M_3	−.272796 −.2477735	−.139744 −.150031	.31228	−.98602	−.39441
M_4	−.351058 −.369975	.00000 .00000	−.72857	.30000	.00000
M_5	−.520410 −.546570	.00000 .00000	.00000	.00000	.00000
M_6	.385800 .346224	.014795 −.033245	.00000	.00000	.00000

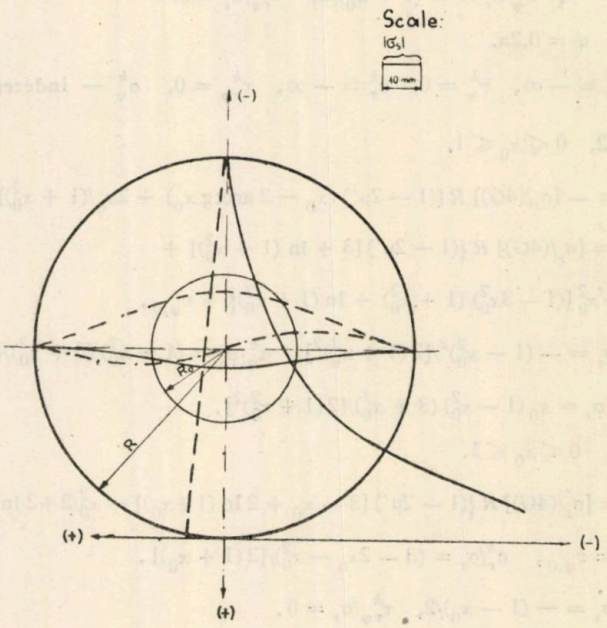


Fig 5

[11]) $-\sigma_s = \gamma R > 0$, $c = -[\sigma_s/(2G)]\, R > 0$. Displacements are calculated for the case of plane state of strain, (the upper magnitude in a square) and for a plane state of stress, (the lower magnitude in a square).

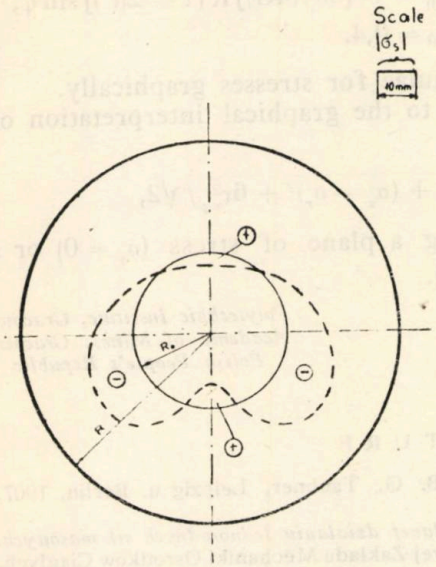


Fig. 6

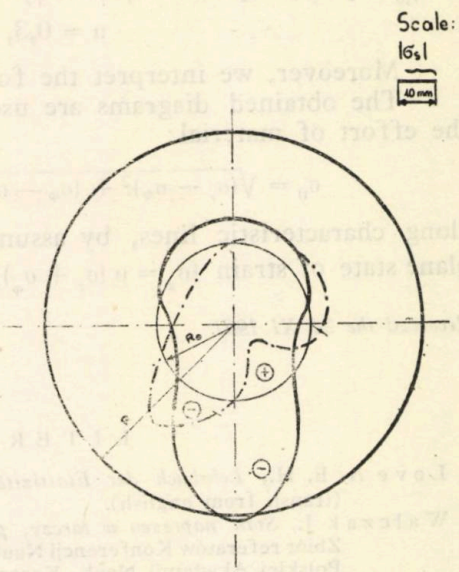


Fig. 7

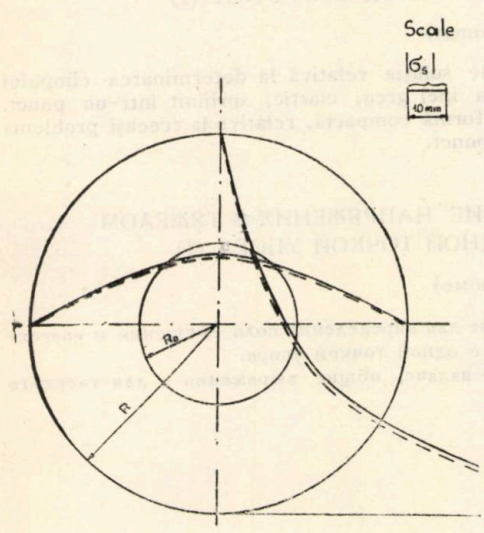


Fig. 8

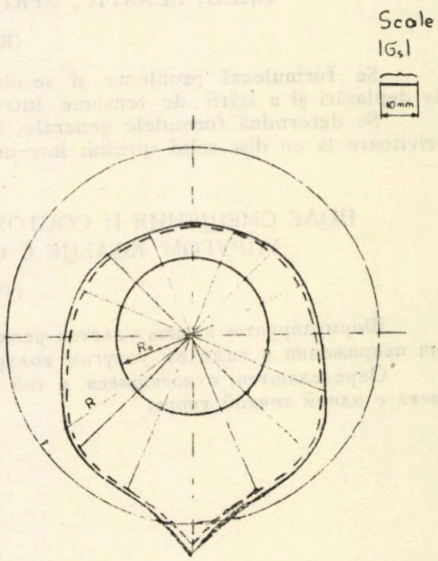


Fig. 9

$$u_{r,0} = [3\sigma_s/(4G)]\, R(1 - 2\mu')\cos\varphi, \quad v_{\varphi,0} = -[3\sigma_s/(4G)]\, R(1 - 2\mu')]\sin\varphi,$$
$$\mu = 0{,}3, \quad x_0 = 0{,}4.$$

Moreover, we interpret the formulae for stresses graphically.

The obtained diagrams are used to the graphical interpretation of the effort of material:

$$\sigma_0 = \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6\tau_{r\varphi}^2}/\sqrt{2},$$

along characteristic lines, by assuming a plane of stress ($\sigma_z = 0$) or a plane state of strain ($\sigma_z = \mu(\sigma_r + \sigma_\varphi)$) [12]).

Received the 24 XI 1961

Polytechnic Institute, Cracow,
Academy of Mines, Cracow,
Polish People's Republic

LITERATURE

1. Love A. E. H., *Lehrbuch der Elastizität*. B. G. Taubner, Leipzig u. Berlin, 1907, (transl. from english).
2. Walczak J., *Stan naprezen w tarczy, poddanej dzialaniu jednorodnych sil masowych*. Zbiór referatów Konferencji Naukowej Zakladu Mechaniki Osrodków Ciaglych, Polskiej Akademii Nauk, Karpacz, 1953.
3. Gólecki J., Arch. Mech. Stos., 1956, **III**, *2*.
4. — Bull. Acad. Polon. Sci., Cl. IV, 1957, **V**, *6*.

CÎMP DE DEPLASĂRI ŞI STARE DE TENSIUNE ÎNTR-UN INEL GREU, ELASTIC, SPRIJINIT ÎNTR-UN PUNCT (I)

(Rezumat)

Se formulează problema şi se obţine soluţia relativă la determinarea cîmpului de deplasări şi a stării de tensiune într-un inel greu, elastic, sprijinit într-un punct.

Se determină formulele generale, în formă compactă, relative la aceeaşi problemă privitoare la un disc solid sprijinit într-un punct.

ПОЛЕ СМЕЩЕНИЯ И СОСТОЯНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ТЯЖЕЛОМ УПРУГОМ КОЛЬЦЕ С ОДНОЙ ТОЧКОЙ УПОРА (I)

(Резюме)

Формулируется задача и дается решение для определения поля смещения и состояния напряжения в тяжелом упругом кольце с одной точкой упора.

Определяются, относящиеся к той же задаче, общие выражения и для твердого диска с одной точкой упора.

[12]) We assume $\mu = 0{,}3$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 624.04

ASUPRA REPARTIZĂRII FORŢELOR ORIZONTALE PE DIAFRAGME LA CLĂDIRI DIN PANOURI MARI

DE

ANTON ŞESAN, DANIEL DIACONU, VICTOR BAUŞIC şi I. CIONGRADI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Problema principală în proiectarea clădirilor din panouri mari, în regiuni seismice, o constituie calculul la solicitările dinamice orizontale, produse de acţiunea cutremurelor.

Prin alcătuirea lor, sistemele constructive cu diafragme (panouri mari, tip fagure sau celulare) sînt structuri ce lucrează spaţial la solicitările la care sînt supuse.

Calculul eforturilor provenite din sarcini gravitaţionale nu prezintă dificultăţi.

Eforturile datorită solicitărilor dinamice ale sarcinilor orizontale sînt funcţie de caracteristicile elastico-geometrice şi de modul de dispunere al elementelor structurale, care condiţionează şi repartizarea forţelor.

Metodele cunoscute de repartiţie şi anume: metoda consolelor, a portalului etc., nu sînt satisfăcătoare, întrucît elementele structurale verticale sînt alcătuite în general din stîlpi cu rigiditate foarte mare şi rigle (buiandrugi) elastici.

Pentru studiul repartizării forţelor orizontale s-a folosit proiectul tip 4117 (P+4E) — ISCAS, Bucureşti.

O primă problemă o constituie alegerea corespunzătoare a secţiunii, ca element de compoziţie al întregii structuri.

În general se consideră ca elemente de calcul, profile de conformaţie spaţială în formă de L, T, I, Z şi U, cu lăţimea tălpilor aleasă subiectiv.

Pentru determinarea lăţimii active a tălpii profilului s-au efectuat studii pe modele din plexiglas, în consolă, cu lăţimea tălpii variabilă, supuse la diverse trepte de încărcare. Mărimea eforturilor normale s-a înregistrat cu traductori cu fir rezistiv, în diverse puncte (fig. 1).

Din fig. 1 se observă că efortul normal maxim se produce la îmbinarea tălpii profilului cu inima. Spre extremitatea tălpii, pînă la o pătrime din lăţimea ei, eforturile scad, după care urmează o zonă de redistribuire a lor şi apoi din nou o scădere.

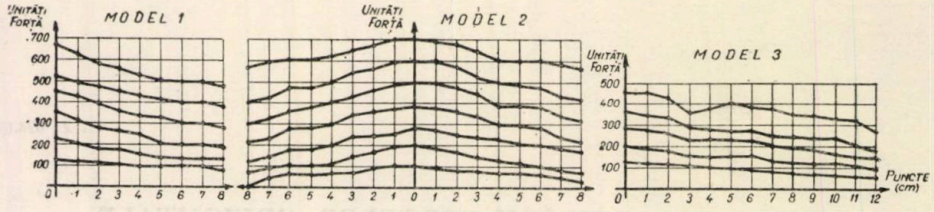


Fig. 1

Recentul normativ sovietic de calcul al construcţiilor din panouri mari precizează lăţimea activă a tălpii (s) considerînd o repartiţie aproximativ liniară a eforturilor unitare normale (fig. 2):

$$s \leqslant 0{,}8\ h \leqslant b_{pr}, \tag{1}$$

unde: h — înălţimea la care se efectuează calculul pe etaj, b_{pr} — lăţimea peretelui exterior.

Dacă se consideră o repartiţie uniformă a eforturilor pe lăţimea tălpii, lăţimea activă se indică a se lua $0{,}5\,s$, de ambele părţi ale inimii.

Pentru partiul proiectului 4117, lăţimea activă a tălpii, calculată după datele de mai sus, considerînd o repartiţie uniformă a eforturilor, este de 1,1 m, iar cea rezultată experimental (pînă la prima zonă de redistribuire a eforturilor), de 0,9 m. Se observă o aproximaţie satisfăcătoare pentru practica de proiectare.

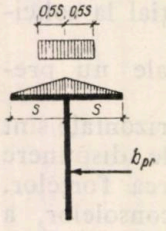


Fig. 2

O altă problemă este aceea a stabilirii unor criterii practice, suficient de precise, pentru distribuirea forţelor orizontale între diafragme, la structuri din panouri mari, avînd P+4...5E.

Analiza diferitelor metode folosite în practica de proiectare pentru repartizarea pe diafragme a forţelor orizontale este prezentată în fig. 3, pentru secţiunea de la parter (proiect 4117), la o sarcină seismică totală de 137 t.

Am comparat metodele ce iau în considerare deformaţia clădirii în ansamblul ei, planşeele fiind libere a se roti (metoda Mutto, varianta Tîţaru-Cişmigiu) şi la care repartiţia forţelor orizontale se face după rigidităţile relative de nivel, stabilite prin aproximaţii succesive, pornind de la o distribuţie arbitrară a forţelor de inerţie pe înălţimea construcţiei, cu metodele ce iau în considerare numai deplasările unui etaj, pe nivel, considerînd că planşeele nu se rotesc (metoda Lynn) şi la care repartizarea forţelor orizontale la diafragme are loc după rigidităţile pe nivel, precum şi cu metodele la care repartizarea forţelor orizontale se face proporţional cu momentele de inerţie sau cu suprafeţele elementelor de etaj.

Comparînd repartiția după rigiditățile relative de nivel, cu repartiția după rigiditățile pe nivel, pentru profilele de conformație spațială din fig. 3 (rîndul 1 și (2)), se constată că luarea în considerare a ansamblului clădirii duce la o încărcare a diafragmelor pline, de capăt, *a* și *e*, cu 6,3 t și respectiv 4,5 t și la o subîncărcare a diafragmelor cu goluri, *b* și *c*, deși momentele de inerție și suprafețele diafragmelor *b* și *c* sînt mai mari decît la diafragmele *a* și *e*.

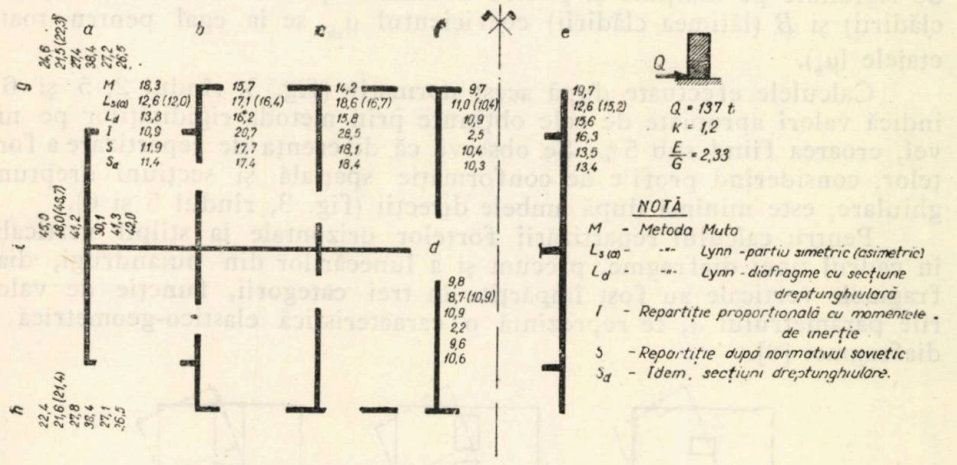


Fig. 3

Considerînd profile de conformație spațială și secțiune dreptunghiulară, la metoda Lynn, se constată că abaterea maximă este la diafragma *a* de + 9%, ceea ce dovedește că profilele de conformație spațială au fost judicios alese (fig. 3, rîndul (2) și 3).

O repartiție proporțională cu momentele de inerție, fără a considera rigiditatea datorită forței tăietoare, duce la disproporții însemnate în distribuirea forțelor pe diafragme, ce variază de la −75% pe diafragma *f*, pînă la + 58% pe diafragma *c* (fig. 3, rîndul (2) și 4).

Se constată deci că disimetria introdusă de diafragma *e* produce diferențe minime în repartizare (fig. 3, rîndul (2) și 2), comparată cu distribuția simetrică după metoda Lynn.

Rezultă că cea mai echilibrată repartiție pentru partiul proiectului 4117 se obține folosind metoda rigidităților pe nivel, atît după direcție transversală cît și după direcție longitudinală.

După normativul sovietic repartizarea sarcinilor orizontale se face folosind relația :

$$S_{ik} = m_1 \mu_{ik} S_i + m_2 q_i \bar{l}_k, \tag{2}$$

unde: m_1 și m_2 — coeficienți ce depind de distanța dintre diafragme, μ_{ik} — coeficient ce depinde de rigiditatea pereților studiați, q_i — sarcina seismică uniform distribuită la nivelul i, $\bar{l}_k$ — coeficient ce ține seama de interacțiunea dintre diafragme.

Această relaţie, stabilită ca rezultat al îmbinării studiilor teoretice cu cercetările experimentale, cuprinde efectul interacţiunii între etaje prin termenul μ_{ik}, cît şi conlucrarea în planul orizontal al diafragmelor prin termenul $\bar{l}_k$.

În normativ se menţionează că pentru structuri cu distribuţie aproximativ simetrică a diafragmelor în planul orizontal şi cu variaţii mici de rigiditate pe înălţime şi pentru anumite rapoarte între H (înălţimea clădirii) şi B (lăţimea clădirii) coeficientul μ_{ik} se ia egal pentru toate etajele (μ_k).

Calculele efectuate după acest normativ (fig. 3, rîndul 2, 5 şi 6), indică valori apropiate de cele obţinute prin metoda rigidităţilor pe nivel, eroarea fiind sub 5%. Se observă că diferenţa de repartizare a forţelor, considerînd profile de conformaţie spaţială şi secţiuni dreptunghiulare, este minimă după ambele direcţii (fig. 3, rîndul 5 şi 6).

Pentru calculul repartizării forţelor orizontale la stîlpii verticali, în cadrul unei diafragme, precum şi a lunecărilor din buiandrugi, diafragmele verticale au fost împărţite în trei categorii, funcţie de valorile parametrului α, ce reprezintă o caracteristică elastico-geometrică a diafragmei [8].

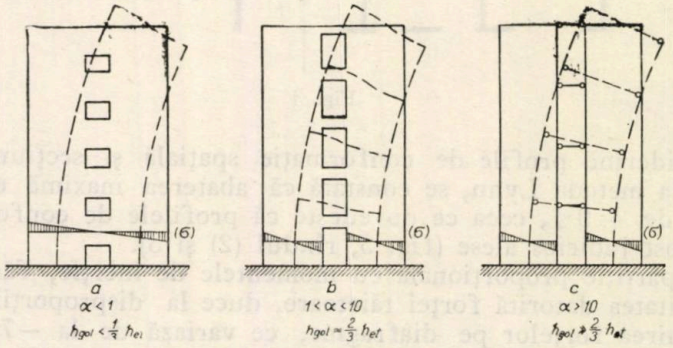


Fig. 4

Tabelul 1

Forţe pe stîlpi (%)

Comparaţie	Stîlp *I*	Stîlp *II*
Proiect 4117–D. Mateescu	17	—
D. Mateescu–Albiges	7	8
D. Mateescu–suprafeţe	1,5	7
D. Mateescu–cadru	24	—

Tabelul 2

Lunecarea (t)

Proiect 4117	2,43
D. Mateescu	3,20
M. M. Albiges	2,88

Pentru cazul $\alpha < 1$, ceea ce ar corespunde diafragmelor cu goluri a căror înălţime este aproximativ 1/3 din înălţimea etajului, valoarea eforturilor unitare normale şi tangenţiale se determină pentru întreaga diafragmă (fig. 4 a), repartiţia forţelor orizontale pe stîlpi nefiind necesară în acest caz.

Cînd $1 < \alpha < 10$, (diafragme a căror înălțime a golurilor este aproximativ 2/3 din înălțimea etajului) se pune problema conlucrării elementelor de rigiditate mare (stîlpii) cu elementele flexibile (buiandrugii), repartizarea rezultînd din condiția de rotire egală a stîlpului și a buiandrugului.

Rezultatele comparative referitoare la această repartiție a forțelor orizontale, pe stîlpi pentru diafragma *c*, sînt date în tabelul 1. În tabelul 2 sînt date valorile lunecărilor maxime obținute prin diferite metode. Se observă că o repartizare proporțională cu suprafețele (pentru clădiri cu P + 4...5 E) dă diferențe minime față de metoda exactă (1,5% pentru stîlpul *I* și 7% pentru stîlpul *II*).

Repartiția, folosind ca schemă de calcul un cadru echivalent, dă erori mari, mult disproporționate (+ 24%), față de metodele exacte.

Pentru $\alpha > 10$, ($h_{gol} \gg 2\ h_{etaj}/3$), caz întîlnit practic la construcțiile din panouri mari din zidărie vibrată, repartizarea forțelor orizontale se poate deduce din condiția ca deplasarea celor doi stîlpi să fie egală (fig. 4 c).

Concluzii

a) Din cercetările experimentale rezultă că lățimea activă a tălpii diafragmelor transversale este egală cu: $2 \times s$ — dacă se consideră o repartiție liniar variabilă a eforturilor normale pe secțiune, și $2 \times 0{,}5\ s$ — cînd se ia în considerare numai repartiția uniformă a eforturilor (pînă la prima zonă de redistribuire).

b) Pentru structuri din panouri mari cu P + 4...5 E, calculul repartizării forțelor orizontale la diafragme după rigiditățile pe nivel este cel mai indicat.

c) Repartizarea pe stîlpi a forțelor orizontale, în cadrul unei diafragme, este funcție de: raportul dintre deschiderile golurilor și a diafragmei, poziția golurilor în diafragmă, mărimea boiandrugilor și a stîlpilor precum și de natura materialului. În cazul studiat, din punct de vedere practic, o repartiție proporțională cu suprafețele este satisfăcătoare.

Pentru alte structuri din panouri mari, metodele de repartizare (atît între diafragme cît și în interiorul diafragmelor) trebuie adaptate, funcție de tipul construcției, de caracteristicile geometrice și elastice ale elementelor structurale și ale modului lor de asamblare.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de statică,
Catedra de rezistența materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Mutto K., *Seismic Analysis of Reinforced Concrete Buildings.* I-st W.C.E.E., Berkeley, 1956.
2. — *Анализ сейсмостойкости железнобетонных зданих.* Сь. ст., M., 1961, (пер. с англ.).
3 Lynn T. Y., JACI, 1951, *23.*
4. * * * *Пример расчета многоэтажного каркасного здания со стеновым заполнением и без него на сейсмические воздействия и указания к примеру расчета.* Изд. АН СССР, M., 1961.

5. Cişmigiu Al., Badea D., Popp T., Rev. constr. şi a mat, de constr., 1961, *2*.
6. Mateescu D. Anastasescu D., Gărdeanu L., Rev. constr. şi mat. de constr., 1962, *2*.
7. Kacner A., Lewicki B., Orlos Z., Dylay Z., Inz. Bud., 1960, *1*.
8. Albiges M. M., Goulet J., Ann. Inst. Techn. Bat. et Trav. publ., 1960, *5*.
9. Rosman R., Der Bauingenieur, 1962, *1*.
10. Beck H., Die Bautechnik, 1959, *5*.
11. Rosman R., Der Bauingenieur, 1960, *4*.
12. Beck H., Der Bauingenieur, 1956, *1*.
13. — Der Bauingenieur, 1961, *10*.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СИЛ В ДИАФРАГМАХ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ

(Резюме)

На основе экеперимантальных исследований устанавливается, что активная ширина полки поперечных диафрагм равна $2 \times s$, при распределении нормальных напряжений по линейному закону, и $2 \times 0{,}5\ s$, при равномерном распределении напряжений (до первой зоны перераспределения). Для пяти и шестиэтажных крупнопанельных зданий расчет распределенных горизонтальных сил в диафрагме необходимо вести учитывая жесткость этажей.

Распределение горизонтальных сил в стойках одной диафрагмы зависит от: а) отношения между длиной проема и длиной диафрагмы, б) места проемов в диафрагме, в) размера перемычек и столбов, а также и от материала.

В исследованном случае гипотеза распределения горизонтальных сил пропорционально площади элементов оказывается удовлетворительной для практических целей. Для остальных крупнопанельных зданий, методы расчета распределенных горизонтальных сил (как между диафрагмами, так и внутри одной диафрагмы) должны производится при учете геометрических и эластических характеристик элементов, связи между ними и характера здания.

SUR LA RÉPARTITION DES FORCES HORIZONTALES DANS LES DIAPHRAGMES DES CONSTRUCTIONS EN GRANDS PANNEAUX

(Résumé)

Compte tenu des recherches expérimentales, les Auteurs aboutissent à la conclusion que l'espace actif de la base des diaphragmes transversals doit être égal à $2 \times s$ si l'on considère une répartition variable linéaire des efforts normals en section, et $2 \times 0{,}5\ s$ si l'on prend en considération seulement la répartition uniforme des efforts (jusqu'à la première zone de rédistribution).

Pour les structures en grands panneaux avec P + 4...5 E, le calcul de la répartition des forces horizontales dans les diaphragmes d'après les rigidité au niveau, est le plus indiqué.

La répartition par pilastres des forces horizontales dans le cadre d'un diaphragme est fonction du rapport entre les ouvertures creuses et du diaphragme, de la position des creux en diaphragme, de la grandeur des linteaux et des pilastres, de même que de la nature du matériel. Dans le cas étudié, du point de vue pratique une répartition proportionnelle aux surfaces est satisfaisante.

Pour les autres structures en grands panneaux, les méthodes de répartition (tant entre les diaphragmes que dans leur intérieur) doivent être adaptées, en fonction du type de la construction, aux caractéristiques géometriques et élastiques des éléments structurels et de leur mode de assemblage.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 642.02 ; 662.998

DIMENSIONAREA TERMICĂ A PEREŢILOR DIN PANOURI MARI CU PUNŢI

DE

VIRGIL FOCŞA, ADRIAN RADU şi AL. VEREŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi. din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Studiul termic al elementelor de construcţie, omogene din punct de vedere constructiv, se bazează pe transmisia liniară a căldurii în regim staţionar. Transmisia căldurii prin conducţie, în regim staţionar are loc după legea Fourier:

(1) $$q = -\lambda(dt/dx) \quad [\text{kcal/m}^2\text{h}].$$

În acest caz cîmpul de temperatură care caracterizează elementele de construcţie din punct de vedere termic, se exprimă analitic prin ecuaţia diferenţială:

(2) $$\lambda(d^2t/dx^2) = 0.$$

Prin rezolvarea ecuaţiei diferenţiale (2) se poate obţine, pentru condiţiile schiţate în fig. 1, expresia variaţiei temperaturii în elementele de construcţie omogene:

(3) $$t = \tau_i - (x/\lambda)q = \tau_i - [(\tau_i - \tau_e)/d]x.$$

În relaţia (3) x/λ reprezintă rezistenţa termică la transmisia prin conducţie pentru peretele de grosime x. Pentru peretele de grosime d, expresia temperaturii devine:

(4) $$t = \tau_i - (d/\lambda)q.$$

Rezistenţa termică (R) la transmisia căldurii prin conducţie pentru peretele de grosime d, rezultă:

(5) $$R = d/\lambda = (\tau_i - \tau_e)q.$$

Scriind ecuaţia de bilanţ termic la suprafaţa interioară a elementului de construcţie se obţine:

(6) $$q = (t_i - \tau_i)\ d_i = (\tau_i - \tau_e)/R.$$

Din ecuaţia (6) rezultă:

(7) $$R = [(\tau_i - \tau_e)/(t_i - \tau_i)](1/\alpha_i).$$

Cunoscînd spectrul real de temperaturi pe suprafața interioară (τ_i) și exterioară (τ_e), se poate calcula rezistența la transmisia căldurii prin conducție (R) și respectiv rezistența totală la transmisia căldurii prin pereți:

(8) $$R_t = R_i + R + R_e .$$

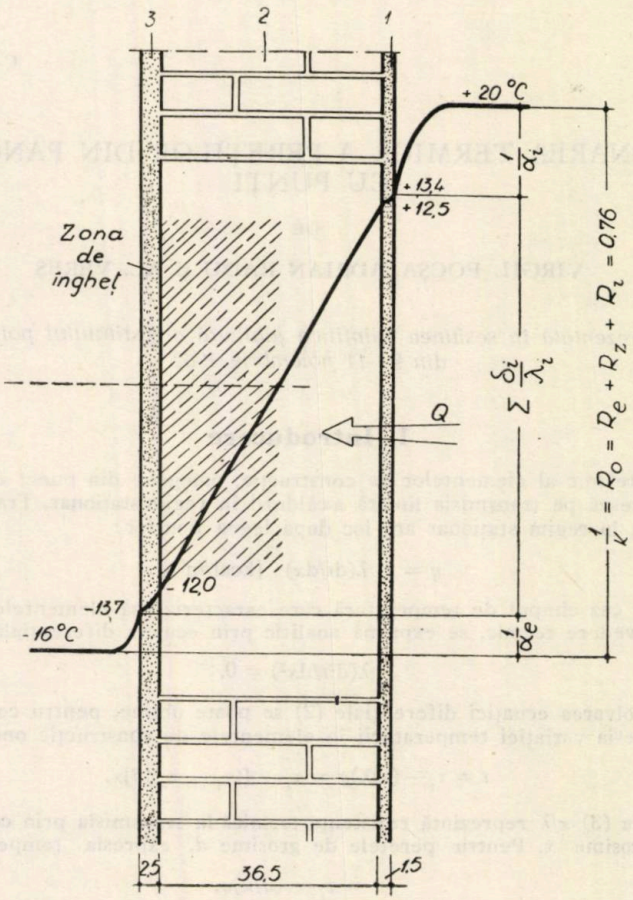


Fig. 1. — Variația temperaturii la transmisie liniară, la pereți omogeni, în regim staționar.

La structurile actuale de pereți în două sau trei straturi, cu legături transversale, transmisia căldurii are loc spațial, conform ecuației (9), în ipoteza λ = const. pe porțiuni:

(9) $$q = \lambda(dt/dx + dt/dy + dt/dz).$$

Ecuația cîmpului de temperatură se prezintă, în acest caz, sub forma:

(10) $$\lambda(d^2t/dx^2 + d^2t/dy^2 + d^2t/dz^2) = 0 .$$

2. Considerații teoretice

Pentru studierea caracteristicilor termice ale structurilor neomogene de pereți, în regim staționar, ne-am propus să tratăm problema într-o primă aproximație, ca un caz de transmisie plană; în această ipoteză ecuația căldurii și expresia cîmpului de temperatură, în planele xOy și xOz (fig. 2), sînt date de:

$$(11)\quad \begin{cases} q = -\lambda(\mathrm{d}t/\mathrm{d}x + \mathrm{d}t/\mathrm{d}y), \\ q = -\lambda(\mathrm{d}t/\mathrm{d}x + \mathrm{d}t/\mathrm{d}z), \end{cases} \qquad (12)\quad \begin{cases} \lambda(\mathrm{d}^2t/\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}^2t/\mathrm{d}y^2) = 0, \\ \lambda(\mathrm{d}^2t/\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}^2t/\mathrm{d}z^2) = 0. \end{cases}$$

Prin rezolvarea ecuațiilor diferențiale (12) se poate trasa cîmpul de temperatură în structura studiată și pe această bază se poate determina rezistența termică medie a panoului la transmisia prin conducție.

Dacă se notează cu τ_{imed} și respectiv cu τ_{emed}, temperaturile

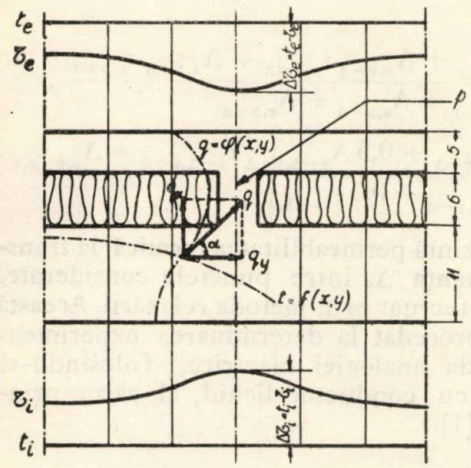


Fig. 2. — Transmisia plană a căldurii prin pereți neomogeni. p — punte termică.

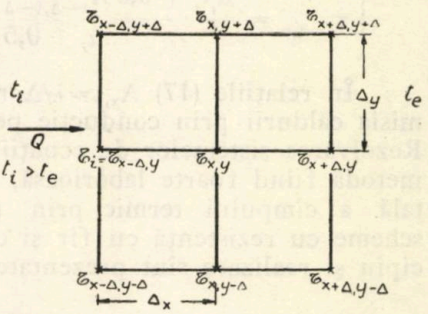


Fig. 3. — Rețea pentru calculul cu diferențe finite.

medii ale suprafețelor interioară și exterioară ale elementului studiat, pentru condițiile de temperatură t_i și t_e, scriind ecuațiile de bilanț termic, pentru suprafața interioară sau exterioară a peretelui, se obține:

$$(13)\quad q = (t_i - \tau_{imed})\alpha_i = (t_i - t_e)/R_{tmed}, \quad q = (t_e - \tau_{emed})\alpha_e = (t_i - t_e)/R_{tmed}.$$

Rezistența termică medie a elementului la transmisia prin conducție se poate calcula cu una din expresiile:

$$(14)\quad \begin{cases} R_{med} = [(t_i - t_e)/(t_e - \tau_{emed})](1/\alpha_e) - 1/\alpha_i - 1/\alpha_e, \\ R_{med} = [(t_i - t_e)/(t_i - \tau_{imed})](1/\alpha_i) - 1/\alpha_i - 1/\alpha_e. \end{cases}$$

Cunoscînd pe R_{tmed} se poate calcula coeficientul mediu de transmisie totală pentru dimensionarea instalației de încălzire:

$$(15)\quad K_{tmed} = 1/R_{tmed} = (t_i - \tau_{imed})\alpha_i/(t_i - t_e) = (t_e - \tau_{emed})\alpha_e/(t_i - t_e).$$

Pentru determinarea cîmpului de temperaturi este necesar să se rezolve ecuațiile diferențiale (12). Calculul analitic este dificil nepermițînd abordarea situațiilor reale din practică. Din aceste considerente, în cadrul laboratorului de clădiri al Institutului politehnic din Iași s-au abordat metode aproximative și experimentale pentru rezolvarea ecuațiilor (12).

Ca metodă aproximativă de calcul s-au folosit diferențele finite, în care caz ecuațiile (12) se prezintă sub forma:

$$(16) \qquad \lambda(\Delta^2 t/\Delta x^2) + \lambda(\Delta^2 t/\Delta y^2) = 0, \quad \lambda(\Delta^2 t/\Delta x^2) + \lambda(\Delta^2 t/\Delta z^2) = 0.$$

Considerînd structura studiată, împărțită într-o rețea cu dimensiunile ochiurilor Δx, Δy, (fig. 3), pe baza ecuațiilor de bilanț termic se pot scrie ecuațiile temperaturilor $\tau_{x,y}$ din interiorul elementului și $\tau_{x-\Delta,y}$ de la fața elementului:

$$(17)\begin{cases} \tau_{x,y} = \dfrac{\Lambda_{x-\Delta,y}\,\tau_{x-\Delta,y} + \Lambda_{x+\Delta,y}\,\tau_{x+\Delta,y} + \Lambda_{x,y-\Delta}\,\tau_{x,y-\Delta} + \Lambda_{x,y+\Delta}\,\tau_{x,y+\Delta}}{\Lambda_{x-\Delta,y} + \Lambda_{x+\Delta,y} + \Lambda_{x,y-\Delta} + \Lambda_{x,y+\Delta}}, \\ \tau_{x-\Lambda,y} = \dfrac{\alpha_i t_i + 0{,}5\,\Lambda_{x-\Delta,y-\Delta}\,\tau_{x-\Delta,y-\Delta} + 0{,}5\,\Lambda_{x-\Delta,y+\Delta}\,\tau_{x-\Delta,y+\Delta} + \Lambda_{x,y}\,\tau_{x,y}}{\alpha_i + 0{,}5\,\Lambda_{x-\Delta,y-\Delta} + 0{,}5\,\Lambda_{x-\Delta,y+\Delta} + \Lambda_{x,y}}. \end{cases}$$

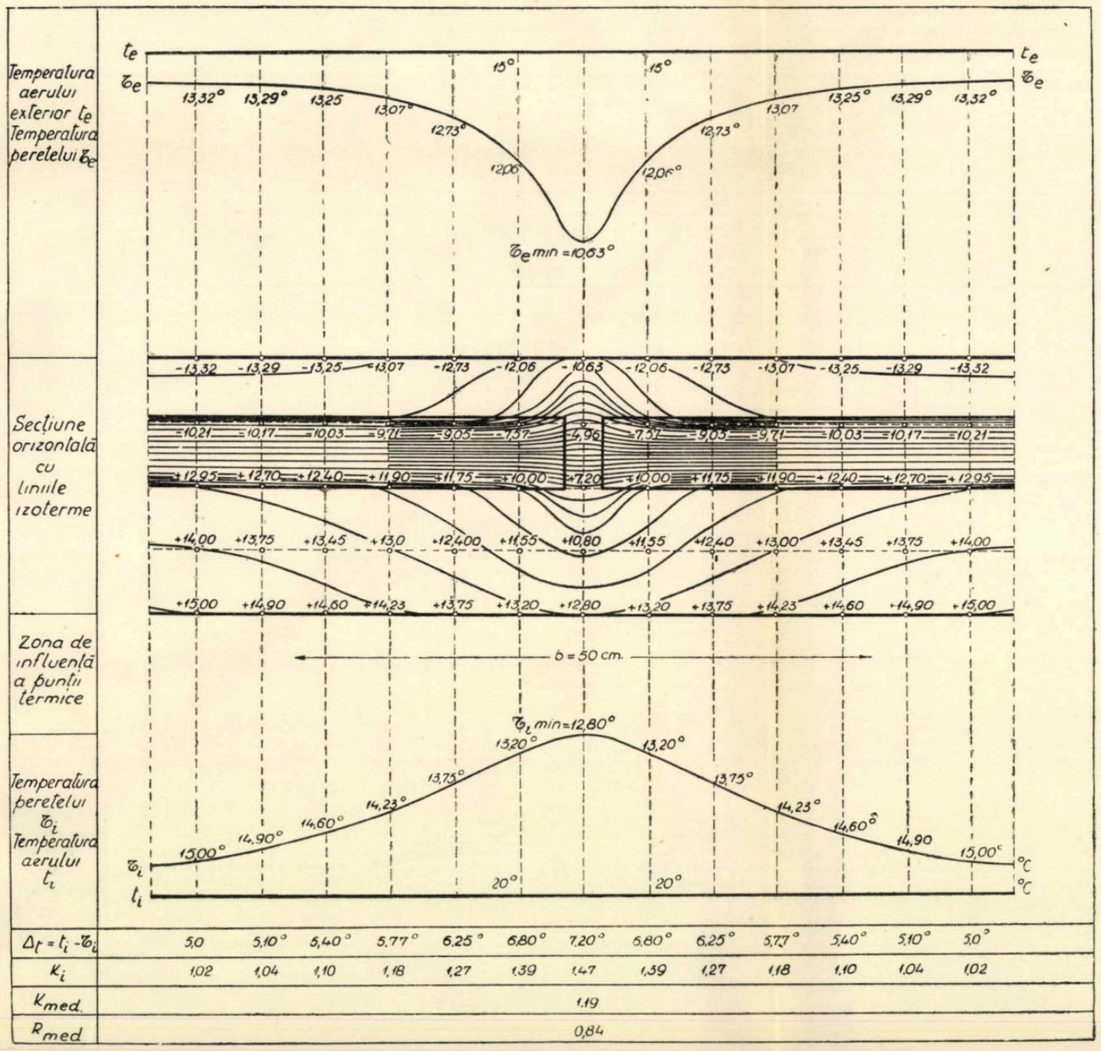
În relațiile (17) $\Lambda_{x,y} = \lambda/\Delta$ reprezintă permeabilitatea termică la transmisia căldurii prin conducție pe distanța Δ, între punctele considerate. Rezolvarea sistemelor de ecuații s-a efectuat prin metoda relaxării. Această metodă fiind foarte laborioasă, s-a procedat la determinarea experimentală a cîmpului termic prin metoda analogiei electrice, folosindu-se scheme cu rezistență cu fir și cuvă cu conductor lichid, al căror principiu și realizare sînt prezentate în [1].

3. Rezultate experimentale

Folosind metodele indicate mai sus, în fig. 4, 5, 6 și 7 se prezintă izotermele punților caracteristice la structurile de pereți din panouri mari de beton armat, trasate pentru $\tau_i = +20°C$ și $t_e = -15°C$.

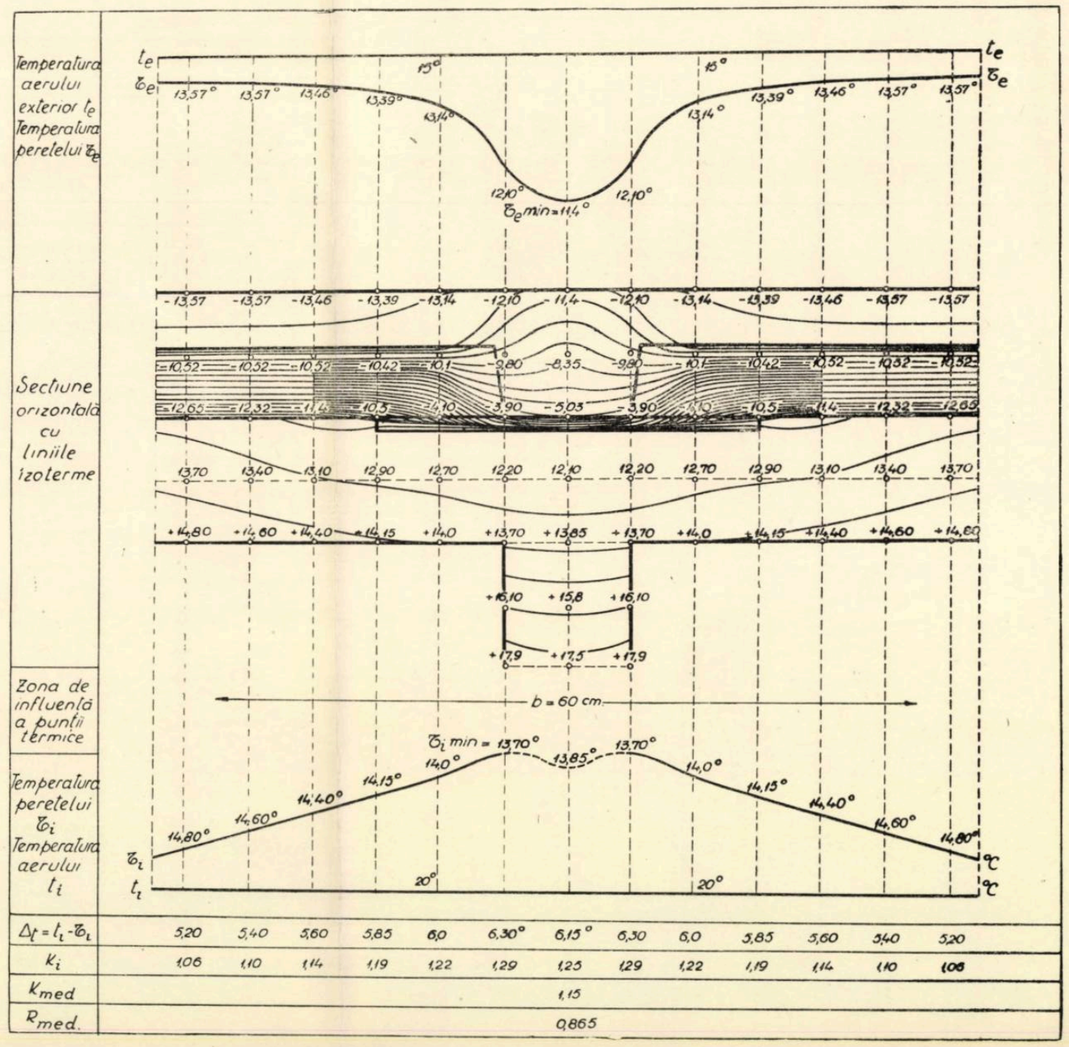
Tabelul 1

Nr. crt.	Tipul de punte	$\tau_{i\max}$ °C	$\tau_{i\min}$ °C	$\Delta\tau_i = \tau_{i\max} - \tau_{i\min}$ °C	$\tau_{e\max}$ °C	$\tau_{e\min}$ °C	Lățimea de influență cm
1	Curentă	15,46	12,58	2,88	—13,60	—10,63	50
2	În dreptul planșeului	15,46	12,59	2,87	—13,60	—10,33	55
3	În dreptul peretelui transversal	15,46	13,70	1,76	—13,60	—11,4	60
4	În dreptul ferestrei	15,46	10,80	4,66	—13,60	—12,83	45



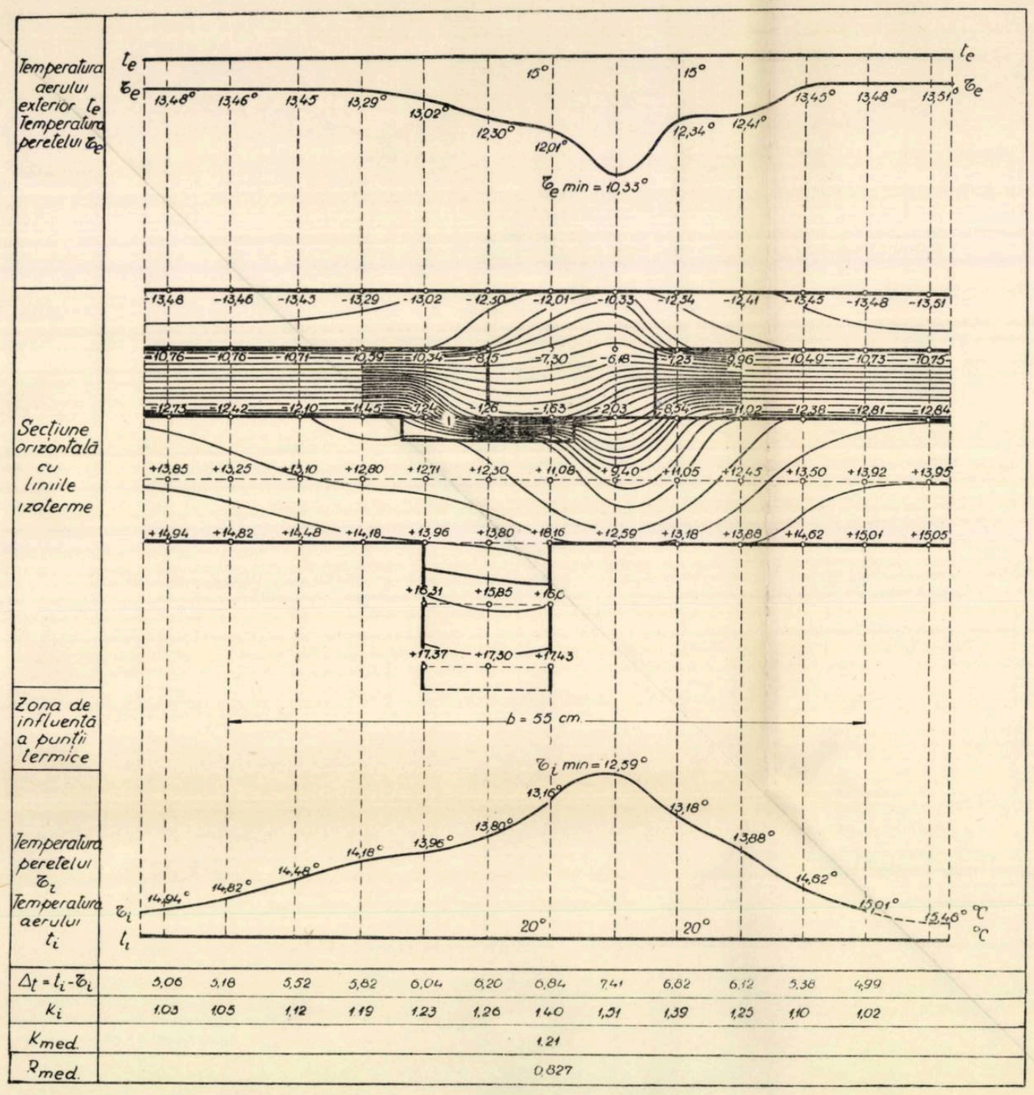
$\Delta t = t_i - \vartheta_i$	5,0	5,10°	5,40°	5,77°	6,25°	6,80°	7,20°	6,80°	6,25°	5,77°	5,40°	5,10°	5,0°
K_i	1,02	1,04	1,10	1,18	1,27	1,39	1,47	1,39	1,27	1,18	1,10	1,04	1,02
$K_{med.}$	1,19												
$R_{med.}$	0,84												

Fig. 4. — Cîmpul termic la o punte curentă la panouri din beton armat în trei straturi.



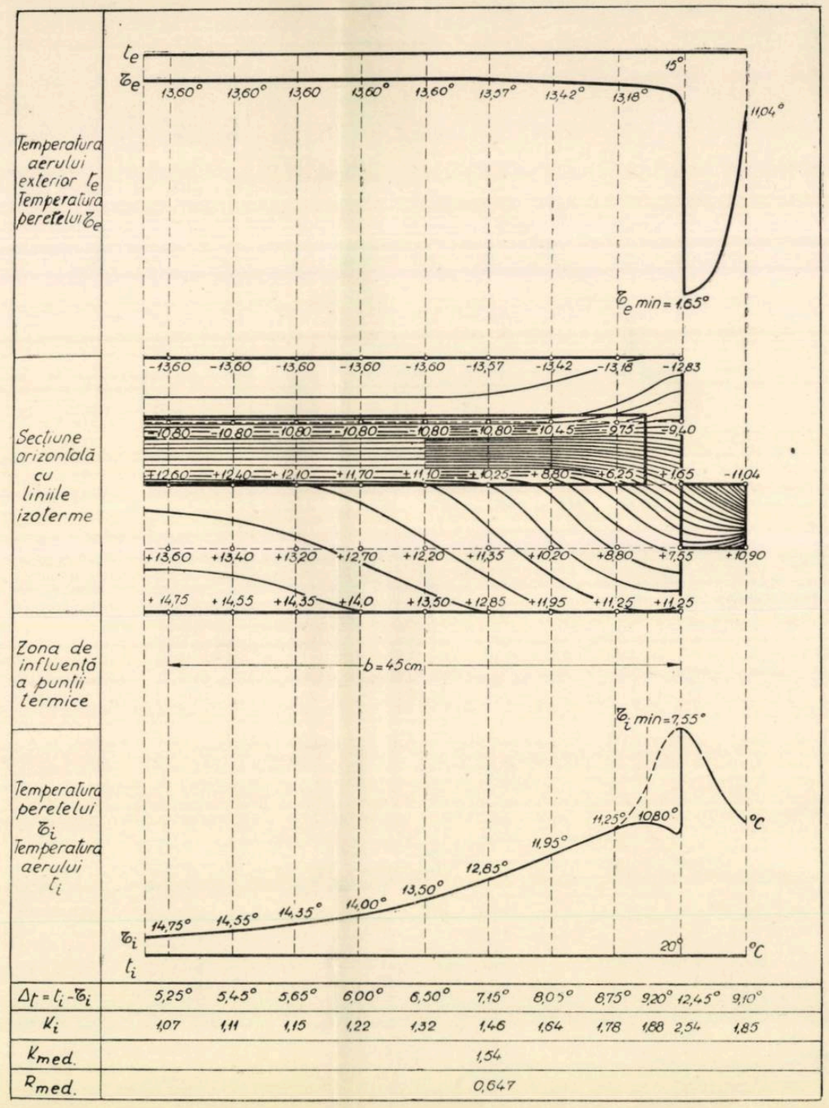
$\Delta t = t_i - \vartheta_i$	5,20	5,40	5,60	5,85	6,0	6,30°	6,15°	6,30	6,0	5,85	5,60	5,40	5,20
K_i	1,06	1,10	1,14	1,19	1,22	1,29	1,25	1,29	1,22	1,19	1,14	1,10	1,06
K_{med}	1,15												
$R_{med.}$	0,865												

Fig. 5. — Cîmpul termic în dreptul panoului la o construcție din panouri mari de beton armat.



$\Delta t = t_i - \vartheta_i$	5,06	5,18	5,52	5,82	6,04	6,20	6,84	7,41	6,82	6,12	5,38	4,99	
K_i	1,03	1,05	1,12	1,19	1,23	1,26	1,40	1,51	1,39	1,25	1,10	1,02	
$K_{med.}$	1,21												
$R_{med.}$	0,827												

Fig. 6. — Cîmpul termic în dreptul peretelui transversal la o construcție din panouri mari de beton armat.



$\Delta t = t_i - \vartheta_i$	5,25°	5,45°	5,65°	6,00°	6,50°	7,15°	8,05°	8,75°	9,20°	12,45°	9,10°
K_i	1,07	1,11	1,15	1,22	1,32	1,46	1,64	1,78	1,88	2,54	1,85
$K_{med.}$	1,54										
$R_{med.}$	0,647										

Fig. 7. — Cîmpul termic în dreptul ferestrei la panouri mari din beton armat în trei straturi.

În tabelul 1 se prezintă valorile principale ale temperaturilor obținute în condițiile de mai jos: a) $\tau_{i\max} = 15{,}46°C$ — temperatura maximă pe suprafața interioară; b) $\tau_{i\min} = 10{,}80°...13{,}70°C$ — temperatura minimă pe suprafața interioară în dreptul punților; c) $b_i = 45...60$ cm — lățimea zonei de influență a punților.

Se constată că în dreptul ferestrelor, în funcție de poziția acestora, temperatura peretelui exterior la glaful interior este cea mai scăzută (7,55°C). Teoretic rezultă că diferența de temperatură între punți și secțiunile izolate termic poate fi cuprinsă între 1,76° și 4,66°C.

Diferența de temperatură între aerul interior (din încăpere) și suprafața peretelui este peste valorile admisibile: a) la puntea curentă — $\Delta t = t_i - \tau_i = 4{,}54°...7{,}42°C$; b) în dreptul planșeului — $\Delta t = t_i - \tau_i = 4{,}54°...7{,}41°C$; c) în dreptul peretelui transversal — $\Delta t = t_i - \tau_i = 4{,}54°...6{,}30°C$; d) în dreptul ferestrei — $\Delta t = t_i - \tau_i = 4{,}50°...9{,}20°C$.

Calculul temperaturii medii în zona punților, în vederea calculului rezistenței termice medii, s-a efectuat în două ipoteze: a) într-o primă ipoteză s-a considerat variația reală a temperaturilor în zonele de influență a punților; b) în a doua ipoteză, simplificatoare pentru proiectare, s-a considerat o variație liniară a temperaturilor pe lățimile b_i, de la $\tau_{i\max}$ la $\tau_{i\min}$.

În tabelul 2 se prezintă valorile medii ale temperaturilor și coeficienții de transmisie și de rezistență termică în zona punților.

Tabelul 2

Nr. crt.	Tipul de punte	Ipoteza		Aproximația %	Coefic. de transmisie termică kcal/m² h °C	Coefic. de rezistență termică m² h °C/kcal
		variație neliniară	variație liniară			
1	Curentă	13,85	13,80	—0,36	1,19	0,84
2	În dreptul planșeului	13,95	13,75	—1,43	1,21	0,83
3	În dreptul peretelui transversal	14,10	14,05	—0,35	1,15	0,86
4	În dreptul ferestrei	12,70	12,50	—1,57	1,54	0,65

Ipoteza simplificatoare propusă pentru calculul temperaturii medii conduce la o aproximație de —0,35... —1,57%, ceea ce poate fi considerat ca satisfăcător pentru aspectele practice.

Din datele prezentate rezultă că rezistența medie a punților la transmisia căldurii prin conducție, este cuprinsă între 0,647 și 0,865 m² h°C/kcal, inferioară rezistenței din secțiunea izolată termic (0,90 m² h °C/kcal).

Influența punților asupra întregului panou, în ceea ce privește pierderile de căldură, va fi în funcție și de tipul de panou (plin sau

cu ferestre) și de raportul între suprafața zonei de influență a punților față de suprafața întregului panou.

Pentru determinarea rezistenței medii la transmisia căldurii a întregului panou, pe baza propunerii menționate mai sus, se consideră zonele de influență a punților b_i și b_i' (fig. 8) și valorile temperaturilor $\tau_{i\min}$ și $\tau_{i\max}$ determinate prin metoda cîmpului de temperatură în ipoteza transmisiei plane.

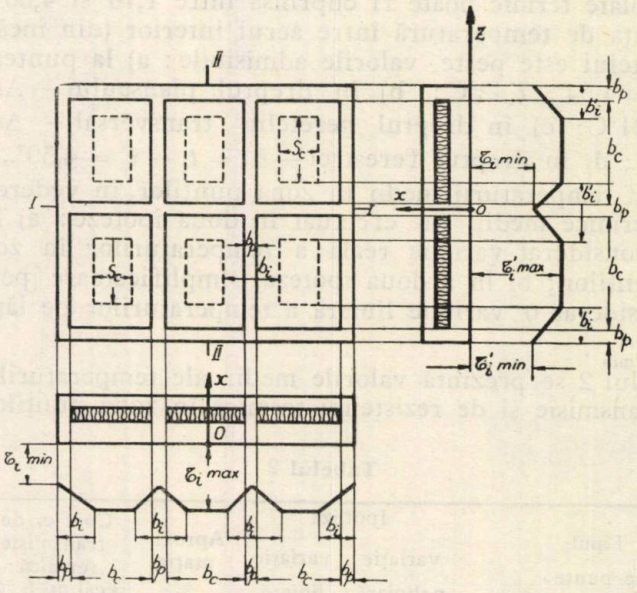


Fig. 8. — Ipoteza variației lineare a temperaturilor în zona de influență a punților la structuri neomogene.

Suprafața panoului se împarte în două zone distincte în ceea ce privește transmisia termică: a) S_c — zona de suprafață neinfluențată de puntea termică; b) S_i — zona de suprafață influențată de puntea termică.

Temperatura medie $\tau_{i\text{med}}$ a suprafeței interioare a panoului, necesară pentru calculul coeficientului de transmisie termică, se va calcula cu relația:

$$\tau_{i\text{med}} = [\sum S_c \tau_{i\max} + \sum S_i(\tau_{i\max} + \tau_{i\min})/2]/(\sum S_c + \sum S_i).$$

Coeficientul mediu de transmisie totală a căldurii se va calcula cu relația:

$$K_{i\text{med}} = (t_i - \tau_{i\text{med}})\alpha_i/(t_i - t_e).$$

Aplicînd aceste considerente la calculul unor panouri mari, în trei straturi, utilizate în prezent în R. P. R., a rezultat o rezistență termică

de 0,69...0,86 $m^2 h°C/kcal$ față de rezistența termică în secțiunea izolată termic, de 1,09 $m^2 h°C/kcal$, ceea ce arată importanța hotărîtoare a punților asupra caracteristicilor termice la structuri neomogene.

4. Concluzii

Determinarea caracteristicilor termice ale structurilor neomogene pe două sau trei direcții, pe baza ipotezei clasice a transmisiei liniare, conduce la aproximații mari.

Pentru structurile de pereți și terase cu punți se propune soluționarea caracteristicilor termice pe baza transmisiei plane, după două direcții perpendiculare.

Calculul termic la aceste structuri se propune a fi soluționat pe baza cîmpului termic, a cărui trasare prin metoda analogiei electrice este riguroasă și expeditivă.

Pentru determinarea rezistenței termice medii la elementele neomogene, sînt suficiente datele referitoare la: a) temperatura minimă ($\tau_{i\min}$) a suprafeței interioare a elementului de construcție; b) lățimea zonei de influență (b_i) a punții.

Acceptarea unei variații liniare a temperaturii de la $\tau_{i\max}$ la $\tau_{i\min}$, în zona de influență (b_i) a punții, conduce la aproximații practic acceptabile.

Luarea în considerare a problemelor de dimensionare termică, menționate în această lucrare, asigură un raport mai judicios între pierderile reale de căldură prin pereții neomogeni și instalația de încălzire și va contribui la ridicarea confortului în construcții.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de construcții

BIBLIOGRAFIE

1. Focșa V., Radu A., Vereș Al., Bul. Inst. polit. Iași, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, p. 379.

ТЕРМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ СТЕН С МОСТАМИ

(Резюме)

Предлагается метод установления термических характеристик для железобетонных крупнопанельных трехслойных наружных стен, пользуя изотермическое поле определяемое экеперименталными путями основанными на электрических аналогиях и применяя упрощенную гипотезу линейного измерения температуры в зоне влияния тепловых мостов.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменения температуры у однородных стен в случае линейной передачи в стационарном режиме.

Рис. 2. — Плоскостная передача температуры у неоднородных стен. *p* — мост.

Рис. 3. — Сеть для расчета с конечными разностями.

Рис. 4. — Термическое поле у обычного моста в крупных железобетонных трехслойных панелях.

Рис. 5. — Термическое поле у перекрытия в железобетонной крупнопанельной постройке.

Рис. 6. — Термическое поле в зоне поперечных стен в крупнопанельных железобетонных постройках.

Рис. 7. — Термическое поле в зоне окон в крупных трехслойных железобетонных панелях.

Рис. 8. — Предположение линейного изменения температуры в зоне влияния тепловых мостов неоднородной структуры.

SUR LE CALCUL THERMIQUE DES PAROIS EN GRANDS PANNEAUX, AVEC PONTS THERMIQUES

(Résumé)

On présente une méthode pour la détermination des caractéristiques thermiques des grands panneaux pour les parois extérieures en béton armé en trois couches, en utilisant le champ thermique déterminé par des méthodes expérimentales basées sur l'analogie électrique. En ce but on propose l'hypothèse simplifiée de la variation linéaire de la temperature dans la zone d'influence des ponts thérmiques.

Explication des figures

Fig. 1 — Variation de la température chez les parois homogènes, dans le cas de la transmission linéaire, en régime stationnaire.

Fig. 2. — Transmission plane de la chaleur chez les parois hétérogènes. p — pont thermique.

Fig. 3. — Réseau pour le calcul à l'aide des différences finies.

Fig. 4. — Champ thermique chez un pont courant en panneaux de béton armé en trois couches.

Fig. 5. — Champ thermique dans la zone du plancher chez une construction en grands panneaux en béton armé.

Fig. 6. — Champ thermique dans la zone de la paroi transversale chez une construction en grands panneaux en béton armé.

Fig. 7. — Champ thermique dans la zone de la fenêtre chez les constructions en grands panneaux en béton armé, avec trois couches.

Fig. 8. — Hypothèse de la variation linéaire des températures dans la zone d'influence des ponts dans le cas des structures hétérogènes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 691.3 ; 725

SILOZURI DEMONTABILE DIN BETON PRECOMPRIMAT

DE

ANATOLIE MIHUL, G. ASANDEI şi D. ZĂICESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Problema construcţiei silozurilor demontabile (folosite ca depozite pentru materiale în stare granulară), necesare în procesul de organizare al şantierelor, în sectoarele agricole, în unele industrii sau staţii intermediare de transport, capătă o importanţă din ce în ce mai mare în stadiul actual de dezvoltare al patriei noastre.

Rezolvarea unor astfel de depozite, pînă în prezent, s-a obţinut prin folosirea silozurilor metalice demontabile, a unor construcţii provizorii din lemn sau a unor magazii de depozitare din zidărie sau elemente prefabricate. Magaziile, în general, nu satisfac în suficientă măsură cerinţele de exploatare pentru materiale în stare granulară, datorită dificultăţilor tehnologice ce apar în rezolvarea problemelor de încărcare şi descărcare a materialelor cît şi în ceea ce priveşte conservarea lor în condiţii satisfăcătoare ; totodată magaziile sînt mijloace fixe, care revin la un preţ ridicat, nejustificat de folosirea lor pe o durată redusă de exploatare. Prin folosirea silozurilor metalice, demontabile, dezavantajele tehnologice ivite la magazii sînt eliminate, în mare parte ; apar însă alte dificultăţi legate de consumul ridicat de oţel necesar executării lor, cost în general ridicat, cheltuieli importante pentru întreţinere etc.

Condiţiile actuale de industrializare a elementelor din beton armat, posibilitatea realizării unor elemente uşoare din beton de mărci superioare la care pericolul de fisurare este eliminat prin introducerea unor tensiuni iniţiale avantajos dirijate, posibilitatea de asamblare a elementelor prefabricate de dimensiuni reduse în construcţii spaţiale, prin precomprimare, deschid perspective noi pentru folosirea betonului armat în construcţii demontabile.

Plecînd de la aceste observaţii un colectiv de ingineri de la şantierul Oneşti în colaborare cu catedra de beton armat de la Institutul politehnic din Iaşi, a întocmit un studiu cu privire la alcătuirea unor silozuri demontabile din beton armat precomprimat, care pot înlocui în condiţii avantajoase silozurile metalice de inventar.

Primul siloz de acest gen s-a proiectat şi s-a realizat în cadrul lucrărilor de organizare de la şantierul Oneşti în anul 1962, fiind destinat pentru depozitarea cimentului (fig. 1).

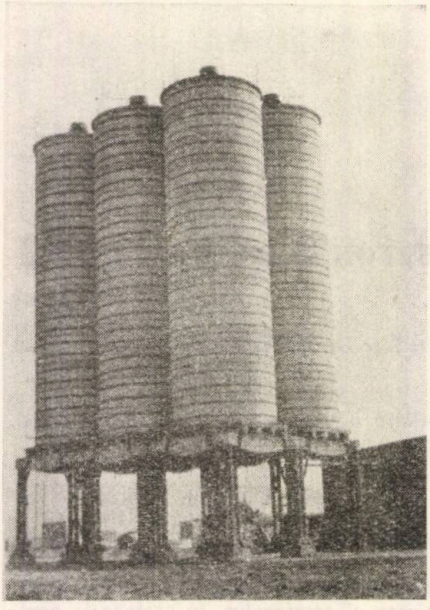


Fig. 1

2. Principii de alcătuire

Pentru construcţia unor silozuri demontabile din elemente de inventar din beton armat, care să poată fi montate şi demontate în mai multe rînduri şi transportate la distanţe mari pe platformele peridocurilor vehiculelor auto sau vagoanelor de cale ferată, fără dificultăţi, este necesar să se asigure următoarele condiţii:

a) Sistemul să se preteze la demontări şi montări multiple, ce pot fi executate într-un interval scurt de timp, fără consum de materiale suplimentare, fiind eliminate totodată posibilităţile de degradare a elementelor prefabricate.

b) Forma, greutatea şi dimensiunile elementelor prefabricate să fie astfel alese încît să se încadreze în gabaritele vehiculelor şi a căilor de transport şi să permită folosirea unor macarale, de preferinţă auto, ce pot fi transportate la punctul de încărcare, descărcare şi montare a prefabricatelor.

c) Sistemul realizat să asigure condiţiile optime pentru încărcarea, descărcarea şi conservarea materialelor.

d) Consumul de oţel şi de ciment să fie redus la minimum, iar costul să fie acceptabil.

Menţionăm că principiile expuse se referă atît la realizarea infrastructurii cît şi a suprastructurii silozului.

Plecînd de la aceste principii am considerat că una dintre soluţiile ce ar prezenta avantaje maxime pentru rezolvarea suprastructurii unor silozuri de acest gen ar fi aceea de a se folosi inele prefabricate (virole), precomprimate în sensul transversal (cu armătură inelară) şi asamblate la faţa locului prin precomprimare.

Realizarea greutăţii proprii reduse a silozului, condiţie esenţială pentru sisteme demontabile şi refolosibile de mai multe ori, este determinată de grosimea pereţilor, ale căror dimensiuni rezultă din condiţia de rezistenţă, din condiţiile tehnologice de exploatare a silozului (de protecţie a materialelor însilozate contra acţiunii agenţilor exteriori) şi de condiţiile de execuţie. Din acest punct de vedere, în urma analizei mai multor soluţii pentru silozurile de ciment, am ajuns la concluzia că grosimea minimă a pereţilor de beton (în cazul cînd posibilitatea de fisu-

rare este eliminată prin precomprimare transversală) este de 5 cm, care ar putea fi încă redusă în cazul folosirii armocimentului precomprimat.

Diametrul celulelor pentru astfel de sisteme este indicat a nu depăşi 3,60 m, în cazul cînd celulele sînt transportate pe platforme speciale, cu vehicule auto, şi 3,20 m cînd sînt transportate cu vagoane de cale ferată. Înălţimea celulelor se alege, de la caz la caz, funcţie de greutatea inelelor, de macaralele de care se dispune şi de condiţiile de transport. Înălţimile indicate sînt cuprinse între 1 m şi 3 m. Înălţimile mai mari sînt preferate deoarece reduc numărul de îmbinări.

Pentru asamblarea inelelor pe verticală este indicat a se folosi bare de diametru mare, care prezintă o bună rezistenţă la corodare şi care pot fi mai uşor protejate cu vopsele sau lacuri; barele longitudinale se dispun în golurile create prin intermediul unor nervuri verticale interioare racordate cu peretele celulelor prin curbe continui în aşa mod încît prezenţa lor să nu dăuneze asupra procesului de descărcare a materialului însilozat.

Problema materialului ce urmează a fi folosit pentru realizarea continuităţii între inele, al cărui rol este pe de o parte de a asigura etanşeitatea necesară pereţilor celulelor, iar pe de altă parte de a asigura rezemarea continuă a unei virole pe cealaltă, rămîne să fie studiată în continuare. Considerăm că într-un viitor apropiat folosirea unor inele din cauciuc pînzat sau a unor inele din mase plastice, va rezolva în condiţii optime această problemă.

Deocamdată la sistemele executate s-a experimentat soluţia clasică de umplere a rosturilor cu mortar de ciment, cu singura deosebire că marginile virolelor au fost în prealabil unse cu soluţie de săpun pentru a înlătura aderenţa mortarului de beton. Din încercările care s-au efectuat asupra demontării virolelor a rezultat că această soluţie poate rezolva satisfăcător construcţia unor silozuri demontabile. Mortarul de ciment asigură în condiţii corespunzătoare etanşeitatea rosturilor şi totodată rezemarea continuă a virolelor, unele peste altele. Dezavantajul acestui sistem de rezolvare al rosturilor faţă de folosirea unor inele de cauciuc sau mase plastice, ce s-ar interpune între virole, constă în faptul că mortarul este un material care se pierde la fiecare demontare a celulelor. De asemenea operaţiile de precomprimare şi în general de montare a virolelor sînt condiţionate de factorii climatici.

În ceea ce priveşte modul de montare a inelelor prefabricate au fost studiate două soluţii: a) montarea inelelor pe verticală, prin suprapunerea lor, şi apoi efectuarea precomprimării şi b) montarea virolelor pe orizontală, precomprimarea lor, şi apoi ridicarea în poziţie verticală a celulei întregi cu ajutorul unei capre metalice (înălţimea redusă a celulelor de 10...14 m folosite la silozurile demontabile asigură condiţii optime pentru astfel de montări de construcţii).

Una din problemele dificile de construcţie a silozurilor demontabile din beton armat o constituie realizarea unei infrastructuri demontabile.

Din studiile efectuate în acest sens am ajuns la concluzia că folosirea unor plăci de fundaţie cu goluri sau chesoane care se asamblează prin precomprimare după două direcţii (fig. 2) satisface avantajos condi-

ţiile cerute pentru o infrastructură demontabilă. În locul plăcilor pot fi folosite, în cazul terenurilor foarte bune, inele prefabricate din beton armat cu suport pentru fiecare celulă. Celulele, în ambele variante, reazemă direct pe plăcile sau inelele de fundaţii. Plăcile sînt prevăzute cu inele metalice care asigură fixarea lor prin buloane de gulerele metalice, care sînt fixate la virolele de bază ale celulelor.

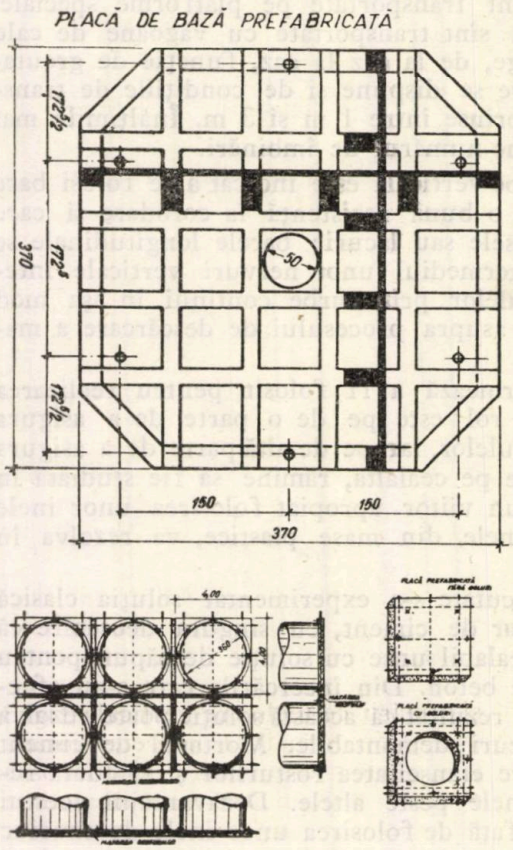


Fig. 2

La silozurile la care apare necesitatea realizării unor spaţii libere sub celule, rezolvarea unei infrastructuri demontabile din beton armat este mai dificilă. Folosirea unor panouri din beton armat precomprimat, cu zăbrele care se asamblează prin înbulonare sau a unor elemente asamblate prin precomprimare la partea inferioară şi superioară şi după direcţia diagonalelor poate rezolva satisfăcător construcţia infrastructurii demontabile.

Faţă de beton, în acest caz, este de preferat infrastructura metalică demontabilă, care însă prezintă dezavantajele cunoscute ale consumului ridicat de oţel.

3. Realizarea silozurilor demontabile din beton armat pentru depozitarea cimentului de la Oneşti

În anul 1962 s-a realizat la Oneşti, pentru prima oară în ţara noastră, un siloz demontabil din beton armat alcătuit din şase celule de formă cilindrică (fig. 1), cu o capacitate de 850 t. Celulele sînt construite din elemente prefabricate, în formă de inele precomprimate în sensul transversal, care au fost asamblate pe verticală prin precomprimare în aşa mod încît să fie asigurată posibilitatea unei uşoare demontări.

Pentru alcătuirea suprastructurii au fost folosite trei tipuri de prefabricate: a) plăci de bază (fig. 2); b) inele prefabricate (virole) (fig. 3); c) plăci de acoperiş (fig. 4).

Infrastructura a fost realizată din stîlpi metalici confecţionaţi din burlane de foraj declasate care susţin plăcile de bază ale celulelor (fig. 1) prin intermediul unei rame din beton alcătuită din elemente prefabricate.

În cele ce urmează se descrie numai soluţionarea suprastructurii care prezintă unele elemente noi faţă de soluţiile adoptate astăzi.

a) *Alcătuirea inelelor prefabricate.* Avînd în vedere condiţiile de montare şi transport ce pot fi asigurate în faza de organizare a şantierelor (cînd urmează a fi montate celulele silozului) şi cele de execuţie, virolele folosite la alcătuirea silozului de ciment de la Oneşti au fost proiectate şi executate cu diametrul de 3,60 m, înălţimea de 1 m şi grosimea pereţilor de 5 cm. La faţa interioară a pereţilor inelelor sînt prevăzute şase nervuri verticale racordate continuu cu placa. În centrul nervurilor este amplasat cîte un gol cu diametrul de 5 cm, pentru trecerea armăturii necesare asamblării inelelor şi armării celulelor pe verticală (fig. 3 şi fig. 5). Armătura nepretensionată a virolelor este alcătuită din bare de ∅ 6 mm montate pe două rînduri pe orizontală şi bare de acelaşi diametru, dispuse pe verticală, la distanţa, unele de altele, de 25 cm.

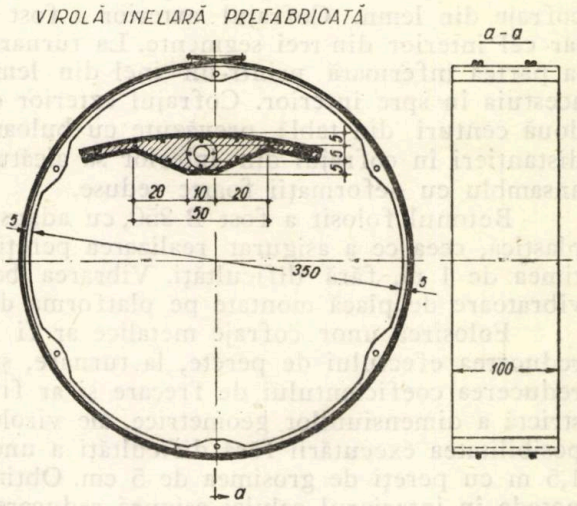


Fig. 3

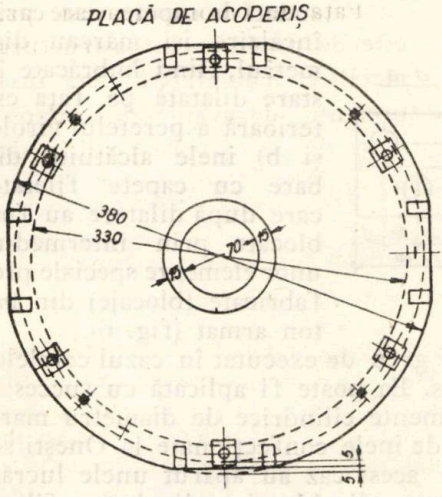


Fig. 4

Virolele sînt precomprimate în sensul transversal cu cîte două bare inelare de ∅ 16 mm din oţel OLX 52 [1]) (la care limita de curgere a fost ridicată la circa 5000...5500 kg/cm² prin calibrare). Precomprimarea transversală s-a efectuat, în special, în scopul eliminării eforturilor de întindere din beton ce pot apare la transportul şi manipularea virolelor precum şi pentru preluarea eforturilor de întindere produse de presiu-

[1]) Oţelul folosit (livrat de fabrică ca oţel OL X 52) a avut rezistenţa de rupere în jurul a 6000 kg/cm².

nea cimentului însilozat (fiind eliminată astfel posibilitatea apariţiei unor fisuri periculoase în pereţii celulelor). Greutatea unei virole, executată în condiţiile descrise, a rezultat de 1000 kg.

Turnarea virolelor, din lipsa unor cofraje metalice, s-a executat în cofraje din lemn. Cofrajul exterior a fost alcătuit din două segmente, iar cel interior din trei segmente. La turnare, cofrajul interior era blocat la partea inferioară printr-un inel din lemn care împiedica deplasarea acestuia în spre interior. Cofrajul exterior era strîns la montarea lui cu două centuri din tablă prevăzute cu buloane, astfel încît presînd prin distanţieri în cofrajul din interior să alcătuiască împreună cu acesta un ansamblu cu deformaţii foarte reduse.

Betonul folosit a fost B 250, cu adaus de plastifianţi cu consistenţă plastică, ceea ce a asigurat realizarea pereţilor de 5 cm grosime şi înălţimea de 1 m, fără dificultăţi. Vibrarea betonului a fost efectuată cu vibratoare de placă montate pe platforma de bază.

Folosirea unor cofraje metalice ar fi asigurat într-o mare măsură reducerea efectului de perete, la turnare, şi compactarea betonului prin reducerea coeficientului de frecare şi ar fi asigurat totodată respectarea strictă a dimensiunilor geometrice ale virolelor, ceea ce ar fi condus la posibilitatea executării fără dificultăţi a unor inele de înălţime de circa 1,5 m cu pereţi de grosimea de 5 cm. Obţinerea unor suprafeţe perfect netede în interiorul celulei asigură reducerea frecărilor dintre ciment şi perete, iar în exteriorul celulei o repartiţie mai uniformă a presiunilor provocate de acţiunea barelor pretensionate.

b) *Precomprimarea transversală a virolelor.* Precomprimarea virolelor în sensul transversal s-a realizat folosindu-se procedeul electrotermic. Au fost experimentate două soluţii: a) inele alcătuite din cîte o bară sudată la capete, care prin încălzire îşi măreau diametrul, fiind îmbrăcate în stare dilatată pe faţa exterioară a peretelui virolei şi b) inele alcătuite din bare cu capete filetate, care după dilatare au fost blocate prin intermediul unor elemente speciale prefabricate (blocaje) din beton armat (fig. 6).

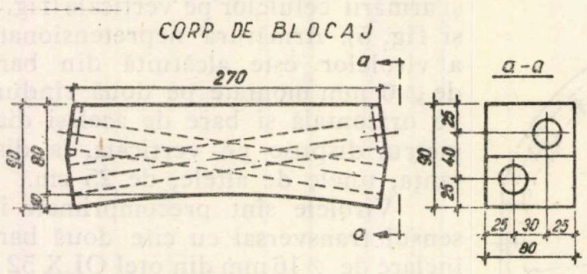


Fig. 6

Prima soluţie s-a dovedit practic greu de executat în cazul celulelor de formă cilindrică cu diametru redus. Ea poate fi aplicată cu succes la inele de formă tronconică, sau la elemente cilindrice de diametru mare. Din acest motiv, la executarea seriei de inele confecţionate la Oneşti s-a aplicat soluţia a doua, cu toate că în acest caz au apărut unele lucrări suplimentare faţă de prima soluţie cum ar fi: blocajele din beton, filetarea capetelor, folosirea blocajelor metalice sub formă de şaibe şi piuliţe etc.

Practic, pentru realizarea precomprimării transversale a virolelor s-a procedat astfel. Barele din oţel OLX 52 ∅ 16 mm s-au tăiat la dimensiunea necesară, funcţie de perimetrul exterior al virolelor; la determina-

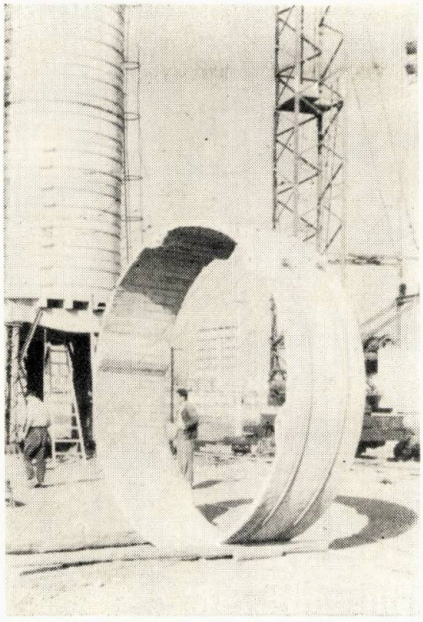


Fig. 5

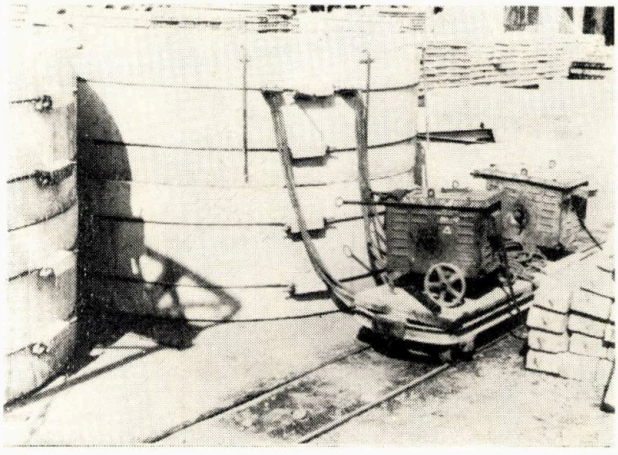


Fig. 7

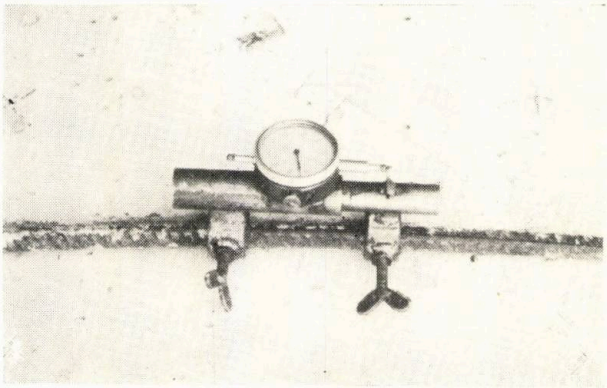


Fig. 8

Fig. 9

rea lungimii barelor s-a ţinut seama de deformaţiile permanente pe care le vor căpăta după calibrare şi de lungimea tijelor filetate necesare ancorării. După ce tijele filetate au fost sudate prin sudură cap la cap, prin presiune, barele au fost întinse mecanic, calibrate prin intermediul unui troliu, pînă la deformaţia de circa 4%, rezistenţa de curgere fiind astfel ridicată la 5000...5500 kg/cm^2. Capetele barelor pregătite pentru pretensionare au fost introduse în blocajele din beton fiind montate şi piuliţele pentru blocare. Pentru încălzirea barelor la temperatura de circa 300°C s-a folosit o instalaţie alcătuită din două transformatoare de sudură de 500 A, grupate în paralel. Transformatoarele au fost aşezate pe platforma unui vagonet ce se deplasa pe o linie decauville, amplasată de-a lungul pistei de depozitare a virolelor (fig. 7). Clemele de contact se fixau prin intermediul unor şuruburi mecanice care realizau o presiune de contact de 60...100 kg/cm^2, fapt care a eliminat supraîncălzirea barelor în zonele de contact. Operaţia de pretensionare a unui inel se desfăşura astfel: după ce inelul de armătură se monta în ancorajul de beton şi se introducea pe exteriorul virolei, se acţionau manual cele două piuliţe montate pe extremităţile filetului pînă cînd barele se mulau pe conturul circular al virolei. Apoi se monta dispozitivul de măsurare a deformaţiilor (fig. 8) şi se fixau cele două cleme de contact de la circuitul transformatoarelor. Se conectau transformatoarele la reţea şi se măsurau deformaţiile datorite încălzirii barei, strîngîndu-se continuu cele două piuliţe de la extremităţile barei (fig. 9) pînă cînd comparatoarele indicau deformaţia dorită. După scoaterea barei din circuit şi răcirea completă a ei, se urmărea dacă a fost realizată deformaţia calculată, corespunzătoare efortului unitar din armătura pretensionată (σ_{p1}), după transfer.

Dispozitivul cu care s-a măsurat deformaţia barelor era un deformetru, conceput într-un mod original, alcătuit din două tuburi care culisează unul în altul şi care sînt prevăzute fiecare cu cîte o clemă cu cuţit de fixare pe bară. Pe unul din tuburi este fixat un comparator cu precizia de măsurare de 0,01 mm, iar pe celălalt tub un reper fix de care se sprijină tija comparatorului (fig. 8). Baza pe care s-a făcut măsurătoarea deformaţiilor (distanţa între cuţite) a fost de 15 cm.

Prin folosirea procedeului electrotermic aplicat la pretensionarea armăturilor transversale s-au realizat următoarele avantaje esenţiale:

a) S-au redus frecările, ceea ce a permis executarea inelelor de armătură dintr-o singură bucată, fiind înlăturată segmentarea lor şi o dată cu aceasta s-a obţinut o reducere a numărului de blocaje cu circa 85% faţă de sistemele folosite astăzi pentru precomprimări inelare de acest gen.

b) Din măsurătorile efectuate a reieşit că eforturile pot fi considerate practic uniform distribuite în bara preîntinsă, neglijîndu-se unele scăderi ale acestora în dreptul nervurilor.

c) Pentru precomprimare au fost folosite utilaje existente pe şantier fără a se face vreo investiţie suplimentară.

d) S-a redus în mare proporţie manopera care ar fi fost necesară pentru tensionarea pe cale mecanică a unor segmente dispuse după trasee curbe.

e) Tensionarea armăturilor s-a efectuat cu muncitori care nu au avut o specializare în acest sens.

După terminarea pretensionării armătura a fost protejată prin chituire cu chit de miniu, peste care s-au aplicat apoi succesiv mai multe straturi de vopsea.

c) *Precomprimarea virolelor în sens longitudinal.* Precomprimarea pe verticală a virolelor s-a realizat cu 6 bare din oţel OLX 52 ∅ 16 mm, calibrate, care s-au dispus în canalele din nervuri după terminarea montării pe verticală a inelelor (fig. 10). Matarea spaţiului dintre virole s-a realizat cu mortar de ciment, după ce, în prealabil, marginile acestora au fost unse cu soluţie de săpun pentru a asigura, fără dificultăţi, demontarea lor. Întinderea barelor s-a efectuat de asemenea, prin procedeul electrotermic. Instalaţia de încălzire a fost alcătuită din două transformatoare de 700 A cu care s-au putut pretensiona concomitent cîte două bare, eliminîndu-se în acest mod posibilitatea apariţiei unor forţe excentrice la precomprimare. Blocarea barelor la partea superioară s-a făcut prin intermediul a două cupoane sudate, iar la partea inferioară cu şaibe şi piuliţe. Pentru a asigura protecţia contra corodării armăturile verticale au fost vopsite în trei straturi cu vopsea rezistentă la temperatura de 400°C, înainte de introducerea lor în golurile nervurilor. Dispozitivul de măsurare a deformaţiilor s-a montat într-o instalaţie auxiliară la partea inferioară a celulei în care bara se bloca provizoriu (fig. 11).

4. Rezultatul încercării virolelor pînă la pierderea capacităţii de rezistenţă şi observaţii asupra comportării silozului în timpul exploatării

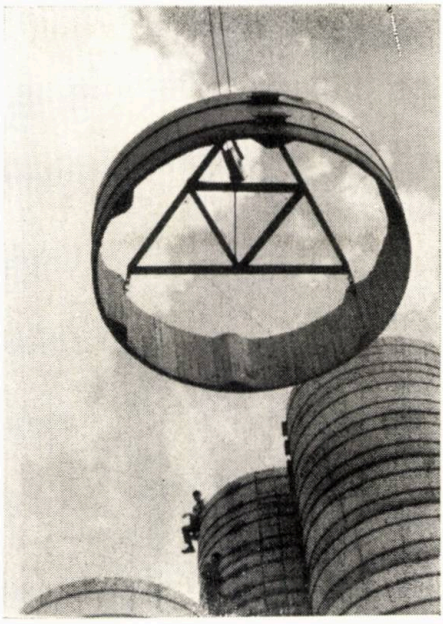
Pentru verificarea comportării celulelor la transport, montare şi acţiunea precomprimării longitudinale, un număr de 3 virole au fost încercate pînă la sarcina de rupere (fig. 12, 13). Dispunerea reazemelor s-a făcut în ipoteza cea mai defavorabilă care ar putea să apară în timpul transportului.

Fisurile au apărut la sarcini de circa 12 500 kg faţă de 1 000 kg care reprezintă greutatea celulei din eforturi principale de întindere. Pierderea capacităţii de rezistenţă s-a produs la o încărcare de circa 17 600 kg. Fisurile au apărut în vecinătatea reazemelor, fiind orientate oblic după cum rezultă din fig. 12...14. După apariţia primelor fisuri (la sarcina de circa 12 500 kg), prin descărcarea virolelor fisurile s-au închis în totalitatea lor. Rezultatele obţinute la încercarea inelelor au dovedit că nu există posibilitatea de fisurare a virolelor precomprimate la transport şi manipulare, dacă acestea sînt aşezate pe platforme în poziţie orizontală.

Valoarea pierderilor de tensiuni în armătura transversală în totalitatea ei (pînă la încărcarea celulelor) a rezultat de circa 1 600 kg/cm^2, ceea ce reprezintă circa 30% faţă de efortul σ_0.

Din observaţiile întreprinse asupra comportării celulelor la încărcări şi descărcări succesive ale acestora cu ciment, în interval de circa 1 an, nu s-a observat apariţia unor fisuri sau degradări ale pereţilor celulelor sau ale mortarului de legătură (dintre inele).

La demontarea inelelor, care s-a făcut experimental la o celulă, nu s-au întîmpinat dificultăţi în ceea ce priveşte îndepărtarea mortarului.



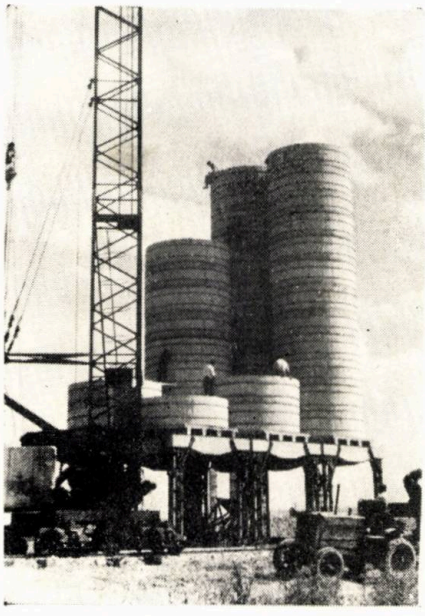


Fig. 10

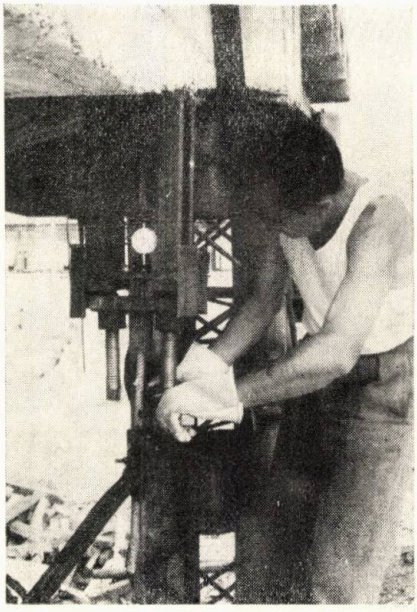


Fig. 11

Fig. 12

Fig. 13

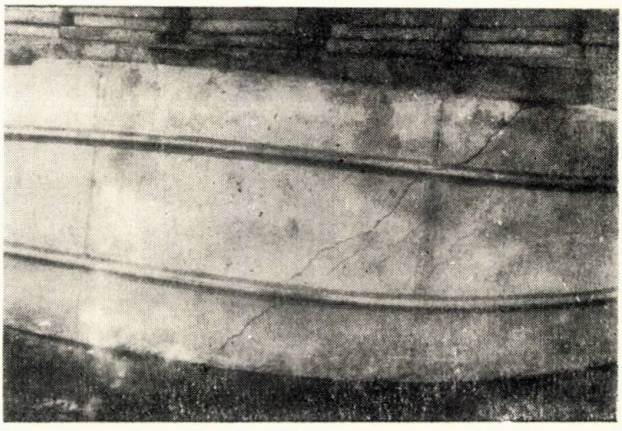


Fig. 14

Observaţiile efectuate au scos în evidenţă posibilitatea folosirii betonului precomprimat pentru realizarea în bune condiţii a unor silozuri demontabile în genul celor realizate la Oneşti, care sînt sigure, trainice şi economice.

5. Consideraţii economice

Indicii tehnico-economici obţinuţi la construcţia silozului de la Oneşti, în comparaţie cu unele silozuri demontabile folosite în prezent, sînt daţi în tabelul 1.

Avantajele în privinţa consumului de oţel sînt evidente faţă de silozurile metalice demontabile folosite în ţara noastră şi în alte ţări.

Tabelul 1

Indicii de consum obţinuţi la diferite soluţii de silozuri de şantier realizate

Tipul	Cap t/celulă	Consum oţel kg/t însilozat			Consum ciment kg/t însilozat		
		Infrastr.	Suprastr.	Total	Infrastr.	Suprastr.	Total
Proiect siloz metalic (I. P. C. M. C.)	81	—	—	80	—	—	5
Siloz pentru depozit regional fix (R.D.G.)	1 000	—	—	40	—	—	150
Siloz pentru depozitarea în staţii de cale ferată (R. D. G.)	50	—	—	70	—	—	—
Siloz pentru depozitare în fabrici de beton lîngă betonieră, metalic (R. D. G.)	15	—	—	100	—	—	—
Siloz Oneşti, infrastructură metalică	130	17	18	35	25	34	59
Siloz Oneşti, infrastructură de beton armat	130	6	17	23	30	36	66

6. Concluzii

1. Experienţa construcţiei silozurilor demontabile de la Oneşti a scos în evidenţă posibilitatea folosirii betonului armat precomprimat pentru executarea unor silozuri demontabile, trainice, sigure şi economice.

2. Precomprimarea inelelor în sensul transversal permite reducerea grosimii pereţilor la 5 cm, fără a exista pericolul apariţiei unor fisuri periculoase, ceea ce asigură obţinerea unor piese demontabile, uşoare, ce pot fi transportate, manipulate şi montate fără dificultăţi.

3. Folosirea procedeului electrotermic pentru pretensionarea barelor transversale elimină în cea mai mare parte efectul frecărilor dintre peretele silozului şi armătură, ceea ce asigură posibilitatea folosirii armăturilor inelare nesegmentate, fapt care conduce la reducerea blocajelor cu circa 85% faţă de sistemele cunoscute, fiind realizat totodată, practic, un efort uniform în bară.

4. Problema rezolvării rostului dintre inele urmează să fie studiată în continuare. Folosirea unor inele de inventar de cauciuc pînzat sau masă plastică (dispuse între inele) ar permite simplificarea operaţiilor de montare şi demontare a inelelor prefabricate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de beton armat
şi
Şantierul Oneşti

РАЗБОРНЫЕ СИЛОЗЫ ИЗ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОГО БЕТОНА

(Резюме)

Приводятся исследования возможности использования предварительно напряженного бетона для производства сборных — разборных силозов. Даны решения таких силозов построеных из отдельных предварительно напряженных колец, поперечной арматуры, соединенных друг с другом в вертикальной плоскости натяжением продольной арматуры.

Описывается реализация сборного, разборного силоза построенного в Онештах, вместимостью в 850 т, состоящего из шести банок. Толщина стенок колец 5 см, диаметр 3,6 м, высота 1 м. Предварительное напряжение поперечной арматуры (2∅16 мм OLX 52 для каждого кольца) было осуществлено электротермическим методом, при котором были устранены трения арматурных стержней о поверхности бетона. В продольном направлении кольца каждой банки соединялись шестью вертикальными стержнями, ∅16 мм проходящими вдоль 6-ти ребер (расположенных во внешней части стенок колец) непрерывно по всей высоте банки, также напряженные электрическим способом.

Использованная арматура была предварительно упрочнена вытяжкой до 5 000...5 500 кг/см^2 при удлинении 4%.

Разборка колец, как показал опыт, не представляет никаких трудностей. Результаты полученные при испытании колец до потери несущей способности, а также наблюдения полученные во время конструкции и эксплуатации силоза из Онешть, в течение года, при повторных загрузках и разгрузках обнаружили хорошее поведение силоза, а также и колец при перевозке и монтаже.

SUR LES SILOS DÉMONTABLES EN BÉTON ARMÉ PRÉCONTRAINT

(Résumé)

On présente les études effectués concernant l'emploi du béton précontraint sous forme d'anneaux préfabriqués précontraints tranversalement et assemblés par précontrainte verticalement, pour la construction des silos démontables.

On décrit la construction d'un silo démontable, à six cellules, executé à Oneşti pour dépositer le ciment. Le silo, ayant une capacité de 850 t, est constitué d'anneaux préfabriques précontraints.

Les parois des anneaux ont une épaiseur de 5 cm, leur diamètre est de 3,6 m et l'hauteur de 1 m. La précontrainte de l'armature transversale fut réalisée par le procédé électrothermique en éliminant ainsi l'effet des frictions entre le paroi et les armatures; ces armatures ont le diamètre de 16 mm, en acier OLX 52 écrouissé, dont la limite d'écoulement fut élevée à 5 000...5 500 kg/cm^2.

L'élimination de l'effet défavorable des frictions a permis l'execution des anneaux en barres continues, ce qui a conduit à la réduction du nombre des blocages avec 85% aproximativement et a simplifié en grande mesure les processus de précontrainte.

En sens longitudinal, les cellules sont précontraintes avec 6 bares de ∅16 mm, montées dans des canaux situés dans les nervures disposés dans la partie intérieure des parois des anneaux (ceux-ci ayant été posttensionés par le même procédé électrothermique).

Le résultats obtenus lors de la preuve des anneaux (preuve faite jusqu'à la perte de la capacité de résistance) et les observations cueillies lors de l'exploitation du silo d'Oneşti pendant une année, les cellules étant chargées et déchargées succesivement à plusieures reprises, ont mis en évidence le bon comportement de ce silo aux solicitations qui interviennent à l'occasion du transport, de la manipulation et du montage des éléments préfabriqués, ainsi qu'à l'action des charges d'exploitation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

Д. К. 642.2; 625.1

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ РАБОТЫ МОСТОВ ПОД СОВМЕЩЕННУЮ ЕЗДУ

А. А. ХОХЛОВ

Мосты под совмещенную езду (рассчитанные на пропуск железнодорожной и автомобильной нагрузок) имеют ряд преимуществ перед раздельными мостами, основными из которых являются их меньшие строительные стоимости и расходы по эксплуатации.

Применение в мостостроении таких мостов выдвигает задачу исследования их работы под динамическим воздействием подвижной нагрузки с целью уточнения расчетных норм при проектировании новых и определении грузоподъемности эксплуатируемых мостов.

Днепропетровским институтом инженеров железнодорожного транспорта в 1961...62 г. г. были проведены теоретические и эксперимен-

Таблица 1

№	Данные	Тип пролетных строений:			
		I	*II*	*III*	*IV*
1	Расчетный пролет (м)	82,2	86,0	87,6	66,0
2	Высота главных ферм (м)	12,14	12,14	15,00	12,00
3	Расстояние между осями главных ферм (м)	5,78	5,78	5,80	5 80
4	Ширина проезжей части автодороги (м)	13,6	7,0	2 × 3,8	2 × 4,5
5	Расположение езды:				
	а) железнодорожный проезд	понизу			
	б) автодорога	поверху	понизу на консолях		
6	Расчетные нагрузки:				
	а) железнодорожная	Н-8	Н-8	ФД + 7,2т/м	Н-8
	б) автомобильная	Н-13	Н-10	Н-8	Н-13
	в) гусеничная	НГ-60	НГ-60	НГ-60	НГ-60
	г) трамвайная	Т-13	нет	нет	нет
7	Материал:				
	а) элементов главных ферм	НЛ-2	НЛ-2	ст-3 мост	ст-3 мост
	б) плиты автопр езжей части	жел.-бет.	жел.-бет.	дерево	жел.-бет.

тальные исследования динамической работы металлических пролетных строений балочных мостов под совмещенную езду, результаты которых приводятся в настоящей работе.

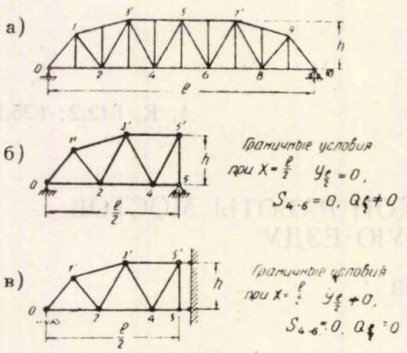


Рис. 1. — а) Действительная диаграмма для пролетных строений моста *III*; б) динамический эквивалент сети в случае прямо-симметрических форм колебаний. Пограничные условия; в) динамический эквивалент сети в случае кривосимметрических форм колебаний. Пограничные условия.

Исследования проводились на нескольких мостах, основные данные по пролетным строениям которых приведены в таблице 1.

Одной из основных динамических характеристик пролетного строения являются частоты свободных колебаний, определяющие зоны резонансного режима работы пролетных строений.

Частоты свободных вертикальных колебаний определялись методом спектральной функции [1], дающим достаточную точность не только для первой, но и для нескольких высших частот.

Для сокращения объема вычислительных работ был использован прием замены действительной системы на динамически эквивалентные для прямо и кососимметричных форм колебаний.

Выбор динамически эквивалентных схем определился граничными условиями (рис. 1).

Результаты подсчета частот вертикальных колебаний по этому методу приведены в таблице 2.

Опытные данные см. в таблице 4.

Для определения только первой частоты вертикальных колебаний можно пользоваться более простыми приближенными формулами — как для балки с приведенной массой или приведенной жесткостью [2], а также формулой И. И. Казея [3].

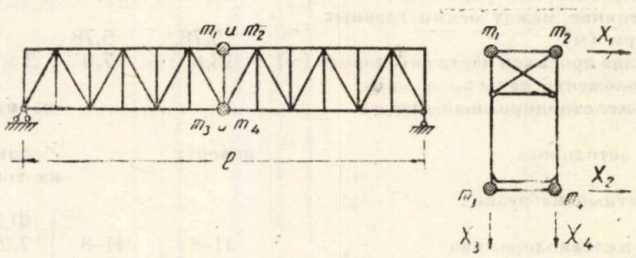


Рис. 2. — Расчетная диаграмма. Поперечное сечение.

Подсчет по этим формулам первых частот для пролетных строений *I...IV* свидетельствует о вполне удовлетворительном совпадении с опытными данными. Расхождения не превышают 11%.

Таблица 2

Формы вертикальных колебаний	Частоты для пролетных строений типа: гц			
	I	*II*	*III*	*IV*
1-я форма (основной тон)	2,15	2,40	2,74	2,78
2-я форма (основной тон)	5,39	6,36	6,25	7,55
3-я форма (основной тон)	7,55	9,23	8,91	10,32
4-я форма (основной тон)	8,99	10,69	10,86	12,12

Частоты свободных пространственных колебаний определялись при рассмотрении динамической расчетной схемы в виде пролетного строения с приведенными массами, сосредоточенными в середине пролета по поясам главных ферм (рис. 2). При этом учитывалась жесткость главных ферм, продольных и поперечных связей и портальных рам [4]. Полученые данные приведены в таблице 3.

Таблица 3

Формы пространственных колебаний	Частоты колебаний для пролетных строений типа: гц			
	I	*II*	*III*	*IV*
1-я форма	0,68	0,85	1,80	2,61
2-я форма	1,73	1,67	2,73	3,10
3-я форма	3,74	4,23	5,47	4,96

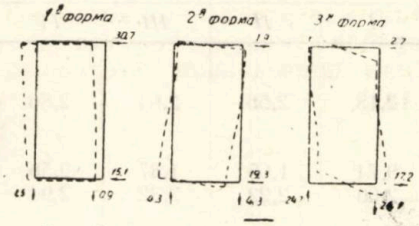


Рис. 3. — Формы пространственных колебаний пролетных строений моста *III*.

Совпадение с опытными данными для инженерных целей удовлетворительное (см. таблицу 4). Имеющиеся расхождения объясняются не столько условностью расчетной схемы, сколько тем обстоятельством, что в расчетах не представляется возможным точно учесть степень работы плиты автопроезжей части совместно с главными и ветровыми фермами ввиду целого ряда конструктивных особенностей (наличие продольных и поперечных швов в плите, характер соединения плиты с продольными балками и др.).

Установлено [5], что для рассматриваемых типов пролетных строений первая форма пространственных колебаний представляет собой преимущественно горизонтальные перемещения верхней и нижней ферм связей с незначительным поворотом сечения. Вторая форма — преимущественно крутильные колебания с некоторой деформацией поперечного сечения. Третья форма — наиболее сложная по виду, с деформацией вертикальных и горизонтальных ферм при существенном искажении поперечного сечения (рис. 3).

Анализ форм пространственных колебаний позволяет сделать вывод о возможности определения частоты колебаний по первой форме исходя из гипотезы колебаний типа „балдахин" [6], т. е. без учета податливости вертикальных ферм. Произведенные подсчеты первых частот для пролетных строений *I...IV* подтверждают это.

Экспериментальные исследования пролетных строений указанных мостов проводились под различными видами железнодорожной и автомобильной нагрузок: под проходящими поездами и автомашинами, а также под специально сформированными тяжелыми нагрузками в виде железнодорожных поездов и колонн автомашин.

Скорости движения железнодорожных нагрузок доходили до 99 км/час, автомобильных — до 62 км/час.

Под проходящей нагрузкой записывались вертикальные прогибы пролетных строений и напряжения в поясах в середине пролета, горизонтальные колебания пролетных строений по верхнему и нижнему поясам и некоторые другие процессы. Запись производилась с помощью тензометрической установки ОТ 24—51.

По каждому из мостов проведено свыше 200 опытов. Методика проведения испытаний подробно изложена в работе [7].

В результате обработки осциллограмм получены данные, характеризующие динамическую работу пролетных строений (таблица 4).

Таблица 4

№	Динамическая характеристика	Пролетные строения типа:			
		I	*II*	*III*	*IV*
1	Частота собственных вертикальных колебаний (гц)	2,18	2,56	2,94	2,86
2	Частота собственных пространственных колебаний (гц)				
	1-я форма	0,74	1,05	1,37	2,56
	2-я форма	2,00	2,22	2,32	2,94
3	Логарифмический декремент затухания вертикальных колебаний	0,054	0,063	0,046	0,037
4	Логарифмический декремент затухания пространственных колебаний:				
	1-я форма	—	—	0,072	0,036
	2-я форма	0,045	0,046	0,021	0,028
5	Наибольшие динамические коэффициенты по прогибам:				
	а) под электровозами	1,13	—	—	—
	б) под тепловозами	—	—	1,10	1,09
	в) под паровозами	1,08	1,09	1,11	1,08
	г) под шестиосными груженными полувагонами	1,07	1,03	1,12	—
	д) под четырехосными товарными груженными вагонами	1,11	1,04	1,11	1,09

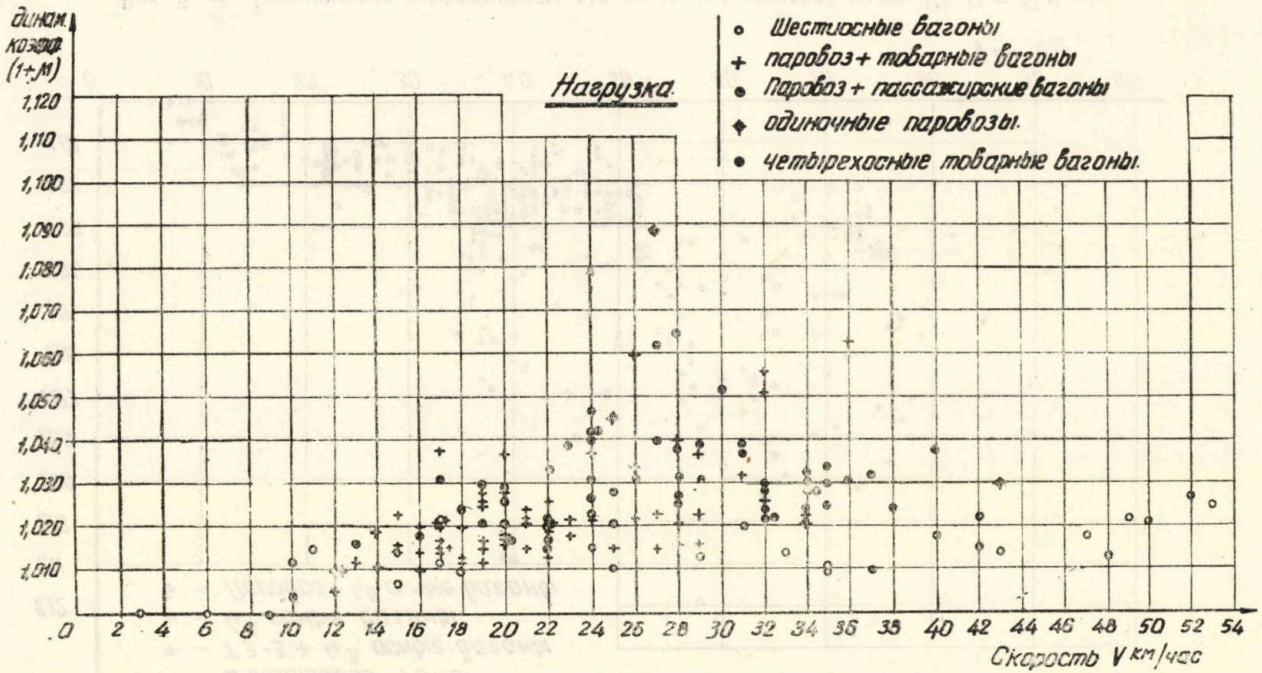


Рис. 4.— Динамические коэффициенты для пролетных строений моста *II* ($l = 86{,}0$ м).

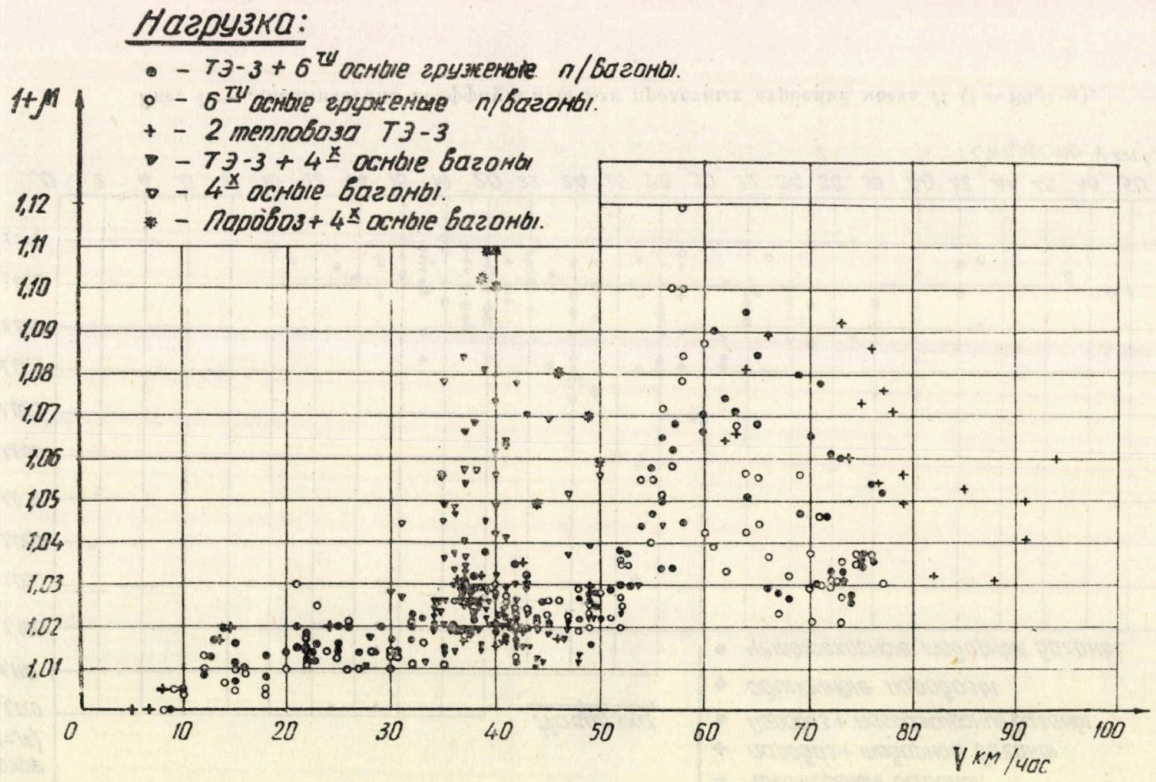


Рис. 5. — Динамические коэффициенты для пролетных строений моста *III* ($l = 87{,}6$ м).

Полученные данные свидетельствуют о том, что динамические характеристики пролетных строений мостов под совмещенную езду существенно отличаются от соответствующих характеристик железнодорожных и автомобильных мостов.

Динамические коэффициенты от железнодорожных нагрузок для них оказываются ниже расчетных (рис. 4 и 5). Наибольшие их значения при проходе нагрузок с критическими скоростями приведены в таблице 5.

Таблица 5

№	Динамический коэффициент	Тип пролетных строений:			
		I	*II*	*III*	*IV*
1	Максимальное опытное значение	1,13	1,09	1,12	1,09
2	Расчетный	1,24	1,23	1,23	1,28

Анализ опытных данных дает основание говорить о возможности снижения динамической добавки вдвое против расчетной для исследуемых пролетных строений. Со снижением динамической добавки повышается грузоподъемность пролетных строений мостов, т. е. повышается допускаемый класс автомобильной или железнодорожной нагрузок, что представляет определенный практический интерес, и в первую очередь для пролетных строений типа *III*, где класс автомобильной нагрузки сравнительно низок.

В таблице 6 приведены допускаемые классы автомобильной нагрузки при сохранении расчетных классов железнодорожной нагрузки.

Таблица 6

№	Класс автомобильной нагрузки	Тип пролетных строений			
		I	*II*	*III*	*IV*
1	Проектный	Н-13	Н-10	Н-8	Н-13
2	Допускаемый (при снижении динамического коэффициента	Н-18	Н-13	Н-13	Н-18

Поступила 24 IV 1963 г.

Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Бернштейн С. А., Керопян К. К., *Определение частот колебаний стержневых систем методом спектральной функции*. Госстройиздат, М., 1960.
2. Прокофьев И. П., Смирнов А. Ф., *Теория сооружений*. Ч. III, Трансжелдориздат, М., 1948.

3. Казей И. И., *Динамический расчет пролетных строений железнодорожных мостов.* Трансжелдориздат, М., 1960.
4. Тарасенко В. П., Тр. ДИИТ, 1961, *32.*
5. Хохлов А. А., Тр. ДИИТ, 1962, *38.*
6. Гибшман Е. Е., 21-й сборник НТК НКПС, *88,* Транспечать, 1929.
7. Дорошенко Е. В., Хохлов А. А., Тр. ДИИТ, 1962, *38.*

DYNAMIC RESEARCH OF BRIDGE WORK UNDER COMBINED TRAFFIC

(Summary)

The results of the theoretical and experimental researches of free and forced oscillations of metal spans of bridges under combined traffic are given in this work (railway and motor transport).

Explanation of the Figures

Fig. 1. — a) Real diagram of the span *III*; b) dynamic equivalent network for direct-symetrical forms of vibrations. Border conditions; b) dynamic equivalent network for skew-symetrical forms of vibrations. Border conditions.

Fig. 2. — Calculating diagram. Transversal section.

Fig. 3. — Forms of the angle vibrations of the span *II.*

Fig. 4. — Dynamic coefficients for the span *II* ($l = 86.0$ m). Load: 6-axle wagons; locomotive + wagons; locomotive + carriages; locomotive; 4-axle wagons.

Fig. 5. — Dynamic coefficients for the span *III*($l = 87.6$ m). Load: diesel-electric locomotive ТЭ-3 + 6-axle loaded wagons; 6-axle loaded wagons; 2 diesel-electric locomotives ТЭ-3; diesel-electric locomotive ТЭ-3 + 4-axle wagons; locomotive + 4-axle wagons.

STUDIUL COMPORTĂRII DINAMICE A PODURILOR SUB TRAFIC MIXT

(Rezumat)

Se expun rezultatele cercetărilor teoretice şi experimentale ale oscilaţiilor libere şi forţate ale elementelor metalice ale podurilor, sub trafic mixt (cale ferată şi auto).

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — a) Diagrama reală a arcului de legătură al podului *III*; b) echivalentul dinamic al reţelei în cazul formelor de vibraţii direct simetrice. Condiţii de contur; c) echivalentul dinamic al reţelei în cazul formelor de vibraţii curb simetrice. Condiţii de contur.

Fig. 2. — Diagrama calculată. Secţiune transversală.

Fig. 3. — Forme de vibraţii unghiulare ale arcului de legătură al podului *III.*

Fig. 4. — Coeficienţi dinamici pentru arcul de legătură al podului *II* (l=86,0 m). Sarcini: vagoane cu 6 osii; locomotivă + vagoane; locomotivă + vagoane de pasageri; vagoane cu 4 osii.

Fig. 5. — Coeficienţi dinamici pentru arcul de legătură al podului *III* (l=87,0 m). Sarcină: locomotivă diesel-electrică ТЭ-3 + vagoane de marfă cu 6 osii; vagoane de marfă cu 6 osii; două locomotive diesel-electrice ТЭ-3; locomotivă diesel-electrică ТЭ-3 + vagoane cu osii; locomotivă; vagoane cu 4 osii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 552.53

STUDIUL ZĂCĂMÎNTULUI DE GHIPS DIN NORDUL MOLDOVEI

DE

ELISABETA PĂUNEL, AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, GH. BÎGU, ANATOLIE MIHUL, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC şi FLORICA VASILESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Ghipsul reprezintă pentru industrie şi în mod special pentru industria materialelor de construcţie, o materie primă importantă datorită anumitor proprietăţi pe care le are, dintre care remarcăm următoarele:

a) Proprietatea de a pierde cu uşurinţă apa de cristalizare (parţial sau total), la temperaturi relativ mici, cu un consum redus de calorii [1]; totodată fabricarea ipsosului de construcţie se poate face în condiţii tehnologice simple, ceea ce asigură obţinerea lui la un preţ de cost scăzut faţă de alţi lianţi [2].

b) Proprietăţile ghipsului de a pierde apa în trepte, de a se transforma în diferite varietăţi de sulfat de calciu semihidratat după procesul tehnologic aplicat [3], de a se transforma în stări anhidre (cu forme polimorfe) cu posibilităţi de disociere la temperaturi înalte, fac posibilă obţinerea mai multor varietăţi de ipsos cu comportări diferite, apreciate în construcţii.

c) Proprietatea de activant pe care o posedă ghipsul permite lărgirea continuă a sortimentelor de lianţi micşti cu comportări diferite, care se pot obţine la un preţ de cost scăzut [3].

d) Pe proprietatea ghipsului de a intra în reacţie cu C_3A se bazează folosirea lui ca adaus la cimentul silicios; în baza aceleiaşi proprietăţi ipsosul se întrebuinţează la obţinerea cimentului expansiv.

e) Proprietatea ghipsului de a se disocia a permis obţinerea şi a altor produse de valoare din punct de vedere economic. Astfel: e_1) disocierea în prezenţa carbonatului de amoniu a dus la obţinerea sulfatului de amoniu (îngrăşămînt) şi a carbonatului de calciu [8]; e_2) disocierea în prezenţa carbonului (care coboară temperatura de lucru) şi a adausului de argilă a permis obţinerea acidului sulfuric ca produs principal şi a cimentului ca produs secundar [13].

---

[1]) Deshidratarea unei cantităţi de 1 kg ghips pentru a se ajunge la ipsos, necesită 138,48 kcal, pe cînd disocierea unei cantităţi de 1 kg calcar, spre a rezulta varul, cere 423 kcal.

[2]) Existenţa în natură a anhidritului permite obţinerea ipsosului în condiţii şi mai avantajoase, procesul tehnologic reducîndu-se la o simplă măcinare în prezenţa adausurilor.

[3]) De exemplu, în R. P. R., deoarece rezultă ca deşeu mari cantităţi de zgură de furnal, se pot pune bazele fabricării cimentului de zgură sulfatată la un preţ de cost scăzut, procesul tehnologic fiind simplu.

f) Proprietatea varietăţii de ghips denumită alabastru de a se prelucra uşor sub formă de plăci, piese de ornamentaţie şi sculpturi, permite folosirea lui pentru placarea faţadelor de clădiri şi chiar la unele ornamente şi monumente, rezistînd bine în timp la acţiunea agenţilor externi.

Faţă de extinderea pe care a luat-o folosirea ipsosului în alte ţări, se poate afirma că la noi utilizările lui sînt mult reduse faţă de posibilităţile de valorificare a calităţilor pe care le posedă. Din aceste motive considerăm că este necesar ca şi în ţara noastră să se dea o extindere din ce în ce mai largă folosirii ipsosului în construcţii, mai cu seamă pentru fabricarea elementelor de construcţie prin procedee tehnologice noi. Acest fapt impune dezvoltarea continuă a producţiei de ipsos şi deci necesitatea găsirii a noi surse de materii prime; de asemenea se impune reducerea preţului de cost a acestui liant, îmbogăţirea sortimentelor [4]), realizarea unor varietăţi de ipsos rezistente la apă, studii în vederea utilizării ipsosului la fabricarea unor elemente noi de construcţie (blocuri mari, panouri) ca elemente de rezistenţă sau cu rol mixt (de rezistenţă şi izolare termică) etc.

Deoarece în Moldova nu există nici o fabrică pentru ipsos, acest liant (utilizat în volum mare pe şantierele de construcţii, chiar în condiţiile actuale de dezvoltare a lucrărilor cu ipsos) este transportat de la mari distanţe, ceea ce ridică în mare măsură preţul de cost [5]).

Din motivele arătate mai sus, autorii, în cadrul planului de studiu a materiilor prime şi a materialelor de construcţie existente în Moldova, au început în anul 1952 un studiu asupra ghipsurilor, din care o primă Notă a fost comunicată în 1953 (referitoare la ghipsurile de la Cuzlău-regiunea Suceava). Ulterior acest studiu s-a extins asupra ghipsurilor din tot nordul Moldovei.

Lucrarea de faţă reprezintă o sinteză a studiului zăcămîntului de ghips din nordul Moldovei prin care se urmăreşte să se facă cunoscute posibilităţile imediate de exploatare şi folosire raţională a acestei surse de materii prime; totodată se pun bazele acumulării unui material documentar, care va putea servi în viitor la aprecierea resurselor existente de ghips şi a posibilităţilor de exploatare.

Întrucît cunoaşterea rezervelor, a posibilităţilor şi a modului de exploatare sînt direct legate de cunoaşterea morfologiei şi a stratigrafiei regiunii, în cadrul acestui studiu s-au impus ca necesare şi cercetări cu caracter geologic; datele culese cu această ocazie permit a se face aprecieri şi asupra altor resurse de materiale pentru construcţii, existente în regiune.

2. Consideraţii geologice asupra zăcămîntului de ghips din nordul Moldovei

Regiunea în care s-au întreprins studiile prezentate în lucrarea de faţă precum şi în unele lucrări anterioare [4]...[6], [9] se află în partea de nord a Moldovei, în vecinătatea rîului Prut (fig. 1) şi se întinde pe o lungime de circa 60 km şi o lăţime de 2...10 km, cuprinzînd următoarele localităţi: Crasnaleuca-Miorcani, Rădăuţi-Prut, Crăiniceni, Horodişte, Cuzlău-Ivăncăuţi, Păltiniş, Cornesti, Vatra, Hudeşti, Başău, Suharău, Dersca.

---

[4]) De exemplu fabricarea şi la noi în ţară a ipsosului de înaltă rezistenţă [3].

[5]) De exemplu adus de la Turda (prin Deda-Ciceu), distanţă de 630 km, preţul de cost se ridică cu circa 50 % loco şantier Iaşi, faţă de loco fabrică.

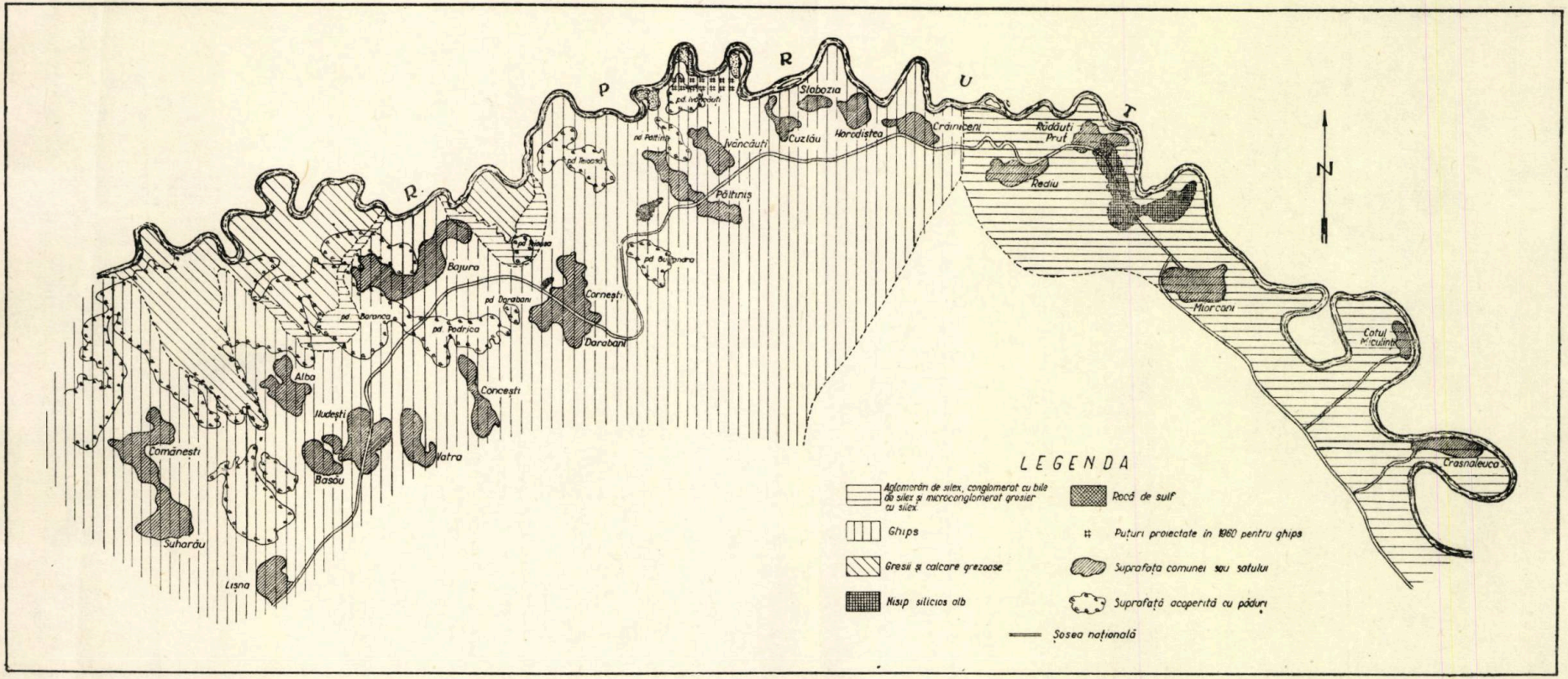
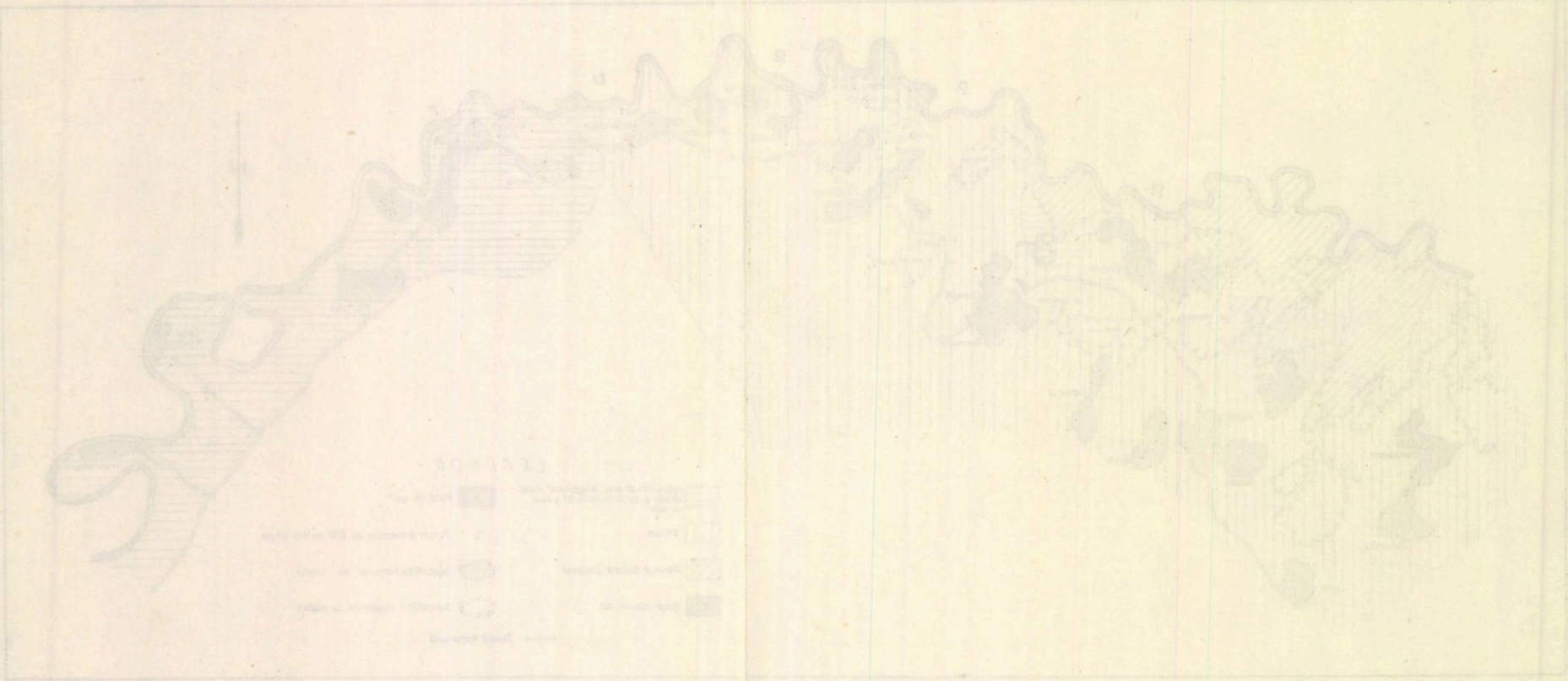
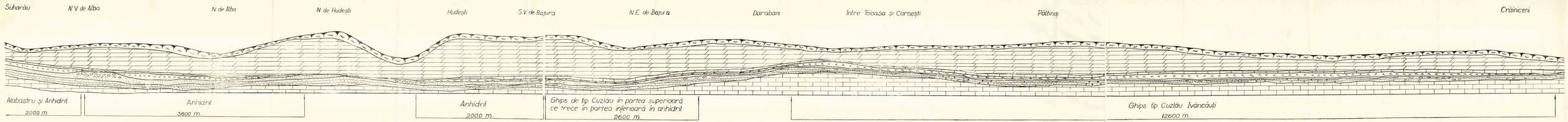

R. P R U T
Slobozia
Cuzlău
Horodiştea
Crăiniceni
Rădăuţi Prut
Rediu
Ivăncăuţi
Păltiniş
Bajura
Corneşti
Darabani
Alba
Iludeşti
Basău
Vatra
Conceşti
Comăneşti
Suharău
Lişna
Miorcani
Cotul Miculinţi
Crasnaleuca
N
LEGENDA
Aglomerări de silex, conglomerat cu bile de silex şi microconglomerat grosier cu silex
Ghips
Gresii şi calcare grezoase
Nisip silicios alb
Rocă de sulf
Puţuri proiectate în 1960 pentru ghips
Suprafaţa comunei sau satului
Suprafaţă acoperită cu păduri
Şosea naţională

Fig. 1



Elisabeta Pănoi și colaboratori

Zăcămintul de ghips din nordul Moldovei



Cuaternar:
Sol vegetal și argile loessoide

Sarmațian:
Marne cenușii cu intercalații de grezii, nisipuri, etc.

Tortonian:
Calcare grezoase cu lithothamnium
Ghips
Grezii și silexuri
Nisip silicios alb

Cretacic:
Calcare albe cretoase cu concrețiuni silicioase
Spongolite
Grezii calcaroase slab glauconitice cu silexuri
Nisip glauconitic

Silurian
Calcare cenușii din loc în loc cu slabe piritizări

Scara:
Orizontal: 1:20.000
Vertical: 1:5.000

Fig. 2. — Profil longitudinal din nordul Moldovei (întocmit pe bază de foraje)

Din cercetările geologice a părții de nord a Moldovei, începute în anul 1870 și continuate pînă în zilele noastre [1], [2], [9]...[12], cît și din forajele multiple efectuate în ultimii ani, s-a stabilit că sedimentarul din nordul podișului moldovenesc aparține mai multor ere și anume: paleozoic (silurianul superior), mezozoic (cretacicul mijlociu), cenozoic (tortonianul și sarmațianul) și cuaternar. Depozitele de ghips de aici aparțin orizontului mediu al tortonianului din NV platformei podolice ruse.

Pe baza studiului geologic s-a urmărit să se stabilească caracteristicile formațiunilor de ghips din această regiune și modul în care celelalte formațiuni ar putea interveni și influența procesul de exploatare.

Formațiunile siluriene constituie ultimul strat pînă la care s-a ajuns cu forajele. Din profilul prezentat în fig. 2 se observă modul în care suprafața neregulată (rezultat al erodărilor), care delimitează formațiunile siluriene la partea superioară, influențează asupra straturilor următoare. Nivelul cel mai înalt întîlnit la silurian se găsește, ca și la formațiunile cretacice și a celor de ghips, între Teioasa și Corneşti. Spre E silurianul coboară cu aproximativ 40...60 m, iar spre V cu aproximativ 70...90 m.

Depozitele siluriene din această regiune sînt constituite din calcare cenușii compacte, din loc în loc cu slabe piritizări și resturi organice [6]).

Formațiunile cretacice urmează silurianului și au o grosime aproximativ constantă (în medie 20 m). Ele sînt constituite din două orizonturi:

a) Orizontul inferior este constituit în E din nisipuri glauconitice, care la partea superioară trec în gresii calcaroase slab glauconitice cu silexuri; în V orizontul este reprezentat prin gresii calcaroase.

b) Orizontul superior este constituit din calcare albe cretoase cu frecvente concrețiuni silicioase [7]), din loc în loc cu glauconit și resturi organice [8]).

Formațiunile tortoniene, în care apar ghipsurile (fig. 2), prezintă o grosime care variază aproximativ între 15...35 m. Între aceste limite grosimile celor trei orizonturi care s-au putut deosebi, posedă variații mari și anume:

a) Orizontul inferior (silicios) între Miorcani și V de Rediu și de la Darabani spre V, ocupă majoritate din tortonian (cu unele excepții în V, unde sînt dezvoltate mai mult straturile de ghips din orizontul mediu). Acest orizont este constituit din grezii și silexuri care în partea superioară trec în aglomerări de silexuri și nisip alb [9]).

b) Orizontul mediu, depus pe o suprafață erodată puternic dar neuniform (fig. 3), este format (fig. 4) în partea de E din gresii calcaroase și calcare, iar de la Crăiniceni spre V se întind depozitele lagunare de ghips și anhidrit cu grosimea de 1...30 m. Stratul prezintă întreruperi pe unele porțiuni (de exemplu NE de Bajura pînă la E de Darabani, la

[6]) Din acestea s-au colectat probe care aparțin vîrstei gothlandianului, de exemplu *Spirifer elevatus* Dalman, *Rypidonella fregens* Kozl etc.

[7]) Ele se datoresc acumulărilor de organisme cu schelet silicios care s-au format pe fundul bazinelor de sedimentare și apoi au fost diagenizate.

[8]) De exemplu cochilii de *Exogira Columba* Desh, care aparțin cenomanianului.

[9]) S-au întîlnit fosile ca: *Ostreia* sp., *Scutella Stelata* etc., care indică sedimentarea în mediu puțin adînc, cu climat cald, salinitate redusă.

NE de Alba) din cauza aglomerărilor silicioase proeminente (care au rezistat erodărilor), care s-au constatat pe aceste zone în orizontul inferior, împiedicînd depunerile de ghips.

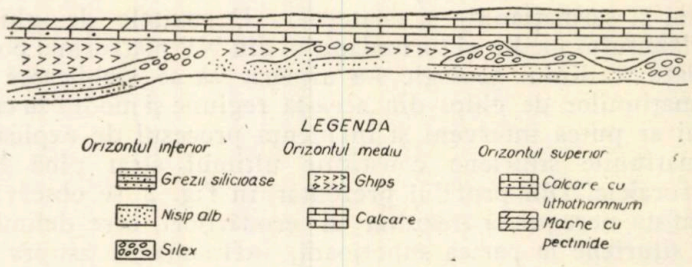


Fig. 3. — Depozitele tortoniene din nordul Moldovei.

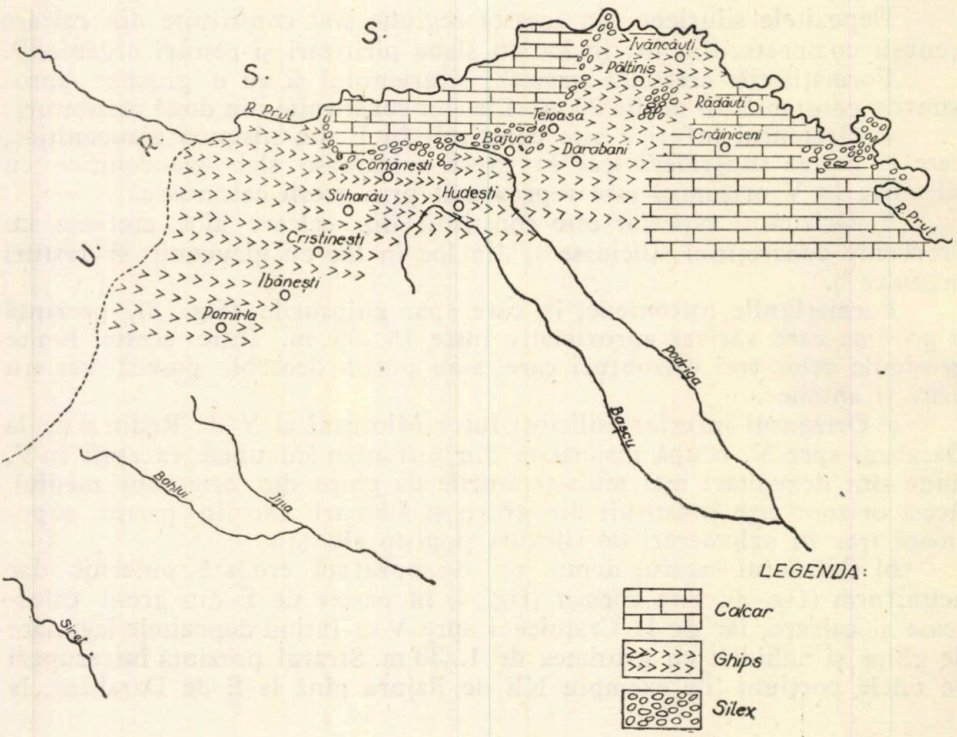


Fig. 4. — Formaţiunile orizontului mediu al tortonianului din nordul Moldovei.

În unele sectoare (Păltiniş), deasupra ghipsurilor se întîlnesc aglomerări silicioase provenite din orizontul inferior, fenomen care poate fi explicat ca fiind rezultatul acţiunii curenţilor marini, care au dislocat o

parte din materialul silicios al insulelor de silex existente în lagună şi l-au depus pe ghipsuri.

Între Păltiniş şi rîul Podriga (la 5 km NE de Darabani), deasupra ghipsurilor se întîlnesc acumulări de sulf nativ; aici au loc şi degajări de hidrogen sulfurat. Prezenţa acestora este strîns legată de existenţa ghipsului şi se consideră că au luat naştere prin reducerea ghipsului în prezenţa carbonului din substanţele organice şi a bacteriilor anaerobe.

Compararea depozitelor miocene existente în nordul Moldovei cu altele din apropiere justifică concluzia că formaţiunile de ghips de aici sînt sincrone cu cele din subcarpaţii Munteniei, cu ghipsurile straturilor de Crisciatic şi cu ghipsurile straturilor cioncracian din Bazinul Euxino-Caspic.

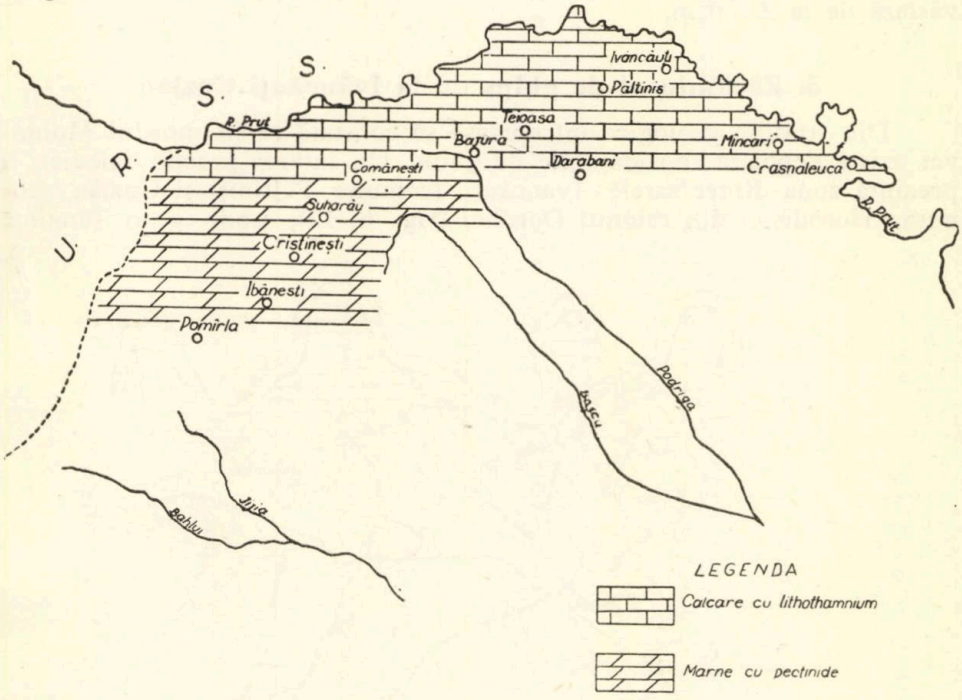


Fig. 5. — Formaţiunile orizontului superior al tortonianului din nordul Moldovei.

c) Orizontul superior (fig. 5), format din calcare cu Lithothamnium, care spre V trec în marne cenuşii-verzui cu Pectinide, nu ridică probleme în cazul cînd se va trece la exploatarea ghipsului, căci grosimea lui este foarte redusă (0,5...1,5 m) iar în unele locuri este absent (de exemplu la NE de Alba, la NE de Hudeşti).

Formaţiunile tortoniene se pot observa în malul Prutului începînd de la NE de Ivăncăuţi şi în continuare (cu oarecari întreruperi) pe o distanţă de circa 70 km de-a lungul acestui rîu pînă la S de Mitoc, însă aflorimente de ghips se întîlnesc numai între Ivăncăuţi şi Cuzlău.

Formaţiunile sarmaţiene (buglovian şi volhinian), care sînt depuse pe tortonianul erodat neuniform, intervin cu o pondere mare: ele încep să apară de la Rediu spre V ajungînd în unele locuri la circa 130 m grosime (de exemplu la S de Păltiniş, la NE de Bajura) şi chiar la 160 m (la N de Hudeşti). Ele sînt formate din marne cenuşii alburii cu intercalaţii de gresii şi nisipuri, care în unele locuri trec în microconglomerate. Există şi zone cu mici intercalaţii lentiliforme de tufuri şi bentonite. O exploatare rentabilă a ghipsului nu apare posibilă decît acolo unde formaţiunile sarmaţiene sînt reduse (afară de cazul cînd s-ar prevedea o exploare complexă).

Formaţiunile cuaternarului sînt de natură loessoidală şi se întind aproape continuu în toată partea nordică a Moldovei, pe grosimi care variază de la 2...30 m.

3. Zăcămîntul de ghips de la Ivăncăuţi-Cuzlău

Din studiile geologice întreprinse se constată că în nordul Moldovei există depozite considerabile de ghips. Un interes practic imediat îl prezintă zona dintre satele Ivăncăuţi (comuna Păltiniş) şi Cuzlău (comuna Horodişte) din raionul Dorohoi (fig. 6, 13), unde pe o lungime

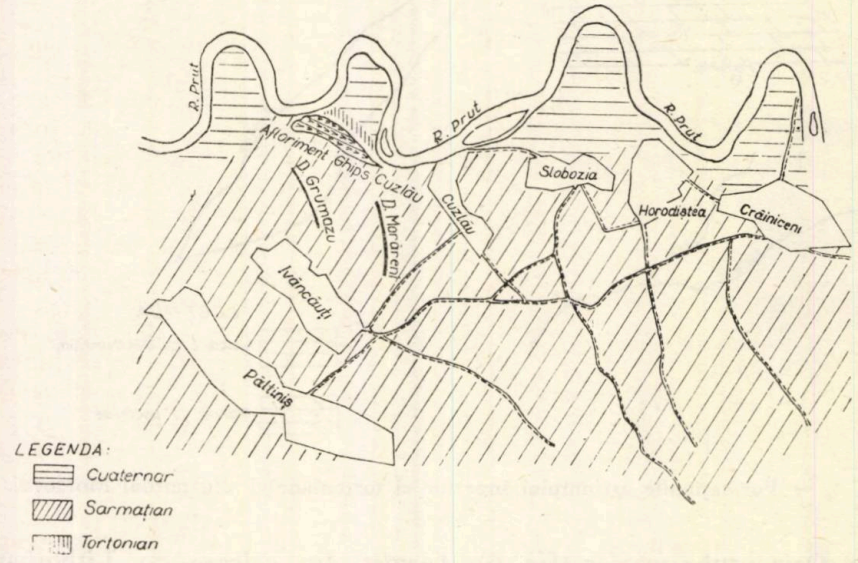


Fig. 6. — Schiţa regiunii în care se află depozitul de ghips de la Ivăncuţi-Cuzlău.

de circa 1,5 km ghipsul suportă un strat subţire de steril iar în piciorul nordic al dealului Grumazu, la Pichet (*P*) şi în piciorul nordic al dealului Morăreni, la vest de satul Cuzlău (*I*, *II*, *III*) aflorează [10]).

[10]) Aflorimentul acesta reprezintă continuarea stratului de ghips care se observă în malul drept al Nistrului.

Componenţa straturilor acoperitoare care au fost erodate s-a dedus pe baza profilului realizat în vecinătate la Păltiniş, unde formaţiunile ulterioare s-au păstrat; de asemenea tot de aici poate fi apreciată şi grosimea stratului de ghips.

În unele deschideri naturale dintre Ivăncăuţi şi Cuzlău şi care pornesc de la Prut spre S, s-a putut examina mai amănunţit natura straturilor care au rezistat eroziunilor şi caracteristicile formaţiunilor de ghips de aici; sub sol se află o alternanţă de argile şi tuf iar apoi urmează un pachet de straturi constituit din calcare şi marne cu fosile. În continuare se află stratul de calcare compacte, care în unele locuri sînt dezintegrate şi apoi stratul de ghips. În una din deschideri s-au putut urmări depunerile suplimentare la contactul între stratul de ghips şi cel de calcar (fig. 7) şi care ne-a permis să tragem unele concluzii asupra modului cum au rezultat cîteva varietăţi de ghips întîlnite în această regiune: ca o consecinţă a schimbării concentraţiei apei lagunare sub influenţa climatului cald, apa a căpătat caracterul unei soluţii suprasaturate, cînd s-a format masa masivă de ghips fin grăunţos; treptat a scăzut caracterul de soluţie suprasaturată şi depunerile următoare s-au făcut sub formă de cristali fini de formă prizmatică, constituind un strat subţire şi grăunţos deasupra ghipsului masiv. Între ele se poate observa o intercalaţie de nisip fin calcaros, iar deasupra lor, pînă la stratul de calcar, se află depuneri de nisip calcaros, argile, ghips. Aceste intercalaţii denotă o perioadă de nestabilitate, cînd apele mării erau mai diluate în sulfaţi iar concentraţia în bicarbonaţi era în creştere datorită apelor curgătoare.

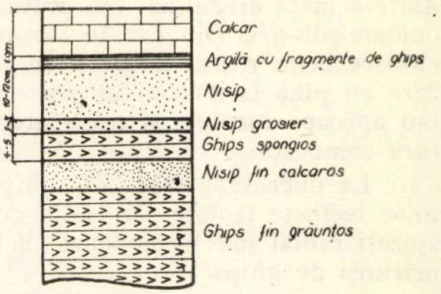


Fig. 7. — Profil de detaliu la contactul între stratul de ghips şi cel de calcar.

În ceea ce priveşte prezenţa anhidritului în formaţiunile din nordul Moldovei, se consideră că ar putea constitui rezultatul deshidratării ghipsului sub acţiunea presiunii exercitate de straturile acoperitoare (deoarece în unele locuri acestea ajung pînă la 200 m) sau a precipitării directe din apele marine, dacă temperatura a fost mai ridicată decît 42°C [10].

4. Date de teren şi examene de laborator asupra ghipsurilor şi celorlalte tipuri de roci existente în regiunea studiată

Ghipsurile existente în nordul Moldovei prezintă forme variate în ceea ce priveşte compoziţia, structura, aspectul, duritatea, rezistenţa.

Ghipsul ($CaSO_4.2H_2O$) reprezentativ de Cuzlău apare în cantitate predominantă faţă de celelalte varietăţi şi se întinde (fig. 2) de la E de Darabani pînă la Crăiniceni, pe o lungime de circa 12 km, într-un strat cu grosimea de 15...20 m. În continuare, pe o distanţă de circa 1,8 km spre V, formaţiunile de ghips sînt absente şi reapar apoi pe o lungime

de circa 2,6 km, în grosime de circa 10 m; pe această porţiune, la partea superioară este un ghips identic cu cel de Cuzlău iar la partea inferioară a formaţiunii se află numai anhidrit ($\beta CaSO_4$). În continuare, spre V (în preajma satului Hudeşti) apare numai anhidrit pe o lungime de circa 2 km şi o grosime de circa 10 m. Mai departe, pe o lungime de circa 2 km stratul este întrerupt şi reapare apoi anhidritul pe o lungime de circa 3,5 km şi o grosime de 5...10 m, iar de la E de Suharău pînă la Dersca stratul este constituit din alabastru cu anhidrit.

a) *Ghipsul reprezentativ de la Cuzlău* ($CaSO_4.2H_2O$), extras din deschiderile naturale şi din forajele executate în regiune, este constituit dintr-o masă cristalină fin grăunţoasă (predomină cristalii < 1 mm) de culoare alb-gri. Din loc în loc masa conţine zone cu cristali mari de culoare brun roşcat (fig. 8). În strat se întîlnesc chiar cuiburi de cristali care au pînă la 25 cm lungime (fig. 9) şi sînt de culoare alb-gălbuie sau aproape incolori şi transparenţi; clivează perfect şi prezintă o structură compactă.

La microscop (fig. 10) ghipsul de Cuzlău se observă sub forma unor baghete izolate de 4...5 cm lungime ori în grupuri de cristali aşezaţi radial sau în smocuri cu spaţiile dintre ele umplute cu cristali mărunţi de ghips.

b) *Ghipsul compact* ($CaSO_4.2H_2O$), scos la iveală numai prin foraje, este mult mai dur decît precedentul, de culoare brun închis cu uşoare variaţii de tentă; este criptocristalin. La microscop se observă cristali de calciu mărunţi şi echigranulari.

c) *Alabastrul* ($CaSO_4.2H_2O$), care apare în vestul regiunii, are culoarea albă, pe unele zone cu uşoare tente cenuşii, este compact, translucid, cu luciu aproape sticlos. La microscop (fig. 11) apare sub forma unei aglomerări de cristali fini orientaţi.

d) *Anhidritul* ($\beta CaSO_4$), care înlocuieşte ghipsul în partea vestică a regiunii, este de culoare albă, opac şi compact; este criptocristalin. Apar frecvente incluziuni de coloare gri. Unele probe prezintă incluziuni cu textură fluidală. La microscop (fig. 12) roca apare alcătuită din cristali de sulfat de calciu mai mari decît cristalii din alabastru.

Analizele chimice a tipurilor de ghips care apar în nordul Moldovei au fost efectuate pe probe luate din locuri diferite, atît din aflorimente cît şi din adîncime (carote). Din rezultatele cuprinse în tabelul 1 şi prezentate comparativ cu alte ghipsuri, se constată că în nordul Moldovei există un ghips bogat în sulfat de calciu ($> 95\%$); anhidritul are 99% $CaSO_4.2H_2O + CaSO_4$ iar alabastrul 98% $CaSO_4.2H_2O + CaSO_4$.

Calcarele care se află în regiunea studiată prezintă compoziţie chimică şi aspecte diferite :

a) Calcarul vînăt se întîlneşte deasupra stratului de ghips de la Cuzlău (se poate vedea la Pichet şi în deschiderile *I, II, III*). Are o culoare brun-cenuşie şi o structură fin grăunţoasă; nu conţine fosile. Grosimea stratului este de 0,5...0,9 m.

Din tabelul 2, unde sînt prezentate rezultatele analizelor la cîteva calcare din regiunea studiată, rezultă că în calcarul din deschiderea *III* Cuzlău, SO_3 apare în proporţie destul de mare (6,02%). Aceasta îndreptăţeşte afirmaţiile noastre făcute mai sus asupra condiţiilor în care s-a depus ghipsul, adică a continuat să se depună în cantităţi mici şi o dată cu calcarul.

Fig. 8. — Ghipsul reprezentativ de Cuzlău.

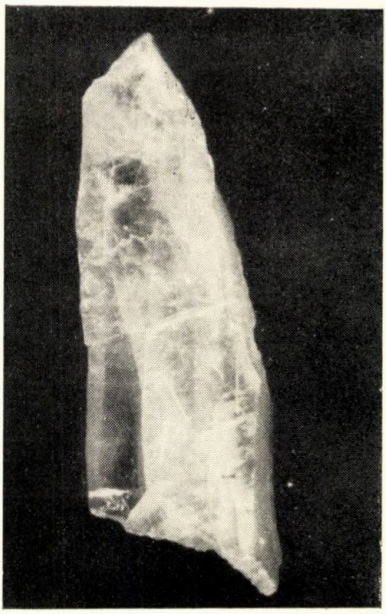


Fig. 9. — Cristali de ghips pînă la 25 cm lungime.

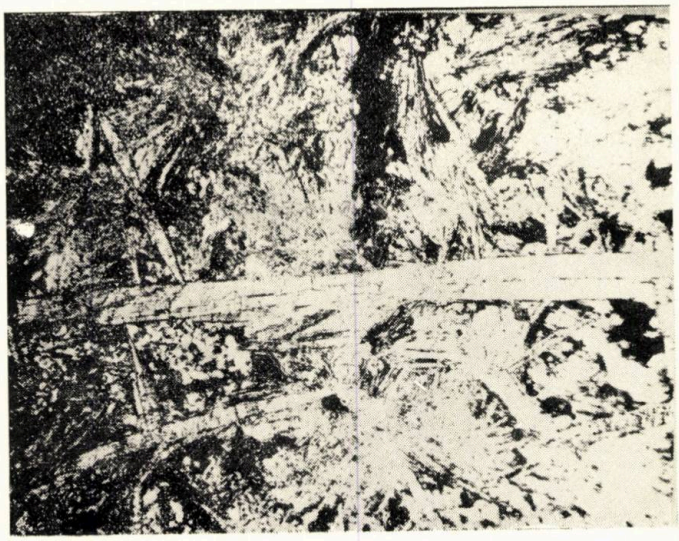


Fig. 10. — Ghipsul reprezentativ de Cuzlău văzut la microscop în lumină polarizată.

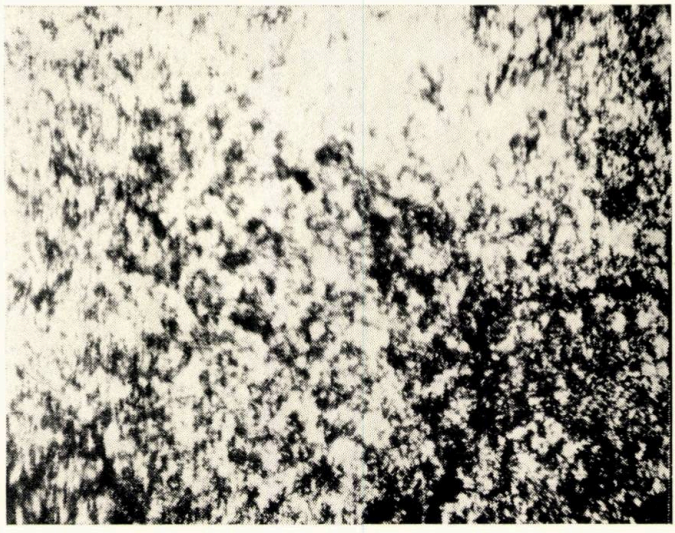


Fig. 11. — Alabastrul văzut la microscop în lumină polarizată.

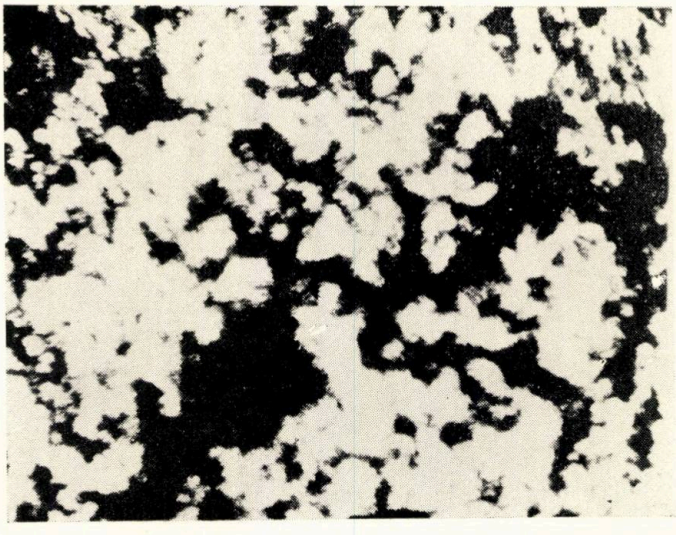


Fig. 12. – Anhidritul văzut la microscop în lumină polarizată.

Tabelul 1

Analiza chimică a ghipsurilor din nordul Moldovei comparativ cu ghipsurile din alte regiuni

Varietatea de ghips	Apă de cristalizare %	SiO_2 + reziduu insol. în HCl %	Fe_2O_3 + Al_2O_3 %	CaO %	MgO %	SO_3 %	CO_2 %	Total %	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$ %	$CaSO_4$ %	$CaSO_4.2H_2O$ + $CaSO_4$ %	$CaCO_3$ %
Ghips reprezentativ de Cuzlău												
Deschiderea *II* Cuzlău	21,314	0,310	urme	32,100	0,190	45,380	0,580	99,874	96,790	—	96,790	1,310
Deschiderea *III* Cuzlău	21,566	0,500	urme	31,930	0,220	44,910	0,650	99,776	95,650	—	95,650	1,470
Pichet (de la suprafață)	20,184	0,360	urme	32,420	0,330	45,100	1,010	99,404	95,590	—	95,590	2,290
Extras foraj (cristali < 5 mm)	20,200	0,990	0,061	33,110	urme	45,820	0,580	98,830	96,560	1,540	98,100	1,310
Extras foraj (cristali < 5 mm)	20,500	0,890	0,040	32,470	urme	44,750	0,620	99,270	97,990	2,210	100,200	1,410
Extras foraj (cristali f. mărunți)	19,000	0,790	0,210	33,080	urme	46,130	0,610	99,830	90,820	6,650	97,470	1,380
Ghips criptocristalin	20,200	1,020	0,360	32,170	urme	43,000	1,582	97,910	96,560	—	96,560	3,590
Ghips alabastru	18,800	0,072	urme	33,510	0,160	47,100	0,520	100,160	89,860	8,680	98,540	1,180
Anhidrit	2,000	0,073	urme	40,300	0,123	57,200	—	99,690	9,560	89,940	99,500	—
Anhidrit Wielicko	—	0,056	—	40,750	urme	58,500	—	99,306	—	98,940	98,940	—
Ghips Breaza-Prahova	14,000	0,064	0,340	34,900	0,080	48,500	—	97,886	66,920	29,530	96,450	—
Ghips alabastru, Fabrica Tîrnăveni	20,000	0,556	—	32,100	0,060	46,000	—	98,716	95,600	2,300	97,900	—
Ghips Fieni-Dîmbovița	20,000	0,560	0,070	32,500	0,070	46,500	—	99,700	95,600	3,390	98,990	—
Ghips Galean Tg. Ocna	20,000	0,415	0,030	32,420	0,090	46,250	—	99,205	95,600	3,070	98,670	—

b) Calcarul cu Lithothamnium de deasupra pachetului de straturi cu calcar vînăt de la Cuzlău se întinde aproape în toată regiunea. El prezintă o structură grosier grăunţoasă cu aspect de microconglomerat ; are culoarea alb-gri. Conţine fragmente de fosile calcaroase sau chiar fosile întregi; predomină Lithothamnium, care se observă bine cu ochiul liber şi permite urmărirea cu uşurinţă a stratului pe teren. La examenul microscopic se observă plaje şi granule de calcar organogen de culoare albă (predomină Lithothamnium) legate între ele prin calcar fin grăunţos de culoare gri. Se întîlnesc şi rare granule de cuarţ (circa 10%) şi de glauconit. Caracteristic acestui calcar este faptul că fosilele întîlnite în masa rocii sînt cu atît mai mari cu cît proba provine dintr-o regiune mai apropiată de baza stratului.

Tabelul 2

Compoziţia chimică a calcarelor studiate

Componenţii %	Calcar deschiderea *II*	Calcar deschiderea *III*	Calcar cu Lithothamnium	Calcar silurian
P. C.	45,05	38,78	49,04	44,00
SiO_2	0,93	1,95	3,58	1,11
$Al_2O_3 + Fe_2O_3$	0,44	0,72	0,69	0,52
CaO	55,04	51,97	45,04	53,94
MgO	0,19	0,54	0,19	0,23
SO_3	0,26	6,02	0,52	0,32
Total $CaCO_3$ (%)	99,91	99,96	99,06	100,12

c) Calcarul silurian este de culoare gri, compact, cu bobul fin. Din loc în loc conţine foiţe de muscovit. Roca are aspectul unei marne. La microscop apare ca o masă pelitică de culoare cenuşiu închis, în care se disting numeroase granule fine de cuarţ şi baghete de muscovit; mai apar granule de glauconit.

Marnele din formaţiunile sarmaţiene sînt compacte, cu bobul fin şi de culoare gri deschis şi gri-verzui ; sînt moi la pipăit.

Tufurile au culoarea gri deschis pînă la alb sau verzui; ele sînt aspre la pipăit. În masa rocii se observă cristali de culoare neagră şi granule de culoare albă. La microscop roca prezintă aspectul unei breccii alcătuită din fragmente colţuroase de diferite minerale de natură sticloasă ; apar şi aglomerări de cristali de pirită printre care se văd baghete de feldspat plagioclas, muscovit, biotit.

5. Experimentări de laborator pentru obţinerea ipsosului din ghips de Cuzlău

Ghipsul din nordul Moldovei are un conţinut ridicat de $CaSO_4$ (tabelul 1). Informativ s-a experimentat posibilitatea obţinerii ipsosului din acest ghips: mărunţit sub 1 mm a fost ars la temperatura 105°... ...180°C; 500°...700°C, rezultînd ipsosuri de culoare albă şi cu proprietăţi liante satisfăcătoare.

a) *Ipsosul obţinut la 105°...180°C* a prezentat următoarele proprietăţi: a) apa de amestecare pentru pasta de consistenţă normală — 50...52%; b) începutul prizei — 11...13 min; c) sfîrşitul prizei — 18...21 min; d) constanta de volum — bună; e) rezistenţa la compresiune — 95...110 kg/cm^2.

b) *Ipsosul obținut la 500°...700°C* a prezentat caracteristicile: a) apa de amestecare pentru pasta de consistență normală — 50...60 % ; b) începutul prizei — 3...6 ore; c) sfîrșitul prizei — 12...30 ore.

Anhidritul extras din foraje a fost transformat în pulbere și în prezența adauselor de $FeSO_4 + NaHSO_4$ i s-a introdus apa necesară pentru a se transforma în pastă de consistență normală. După 4 ore masa obținută a făcut priză și apoi în scurt timp s-a întărit, căpătînd rezistențe mecanice.

6. Aprecieri asupra posibilităților de exploatare a zăcămîntului de ghips de la Ivăncăuți-Cuzlău

Zona în care ghipsul poate fi exploatat rentabil la zi este cea situată numai între Ivăncăuți și Cuzlău, deoarece stratul acoperitor este de grosimi reduse, iar apele Prutului crează condiții pentru îndepărtarea prin hidromecanizare a straturilor moi; straturile acoperitoare în mare parte pot să fie și ele valorificate.

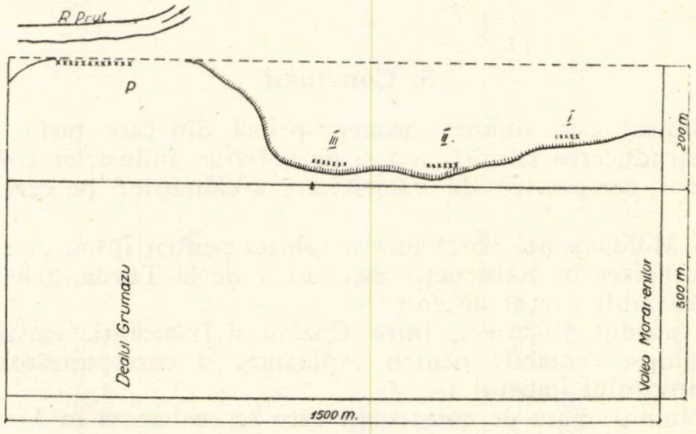


Fig. 13. — Aflorimentul de ghips de la Ivăncăuți-Cuzlău (zona exploatabilă la zi).

Forajele efectute în regiune și în special cel din apropiere, la Păltiniș, ne-a permis să contăm pe o grosime medie a stratului de ghips de la Cuzlău-Ivăncăuți de circa 20 m. Suprafața rentabilă de exploatare la zi (fig. 13) apreciem că este de circa 1,5 km și anume: 3 km lungime (socotită de la Cuzlău, deschiderile *I, II, III,* Pichet și în continuare spre Ivăncăuți) și o lățime de 0,5 km. În acest perimetru raportul util/steril > 1, iar rezerva $(C_1 + C_2)$ este apreciată la 60 milioane t [11]).

De la șoseaua națională Dorohoi-Păltiniș pînă la carieră este o distanță de 3 km care se poate parcurge pe un drum de țară accesibil pentru autovehicule. De la Cuzlău la stația C.F.R. Dorohoi este o distanță de circa 35 km.

[11]) Densitatea specifică a ghipsului s-a considerat de 2 g/m^3, iar grosimea stratului de 20 m.

Depozitul de ghips din restul regiunii, cu toate că suportă un strat acoperitor mare (fig. 2) nu este lipsit de interes în cazul unei exploatări a stratului de nisip alb de la Hudeşti — continuarea de la Miorcani [5], [6], fiind posibilă exploatarea ghipsului concomitent cu nisipul alb şi flintul. Menţionăm că în zona Hudeşti-Suharău roca este sub formă de anhidrit (fig. 2), din care ipsosul se poate obţine doar printr-o simplă măcinare.

7. Posibilităţile de utilizare raţională a ghipsului exploatabil

Studiul de faţă a fost iniţiat fiind resimţită lipsa unei fabrici pentru ipsos în regiune.

Rezervele de ghips exploatabil care există în nordul Moldovei, evaluate la circa 60 milioane t, cît şi calitatea acestuia (tabelul 1) reprezintă factori determinanţi în vederea amplasării în vecinătatea acestor depozite a unei fabrici pentru ipsos. Deoarece calităţile ipsosului de înaltă rezistenţă [3] sînt mult superioare ipsosului care se fabrică azi la noi în ţară, fluxul tehnologic al acestei fabrici trebuie studiat pentru obţinerea acestui produs.

8. Concluzii

1. Ghipsul este singura materie primă din care poate fi fabricat ipsosul. Introducerea tehnicii noi şi dezvoltarea industriei construcţiilor deschide noi perspective de valorificare a calităţilor pe care le posedă ipsosul.

2. În Moldova nu există nici o fabrică pentru ipsos. Acest material de largă utilizare în construcţii este adus de la Turda (630 km), fapt care-i ridică mult preţul de cost.

3. În nordul Moldovei, între Cuzlău şi Ivăncăuţi, există mari rezerve de ghips, rentabile pentru exploatare şi corespunzătoare pentru obţinerea ipsosului (tabelul 1).

4. Volumul mare de construcţii care se realizează în Moldova solicitînd mari cantităţi de ipsos, se impune ca în apropierea depozitelor de ghips din nordul Moldovei să se construiască o fabrică pentru obţinerea acestui material.

5. Construirea unei fabrici pentru ipsos în nordul Moldovei va asigura condiţii pentru folosirea raţională a ipsosului în construcţii.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii

BIBLIOGRAFIE

1. Albu C., Gheorghiu N. O., Popescu I., Bul. soc. şt. nat. şi geogr., 1960, pp. 9—23.
2. Atanasiu I., Macarovici N., An. Comit. Geol., Buc., 1960.
3. Булычев Г. Г., *Смешанные гипсы.* М., 1952.
4. Chelărescu Al., Mihul A., Păunel E., Iaroşinschi-Drabic I., *Studiul zăcămîntului de ghips de la Cuzlău* (I). Comun. prez. la Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1953.

5. Chelărescu Al., Mihul A., Păunel E., *Studiul zăcămîntului de nisip alb de la Miorcani.* Comun. prez. la Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1952.
6. Chelărescu Al., Nichita O., Mihul A., Păunel E., Bîgu Gh., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Fiz. şi şt. tehn., 1961, **XII**, *1*, pp. 67—77.
7. Cobălcescu Gr., *Studii geologice asupra unor ţărmuri terţiare din unele părţi ale Romîniei.* Memoriile geologice ale Şcoalei Militare din Iaşi, 1883.
8. Dima M., Bul., Inst. polit. Iaşi, 1955, **I** (V), *1—2*, pp. 81—101.
9. Gheorghiu C., Bîgu Gh., Radu B., An. Univ. C. I. Parhon, seria geol. geogr. 1961, *27*.
10. Papiu Corvin V., *Petrografia rocilor sedimentare.* Ed. şt., Buc., 1960.
11. Saulea E., An. Comit. Geol., 1956, **XXI**.
12. Simionescu I., *Contribuţia geologică a ţărmului Prutului din nordul Moldovei.* Acad. Rom., Bibl. Fond. Adamache 1902, *VII*.
13. Spacu Gh., Rev. de chimie ASIT, 1954, *4*, pp 130—150.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАЛЕЖЕЙ ГИПСА В СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ МОЛДОВЫ

(Резюме)

Развитие строительства и введение новой техники открывают новые перепективы для оценки качества гипса. Необходимость развития индустрии гипса в Молдове вызвала усиленное изучение строения гипсовых залежей в этой области.

Из исследований в полевых условиях установлено наличие некоторых образований гипса вблизи реки Прута, относящиеся к среднему горизонту и залегающих на запад от селения Крэничень. Исследования производились сондажным способом на участке длиной 30 км и шириной в 2...10 км. Слой гипса, толщиной в 1...30 м расположен на образованиях силикатной породы, представляя небольшие промежутки.

При этом даны и характеристики образований граничащих с гипсовыми по степени их влияния на качества гипса или на способ его добывания.

В настоящее время зона наиболее благоприятная для эксплуатации расположена приблизительно в 3-х км от национального шоссе, между селами Ивэнкуэуць и Кузлэу, размером в 1,5 км^2 с запасом ($C_1 + C_2$) около 60 мил. т. Здесь гипс выходит на поверхность в 500 м длины, а в остальной части покрыт другими образованиями, часть которых может быть утилизирована. Удаление негодных элементов можно производить гидромеханизацией, используя воды Прута.

С точки зрения химической и минералогической были исследованы в лабораторных условиях все разновидности гипса алебастра и ангидрида, данного периметра. В разновидности находящейся в зоне Ивэнкэуць — Кузлэу содержится 95% $CaSO_4.2H_2O$. Опытным путем установлена возможность получения порошкообразного гипса.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Горизонтальное сечение на уровне среднего тортоньяна из северного плато Молдовы.
Рис. 2. — Продольный профиль по северу Молдовы (исполнен на основании сондажей).
Рис. 3. — Тортоньянские залежи севера Молдовы.
Рис. 4. — Горизонтальное сечение на уровне среднего горизонта тортоньяна севера Молдовы.
Рис. 5. — Горизонтальное сечение на уровне верхнего горизонта тортоньяна севера Молдовы.
Рас. 6. — Схема области носящей залежи гипса, от с. Ивэнкэуць до Кузлэу.
Рис. 7. — Профиль детали контакта между залежами гипса и известняка (зона открытой разработки из Ивэнкэуць—Кузлэу).
Рис. 8. — Гипс характеризующий залежи Кузлэу.
Рис. 9. — Кубики кристаллов гипса длиной до 25 см встречающиеся в залежах гипса из Кузлэу.
Рис. 10. — Гипс характеризующий залежи Кузлэу видимый в микроскоп в поляризационном свете.

Рис. 11. — Видимый в микроскоп алебастр при поляризационном свете.
Рис. 12. — Видимый в микроскоп ангидрид при поляризационном свете.
Рис. 13. — Выход залежи гипса в зоне Ивэнкэуць—Кузулэу (зона открытой разработки).

ÉTUDE DU GISSEMENT DE GYPSE DU NORD DE LA MOLDAVIE

(Résumé)

L'introduction des techniques modernes et le développement de l'industrie des constructions ont ouvert de nouvelles perspectives pour la valorification des qualités du plâtre.

Le développement de l'industrie du plâtre en Moldavie a nécessité l'étude des formations de gypse dans le bassin de la rivière de Pruth, au nord de la Moldavie.

Les formations de gypse, qui appartiennent à l'horizon moyen du tortonien, ont été étudiées par des sondages sur une longeur de 30 km et sur une largeur de 2...10 km. La couche de gypse, d'une épaisseur de 1...30 m, est située sur des formations de nature siliceuse, interrompues dans certaines zones par les formations du lit.

Les Auteurs donnent les caractéristiques des environs de la couche de gypse dans la mesure dont elles influencent les propriétés de la couche de gypse ou le processus de son exploatation.

La zone favorable en vue d'une exploatation „en surface" est située entre les localités Ivăncăuţi et Cuzlău sur un périmètre d'environ de 1,5 km^2 avec une réserve (C_1+C_2) de 60 millions t et à 3 km de la route nationale. Dans cette zone le gypse effleure sur une longeur d'environ 500 m ; dans le reste il est couvert par d'autres formations qui peuvent être partiellement utilisées. L'écartement du sterile peut être obtenu sans difficultés par hydromécanisation, utilisant dans ce but l'eau de Pruth.

Dans le laboratoire ont été étudiées, au point de vue minéralogique et chimique, les variétés de gypse, d'albâtre et d'anhydrite existentes au nord de la Moldavie. Avec la variété de la zone Ivăncăuţi—Cuzlău contenant $> 95\%$ $CaSO_4.2H_2O$, on a expérimenté les possibilités d'obtenir le plâtre.

Explication des figures

Fig. 1. — Section horizontale au niveau du milieu tortonien du nord du plateau moldavique.
Fig. 2. — Profil longitudinal par le nord de la Moldavie (exécuté d'après les forages).
Fig. 3. — Depôts tortoniens du nord de la Moldavie.
Fig. 4. — Formations de l'horizon moyen du tortonien du nord de la Moldavie.
Fig. 5. — Formations de l'horizon supérieur du tortonien du nord de la Moldavie.
Fig. 6. — Esquisse de la région dans la quelle se trouve le dépôt de gypse de Ivăncăuţi—Cuzlău.
Fig. 7. — Profil de détail au contact entre la couche de gypse et celle de calcares (Ivăncăuţi—Cuzlău).
Fig. 8. — Gypse représentatif de Cuzlău.
Fig. 9. — Cristals de gypse jusqu'à 25 cm longueur (Cuzlău).
Fig. 10. — Gypse représentatif de Cuzlău vu à microscope en lumière polarisée.
Fig. 11. — Albâtre vu à microscope en lumière polarisée.
Fig. 12. — Anhydrite vue à microscope en lumière polarisée.
Fig. 13. — Zone exploitable de Ivăncăuţi—Cuzlău.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 631.6

DRENAJUL VERTICAL ÎN DESECAREA ŞI DESALINIZAREA TERENURILOR ŞI CA SURSĂ DE APĂ PENTRU IRIGAŢII

DE

VALERIU BLIDARU şi ECATERINA BLIDARU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţii generale

Tehnica hidroameliorativă romînă ca şi cea mondială, a înregistrat importante progrese în ameliorarea terenurilor agricole, însă în frecvente cazuri lucrările realizate n-au avut un caracter definitiv.

Mergînd pe linia amenajărilor simple (irigaţii, desecări sau amenajări de irigaţii simple, sau amenajări de irigaţii cu canale rare de desecare) s-a ajuns uneori la rezultate contrarii celor scontate.

Analizarea situaţiei suprafeţelor interesate la lucrările de hidroameliorаţii din ţara noastră, arată, de altfel, că mare parte din lucrările ce trebuie întreprinse se suprapun pe aceleaşi zone: în unele zone irigabile sînt necesare şi amenajări pentru coborîrea nivelului freatic prin drenaj, în zonele inundabile sînt necesare şi lucrări de irigaţii-desecări, iar în interiorul suprafeţelor irigabile se găsesc uneori suprafeţe salinizate care reclamă în afară de drenaje, măsuri de spălare a sărurilor ş. a.

În general, sărăturile din ţara noastră sînt foarte variate datorită caracteristicilor teritoriului: structura geologică, litologia, geomorfologia funcţie de vîrsta şi evoluţia reliefului, condiţiile de scurgere a apelor freatice, caracterul solificării etc. [1], formate sub un regim hidric exudativ, sărăturile de la noi au la origină apele freatice mineralizate ale căror săruri ajung la suprafaţă o dată cu apa prin ascensiune capilară, produşi de mineralizare a humusului care nu se spală, apele superficiale sărate, ape de inundaţie sau de irigaţie introduse peste un sol cu un orizont impermeabil, o rocă mumă salinizată aflată aproape de suprafaţă, depozite litologice de origină marină [2] etc.

În ceea ce priveşte răspîndirea solurilor sărăturate în ţara noastră, studiul întreprins de I.S.P.A. arată următoarea situaţie (fig. 1): a) sărăturile din zona de litoral a Mării Negre şi din Delta Dunării; b) sărăturile cele mai puternice şi cu densitatea cea mai mare se găsesc în zona de stepă, în special în estul Cîmpiei Romîne (între Dunăre, Siretul inferior, subcarpaţi şi rîul Ialomiţei), lunca Călmăţuiului situîndu-se pe primul plan; c) în cîmpia de vest, sub formă de petice izolate; d) în depresiunile Jijiei şi Elanului; e) în zona subcarpatică şi în rama internă a Podişului Transilvaniei.

Cea mai mare răspîndire a sărăturilor coincide în cea mai mare parte cu zonele interesate la amenajări de irigaţii şi desecări.

Amenajarea corespunzătoare a acestor terenuri necesită, în afara altor studii, unul hidrogeologic aprofundat; din acest punct de vedere raionarea apelor freatice este foarte preţioasă putînd da indicaţii asupra soluţiilor de ameliorare ce se vor adopta.

Studiul întocmit de I.S.P.A., [2] în acest sens scoate în evidenţă cele trei provincii hidrogeologice: I) provincia de alimentare; II) provincia de ieşire a apelor freatice şi III) provincia de risipire a apelor freatice (fig. 2). *Confruntarea celor două hărţi arată clar că zonele de intensă salinizare se suprapun peste zonele cu nivelul ridicat al apelor freatice.* Analizînd comparativ şi harta din fig. 3 cu cele anterioare reiese că zonele care reclamă amenajări de irigaţii şi desecări cuprind în mare majoritate terenurile salinizate şi cu nivelul apelor freatice ridicat.

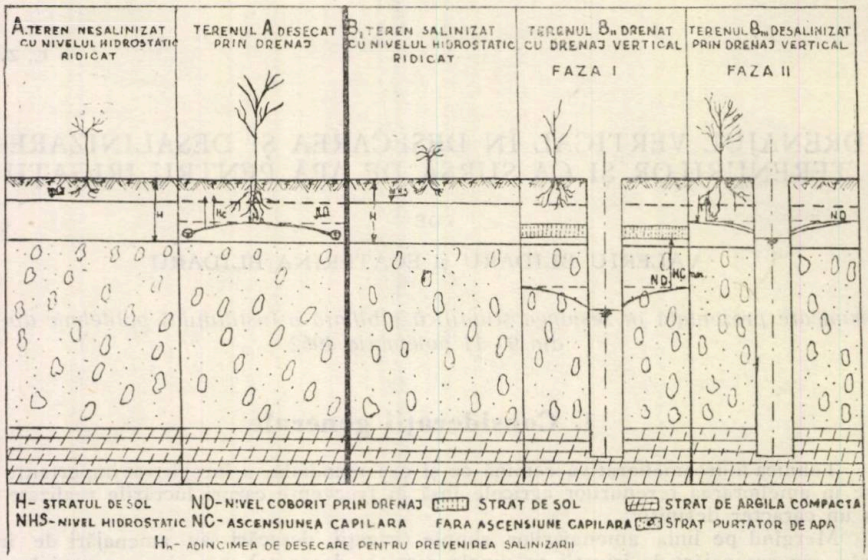


Fig. 4

Amenajarea unor asemenea terenuri, în scopul obţinerii unor producţii ridicate, apare ca o problemă complexă care necesită studii temeinice şi de durată care să conducă la soluţii optime, diferenţiate. Măsurile generale ce trebuie luate în asemenea cazuri, sînt: apărarea contra inundaţiilor, nivelarea terenurilor, asigurarea evacuării la timp a apelor de suprafaţă şi subterane provenite din zonele limitrofe înalte, drenarea apelor freatice sub adîncimea critică, spălarea sărurilor din sol, aerisirea şi încălzirea solului prin drenaje de ventilaţie şi măsuri agrotehnice, îmbunătăţirea structurii şi texturii solului ş. a. După aplicarea totală sau parţială a acestor măsuri — în funcţie de cerinţe — se va interveni cu lucrări de irigaţii în scopul acoperirii deficitului de umiditate.

Probleme similare se pun şi în cazul amenajării terenurilor prin irigaţii, chiar cînd apa freatică se află la adîncimi mari, în scopul de a preveni înmlăştinirea terenurilor după un număr mai mare sau mai mic de ani de exploatare, cum s-a întîmplat chiar în cazuri în care apa freatică se află la 20...30 m adîncime.

În cazul terenurilor nesalinizate, problema desecării se reduce la asigurarea normei de desecare impusă de exigenţa plantelor; necesitatea de apă a plantelor se poate asigura şi pe seama apelor freatice, putîndu-se recurge şi la sisteme reversibile; în cazul terenurilor salinizate sau cu pericol de salinizare, nivelul apelor freatice trebuie coborît sub adîncimea critică de salinizare, impusă de natura solului în prima fază (fig. 4).

Sînt situaţii în ţara noastră cînd apele subterane ale terenurilor salinizate au un conţinut de săruri admisibil pentru a fi folosite în irigaţii sau chiar la spălarea sărurilor (de exemplu: raioanele hidrogeologice din provincia II, de ieşirea apelor subterane, ca: Buzău-Călmăţui, în parte Cricov-Teleajăn şi chiar Argeş şi Ialomiţa, zona Crişurilor,

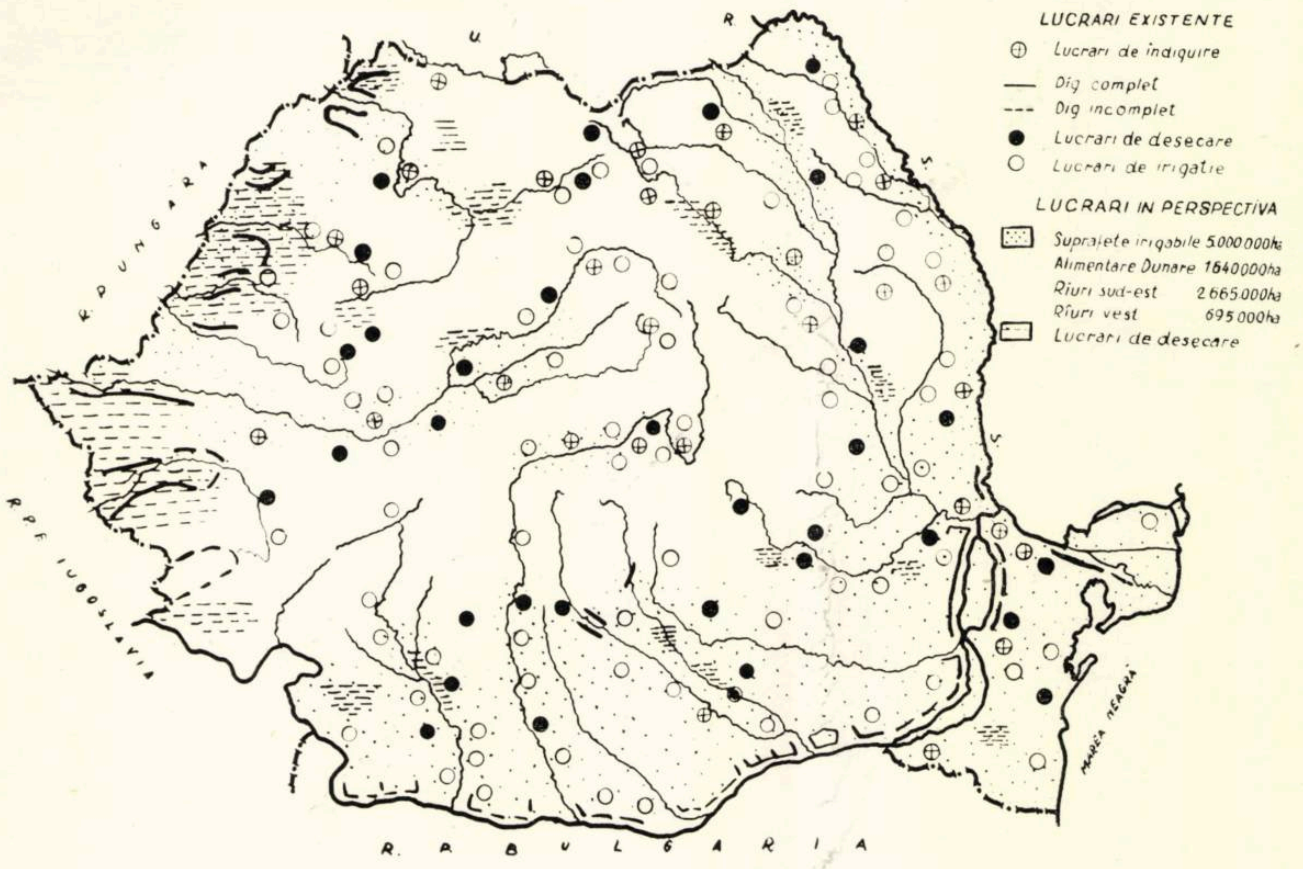


Fig. 1

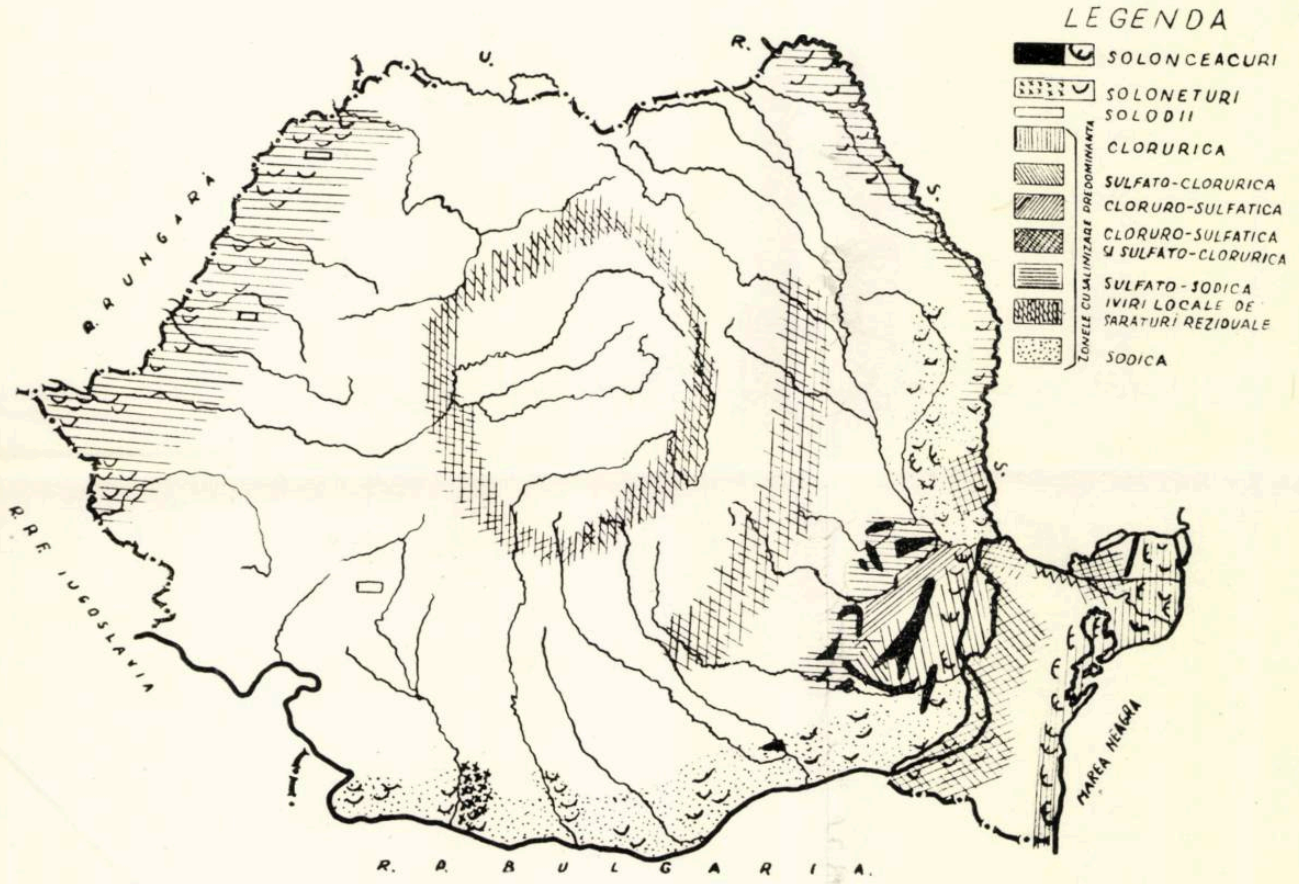


Fig. 2

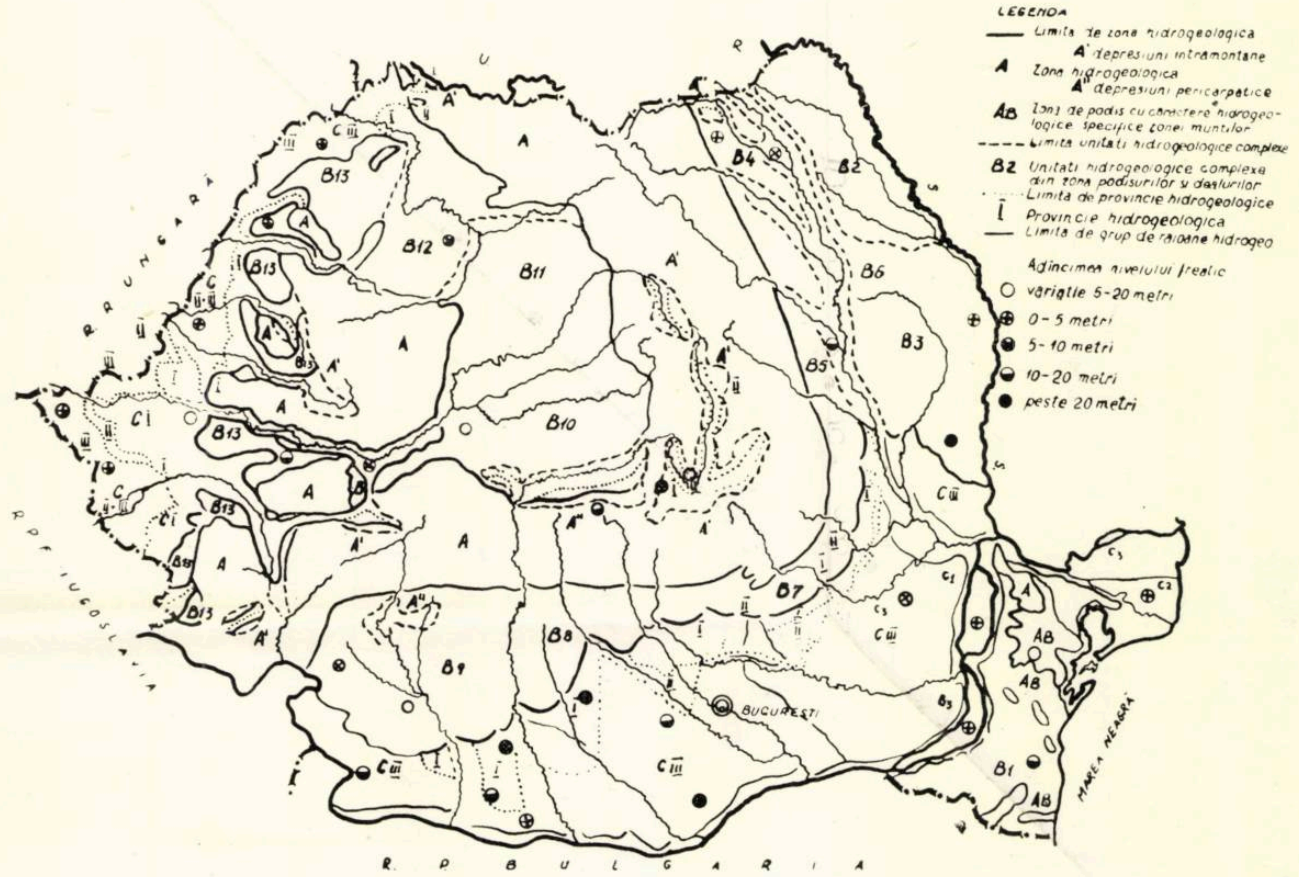
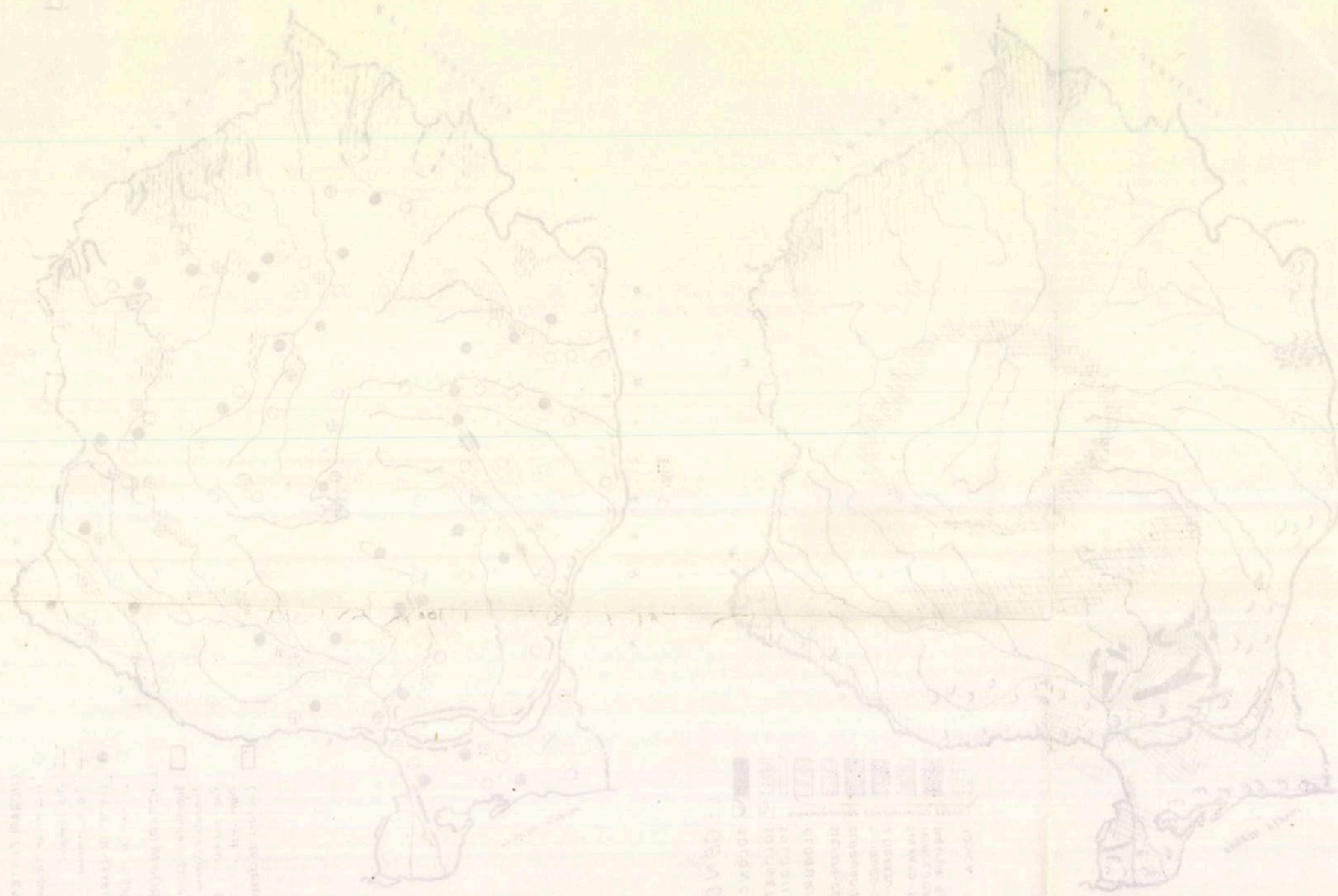


Fig. 3



Banat ş. a.). Această situaţie conduce la propunerea aplicării în tehnica hidroameliorativă a principiului cunoscut: *pericolul să-l transformăm în factor pozitiv,* folosind drenajul vertical în scopul desecării şi desalinizării terenurilor şi ca sursă de apă pentru irigaţii, acolo unde sînt condiţii favorabile.

2. Consideraţii tehnice şi teoretice în rezolvarea problemei

Proiectarea drenajului necesită, în primul rînd, schimbarea concepţiei vechi cu privire la menţinerea în permanenţă a nivelului freatic sub adîncimea critică, în cazul apelor mineralizate, astfel încît să se producă completa izolare a acestora de zona de aprovizionare.

Tehnica mondială recomandă în prezent soluţia exploatării drenajului în două faze [3], soluţie pe care trebuie să o adaptăm în proiectarea şi exploatarea sistemelor noastre (fig. 4).

a) *Faza I-a* reprezintă perioada tranzitorie de ameliorare în care trebuie să se realizeze: 1° evacuarea la timp a apelor de spălare, 2° desalinizarea stratului de sol activ pînă la o concentraţie de 0,2...0,3% (prezenţa ionilor de clor nu trebuie să depăşească 0,01%), 3° desalinizarea apelor freatice sub 2 g/l sau mai puţin pe o adîncime de minimum 5...10 m.

Balanţa mineralizării solului se modifică radical în această fază; scurgerea apelor freatice creşte iar spălarea sărurilor solubile predomină faţă de acumularea lor; în zona de influenţă a drenajului se poate realiza o desalinizare satisfăcătoare.

Folosirea drenajului orizontal, construit la 3...4 m adîncime, pentru realizarea obiectivelor de mai sus, ar reclama un timp îndelungat (10...20 ani şi chiar mai mult) [3] precum şi cantităţi considerabile de apă pentru desalinizarea stratului freatic pe 5...10 m adîncime. De aceea se adoptă drenajul vertical al cărui rol creşte în măsura în care poate oferi şi apă de calitate pentru spălări, irigaţii şi alimentări cu apă. Se poate folosi şi combinarea drenajului permanent — vertical — cu un drenaj orizontal, provizoriu, situat la 60...100 m adîncime şi la distanţă de 60...70 m.

Adîncimea de pompare atinge valori maxime în faza I-a.

b) *Faza a II-a* reprezintă perioada de exploatare constantă care începe după ce s-a terminat procesul de desalinizare a solului şi a apelor freatice pe 5...10 m adîncime şi durează atît timp cît există sistemul.

Desfiinţarea sistemului de drenaj în faza a II-a conduce la acumularea de săruri şi la refacerea vechiului tip de balanţă.

Rolul drenajului în această fază este de a menţine stabilitatea parametrilor ameliorativi obţinuţi în faza a I-a şi un nivel optim al apelor freatice desalinizate care să permită irigarea subterană a plantelor (fig. 4-B_{III}).

În această fază de exploatare constantă, nivelul apelor freatice va fi mai ridicat evitîndu-se izolarea franjului capilar de stratul activ de sol. Solurile irigate amenajate în acest fel trebuie să rămînă în mod durabil cu acest tip de alimentare cu apă, avînd balanţa hidrosalină reglată îndeosebi prin drenajul ce va funcţiona în condiţiile fazei a II-a; adîn-

cimile de drenare şi de pompare vor fi mai mici în această fază în comparaţie cu cele din faza I-a.

Concepţia nouă cu privire la cele două faze de exploatare a drenajului scoate în evidenţă legătura strînsă dintre drenaj şi irigaţie; neglijînd acest aspect în amenajările ce le executăm ne putem aştepta la rezultate contrarii celor scontate, în special în zonele aride.

Pentru a răspunde unei corecte exploatări, proiectarea acestui sistem de drenaj cu funcţiuni mixte necesită printre altele *determinarea volumului de apă ce trebuie pompat din subsol.*

În lumina celor mai recente cercetări [4] acest volum se poate stabili considerînd evaporaţia ca factor predominant în grupa de consum a balanţei apelor subterane; în afara altor factori, evaporaţia joacă un rol deosebit în variaţia nivelului apei subterane în stratul de la suprafaţă cu permeabilitate redusă în care se produc fenomenele de salinizare şi înmlăştinire, comportîndu-se, după cum foarte bine arată L. B. Buneatean [4] „ca un fel de pompă care coboară nivelul apelor subterane".

Determinînd intensitatea evaporaţiei de pe suprafaţa apelor subterane se va putea stabili cantitatea de apă ce trebuie evacuată din teritoriul supus drenării şi care poate fi exploatat în regim irigat sau neirigat.

Raportul cantitativ dintre alimentarea apelor subterane şi variaţia nivelului lor poate fi exprimat sub formă de bilanţ subteran prin relaţia:

$$E = Q_1 - Q_2 \pm \mu\,(\Delta l/\Delta t), \tag{1}$$

unde: E — evaporaţia apelor subterane pe unitatea de suprafaţă şi în unitatea de timp, $Q_1 - Q_2$ — debitul ascendent rezultat din diferenţa între fluxul şi scurgerea apelor subterane pe unitatea de lăţime a pînzei de apă subterană pentru aceeaşi perioadă de timp, μ — coeficientul de cedarea apei ($\mu = (A - C)/100$) sau saturarea insuficientă a solului, A — capacitatea totală pentru apă a solului, C — capacitatea de cîmp, Δl — variaţia nivelului apelor subterane pe durata Δt (pozitivă la ridicarea nivelului şi negativă la coborîrea lui).

Pe baza acestei relaţii se pot stabili următoarele expresii ale volumelor de apă ce trebuie pompate înainte (W_1) şi după irigarea terenurilor (W_2):

$$W_1 = \Sigma E + \mu\,(H_n - a) + W, \tag{2}$$

$$W_2 = \Sigma E + \alpha N/100 + \beta M/100, \tag{3}$$

unde: ΣE — evaporaţia anuală de pe suprafaţa apelor subterane, H_n — adîncimea de desecare pentru prevenirea salinizării, a — nivelul maxim al apelor subterane, W — volumul de apă suplimentar obţinut din formarea pîlniei de presiune, N — volumul apei de irigaţie folosit pe teritoriul respectiv, M — volumul de apă transportat de canalele de irigaţie pe teritoriul respectiv, α şi β — proporţia procentuală a apelor de udare şi respectiv de infiltraţie care trebuie determinate experimental.

Dacă $W_1 > W_2$ numărul puţurilor se va stabili cu o oarecare rezervă întrucît o parte din volumul de apă trebuie pompată numai în primul an al funcţionării. Cînd $W_2 > W_1$ stabilirea numărului de puţuri

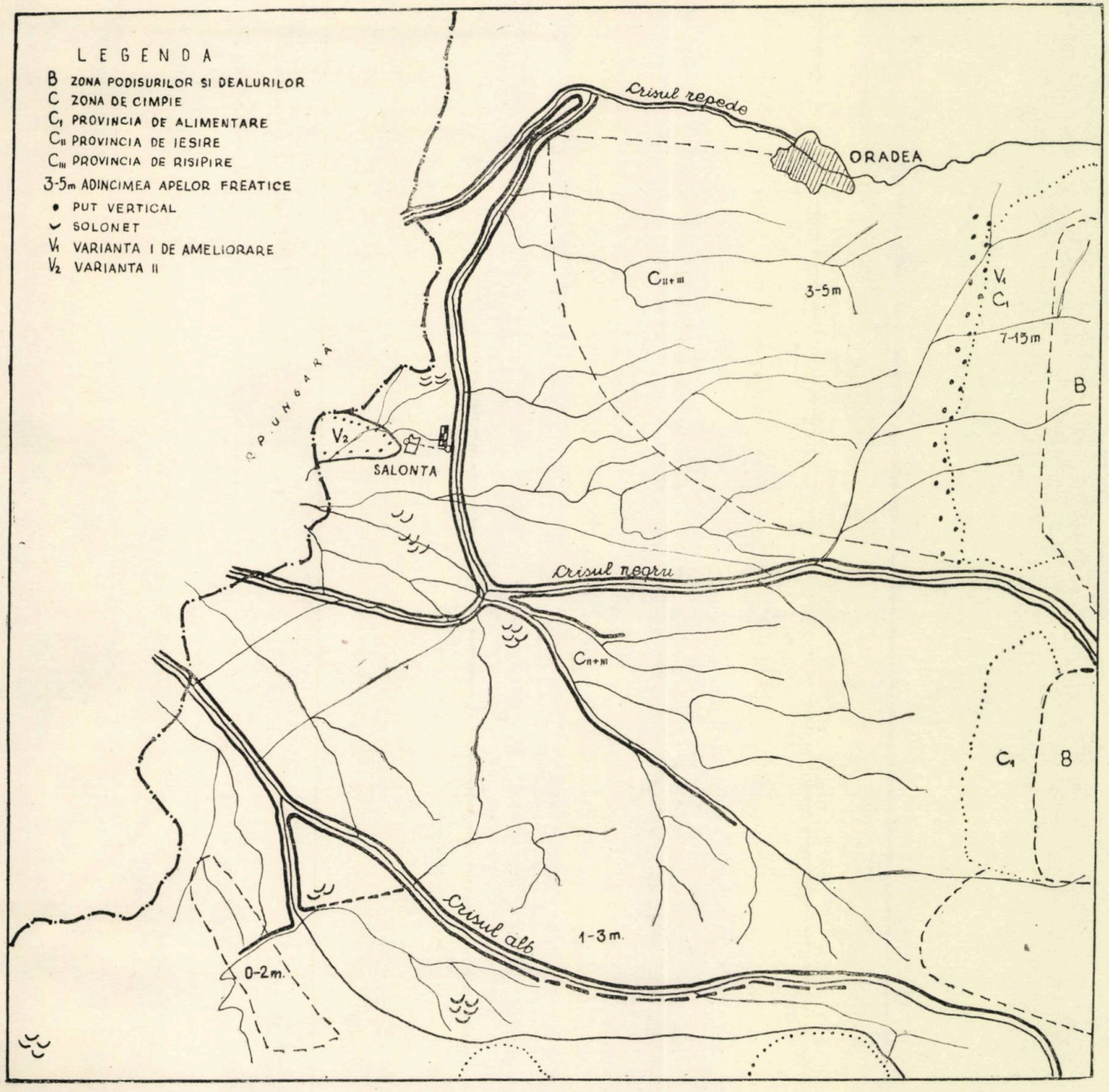

LEGENDA
B ZONA PODISURILOR SI DEALURILOR
C ZONA DE CIMPIE
C1 PROVINCIA DE ALIMENTARE
CII PROVINCIA DE IESIRE
CIII PROVINCIA DE RISIPIRE
3-5m ADINCIMEA APELOR FREATICE
PUT VERTICAL
SOLONET
V1 VARIANTA I DE AMELIORARE
V2 VARIANTA II
Crisul repede
ORADEA
CII+III
3-5m
V1
C1
7-15m
B
P. UNGARA
V2
SALONTA
Crisul negru
CII+III
C1
B
Crisul alb
1-3m.
0-2m.

Fig. 5

ORADEA

se va face în funcţie de W_2 trebuind să se prevadă o oarecare rezervă de pompare pentru eventualele creşteri ale volumului de apă.

În proiectarea şi exploatarea drenajelor verticale este indispensabilă precizarea că debitul ascendent nu variază în urma pompărilor şi deci debitul de pompare care hotărăşte dimensionarea instalaţiilor se poate considera ca fiind aproximativ constant.

3. Propuneri de aplicare a drenajului vertical în ţara noastră

Ţinînd seama de lucrările de ameliorare a sărăturilor întreprinse în staţiunea experimentală Socodor, în zona Crişurilor, ar fi indicat ca tot în această zonă să se aplice mai întîi drenajul vertical, rezolvîndu-se astfel două probleme (fig. 5):

a) Confruntarea rezultatelor obţinute prin metodele biologice şi chimice — folosite pînă în prezent — cu cele pe care le-ar furniza drenajul vertical, ar permite să se tragă concluzii cu privire la necesitatea aplicării măsurilor hidroameliorative complexe.

b) S-ar obţine date care ar permite extinderea lucrărilor în alte regiuni ale ţării.

Studiile întreprinse în această zonă de diverşi cercetători arată că sărăturile se datoresc variaţiei nivelului apei freatice, care ridicîndu-se prin capilaritate, dizolvă şi antrenează sărurile din profilul solului, pe care le depune la suprafaţă.

Permeabilitatea redusă a stratului de la suprafaţă face ca aceste soluri să nu poată fi spălate de precipitaţii şi nici de apele de irigaţii, lipsind un drenaj natural corespunzător; din aceeaşi cauză (permeabilitate redusă), aceste soluri sînt deficitare în apă în timpul perioadei de vegetaţie.

Precipitaţiile ce cad aici — 560 mm anual — nu sînt suficient valorificate, stagnînd la suprafaţă şi în stratul de 0,5...1 m adîncime şi formează în perioadele umede stratul suprafreatic care contribuie la sărăturarea solului pe suprafeţe însemnate.

Cu toate măsurile luate de GAS Salonta (îngrăşăminte, amendamente etc.), deşi există în unitate şi o reţea de canale pentru evacuarea apelor de suprafaţă, rezultatele exprimate în produse agricole nu sînt satisfăcătoare. În aceste condiţii este necesară aplicarea măsurilor hidroameliorative care să urmărească următoarele obiective: a) evacuarea apelor de suprafaţă, b) coborîrea nivelului apelor freatice sub adîncimea critică (faza I-a), urmată apoi de faza II-a de exploatare, c) spălarea sărurilor din profilul solului, d) asigurarea apei necesare pentru plante prin irigaţii de suprafaţă şi subterane (faza a II-a).

La primele observaţii s-ar părea că stratul freatic se găseşte în principal sub influenţa cursurilor de apă naturale şi artificiale din zonă (canalul colector, rîurile), fiind alimentat de acestea, dar studiul corelaţiei între variaţia nivelului apei din canalul colector şi nivelul stratului freatic (fig. 6) pune în evidenţă lipsa de legătură dintre acesta cît şi în ceea ce priveşte precipitaţiile ce cad în zonă [5], [6].

Sursa importantă de alimentare cu apă reprezintă scurgerile subterane din zona limitată (provincia de alimentare $B + C_I$) care avînd direcţia E — V trec pe sub canalul colectiv în Cîmpia Tisei.

În Cîmpia Tisei, provincia de ieşire (II) a apelor freatice nu poate fi individualizată de provincia de risipire (III) decît parţial la sud de Crişul Alb [2]. Ariile de apă freatică între 3 şi 5 m adîncime reprezintă raioane hidrogeologice de tranziţie spre provinciile vecine, ca de exemplu raionul hidrogeologic dintre Crişul Repede şi Crişul Negru, care fac tranziţia de la provincia de alimentare (fig. 1).

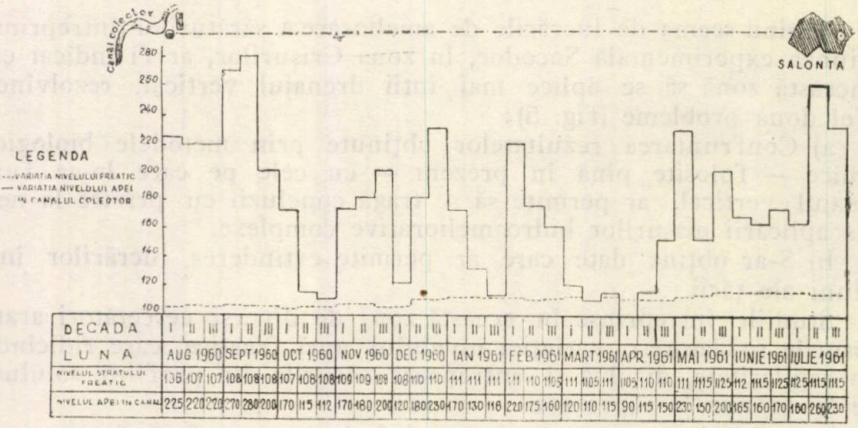


Fig. 6

Soluţia drenajului vertical în scopul desecării şi ca sursă de apă pentru irigaţii şi spălare a sărurilor poate fi aplicată în acest caz în două variante.

a) *Varianta a I-a.* Se propune ca scurgerea subterană să fie interceptată pe întreaga grosime a stratului acvifer printr-o linie de drumuri verticale — ce poate fi dublă — amplasată la trecerea de la provincia de alimentare I la provincia II + III; puţurile vor coborî pînă la stratul de argilă de la baza stratului acvifer (18...20 m). Această perdea s-ar putea amplasa între Crişul Repede şi Crişul Negru, la est de canalul colector, pe un front de circa 35 km (fig. 5-VI).

În funcţie de granulometria stratului acvifer şi de adîncimea puţului, rezultă din calcul o rază de influenţă a acestuia de circa 270 m, ceea ce ar conduce la un număr de 24 puţuri pe o linie.

Ţinînd seama de faptul că apele de suprafaţă scurse dinspre zona înaltă spre cîmpie sînt interceptate de canalul colector, iar apele subterane sînt captate de perdeaua de puţuri şi evacuate prin pompare în canalul colector, rezultă că în acest mod se realizează o izolare completă din punct de vedere hidrogeologic şi hidrologic a zonei de cîmpie (provincia II + III) de provinciile $B + C_I$.

Apele de suprafaţă din zona joasă (dreapta canalul colector) pot fi colectate şi conduse prin sistemul de desecare existent şi completat (deschis sau închis) spre un emisar (de exemplu Crişul Negru). Ulterior

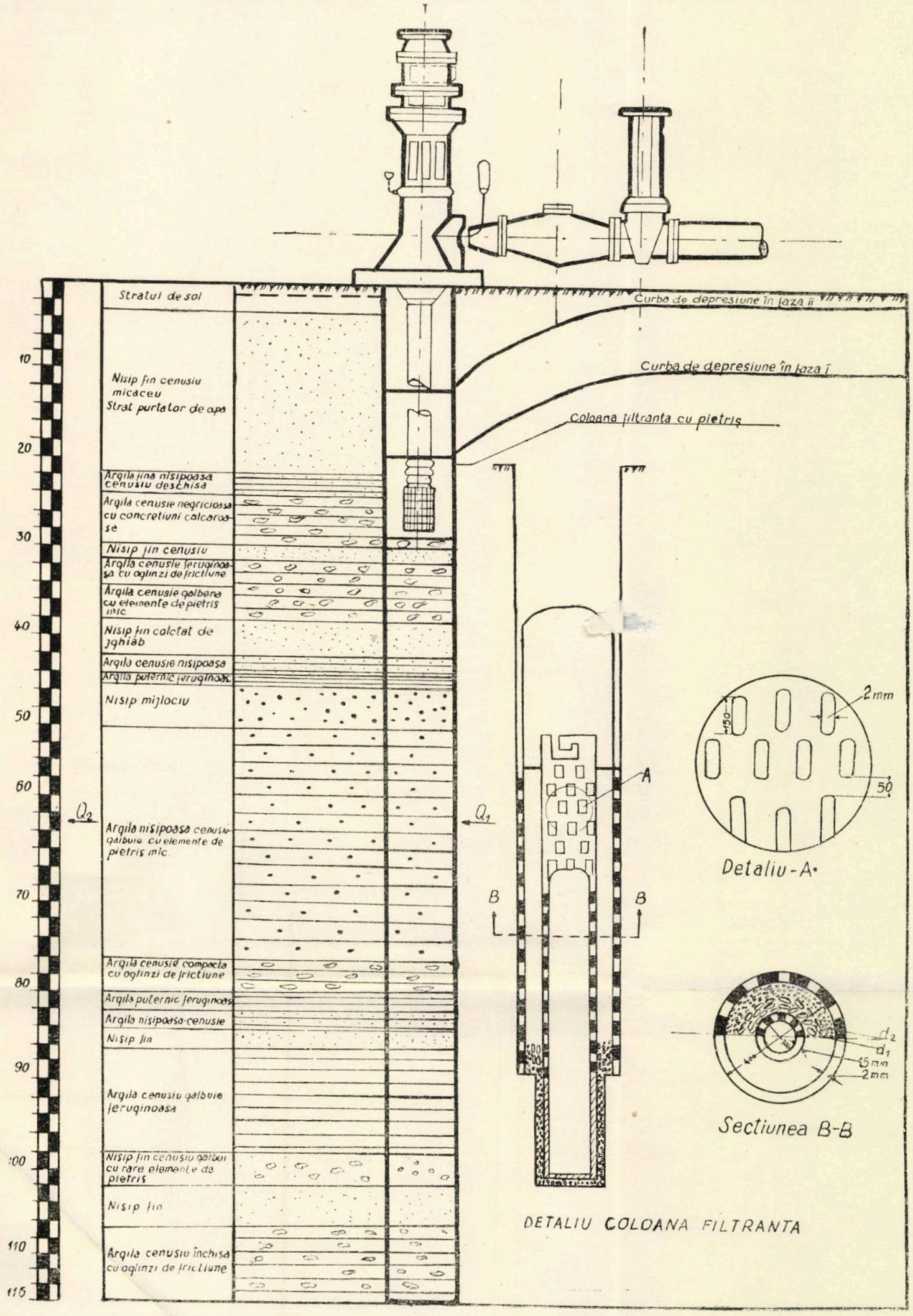
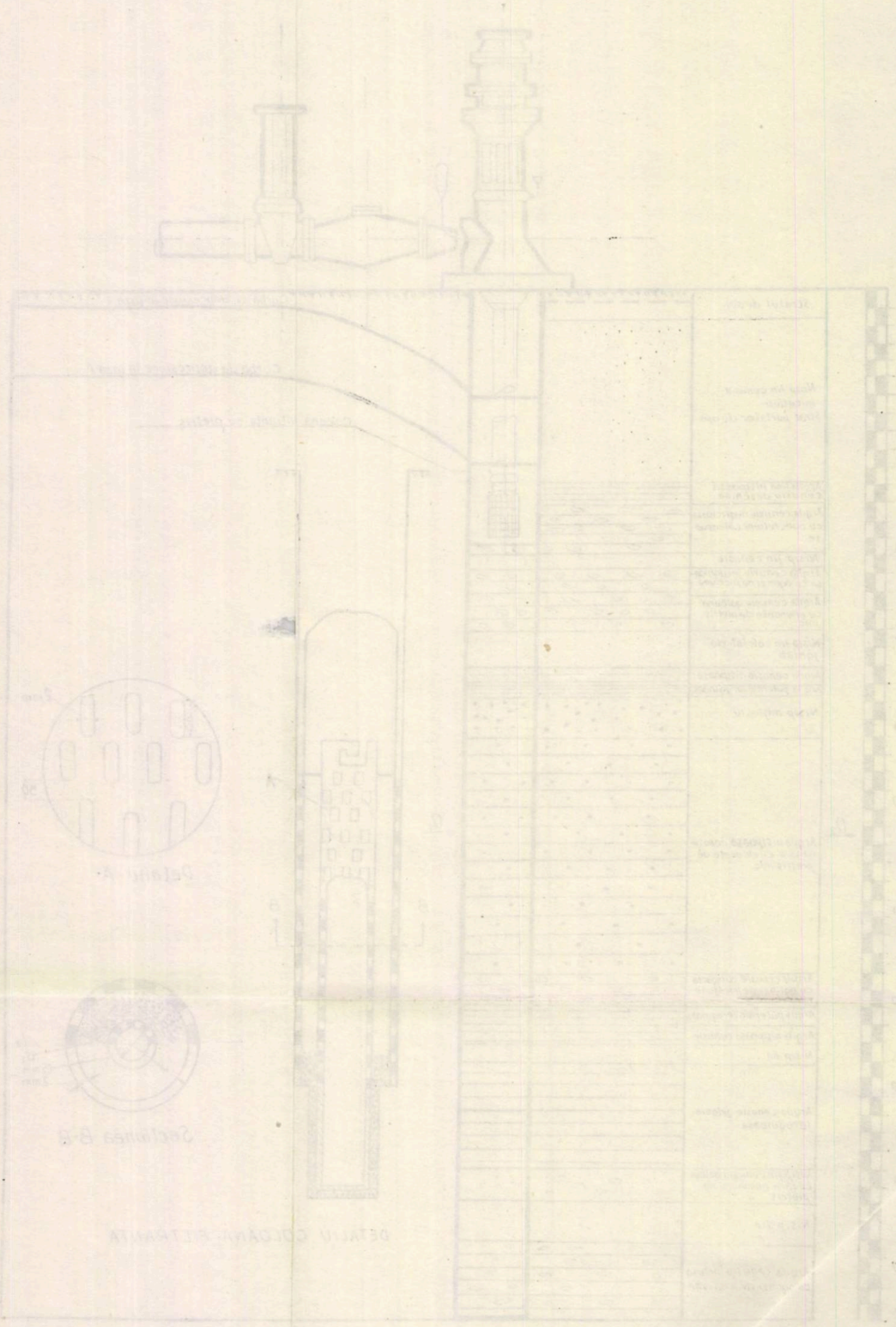

Stratul de sol
Curba de depresiune în faza II
Curba de depresiune în faza I
Coloana filtranta cu pietriș
Nisip fin cenusiu micaceu
Strat purtator de apa
Argila fina nisipoasa cenusiu deschisa
Argila cenusie negricioasa cu concretiuni calcaroase
Nisip fin cenusiu
Argila cenusie ferugino-asa cu oglinzi de frictiune
Argila cenusie galbena cu elemente de pietris mic
Nisip fin colctat de jghiab
Argila cenusie nisipoasa
Argila puternic feruginoasa
Nisip mijlociu
Argila nisipoasa cenusie-galbuie cu elemente de pietris mic
Argila cenusie compacta cu oglinzi de frictiune
Argila puternic feruginoasa
Argila nisipoasa-cenusie
Nisip fin
Argila cenusiu galbuie feruginoasa
Nisip fin cenusiu galbui cu rare elemente de pietris
Nisip fin
Argila cenusiu închisa cu oglinzi de frictiune
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
115
Q_2
Q_1
A
B
B
2mm
150
50
Detaliu-A
d_2
d_1
15mm
2mm
Sectiunea B-B
DETALIU COLOANA FILTRANTA

Fig. 7



aceste terenuri din zona joasă (din dreapta canalului colector) s-ar putea ameliora prin irigaţii şi măsuri agro-chimice, insistîndu-se asupra îmbunătăţirii proprietăţilor fizice ale solului.

b) *Varianta a II-a.* Constă în amplasarea drenajelor verticale chiar în zona de ameliorat (provincia II + III), adică în dreapta canalului colector, sub formă de şah. Pentru aceleaşi condiţii (granulometrie, adîncime a stratului acvifer şi rază de influenţă) un astfel de puţ poate drena o suprafaţă de circa 160 ha, cu un debit de circa 40 l/s (fig. 5-VII şi fig. 7). Acest amplasament permite aplicarea regimului de exploatare în cele două faze, rezolvînd astfel şi problema apei pentru spălarea sărurilor de irigaţii de suprafaţă şi subterane (în faza a II-a, de exploatare constantă).

Apa subterană locală îndeplinind condiţiile de calitate din punct de vedere mineralogic se va folosi în scopurile amintite; pentru ridicarea temperaturii se vor amenaja şi bazine care vor îndeplini şi rolul de înmagazinare a apei între două udări.

4. Concluzii

Se propune aplicarea variantei a II-a, la început pe suprafeţe limitate, cu caracter experimental. Rezultatele obţinute vor permite aplicarea concepţiei moderne în lucrările de hidroameliorаţii pentru terenurile ce necesită drenaj vertical, în scopul desalinizării şi ca sursă de apă pentru irigaţii şi spălarea sărurilor.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de hidroameliorаţii

BIBLIOGRAFIE

1. Florea N., Probl. agr. 1958, *9.*
2. * * * *Ameliorаţiile agricole în R. P. R.* I. S. P. A., Buc., 1962.
3. Kovoda V. A., *Folosirea drenajului în prevenirea salinizării solurilor irigate.* Referat prezentat la al III-lea Congres internaţional de Irigaţii şi Drenaje, San Francisco, 1957.
4. Бунятян Л. Б. и др., Гидрот. и амел., 1956, *12.*
5. * * * *Studii hidrologice şi hidrogeologice în complexul hidroameliorativ Crişul Repede — Crişul Negru.* O. R. I. F., Crişana, 1960—1962.
6. Dragoş I., Proiect de diplomă, 1962.

ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ ДЛЯ ОСУШКИ И ДЕСАЛИНИЗАЦИИ ПОЧВ И КАК ИСТОЧНИК ПОЛИВНОЙ ВОДЫ

(Резюме)

Работа провозглашает прокладывание вертикального дренажа в целях осушения и десалинизации почв, а также как источник для орошения, когда существуют необходимые условия.

Рекомендуется эксплуатацию дренажа осуществлять в двух фазах: первая транзитная фаза—амеллиоративная и вторая фаза—постоянного использования дренажа.

Сопоставляя ситуацию распространения солончаков с зонами нуждающимися в орошении, авторы приходят к выводу, что нет разницы между ними.

Делается предположение в осуществлении вертикального дренажа в Румынии, учитывая работу по мелиорации солончаков, сделанную опытной станцией Сокодор, а также анализируются два варианта проектирования вертикального дренажа и делаются соответствующие выводы.

LE DRAINAGE VERTICAL UTILISÉ EN DESSÉCHEMENT ET DESSALAISON DES TERRAINS ET COMME SOURCE D'EAU POUR LES IRRIGATIONS

(Résumé)

On préconise l'application du drainage vertical en but du desséchement et de la dessalaison des terrains et, dans des condition propres, comme source d'eau pour les irrigations.

On recomande l'exploitation du drainage en deux phases: la première comme période transitoire d'amélioration et la deuxième comme période d'exploitation constante.

Comparant la situation de la répartition des terrains (salinisés) de notre pays à celle des zones intéressées aux irrigations et desséchements, on constate une concordance presque totale.

On propose l'application du drainage vertical en Roumanie en tenant compte des résultats obtenus par la station expérimentale Socodor; on analyse deux variantes et on aboutit à des conclusions utiles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Industrie uşoară

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 3—4, 1963

Легкая промышленность

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Light Industry Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 677.05

UNELE ASPECTE ALE STRUCTURII FIRELOR CABLATE

DE

N. BĂDAN şi MIŞU ZEIDMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1] au fost stabilite formulele torsiunii şi curburii firelor simple, care se găsesc în structura unui fir răsucit, utilizînd o metodă simplificată. În esenţă, această metodă constă în reprezentarea deformaţiilor de răsucire şi curbare ale elementelor componente ale firului răsucit, prin vectori a căror mărime este direct proporţională cu unghiul de rotaţie. În cele ce urmează se aplică aceeaşi metodă la calculul torsiunii şi curburii firelor simple care intră în structura firului cablat (cablu).

2. Torsiunea firului simplu

În cele ce urmează se admite că grosimea firelor simple şi răsucite nu se modifică prin cablare. Se presupune, de asemenea, pentru început, că lungimea firului simplu nu se modifică prin răsucire şi nici lungimea firului răsucit prin cablare.

Torsiunea de răsucire T_1 pe care o are firul răsucit înainte de cablare corespunde unui unghi de rotaţie $\Delta\theta_1$ la o distanţă între secţiuni egală cu ΔL_1, astfel că mărimea vectorului ce reprezintă această rotaţie este:

$$\Delta V_1 = C\Delta\theta_1 = CT_1\,\Delta L_1, \tag{2.1}$$

iar proiecţia sa pe axa firului simplu (fig. 1):

$$\Delta V_{12} = \Delta V_1 \cos\beta_1 = CT_1\,\Delta L_1 \cos\beta_1. \tag{2.2}$$

Prin cablare firul răsucit se roteşte în jurul axei de cablare cu un unghi $\Delta\theta_2$, acestei rotaţii corespunzîndu-i vectorul $\overline{\Delta V_2}$ de modul:

(2.3) $$\Delta V_2 = C\Delta\theta_2 = CT_2\Delta L_2 .$$

Dacă lungimea firului răsucit nu se modifică prin cablare, atunci

(2.4) $$\Delta L_2 = \Delta L_1 \cos\beta_2 .$$

Înlocuind această valoare în (2.3), expresia lui ΔV_2 devine:

(2.5) $$\Delta V_2 = CT_2\Delta L_1 \cos\beta_2 .$$

Proiecţia acestui vector pe axa firului răsucit (fig. 2) va fi:

(2.6) $$\Delta V_{22} = \Delta V_2 \cos\beta_2 = CT_2\Delta L_1 \cos^2\beta_2 .$$

Fig 1

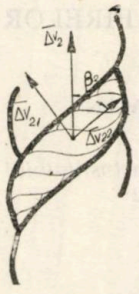


Fig. 2

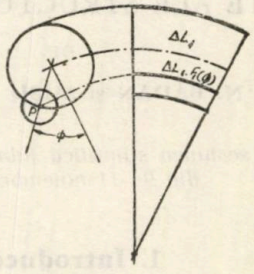


Fig. 3

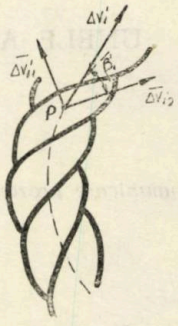


Fig. 4

Rotaţia totală a axei firului răsucit este dată de suma algebrică a vectorilor $\overline{\Delta V_1}$ şi $\overline{\Delta V_2}$. Transpunînd această sumă în punctul P, adică în axa firului simplu, ea trebuie înmulţită cu un factor de corecţie, care apare din cauza modificării prin curbare a lungimii de generatoare de la ΔL_1 la $\Delta L_1 . F_1(\Phi)$ (fig. 3). Valoarea factorului de corecţie este dată de relaţia:

(2.7) $$F_1(\Phi) = 1 - (R_1/R_2)\sin^2\beta_2\cos\Phi ,$$

analogă cu (3.6) din [1]. Astfel, rotaţiei totale a firului răsucit transpuse în axa firului simplu, îi corespunde vectorul de modul:

(2.8) $$\Delta V_1' = (\Delta V_1 + \Delta V_{22}) F_1(\Phi) ,$$

a cărui proiecţie pe axa firului simplu este (fig. 4):

(2.9) $$\Delta V_{12}' = \Delta V_1' \cos\beta_1' = (\Delta V_1 + \Delta V_{22}) F_1(\Phi)\cos\beta_1' .$$

Înlocuind pe ΔV_1 din (2.1) şi pe ΔV_{22} din (2.6), relaţia (2.9) devine:

(2.10) $$\Delta V_{12}' = C\Delta L_1 (T_1 + T_2\cos^2\beta_2) F_1(\Phi)\cos\beta_1' .$$

Vectorul $\overline{\Delta V_{12}'}$ corespunde torsiunii suplimentare a firului simplu, obţinute prin răsucire şi cablare, astfel încît:

(2.11) $$\Delta V_{12}' = CT_s'\Delta L'' .$$

Aici $\Delta L''$ reprezintă lungimea de fir simplu aşa cum apare în cablu (fig. 5b), dată de:

$$\Delta L'' = \Delta L_1 . F_1(\Phi)/\cos\beta_1' .$$

Deci

$$\Delta V_{12}' = CT_s' \Delta L_1 . F_1(\Phi)/\cos\beta_1' . \tag{2.12}$$

Egalînd (2.10) cu (2.12), rezultă, după simplificare:

$$T_s' = (T_1 + T_2 \cos^2\beta_2)\cos^2\beta_1' . \tag{2.13}$$

Dacă firul simplu are iniţial o torsiune T_0, torsiunea suplimentară T_s' se adaugă la aceasta pentru a da torsiunea rezultantă a firului simplu. Aici trebuie însă avut în vedere faptul că prin cablare T_0 se modifică în urma modificărilor de lungime ale axei firului simplu în cablu, deşi lungimea de fir simplu în firul răsucit şi lungimea de fir răsucit în cablu au rămas neschimbate ($\Delta L' = \Delta L$ şi $\Delta L_1' = \Delta L_1$). Astfel, torsiunea iniţială T_0 corespundea unei lungimi de fir simplu $\Delta L = \Delta L' = \Delta L_1/\cos\beta_1$ (fig. 5a), iar torsiunea modificată T_0' corespunde unei lungimi $\Delta L'' = \Delta L_1/\cos\beta_1'$ (fig. 5b). Numărul de răsuciturі pe firul simplu fiind acelaşi, rezultă:

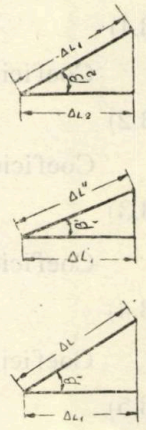


Fig. 5

$$T_0' = (T_0 \cos\beta_1')/\cos\beta_1 , \tag{2.14}$$

iar torsiunea finală a firului simplu în cablu este:

$$T'' = (T_0 \cos\beta_1')/\cos\beta_1 \pm (T_1 \pm T_2 \cos^2\beta_2)\cos^2\beta_1' . \tag{2.15}$$

Semnele $\pm$ din membrul drept al relaţiei (2.15) pun în evidenţă sensul torsiunii de răsucire, respectiv de cablare, în comparaţie cu sensul torsiunii firului simplu.

Prin analogie cu relaţia (4.3) din [1], $\cos\beta_1'$ are expresia:

$$\cos\beta_1' = F_1(\Phi)/\sqrt{F_1^2(\Phi) + R_1^2 T_1^2} . \tag{2.16}$$

Observaţii.

a) Relaţiile (2.1) şi (2.2), valabile înainte de cablare, suferă modificări o dată cu trecerea la firul cablat, în urma schimbării valorilor lui T_1, ΔL_1 şi β_1.

Torsiunea T_1 devine :

$$T_1' = T_1 \pm T_2 \cos^2\beta_2 , \tag{2.17}$$

prin analogie cu torsiunea finală a firului simplu în firul răsucit (relaţiile (2.11) şi (2.12) din [1]). Lungimea ΔL_1 devine $\Delta L_1 . F_1(\Phi)$, prin modificarea lungimii de generatoare din cauza curbării. În sfîrşit, unghiul β_1 se transformă în β_1'. Făcînd înlocuirile corespunzătoare în (2.2) rezultă (2.10).

Pe de altă parte, vectorul $\overline{\Delta V_{12}'}$ corespunde torsiunii suplimentare a firului simplu în cablu, cf. (2.12). După egalarea lui (2.10) cu (2.12), demonstraţia se repetă.

b) Torsiunea rezultantă a firului simplu în firul răsucit, înainte de cablare, este:

$$T' = T_0 \pm T_1 \cos^2 \beta_1 . \tag{2.18}$$

Prin analogie, torsiunea rezultantă a firului simplu în firul cablat va fi egală cu:

$$T'' = T'_0 \pm T'_1 \cos^2 \beta'_1 . \tag{2.19}$$

Aici T'_0 este dat de relaţia (2.14) iar T'_1 de (2.17). După înlocuire se ajunge la formula (2.15) de calcul a lui T''.

3. Schimbări provocate de modificările lungimilor de fir

Se introduc următorii coeficienţi de modificare a lungimilor:
Coeficientul de scurtare al firului răsucit:

$$C_{S1} = \Delta L_1 / \Delta L. \tag{3.1}$$

Coeficientul de scurtare al firului cablat:

$$C_{S2} = \Delta L_2 / \Delta L_1 . \tag{3.2}$$

Coeficientul de modificare a lungimii firului simplu prin răsucire:

$$C'_S = \Delta L' / \Delta L = C_{S1} / \cos \beta_1 . \tag{3.3}$$

Coeficientul de modificare a lungimii de fir simplu prin cablare:

$$C''_S = \Delta L'' / \Delta L = C_{S1} C_{S2} / (\cos \beta'_1 \cos \beta_2) . \tag{3.4}$$

Coeficientul de modificare a lungimii de fir răsucit prin cablare:

$$C'_{S1} = \Delta L'_1 / \Delta L_1 = C_{S2} / \cos \beta_2 . \tag{3.5}$$

a) *Modificări în firul răsucit*
Torsiunea iniţială a firului simplu se schimbă de la T_0 la

$$T_0 / C'_S = (T_0 \cos \beta_1) / C_{S1} ,$$

astfel încît:

$$T' = (T_0 \cos \beta_1) / C_{S1} \pm T_1 \cos^2 \beta_1 . \tag{3.6}$$

b) *Modificări în firul cablat*
Torsiunea iniţială a firului simplu se schimbă de la T_0 la

$$T_0 / C''_S = (T_0 \cos \beta'_1 \cos \beta_2) / (C_{S1} C_{S2}) .$$

Torsiunea iniţială a firului răsucit (T_1) devine:

$$T_1 / C'_{S1} = (T_1 \cos \beta_2) / C_{S2} ,$$

astfel încît

$$T'_1 = (T_1 \cos \beta_2) / C_{S2} \pm T_2 \cos^2 \beta_2 \tag{3.7}$$

iar

$$T'' = (T_0 \cos \beta_2 \cos \beta'_1) / (C_{S1} C_{S2}) \pm [(T_1 \cos \beta_2) / C_{S2}) \pm T_2 \cos^2 \beta_2] \cos^2 \beta'_1 . \tag{3.8}$$

Observaţii.

a) Torsiunea iniţială a firului simplu (T_0/C_s'') nu a mai fost înmulţită cu raportul $\cos\beta_1'/\cos\beta_1$ deoarece el este deja conţinut în modificarea T_0/C_S''. Astfel, chiar dacă (aşa cum s-a presupus în paragraful anterior) $\Delta L' = \Delta L$ şi $\Delta L_1' = \Delta L_1$, $\Delta L'' \neq \Delta L$, ceea ce se constată din formula (3.4).

b) Prin modificarea lungimilor se schimbă şi relaţia de calcul a lui $\cos\beta_1'$ deoarece dacă ΔL_1 devine $\Delta L_1' = \Delta L_1\, C_{S2}/\cos\beta_2$, atunci şi torsiunea T_1 devine $T_1 \cos\beta_2/C_{S2}$ şi deci

$$\cos\beta_1' = F_1(\Phi)/\sqrt{F_1^2(\Phi) + R_1^2\, T_1^2\, (\cos\beta_2/C_{S2})^2}. \tag{3.9}$$

4. Curbura firului simplu

Curbura axei firului simplu este marcată de vectorul $\overline{\Delta V_{11}'}$ (fig. 4) de modul:

$$\Delta V_{11}' = \Delta V_1' \sin\beta_1'. \tag{4.1}$$

Ţinînd seama de relaţia (2.8) şi înlocuind în ea pe ΔV_1 şi pe ΔV_{22} rezultă expresia lui $\Delta V_1'$ sub forma:

$$\Delta V_1' = C\Delta L_1 (T_1 \pm T_2 \cos^2\beta_2)\, F_1(\Phi), \tag{4.2}$$

care introdus în (4.1) dă:

$$\Delta V_{11}' = C\Delta L_1 (T_1 \pm T_2 \cos^2\beta_2)\, F_1(\Phi) \sin\beta_1'. \tag{4.3}$$

Acest vector corespunde curburii axei firului simplu, aşa cum se găseşte acesta în firul cablat:

$$\Delta V_{11}' = CK'\, \Delta L''. \tag{4.4}$$

Înlocuind pe $\Delta L''$ şi egalînd (4.3) cu (4.4), rezultă, după simplificări:

$$K' = (T_1 \pm T_2 \cos^2\beta_2) \sin\beta_1' \cos\beta_1'. \tag{4.5}$$

În cazul modificării lungimii de fir răsucit prin cablare, formula curburii ia forma:

$$K' = [(T_1 \cos\beta_2)/C_{S2} \pm T_2 \cos^2\beta_2] \sin\beta_1' \cos\beta_1'. \tag{4.6}$$

Observaţie.

Vectorul ΔV_{21} (fig. 2) care pune în evidenţă curbura firului răsucit, nu a mai intervenit în calculele de mai sus, deoarece influenţa acestei curburi s-a manifestat indirect, prin schimbarea unghiului β_1 care a devenit β_1' şi a lungimii de generatoare ΔL_1 care a devenit $\Delta L_1 . F_1(\Phi)$.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de filatură

Notaţii

R_1 — raza de răsucire,
R_2 — raza de cablare,
ΔL, $\Delta L'$, $\Delta L''$ — lungimea unei porţiuni de fir simplu înainte de răsucire, după răsucire, respectiv după cablare,

ΔL_1, $\Delta L_1'$ — lungimea corespunzătoare de fir răsucit înainte şi după cablare,
ΔL_2 — lungimea corespunzătoare de cablu,
T_0 — torsiunea iniţială a firului simplu,
T_1 — torsiunea de răsucire,
T_2 — torsiunea de cablare,
β_1 — unghiul de răsucire (înainte de cablare),
β_2 — unghiul de cablare,
T' — torsiunea suplimentară a firului simplu după cablare,
K' — curbura axei firului simplu după cablare.

BIBLIOGRAFIE

1. Bădan N., Zeidman M., Netea M., Talaşman O., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, p. 429.

НЕКОТОРЫЕ ВИДЫ СТРУКТУРЫ ДВУХКРУТОЧНОЙ НИТИ

(Резюме)

Определяется крутка и кривизна пряжи заключенной в структуре двухкруточной нити. С этой целью используется упрощенный метод, предложенный в [1]. Рассматривается также и общий случай, когда пряжи и однокруточные нити изменяют свои начальные длины под влиянием второго кручения.

SOME ASPECTS OF CABLED YARN'S STRUCTURE

(Summary)

In the present paper there are established the twist and curvature of the single yarn's as they appear in the cabled yarn's structure. For that purpose it is used a simplified method exposed in a previous work of the authors [1]. The general case where the single and the plied yarn's change their initial lengths through cabling, is examined too.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 637.6 ; 66.065.

SOLUBILITATEA LÎNII ÎN CAPROLACTAMĂ-BISULFIT

DE

MIŞILIM GRINDEA şi SAVEL IFRIM

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În timpul tratamentelor chimice efectuate asupra lînii pot surveni în fibră un număr mare de modificări diferite. Ca mijloc principal pentru determinarea acestor modificări este utilizată solubilitatea lînii în diferiţi reactivi, cantitatea de cheratină dizolvată depinzînd esenţial de starea legăturilor peptidice, de punţile cistinice şi de interacţiunile de H, care asigură coeziunea lanţurilor [1].

Reactivii utilizaţi pentru solubilizarea lînii pot fi clasificaţi în patru tipuri principale : alcalini, acizi, oxidanţi şi reducători. Fiecare dintre aceste tipuri de reactivi poate pune în evidenţă, singur sau împreună cu alţii, un anumit tip de degradare. Dintre reactivii cu caracter reducător o largă utilizare o are reactivul uree-bisulfit [2], test foarte sensibil la degradările alcaline ale cheratinei.

Reactivul uree-bisulfit reflectă structura internă a fibrei de lînă, schimbările survenite în timpul tratamentelor chimice şi în special pune în evidenţă prezenţa legăturilor interlanţuri stabile, legături care fac să crească reticularea macromoleculelor peptidice şi duc la scăderea solubilităţii în acest reactiv.

O lînă care a suferit un tratament alcalin are solubilitatea în uree-bisulfit scăzută. Primele lucrări care utilizau acest test interpretau ca şi autorii metodei scăderea solubilităţii lînii prin transformarea punţii cistinice în punte lantioninică [3], [4], rezistentă la atacul reducător al bisulfitului, scăzînd posibilitatea desfacerii catenelor polipeptidice. Aceeaşi interpretare au dat-o şi autorii prezentei lucrări [5].

Lucrări ulterioare [6] arată că nu există o corelaţie directă între scăderea solubilităţii lînei care a suferit un tratament alcalin şi formarea de lantionină, aceasta din urmă putîndu-se forma din grupele tiolice libere, conţinutul în cistină rămînînd constant.

Oricare ar fi explicaţia formării lantioninei la atacul alcalin al cheratinei, reactivul uree-bisulfit este sensibil la acest tip de degradare, dar rezultatele obţinute variază în limite foarte largi.

În această lucrare s-a utilizat reactivul uree-bisulfit la determinarea solubilităţii unor lîni merinos şi ţigae netratate, precum şi la determinarea solubilităţii lînii merinos tratată în mediu alcalin şi acid. Toate rezultatele obţinute de noi arată că acest reactiv furnizează date cu o mare dispersie. Diferenţele între datele obţinute pentru un număr mare de probe de lînă netratată sau tratată identic, sînt considerabile, ajungînd să depăşească 5, 10 sau 15%, uneori chiar şi mai mult.

Această comportare a reactivului nu permite să se obţină uşor date reproductibile, ceea ce constituie o insuficienţă a testului. Observaţiile noastre concordă cu unele observaţii identice din literatură [7], [8].

Avînd în vedere cele de mai sus ne-am propus înlocuirea ureei, substanţă hidrotropă de mare eficacitate, printr-un agent cu acţiune mai puţin energică, anume cu caprolactamă.

Caprolactama, datorită volumului ei molecular mai mare decît a ureei şi datorită lanţului pentametilenic, are desigur în soluţie o mişcare mai lentă, ceea ce face ca testul să fie mai puţin brusc; desfăcînd punţile de H, caprolactama acţionează mai uniform şi duce la o solubilitate mai uniformă, datele experimentale prezentînd o dispersie mai redusă.

2. Partea experimentală

În prima fază a încercărilor s-a verificat dacă caprolactama nu exercită singură vreo influenţă asupra lînii. În acest scop s-a cercetat solubilitatea lînii netratate într-o soluţie de caprolactamă pură, lucrîndu-se la 65°C şi cu un raport de flotă de 1/100. Concentraţia în caprolactamă a fost de 50 g/100 ml reactiv. În acelaşi mod s-a studiat solubilitatea lînii netratate şi în soluţie de uree pură. S-a constatat că nici caprolactama şi nici ureea sau metabisulfitul, fiecare în parte, nu dizolvă lîna.

S-a urmărit apoi variaţia solubilităţii lînii funcţie de concentraţia caprolactamei, menţinînd constantă cantitatea de metabisulfit (3 g/100 ml reactivi). Rezultatele obţinute sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. crt.	Caprolactamă pe 100 ml reactiv g		
	30	50	60
1	8,17	12,25	13,51
2	6,76	15,70	17,98
3	8,73	15,25	13,38
4	10,98	15,81	15,50
5	7,97	13,80	14,90
6	8,17	12,67	14,75
7	7,27	15,27	15,43
8	9,15	13,25	13,18
Media	8,40	13,84	14,63

Tabelul 2

Nr. crt.	Temperatura de lucru °C		
	50	65	75
1	9,91	12,27	16,12
2	9,13	13,70	19,77
3	11,05	13,95	16,15
4	10,02	15,81	14,00
5	11,45	13,80	17,27
6	11,14	12,67	18,86
7	9,97	15,27	17,15
8	10,22	13,25	18,80
Media	10,36	13,84	17,27

Rezultatele din tabelul 1 indică o creştere a solubilităţii o dată cu creşterea concentraţiei de caprolactamă. Deoarece între concentraţiile de 50 şi 60 g caprolactamă pentru 100 ml reactiv diferenţele de solubilitate sînt mici şi, avînd în vedere dificultăţile de lucru care survin la concentraţii mai ridicate, ne-am oprit la concentraţia de 50 g/100 ml reactiv.

S-a urmărit apoi variaţia solubilităţii lînii în acest reactiv (50 g caprolactamă/100 ml reactiv) funcţie de temperatura de lucru, rezultatele fiind date în tabelul 2.

Rezultatele din tabelul 2 arată că ridicarea temperaturii măreşte solubilitatea în caprolactamă-bisulfit. Ridicarea temperaturii de lucru

atrage o creştere a solubilităţii lînii în caprolactamă-bisulfit mult mai accentuată decît în cazul creşterii concentraţiei reactivului.

Pentru a constata eficacitatea metodei caprolactamă-bisulfit am determinat solubilitatea în acest reactiv a lînii tratată alcalin (timp de 60 min la 50°C, în soluţie de carbonat de sodiu de diferite concentraţii), iar paralel am determinat solubilitatea aceloraşi probe de lînă în uree-bisulfit. Rezultatele solubilităţii în caprolactamă-bisulfit sînt prezentate în tabelul 3, iar cele ale solubilităţii în uree-bisulfit, în tabelul 4. La fiecare serie de rezultate s-a calculat şi eroarea medie pătratică [9].

Tabelul 3

Nr. crt.	Lînă netratată	Lînă tratată cu Na_2CO_3 g/l			
		1	2	5	10
1	12,27	7,51	7,12	6,46	3,80
2	13,70	7,25	6,43	5,34	3,08
3	13,95	7,39	6,55	6,03	3,03
4	15,81	6,90	7,07	6,37	4,01
5	13,80	8,94	7,99	6,37	3,61
Media	13,90	7,60	7,03	6,11	3,49
Eroarea medie pătratică	0,55	0,11	0,27	0,20	0,20

Tabelul 4

Nr. crt.	Lînă netratată	Lînă tratată cu Na_2CO_3 g/l			
		1	2	5	10
1	30,26	10,32	3,37	2,41	2,66
2	15,70	8,94	8,39	0,59	2,22
3	25,55	9,37	6,29	1,90	1,00
4	13,07	9,62	6,69	1,98	0,96
5	14,88	6,88	6,14	3,10	1,61
Media	18,89	9,01	6,28	1,86	1,69
Eroarea medie pătratică	3,38	0,18	0,74	0,44	0,34

Din analiza rezultatelor cuprinse în tabelele 3 şi 4 se constată că în ambii reactivi solubilitatea lînii tratată alcalin scade. Se observă că scăderea este mai bruscă în cazul solvirii în uree-bisulfit şi mai lentă în reactivul caprolactamă-bisulfit. În toate cazurile eroarea medie pătratică este mai mică pentru testul caprolactamă-bisulfit, ca urmare a rezultatelor mai strînse. De asemenea se observă că diferenţele între valorile erorii medii pătratice sînt mai mici decît la testul uree-bisulfit. Consi-

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

derînd numai testul solvirii în caprolactamă-bisulfit, dispersia rezultatelor este mai mare la lîna netratată, fapt ce rezultă şi din tabelul 2.

S-a cercetat în continuare comportarea reactivilor faţă de o lînă tratată în mediu acid. Lîna s-a tratat la fierbere, timp de 60 min, cu o soluţie de acid sulfuric diluat de diverse concentraţii şi apoi s-a determinat solubilitatea în caprolactamă-bisulfit şi uree-bisulfit. Rezultatele sînt prezentate în tabelul 5 şi respectiv 6.

Tabelul 5

Nr. crt.	Lînă tratată cu H_2SO_4 g/l			
	0,25	1	2	3
1	14,59	16,51	22,15	25,44
2	13,36	18,14	21,16	22,09
3	15,47	16,30	25,35	25,14
4	14,17	19,61	21,87	28,22
5	14,02	17,80	22,80	25,06
Media	14,72	17,62	22,60	24,99
Eroarea medie patratică	0,4	0,6	0,71	0,97

Tabelul 6

Nr. crt.	Lînă tratată cu H_2SO_4 g/l			
	0,25	1	2	3
1	9,50	18,00	29,64	34,09
2	10,75	24,00	32,68	39,70
3	15,64	25,40	33,54	38,44
4	12,88	26,36	33,28	27,37
5	10,00	24,63	30,85	39,32
Media	11,75	23,68	31,99	35,80
Eroarea medie patratică	1,51	1,47	0,75	2,33

S-a urmărit apoi solubilitatea în caprolactamă-bisulfit şi uree-bisulfit la o lînă carbonizată, deci tratată cu o soluţie de H_2SO_4 mai concentrată. Impregnarea lînei s-a realizat cu o soluţie de H_2SO_4 de 40 g/l şi un raport de flotă de 1/20; lîna s-a uscat apoi la 75°C timp de 90 min şi s-a carbonizat la 105°C timp de 120 min. Acestei probe de lînă i s-a determinat solubilitatea în caprolactamă-bisulfit şi uree-bisulfit, rezultatele fiind date în tabelul 7.

La toate datele obţinute, determinînd solubilitatea în cei doi reactivi, a lînii tratate acid, eroarea medie pătratică este mai mică pentru testul caprolactamă-bisulfit ca urmare a rezultatelor mult mai strînse. Datele din tabelele 5, 6 şi 7 arată că reactivul caprolactamă-bisulfit, ca şi reactivul uree-bisulfit, solvă lîna tratată acid, solubilitatea crescînd o dată cu intensitatea tratamentului acid.

Am determinat în continuare solubilitatea în caprolactamă-bisulfit a unei lîni ţigae. Rezultatele sînt consemnate în tabelul 8. Şi în acest caz se observă o dispersie redusă a datelor obţinute cu reactivul caprolactamă-bisulfit şi mult mai importantă cu reactivul uree-bisulfit.

În mecanismul solubilităţii cheratinei, atît ureea cît şi caprolactama joacă rolul de a desface punţile de H şi de a atrage polipeptidele în soluţie. Că ureea, respectiv caprolactama, este un agent solubilizant se demonstrează printr-o dializă simplă. Făcînd o dializă simplă a filtratului obţinut în determinarea solubilităţilor, cu ajutorul unei membrane de celofan, se constată uşor că atît ureea cît şi caprolactama trec prin membrană; pe măsură ce are loc această trecere (în timp de 20...24 ore)

Tabelul 7

Nr. crt.	Solubilitatea în caprolactamă-bisulfit	Solubilitatea în uree-bisulfit
1	19,48	26,80
2	22,00	21,88
3	19,20	23,70
4	19,25	26,63
5	22,83	29,28
6	21,22	24,00
7	22,57	27,71
8	22,82	32,57
9	21,34	29,42
10	21,88	21,91
Media	21,06	26,39
Eroarea medie pătratică	0,41	1,11

Tabelul 8

Nr. crt.	Solubilitatea în caprolactamă-bisulfit	Solubilitatea în uree-bisulfit
1	17,21	15,59
2	16,54	17,06
3	16,50	20,33
4	17,27	16,01
5	17,15	15,73
6	17,27	16,41
7	17,40	17,06
8	17,60	17,35
9	16,57	17,91
10	17,49	19,08
Media	17,10	17,25
Eroarea medie pătratică	0,38	1,43

filtratul incolor supus dializei începe să se tulbure. Dacă dializa continuă, particulele foarte fine floculează şi se depun. Această încercare simplă dovedeşte că ureea, respectiv caprolactama, sînt agenţii care duc polipeptidele în soluţie. Nu se poate concepe vreo altă legătură chimică între polipeptide şi aceste amide decît aceea a formării punţilor de hidrogen. Deci mecanismul solvirii în aceşti reactivi este identic.

În toate cazurile de determinare a solubilităţilor se observă că scăderile, respectiv creşterile de solubilitate obţinute în reactivul caprolactamă-bisulfit sînt mai mici decît în cazul reactivului uree-bisulfit. S-ar putea explica solubilitatea mai redusă în caprolactamă-bisulfit prin aceea că posibilitatea de desfacere a legăturilor de H dintre lanţurile proteice din cheratina lînii este mai redusă în cazul caprolactamei decît în cazul ureei.

Ureea are în total 3 atomi care pot forma legături de H (2N+O) iar caprolactama are numai 2 asemenea atomi (N+O). Atît în cazul ureei cît şi în cel al caprolactamei solubilizarea lînii nu are loc decît în prezenţa bisulfitului care reduce legăturile cistinice dintre lamele şi permite pătrunderea ureei sau caprolactamei în interiorul fibrei. Dar moleculele de caprolactamă fiind mai mari pătrund mai greu în interiorul fibrei, deci desfac mai puţine legături de H, ceea ce are ca rezultat o solubilizare mai redusă a cheratinei. De asemenea în 1 g uree numărul moleculelor de CON_2H_4 este mult mai mare decît cel al moleculelor de $C_6H_{11}ON$ din 1 g caprolactamă, datorită greutăţii moleculare mai mici a primei substanţe. Acesta este un alt aspect care face ca solubilizarea să fie mai ridicată în cazul ureei.

Cu ajutorul acestor consideraţii s-ar putea explica neuniformitatea rezultatelor în cazul reactivului uree-bisulfit şi dispersia mult mai redusă a rezultatelor în cazul reactivului caprolactamă-bisulfit — avantaj important al acestui din urmă test.

3. Concluzii

Din studiul comparativ al solubilităţii lînii în reactivul uree-bisulfit şi în reactivul caprolactamă-bisulfit se desprind următoarele concluzii:

a) Reactivul uree-bisulfit furnizează date experimentale cu o mare dispersie, datele obţinute fiind în consecinţă greu reproductibile.

b) Se propune un nou test de solubilitate pentru determinarea degradării lînii — reactivul caprolactamă-bisulfit.

c) Se constată că testul caprolactamă-bisulfit este sensibil atît la degradări alcaline cît şi la cele acide ale lînii, dînd rezultate cu o dispersie mult mai redusă şi deci mai uşor reproductibile.

d) Se furnizează o explicaţie pentru mecanismul solubilităţii lînii în reactivul caprolactamă-bisulfit şi în reactivul uree-bisulfit.

e) Se constată identitatea mecanismului de solvire în aceşti doi reactivi.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Leveau M., Bull. I. T. Fr., 1959, **79**, p. 61.
2. Less K., Elsworth F. F., Proc. Internat. Wool Text. Res. Conf. Australia, 1955, **C**, pp. 363.
3. Kessler H., Zahn H., J. Text. Inst., 1958, **49 A**, *8*, p. 466.
4. Speakman P. T., J. Text. Inst., 1957, **48 A**, *11*, p. 635.
5. Grindea M., Ifrim S., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1—2*, p. 189.
6. Zahn H., Kunitz F. W., Hildebrand D., J. Text. Inst., 1960, **51 A**, *12*, p. 740.
7. Kehren M., Otten H. G., Ztschr. f. ges. Textilind., 1960, **2**, *9*, S. 314.
8. Devillers N., Mazingue G., van Overbèke M., I. T. Fr. Colloque, Structure de la laine, 1961, p. 211.
9. Lialikov I. S., *Metode fizico-chimice de analiză*. Ed. Tehn., Buc., 1953, p. 9, (trad. din l. rusă).

РАСТВОРИМОСТЬ ШЕРСТИ В КАПРОЛАКТАМЕ-БИСУЛЬФИТЕ

(Резюме)

Пользуя сравнительный метод, изучается растворимость шерсти в мочевине-бисульфите, а также в капролактаме-бисульфите. Наблюдается большая дисперсия экспериментальных результатов в мочевине-бисульфите и намного меньшая в реактиве капролактам-бисульфит. Предлагается новый тест для определения растворимости шерсти — капролактам-бисульфитный тест — чуствительный к деструкции кератина в щелочной и кислой средах. Обсуждается механизм растворимости шерсти в этих двух реактивах.

LA SOLUBILITÉ DE LA LAINE DANS CAPROLACTAME-BISULPHITE

(Résumé)

On étudie comparativement la solubilité de la laine dans l'urée-bisulphite et dans caprolactame-bisulphite. On y constate une grande dispersion des résultats expérimentaux dans l'urée-bisulphite et une dispersion beacoup plus réduite dans le réactif caprolactame-bisulphite. On propose un nouveau test pour la détermination de la solubilité de la laine, à savoir le test caprolactame-bisulphite, sensible aux degradations alcalines et acides de la kératine. On discute aussi le mécanisme de la solubilité de la laine dans ces deux réactifs.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 621.824 : 677.054

CONTRIBUŢIE LA METODICA CALCULULUI NEREGULARITĂŢII ROTAŢIEI ARBORELUI PRINCIPAL LA MAŞINILE DE LUCRU, CU REFERIRE SPECIALĂ LA RĂZBOIUL DE ŢESUT

DE

FILIP REICHER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. La maşinile de lucru, la care există o însemnată neregularitate a rotaţiei arborelui principal, este foarte util să se calculeze coeficientul de neregularitate a acestei rotaţii încă în faza de proiectare a maşinii. Pe bază de calcul se cunosc atunci masele organelor, momentele lor de inerţie, cinematica fiecărui mecanism. Iniţial se cunoaşte legea vitezelor a oricărui punct de pe orice organ, în funcţie de viteza unghiulară a arborelui principal; dar, nefiind cunoscută legea variaţiei vitezei unghiulare a arborelui principal, implicit adevărata lege de mişcare a oricărui organ al maşinii rămîne necunoscută.

Problema principală o constituie deci calculul valorilor vitezei unghiulare (sau ale turaţiei) arborelui principal, pentru diferite poziţii ocupate de el în timpul unei rotaţii. Această problemă a fost soluţionată pentru prima oară, ţinînd seama de toate tipurile de procese reversibile şi ireversibile ce au loc în maşină, de profesorul A. P. Malîşev şi colaboratorii săi, în manualul despre construcţia războiului de ţesut [1], [2].

Prezenta lucrare reprezintă o nouă contribuţie la rezolvarea problemei, asigurînd obţinerea unor rezultate mai precise şi pe căi mai directe.

2. Pornim de la următoarele ipoteze:

a) În perioada de regim schimburile reciproce de energie ce au loc între diferitele mecanisme ale maşinii, precum şi consumurile de energie din procesele ireversibile, se repetă în mod identic la fiecare rotaţie a arborelui principal al maşinii.

b) Maşina de lucru are în perioada de regim turaţia medie egală cu turaţia nominală prevăzută.

c) Cuplul motor al arborelui motorului este constant.

Vom deosebi două tipuri de mecanisme. Vom numi mecanisme legate organic de arborele principal, acele mecanisme care prin micşorarea energiei cinetice a organelor lor, pot ceda energie arborelui principal (de exemplu la războiul de ţesut — vătala şi perechea de biele)

Mecanismele nelegate organic de arborele principal sînt cele care nu pot ceda acestuia energie (de exemplu, la războiul de țesut — mecanismul de bătaie, mecanismul de înfășurare a țesăturii etc.).

Considerăm un număr de poziții numerotate ale arborelui principal, ocupate după rotații de unghiuri respectiv egale, de exemplu 12 poziții ocupate după rotații de cîte 30°.

Considerăm în mod provizoriu că turația arborelui e constantă și egală cu valoarea pe care presupunem că o are în realitate în poziția zero.

Notăm: E_i — energia cinetică a arborelui principal, împreună cu masele fixate pe el, adunată cu energia cinetică a organelor mecanismelor organic legate de arbore, în momentul i, ($i = 0,1,...,12$), E'_i — aceeași energie, corectată după ce s-a luat în considerare ecuația energiei, E''_i — aceeași energie, definitivă, Ar_i — lucrul mecanic cheltuit în intervalul $0 - i$ pentru învingerea rezistențelor utile și a celor vătămătoare, adunat cu energiile potențiale de poziție și cu energiile potențiale de deformație din momentul i, Am_i — lucrul mecanic furnizat de motor în intervalul $0 - i$, n_{med} — turația medie reală a arborelui, n — turația provizorie a arborelui (constantă), n'_i — turația corectată a arborelui principal, în momentul i, n''_i — turația definitivă a arborelui principal, în momentul i.

Deoarece în cazul nostru mașina are o însemnată neregularitate a rotației arborelui principal, ipoteza turației constante e falsă.

Pentru a afla diferitele valori n'_i ale turației arborelui, ne folosim de ecuația energiei scrisă sub forma:

$$\Delta E = E'_i - E_0 = Am_i - (Ar_i - Ar_0). \tag{1}$$

Practic lucrăm astfel:

a) Calculăm cele 12 valori ale energiei E_i pe baza ipotezei turației constante, cunoscînd cinematica și dinamica mecanimelor legate organic de arborele principal.

b) Calculăm cele 12 valori ale energiei Ar_i.

c) Energia furnizată de motor la o rotație completă a arborelui se calculează ca diferență a cantității Ar la sfîrșitul și la începutul unei rotații, adică $Am_{12} = Ar_{12} - Ar_0$.

Calculăm cele 12 valori Am_i, cunoscînd că $Am_i = (i/12)\, Am_{12}$.

d) Calculăm cele 12 valori E'_i cu ajutorul relației:

$$E'_i = E_0 + Am_i - (Ar_i - Ar_0), \tag{2}$$

dedusă din relația (1).

e) Deoarece energia cinetică este proporțională cu pătratul turației:

$$E'_i/E_i = (n'_i/n_i)^2, \tag{3}$$

calculăm cele 12 valori ale turației corectate (n'_i), utilizînd relația:

$$n'_i = n\sqrt{E'_i/E_i}. \tag{3'}$$

f) Variația energiei cinetice E'_i corespunde realității, abstracție făcînd de o constantă, deoarece relația (2) va fi satisfăcută dacă în ambii membri se adună o cantitate constantă:

$$E''_i = E'_i + K = E_0 + K + Am_i - (Ar_i - Ar_0). \tag{4}$$

Variația numerelor n'_i redă în mod fidel, ca alură de curbă, modul în care variază turația arborelui, dar valorile definitive ale turației cît și cele ale energiei cinetice se obțin abia după ce se introduce în calcul valoarea turației medii.

Observăm că $n'_0 = n$ și $E'_0 = E_0$.

Notăm $n''^2_0 = x$ și avem:

$$n''^2_0/n^2 = E''_0/E'_0 = (E'_0 + K)/E'_0 = 1 + K/E'_0, \quad K = (x/n^2 - 1)\,E'_0,$$

$$n''_i = n'_i\sqrt{E''_i/E'_i} = n'_i\sqrt{(E'_i + K)/E'_i} = n'_i\sqrt{1 + (E_0/E'_i)\,(x/n^2 - 1)},$$

$$n_{med} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} n''_i = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12}\sqrt{1 + (E_0/E'_i)\,(x/n^2 - 1)}. \tag{5}$$

Turația medie n_{med} fiind cunoscută inițial, se poate rezolva ecuația (5) în raport cu x; numărul K devine astfel cunoscut.

g) Valorile definitive E''_i fiind cunoscute, se află și turațiile definitive cu relația:

$$n''_i = n'\sqrt{E''_i/E'_i}. \tag{6}$$

h) În sfîrșit se află neregularitatea turației arborelui cu ajutorul formulei:

$$\delta = (n_{max} - n_{min})/n_{med}.$$

Pentru calculul valorilor definitive ale turațiilor mai este posibilă o a doua metodă. Anume, considerăm constanta K drept necunoscută a problemei. Avem atunci:

$$n''_i = n'_i\sqrt{E''_i/E'_i} = n'_i\sqrt{(E'_i + K)/E'_i} = n'_i\sqrt{1 + K/E'_i}. \tag{7}$$

Mărimea K se calculează din ecuația:

$$n_{med} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} n'_i\sqrt{1 + K/E'_i}.$$

După ce au fost calculate valorile E'_i și n'_i, calculăm valorile definitive n''_i cu ajutorul relației (7).

Aplicație la războiul de țesut sovietic AT—100

La războiul de țesut mecanismul vătalei cu cele două biele ale sale precum și arborele secundar al războiului sînt organic legate de arborele principal. De aceea considerăm energia cinetică dată de $E_i = E_{a_i} + E_{v_i} + E_{b_i}$ unde: E_a — energia cinetică a

arborelui principal adunată cu cea a arborelui secundar, Ev — energia cinetică a vătalei, E_b — energia cinetică a celor două biele.

Toate valorile se vor calcula pentru unghiuri φ de rotaţie a arborelui principal, din 30° în 30°; întrucît în perioada lansării suveicii ($\varphi \cong 80°...120°$) procesul schimburilor de energie trebuie urmărit la intervale de timp mai mici, s-au calculat valori şi pentru $\varphi = 80°$, 100° şi 110° (tabelul 1).

Tabelul 1

Poziţia	$\varphi°$	E_a	E_v	E_b	E_i	Ar_i	Am_i	E_i'	n_i'	n_i''	E_i''
0	0	25,676	0,000	0,416	26,092	1,500	0,000	26,092	215,0	216,8	26,530
1	30	25,676	2,495	0,533	28,704	1,800	0,781	26,573	206,9	208,6	27,011
2	60	25,676	6,414	0,821	32,911	1,980	1,562	27,174	195,4	196,9	27,612
	80	25,676	6,738	0,902	33,316	2,910	2,082	26,764	192,7	194,3	27,202
3	90	25,676	6,467	0,843	32,986	4,174	2,343	25,761	190,0	191,6	26,199
	100	25,676	5,830	0,751	32,257	4,877	2,603	25,318	190,5	192,1	25,756
	110	25,676	4,741	0,693	31,110	7,168	2,863	23,287	186,0	187,8	23,725
4	120	25,676	3,560	0,649	29,885	7,970	3,123	22,745	187,6	189,4	23,183
5	150	25,676	0,948	0,416	27,040	7,840	3,904	23,656	201,1	203,0	24,094
6	180	25,676	0,000	0,335	26,011	8,620	4,685	23,657	205,0	206,9	24,095
7	210	25,676	1,038	0,427	27,141	9,110	5,466	23,948	202,0	203,8	24,386
8	240	25,676	3,981	0,683	30,340	9,070	6,247	24,769	194,3	196,0	25,207
9	270	25,676	6,618	0,867	33,161	9,430	7,028	25,190	187,4	189,0	25,628
10	300	25,676	6,354	0,831	32,861	9,770	7,808	25,630	189,8	191,5	26,068
11	330	25,676	2,367	0,543	28,586	10,500	8,589	25,681	203,8	205,5	26,119
12	360	25,676	0,000	0,416	26,092	10,870	9,370	26,092	215,0	216,8	26,530

Pentru a aprecia în mod provizoriu mărimea n, s-a ales drept punct de plecare turaţia medie $n_{med} = 200$ presupunînd că $\delta = 0{,}15$. Avem atunci:

$$n_{max} + n_{min} = 2 \cdot 200 = 400, \quad n_{max} - n_{min} = 0{,}15 \cdot 200 = 30.$$

Rezultă $n_{max} = 215$, în mod provizoriu. La războiul de ţesut viteza unghiulară maximă a arborelui principal este atinsă în poziţia $\varphi = 0°$, adică atunci cînd vătala se găseşte în poziţia extremă din faţă.

Lucrul mecanic cheltuit pentru învingerea rezistenţelor utile (debitarea urzelii, înfăşurarea ţesăturii, lansarea suveicii), a rezistenţelor vătămătoare (frecări în cuplele cinematice şi frecările firelor de urzeală de organele războiului), adunat cu energiile potenţiale de poziţie ale unor organe ca vătala şi perechea de biele şi cu energia potenţială de deformaţie a firelor de urzeală, dă suma Ar_i. Diferenţa $Ar_{12} - Ar_0 = 10{,}870 - -1{,}500 = 9{,}370$ kgm este energia pe care motorul trebuie să o furnizeze la o rotaţie a arborelui principal.

Cu ajutorul relaţiei (2) au fost calculate valorile E_i' ale energiei cinetice corectate, apoi au fost calculate valorile n_i' cu ajutorul relaţiei (3').

Aplicarea ecuaţiei (5) pentru calculul exact al mărimii n_0'' este dificilă fiind vorba de o ecuaţie de gradul 12. De aceea s-a procedat astfel.

Efectuînd media celor 12 valori n_i' se găseşte $n_{med}' = 198{,}2$. Deoarece adevărata valoare este $n_{med} = 200$ rot/min, s-a adăugat diferenţa de 1,8 la mărimea $n_0' = 215$, obţi-

nîndu-se $n_0'' = 216{,}8$. Apoi s-a recalculat pe această bază $E_0'' = 26{,}530$ kgm. Se găsește astfel $K = 0{,}438$ kgm, cantitate ce s-a adăugat la toate valorile E_i'. S-au obținut valorile E_i'', din care rezultă valorile n_i''. Efectuînd media celor 12 valori n_i'', se găsește $n_{med} =$

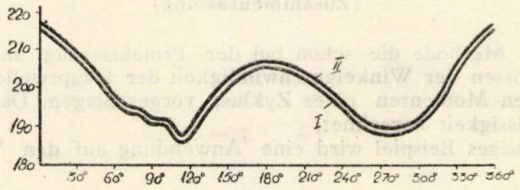


Fig. 1

$= 199{,}92 \approx 200$. Acest rezultat confirmă valabilitatea metodei aplicate. În sfîrșit s-a calculat coeficientul de neregularitate a rotației arborelui principal:

$$\delta = (n_{max} - n_{min})/n_{med} = (216{,}8 - 187{,}8)/200 = 0{,}145.$$

În fig. 1 este reprezentată variația turației arborelui principal al războiului pe baza valorilor n_i' (curba *I*) și pe baza valorilor definitive n_i'' (curba *II*).

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de țesătorie

BIBLIOGRAFIE

1. Малышев А. П. и др., *Основы проектирования ткацких станков.* Гизлегпром М., 1946, стр. 371—383.
2. Малышев А. П., Воробьев П. А., *Механика и конструктивные расчеты ткацких станков.* Машгиз, М., 1960, стр. 485—496.

К МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА НЕРАВНОМЕРНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ГЛАВНОГО ВАЛА В ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ, В ЧАСТНОСТИ, ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ТКАЦКОМУ СТАНКУ

(Резюме)

Предлагается метод для расчета, при проектировании значений угловой скорости главного вала исполнительных машин, в разных моментах одного цикла. Этим вычисляется неравномерность вращения.

Дается численный пример для применения метода к ткацкому станку АТ—100.

BEITRÄGE ZUR METHODIK DER BERECHNUNG DER DREHUNGSUNGLEICHMÄSSIGKEIT DER HAUPTWELLE BEI ARBEITSMASCHINEN, MIT BESONDEREM BEZUG AUF DEN WEBSTUHL

(Zusammenfassung)

Es wird eine Methode die schon bei der Projektierung anwendbar ist, für die Berechnung der Grössen der Winkelgeschwindigkeit der Hauptwelle bei Arbeitsmaschinen, in verschiedenen Momenten eines Zyklus, vorgeschlagen. Darauffolgend wird die Drehungsungleichmässigkeit berechnet.

Als zahlenmässiges Beispiel wird eine Anwendung auf den Webstuhl AT — 100 angeführt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 662.24 ; 531.12

CONTRIBUŢII LA INTENSIFICAREA PROCESULUI DE VOPSIRE CU CÎMP ULTRASONOR

DE

FLORIN VĂLU, I. LUCA şi MIŞILIM GRINDEA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Procesul de vopsire poate fi intensificat pe cale termică, cu electroliţi, dar mai ales prin acţiunea vibraţiilor elastice din gama frecvenţelor sonore şi ultrasonore [1].

Prin aplicarea cîmpului ultrasonor, stratul limită de la interfaţa material textil-soluţie fiind mereu modificat, subţiat sau distrus [2], creşte viteza de difuzie a colorantului în fibră.

O altă acţiune a cîmpului ultrasonor în procesul de vopsire este aceea de dispersare şi uniformizare a soluţiilor de colorant [3], care se desfăşoară după următorul mecanism : în soluţiile de colorant, datorită vibraţiilor elastice, se formează regiuni depresive şi compresive, adică se produce fenomenul de cavitaţie. În regiunile depresive particulele de colorant se desfac şi se mărunţesc, şi din cauza frecvenţei mari a acţiunilor compresive şi depresive se amestecă intim cu solventul, rezultînd final soluţii de vopsit cu grad mare de dispersie şi cu repartizare uniformă a particulelor de colorant.

Ca urmare a dispersării avansate se poate considera că şi stratul limită de la suprafaţa materialului textil are o structură modificată, mai puţin compactă şi deci o acţiune inhibitoare mai redusă în procesul de vopsire.

Datorită fenomenului de cavitaţie se eliberează şi gazele incluse în soluţie şi în materialul textil [4], degazare ce asigură o pătrundere intimă a soluţiilor de vopsit în ţesătură.

Sub acţiunea cîmpului ultrasonor are loc şi o deformare temporară a fibrei, fenomen ce contribuie la pătrunderea mai rapidă a moleculelor de colorant în fibră.

Efectul de accelerare a procesului de vopsire cu ajutorul ultrasunetelor depinde de frecvenţa şi puterea emiţătorului. Cu creşterea acestor parametri, creşte şi profunzimea vopsirii şi cantitatea de colorant fixată pe fibră. Astfel [5], pentru frecvenţa de 21,6 kHz, intensitatea vopsirii este mai mare decît la frecvenţa de 100 Hz. Pentru frecvenţa de 24 kHz [6], intensitatea vopsirii ţesăturilor de bumbac este de 2,14 ori mai mare în comparaţie cu cea a vopsirilor fără cîmp ultrasonor, reducîndu-se în acelaşi timp de două ori durata vopsirii. Pentru unele materiale textile şi unele clase de coloranţi, durata procesului este de cîteva minute.

Cîmpul ultrasonor intensifică procesul de vopsire şi la temperaturi de vopsire mai mici decît cele uzuale [7]. Dacă şi procesele anterioare, de pregătire (fierbere, albire), sînt realizate în cîmp ultrasonor, atunci procesul de vopsire este şi mai mult îmbunătăţit, sub toate aspectele.

Micşorarea temperaturii influenţează negativ procesul de difuzie a colorantului în fibră, datorită asocierii acestuia în soluţie [8], însă adsorbţia colorantului de către fibră este mai intensă [9]. Se crează astfel, la temperaturi joase, condiţii favorabile asocierii particulelor de colorant atît în soluţie cît şi la suprafaţa fibrei, ca urmare a creşterii concentraţiei colorantului în stratul limită ce se formează în perioada iniţială a vopsirii, datorită adsorbţiei mai intense. În această situaţie, din punct de vedere al difuziei colorantului în fibră, sînt create condiţii dezavantajoase, datorită tendinţei de asociere a colorantului şi micşorării temperaturii.

În lucrare s-a urmărit influenţa exercitată de cîmpul ultrasonor la temperaturi joase, asupra modificării stratului concentrat şi a dispersării colorantului în soluţie, adică a intensificării procesului de vopsire, la temperaturi joase.

Determinările s-au efectuat pe două tipuri de ţesături din fibre celulozice: subţiri, şi groase şi dese, la temperatura de 30°C, cu trei coloranţi direcţi fabricaţi în R. P. R., cu comportări diferite de asociere, la frecvenţe superioare limitei de 500 kHz, cu care s-a lucrat pînă în prezent [10], [1]. Ţinînd seama de datele experimentale [10], din care rezultă că ţesăturile groase, la frecvenţe pînă la 500 kHz nu se vopsesc bine sau se vopsesc inegal pe ambele feţe, noi am extins gama de frecvenţe de la 500 kHz pînă la 3 500 kHz.

Cantitatea de colorant fixată pe fibră s-a stabilit prin diferenţa dintre concentraţia iniţială şi cea finală a soluţiei de colorant, folosind electrofotocolorimetrul ΦЭК.

Cinetica procesului de vopsire s-a urmărit pentru toţi coloranţii şi tipurile de ţesătură folosite, cu şi fără cîmp ultrasonor, în toate condiţiile de frecvenţă şi intensitate, prin variaţia concentraţiei soluţiei de colorant la intervalele de timp: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 16; 25; 30 min, de asemenea cu ajutorul electrofotocolorimetrului.

Pentru interpretarea rezultatelor, am considerat că vopsirea se efectuează din stratul concentrat de colorant de pe suprafaţa fibrei şi deci viteza de vopsire este egală cu viteza de difuzie în fibră în perioada iniţială a vopsirii. Pentru stabilirea coeficientului total de transfer de masă, am ţinut seama de forma de prezentare a materialului textil (ţesătură) supus vopsirii. În acest caz, colorantul trebuie să pătrundă nu într-o fibră izolată ci într-un ansamblu de fibre, respectiv fire. Dealtfel acest caz este considerat în vopsirea curentă, reuşindu-se cu greu să se obţină vopsiri penetrante în materialele dese şi groase. De asemenea la intersecţia celor două sisteme de fire (urzeală şi bătătură) porţiunile de contact apar complet nevopsite. Deci, ţinînd seama de această formă de prezentare a materialului textil, rezultă că procesul de difuzie este mult mai complex şi anume: difuzia între fire, difuzia între fibre, difuzia în fibră şi prin urmare, pentru ţesături vopsite fără cîmp ultrasonor la temperatura de 30°C, pe baza datelor noastre experimentale, corespunde relaţia:

$$M^2 = Kt, \tag{1}$$

iar pentru vopsiri cu cîmp ultrasonor, relaţia liniară:

$$M = Kt. \tag{2}$$

Din aceste relaţii s-a calculat valoarea coeficientului total de transfer de masă K. Acesta determină întregul proces de vopsire prin stratul concentrat şi ţesătură, pentru perioada iniţială de vopsire.

Faptul că la temperatura de 30°C, în cazul cîmpului ultrasonor, corespunde aceeaşi relaţie ca şi în cazul cîmpului vibrator la temperaturi mai mari decît 80°C [11], se explică prin acţiunea mult mai intensă a ultrasunetelor, chiar la temperaturi joase. Se poate presupune deci că efectul termic poate fi înlocuit prin efectul ultrasonor.

În aceste relaţii $M = C_t/C_\infty$, iar C_t — cantitatea de colorant în ţesătură la timpul t, C_∞ — cantitatea de colorant în ţesătură la echilibru, iar t — timpul de vopsire.

Relaţia este simplă şi adecvată pentru compararea comportării coloranţilor faţă de materialele textile, în cazul cînd nu sînt necesare valorile absolute ale coeficienţilor totali de transfer de masă.

Dacă se reprezintă într-un sistem de coordonate M, respectiv raportul C_t/C_∞ în funcţie de $\sqrt{t}$, din relaţia (1) se obţine o dreaptă atîta timp cît la suprafaţa fibrei se menţine o concentraţie constantă, adică atîta timp cît colorantul care pătrunde în fibră este înlocuit cu o cantitate egală de colorant din soluţie.

Din datele experimentale obţinute de noi rezultă într-adevăr o variaţie liniară numai pentru un anumit timp al vopsirii, timp care variază cu condiţiile de aplicare a cîmpului ultrasonor. Acest timp este cu mult mai important în cazul vopsirilor efectuate fără cîmp ultrasonor şi el descreşte pentru vopsirile cu cîmp ultrasonor.

Din relaţia $M = C_t/C_\infty = \sqrt{Kt}$, rezultă că $\sqrt{K}$ reprezintă panta ($\operatorname{tg}\alpha$) din curbele obţinute de noi. Deci $\operatorname{tg}^2\alpha$ constituie o măsură aproximativă a coeficientului total de transfer de masă.

În orice caz, $\operatorname{tg}^2\alpha$ chiar dacă nu redă valoarea exactă a lui K, este indiscutabil utilă folosirea acestei mărimi pentru aprecieri comparative.

În cazul relaţiei de mai sus C_∞ (cantitatea de colorant încorporată la echilibru de fibră) a fost considerată ca reprezentînd cantitatea de colorant fixată de materialul fibros în momentul cînd extincţia soluţiei de colorant a fost constantă.

Timpul de semivopsire a fost calculat din diagrame, conform relaţiei folosite, fiind considerat egal cu pătratul abscisei corespunzătoare ordonatei de 0,5.

2. Partea experimentală

Instalaţia de ultrasunete folosită de noi este alcătuită dintr-un oscilator cu o gamă întinsă de frecvenţe, un redresor pentru redresarea tensiunii alternative şi o serie de generatori piezoelectrici de cuarţ, de diferite frecvenţe [12].

Plăcile de piezocuarţ au fost montate pe un suport în aşa fel încît să se asigure obţinerea unei energii sonore maxime şi o răcire superficială atît a lor cît şi a soluţiei de colorant.

Ţesătura a fost fixată pe suporturi corespunzătoare formelor generatoarelor de piezocuarţ (fig. 1) şi aşezată la aceeaşi distanţă de sursă,

astfel încît cîmpul ultrasonor să fie îndreptat perpendicular pe suprafaţa ţesăturii.

Cîmpul ultrasonor s-a aplicat în două variante şi anume: a) soluţiei de colorant din momentul introducerii ţesăturii pentru vopsit şi b) numai soluţiei de vopsit înainte de introducerea ţesăturii, vopsirea fiind condusă fără cîmp ultrasonor.

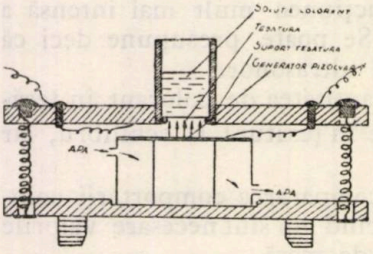


Fig. 1

Parametrii constanţi pentru ambele variante au fost: concentraţia colorantului — 3%; hidromodulul — 1/100; temperatura — 30°C.

Parametrii variabili: frecvenţa cîmpului ultrasonor de: 600; 800; 1000; 3500 kHz, intensitatea de: 30; 50; 75; 100; 125 mA.

Suportul textil de două tipuri: tipul I, cu Nm al firului: în urzeală 50, în bătătură 50; desimea, fire/10 cm: în urzeală 325, în bătătură 310. Tipul II, cu Nm al firului: în urzeală 50/2, în bătătură 50/3; desimea, fire/10 cm: în urzeală 380, în bătătură 340.

a) Pentru prima variantă, cinetica procesului de vopsire, reprezentată în coordonatele C_t/C_∞ funcţie de timpul de vopsire, este redată în fig. 2 şi 3, iar influenţa frecvenţei asupra cineticii procesului de vopsire în graficele C_t/C_∞ funcţie de $\sqrt{t}$, în fig. 4...6.

Din aceste grafice rezultă că şi la temperaturi joase cîmpul ultrasonor exercită o acţiune favorabilă pentru toţi coloranţii, în comparaţie cu vopsirile fără cîmp ultrasonor, indiferent de tipul de ţesătură.

Din datele experimentale ale tabelului 1 rezultă pentru toţi coloranţii şi pentru ambele tipuri de ţesături, o creştere considerabilă a cantităţilor de colorant legate de fibră, în cazul aplicării cîmpului ultrasonor.

O dată cu frecvenţa, la aceeaşi temperatură, pentru toţi coloranţii, creşte cantitatea de colorant legată de fibră, iar pentru aceeaşi frecvenţă cantitatea de colorant creşte o dată cu intensitatea curentului. Pentru aceeaşi intensitate, o dată cu frecvenţa, creşte cantitatea de colorant fixată de fibră.

Sensul general al procesului de vopsire în cazul aplicării cîmpului ultrasonor este acelaşi şi pentru ţesătura tip II (mai deasă şi mai groasă), cu observaţia că, cantitatea de colorant fixată este mai mică decît la ţesătura tip I, în toate cazurile variaţiei de frecvenţă şi de intensitate, vopsirea fiind uniformă pe ambele feţe.

b) În a doua variantă s-a urmărit influenţa exercitată de cîmpul ultrasonor asupra dispersiei şi omogenizării soluţiei de colorant, timp de 10 min, după care s-a introdus ţesătura în soluţia ultrasonată, procesul ie vopsire fiind condus fără cîmp ultrasonor. Datele experimentale sînt drezentate în tabelul 2, pentru doi coloranţi cu tendinţă mare de asociere.

Din datele acestui tabel se observă că pentru aceeaşi frecvenţă şi pntensitate, o cantitate mai mare de colorant se fixează de fibră în cazul

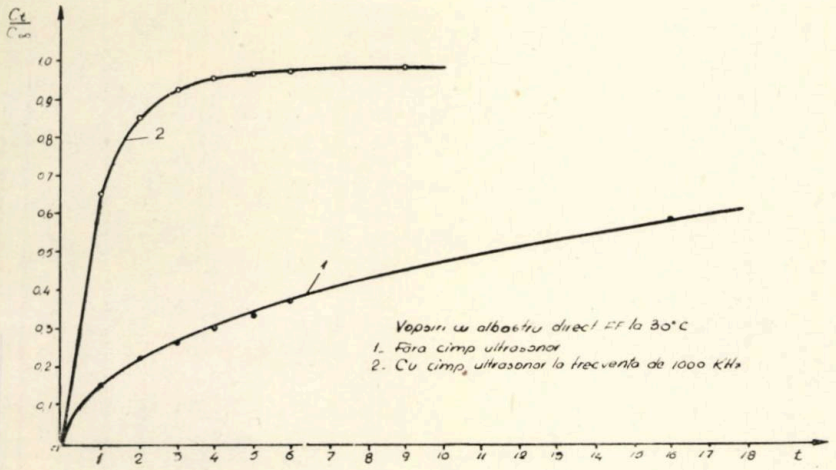


Fig. 2

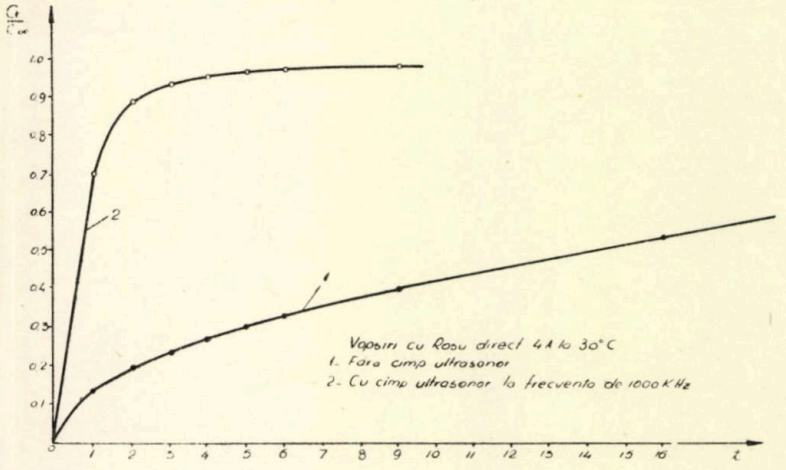


Fig. 3

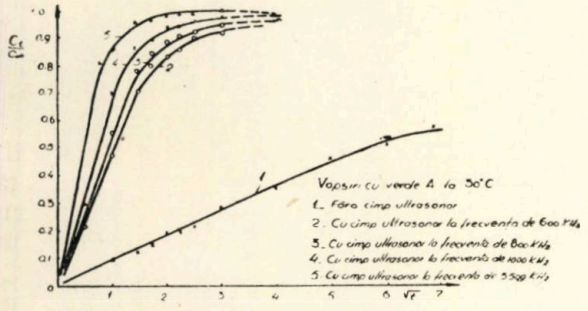


Fig. 4

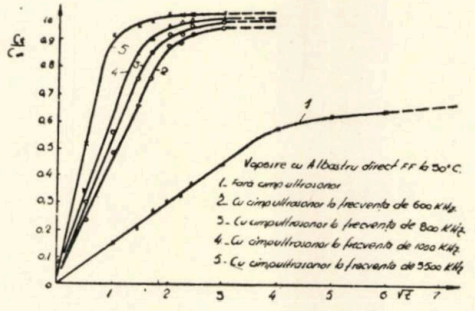


Fig. 5

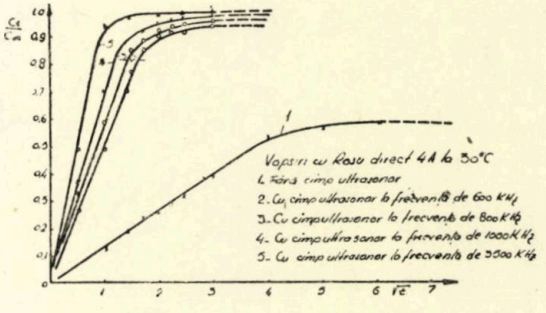
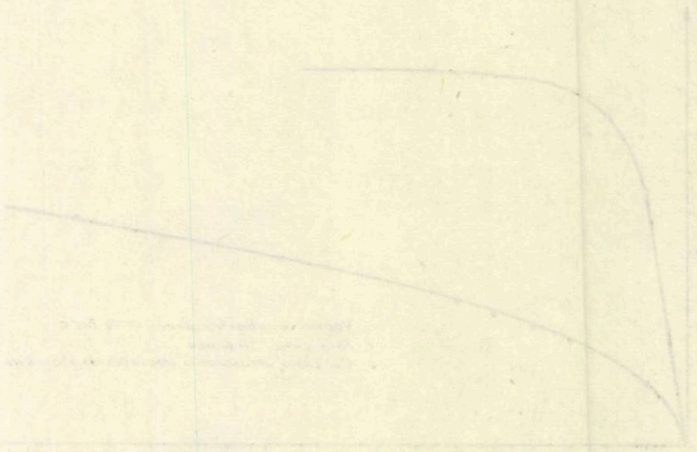
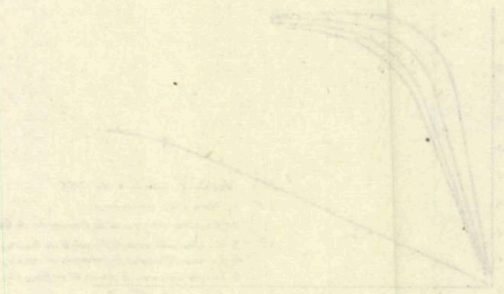


Fig. 6





Tabelul 1

Colorant pe fibră la extincţia constantă a soluţiei (g/100 g fibră)

Ţesătură tip	Colorantul	Temperatura °C	Fără cîmp ultrasonor	Cu cîmp ultrasonor la frecvenţa şi intensitatea de:												
				600 kHz				800 kHz				1 000 kHz			3 500 kHz	
				50 mA	75 mA	100 mA	125 mA	50 mA	75 mA	100 mA	125 mA	50 mA	75 mA	100 mA	30 mA	50 mA
I	Verde direct *A*	30	0,19	0,68	0,77	0,84	0,95	0,71	0,79	0,91	1,06	0,87	0,98	1,17	1,67	1,93
	Albastru direct *FF*	30	0,23	0,87	0,96	1,03	1,10	0,98	1,11	1,24	1,36	1,15	1,32	1,62	2,70	3,30
	Roşu direct 4*A*	30	0,17	0,75	0,85	0,95	1,05	0,90	1,07	1,19	1,28	1,05	1,25	1,55	2,50	3,20
II	Verde direct *A*	30	0,15	0,55	0,62	0,70	0,78	0,57	0,64	0,73	0,82	0,65	0,76	0,89	0,94	1,01
	Albastru direct *FF*	30	0,18	0,71	0,77	0,86	0,92	0,73	0,79	0,88	0,95	0,78	0,89	0,97	1,07	1,12
	Roşu direct 4*A*	30	0,14	0,58	0,66	0,72	0,80	0,62	0,70	0,75	0,83	0,67	0,78	0,50	0,98	1,08

Tabelul 2

Colorant pe fibră la extincţia constantă a soluţiei (în g/100 g fibră)

Ţesătură tip	Colorantul	Temperatura °C	Cu cîmp ultrasonor la frecvenţa şi intensitatea de:							
			600 kHz 125 mA	800 kHz 125 mA	1 000 kHz 100 mA	3 500 kHz 50 mA	600 kHz 125 mA	800 kHz 125 mA	1 000 kHz 100 mA	3 500 kHz 50 mA
			Aplicat în timpul procesului de vopsire				Aplicat soluţiei de vopsit înainte de vopsire			
I	Verde direct *A*	30	0,92	1,06	1,17	1,93	1,30	1,51	1,70	2,12
	Roşu direct 4*A*	30	1,05	1,28	1,55	3,20	1,75	2,02	2,28	3,83
II	Verde direct *A*	30	0,78	0,82	0,89	1,01	0,92	0,96	1,03	1,16
	Roşu direct 4*A*	30	0,80	0,83	0,90	1,08	0,95	0,98	1,06	1,21

aplicării cîmpului ultrasonor înainte de vopsire, pentru coloranţii Verde direct *A* şi Roşu direct 4*A*.

Cantitatea mai mare de colorant, legată de fibră în această variantă, se explică prin condiţiile inegale de vopsire pentru aceeaşi durată şi anume, la vopsirea cu cîmp ultrasonor numai o parte din energia cîmpului serveşte la dispersarea colorantului, deoarece ţesătura situată în apropierea sursei ultrasonore absoarbe o parte însemnată a energiei cîmpului ultrasonor. De asemenea, la vopsirea cu soluţie în prealabil ultrasonată, procesul de vopsire începe cu o soluţie cu grad de dispersie ridicat, pe cînd în prima variantă procesul începe cu o soluţie cu grad de agregare mare al particulelor de colorant, la temperaturi joase. Agregarea creşte şi în stratul limită de la suprafaţa fibrei, datorită atît creşterii concentraţiei în acest strat cît şi temperaturii joase. Deşi cîmpul ultrasonor acţionează şi asupra stratului limită, la această temperatură, dispersarea nefiind instantanee, cantitatea de colorant legată de fibră rămîne mai mică.

La temperaturi uzuale de vopsire, pentru prima variantă, asemenea diferenţe sînt mai mici, deoarece activarea termică are ca efect dispersarea într-o oarecare măsură a soluţiei de colorant şi prin urmare atingerea unui anumit grad de dispersie se realizează într-un timp mai scurt, crescînd în acelaşi timp viteza de difuzie, datorită cumulării activării termice cu acţiunea cîmpului ultrasonor.

Desigur că şi stratul limită format la suprafaţa fibrei este mai subţire, datorită gradului de dispersie ridicat.

Din punct de vedere practic prezintă o deosebită importanţă cea de a doua variantă, deoarece cîmpul ultrasonor nu vine în contact nemijlocit cu ţesătura şi deci aceasta este protejată de acţiunea degradantă a cîmpului ultrasonor.

De asemenea, din tabelul 2 se observă că pentru aceeaşi intensitate, la frecvenţe mai mari, cantitatea de colorant legată de fibră este mai mare. La frecvenţe foarte mari, chiar la intensităţi mai mici creşte cantitatea de colorant fixată de fibră. Prin urmare, cîmpul ultrasonor la temperaturi joase poate înlocui agenţii de dispersie.

Valorile timpului de semivopsire, calculate din fig. 4, 5, 6, sînt prezentate în tabelul 3.

Tabelul 3

Timpul de semivopsire

Colorantul	Ţesătură tip	Temperatura °C	Fără cîmp ultrasonor	Cu cîmp ultrasonor la frecvenţa şi intensitatea de :			
				600 kHz 50 mA	800 kHz 50 mA	1 000 kHz 50 mA	3 500 kHz 50 mA
Verde direct *A*	I	30	30,25	1,10	0,90	0,64	0,25
Albastru direct *FF*	I	30	10,89	1,00	0,64	0,56	0,20
Roşu direct 4*A*	I	30	14,06	1,32	0,84	0,60	0,22

Eficacitatea cîmpului ultrasonor la temperaturi joase rezultă din diferenţele substanţiale ale timpului de semivopsire, în comparaţie cu vopsirile fără cîmp ultrasonor. Ca urmare, durata procesului de vopsire poate fi micşorată mult.

La aceeaşi intensitate, timpul de semivopsire indică scăderi importante, fapt ce atestă influenţa hotărîtoare a frecvenţei.

În tabelul 4 sînt prezentate valorile coeficienţilor totali de transfer de masă.

Tabelul 4

Coeficientul total de transfer de masă

Colorantul	Ţesătură tip	Temperatura °C	Fără cîmp ultrasonor		Cu cîmp ultrasonor la frecvenţa şi intensitatea de:							
					600 kHz 50 mA		800 kHz 50 mA		1 000 kHz 50 mA		3 500 kHz 50 mA	
			tg α	$tg^2\alpha$	tg α	$tg^2\alpha$	tg α	$tg^2\alpha$	tg α	$tg^2\alpha$	tg α	$tg^2\alpha$
Verde direct *A*	I	30	0,50	0,25	2,35	5,52	2,70	7,29	3,20	10.24	4,80	23,04
Albastru direct *FF*	I	30	0,75	0,56	2,40	5,76	2,75	7,56	3,25	10,56	4,90	24,01
Roşu direct 4*A*	I	30	0,70	0,49	2,45	6,02	2,90	8,41	3,35	11,25	4,90	24,01

Se observă din tabel valori foarte ridicate în comparaţie cu vopsirile fără cîmp ultrasonor, fapt ce dovedeşte acţiunea multiplă a ultrasunetelor. Aceste valori, pentru o aceeaşi intensitate a cîmpului ultrasonor, cresc o dată cu frecvenţa.

3. Concluzii

1. Cantitatea de colorant legată de fibră, la temperatura de 30°C, este mai mare pentru coloranţii studiaţi şi ambele tipuri de ţesături, în cazul aplicării cîmpului ultrasonor, în comparaţie cu vopsirile efectuate fără asemenea cîmp.

2. Durata procesului de vopsire este mult mai mică în cazul vopsirilor cu cîmp ultrasonor, deci se poate întrevedea o micşorare a duratei totale de vopsire în practica industrială. Această durată se poate micşora şi mai mult, pentru vopsirile efectuate la temperaturile uzuale de vopsire de 60°... 100°C.

3. Pătrunderea colorantului este mai bună, factor hotărîtor în vopsirea ţesăturilor groase şi dese.

4. Pentru protejarea ţesăturilor împotriva degradării sub acţiunea cîmpului ultrasonor, se preferă, la temperaturi joase, frecvenţe ridicate pentru ultrasonarea prealabilă a soluţiei şi conducerea procesului de vopsire fără cîmp ultrasonor.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică textilă
şi
Institutul agronomic „Ion Ionescu de la Brad", Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Фридман В. М., Текст. пром., 1956, **16**, *12*, стр. 34—36.
2. Gherşgal D. A., Friedman V. M., *Aparate cu ultrasunete*. Ed. Tehn., Buc., 1962, (trad. din l. rusă).
3. Котлярский Л. Б, Текст. пром., 1962, **22**, *4*.
4. Crawford A. E., *Techniqus des ultrasons*. Dunod, Paris, 1959, (trad. din l. engleză).
5. Токар Е. Г., Кучина Л. Ф., Текст. пром., 1962, **22**, *9*.
6. Andrasov V. F., Harharov A. A., J. Soc. Dyers a. Col., 1960, **76**, *8*, p. 469.
7. Котлярский Л. Б., Лег. пром., 1958, **18**, *11*, стр. 31—33.
8. Виккерстафф Т., *Физическая химия крашения*. Гизлегпром, М., 1956, (trad. din l. engleză).
9. Беленький Л. И., *Теория и практ ка крашения*. Гизлегпром, М., 1958.
10. Штивельман И. Х., Текст. пром., 1960, **20**, *3*.
11. Grindea M., Vălu F., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *1—2*, p. 417.
12. Luca I., Popescu C., Pleşa V., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Fiz. şi şt. tehn., 1957, **8**, *1*, p. 43.

К ИНТЕНСИФИКАЦИИ ПРОЦЕССА КРАШЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ПОЛЕМ

(Резюме)

Интенсификация процесса крашения тканей из целлюлозных волокон прямыми красителями исследовалась в повышенном ультразвуковом поле (при частоте в 600...3500 кГц) и при малой температуре (30°С) в двух вариантах: до и во время крашения.

В этих условиях, одновременно с увеличением красителя, зафиксированного на волокне, значительно уменьшилась длительность крашения и было получено лучшее проникновение красителя в волокно.

BEITRÄGE ZUR INTENSIFIZIERUNG FÄRBEVORGANGES MITTELS ULTRASCHALLFELD

(Zusammenfassung)

Die Intensifizierung des Färbevorganges der Gewebe aus Zellstoff-fasern mittels direkter Färbemittel untersuchte man im hohen Ultraschallfeld (bei einer Frequenz von 600 bis 3500 kHz) und bei niedriger Temperatur (30°C) in zwei Varianten: vor dem Färben und während des Färbens.

Unter diesen Bedingungen, zugleich mit dem Anwachsen der auf die Faser fixierte Farbstoffmenge hat die Färbedauer erheblich abgenommen und man erreichte ein besseres Durchdringen des Farbstoffes in die Faser.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Ştiinţe economice

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том IX (XIII), вып. 3—4, 1963

Экономические науки

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. IX (XIII), Fasc. 3—4, 1963

Economics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 33 (.)—21

DIN GÎNDIREA ECONOMICĂ A LUI GHEORGHE PANU

DE

P. MÎLCOMETE, C. NICOLICIOIU şi GEORGETA MACARIE

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

În cadrul planului leninist de construire a socialismului, un loc important îl ocupă revoluţia culturală. Un aspect remarcabil al revoluţiei culturale, care se desfăşoară sub conducerea P.M.R., îl constituie valorificarea critică, de pe poziţia învăţăturii marxist-leniniste, a moştenirii culturale progresiste din trecutul ţării noastre, paralel cu demascarea concepţiilor antiştiinţifice, apologetice, reactionare, ale ideologilor burgheziei şi moşierimii din Romînia.

Partidul Comunist din Romînia, dînd toată atenţia înarmării maselor muncitoare cu învăţătura marxist-leninistă în scopul orientării lor cît mai juste în lupta de clasă dusă împotriva exploatatorilor, a acordat în acelaşi timp preţuirea cuvenită manifestărilor şi realizărilor culturii progresiste din trecutul ţării noastre.

Într-o lucrare editată de Comitetul Comunist Revoluţionar Romîn în anul 1918 [4] se arată că: „Biblioteca comunistă va fi şi o colecţie de pagini şi documente a epocii noastre revoluţionare, unde se va exprima, reproduce şi analiza tot ce a mai rămas omenesc în aceşti patru ani de masacru mondial şi tot ce mai are viaţă şi va trăi din civilizaţia europeană burgheză ce dispare".

După 23 August 1944, în procesul înfăptuirii revoluţiei populare, partidul nostru a acordat şi acordă o importanţă deosebită activităţii de valorificare critică a moştenirii culturale progresiste din trecut şi demascării concepţiilor reacţionare ale apologeţilor burghezo-moşierimii.

Aşa cum subliniază tovarăşul Gheorghe Gheorghiu-Dej în Raportul de activitate al C.C. al P.M.R. prezentat la Congresul al II-lea al partidului [5]: „Partidul nostru a întreprins, îndeosebi după 23 August 1944, o vastă activitate de valorificare critică, de pe poziţiile marxism-leninismului, a moştenirii noastre culturale. Dînd o înaltă preţuire bogatei moşteniri culturale progresiste, democratice, a poporului nostru, partidul combate tot ce a fost reacţionar, retrograd, antipopular în operele ştiinţifice sau literare ale trecutului".

Răspunzînd sarcinilor trasate de către partid lucrătorilor de pe frontul ideologic pe linia valorificării critice a gîndirii economice progresiste din trecutul ţării noastre, ne-am propus să prezentăm cîteva aspecte din gîndirea economică a lui Gheorghe Panu.

Gheorghe Panu s-a născut la 9 martie 1848 la Iaşi. Studiile superioare le-a urmat la Iaşi, la facultatea de istorie, apoi la Paris — istoria şi literele — şi la Bruxelles — dreptul.

În tinereţe, studiul care l-a atras mai mult a fost istoria, şi aceasta datorită publicaţiilor lui Hajdău. Aşa cum mărturiseşte el [9]: „În determinarea predilecţiilor mele pentru studiile mele istorice, Hajdău a fost factorul principal. Ziarul

său, ...arhiva sa istorică mi-au deschis un cîmp cu totul nou. Ajutat și de celelalte colecții și publicații mai vechi, am început a studia cu ardoare istoria trecutului nostru".

În special după 1885, Gh. Panu a devenit o remarcabilă personalitate ziaristică. Pe lîngă multiplele colaborări la diferite ziare și reviste, înființează la Iași în 1884 ziarul „Lupta", iar în 1901 revista „Săptămîna", periodice în care își exprimă părerile sale cu privire la unele fenomene social-economice din Romînia burghezo-moșierească.

În presă Gh. Panu se face cunoscut ca politician cu convingeri democratice. De exemplu, în ziarul „Lupta", Panu publică mai multe articole împotriva regelui, cum ar fi: „Omul periculos", „Ulanul Prusian", „Un exploatator" și altele, în care relatează aspecte negative ale puterii regale.

În scrierile sale cu privire la sesiunile Camerei din 1888 și 1892, Panu dezvăluie toate dedesubturile manevrelor parlamentare, lipsa de principialitate și caracterul negustoresc al măsurilor care se luau de către guvernanți.

Așa cum remarcă C. Bacalbașa [14]: „Ziarul «Lupta» a făcut mult rău regimului I. Brătianu, fiindcă a coalizat împotriva guvernului toate inteligențele tinere cu porniri spre democrație".

Prin scrierile sale în care a abordat în mod progresist unele aspecte ale vieții social-economice din Romînia, Gh. Panu a fost apreciat de către adversarii săi politici ca „teoretician al democrației".

Gheorghe Panu moare la 6 noiembrie 1910.

Printre lucrările în care Gh. Panu a abordat unele aspecte cu privire la situația social-economică a Romîniei burghezo-moșierești, amintim: „Studii asupra atîrnării sau neatîrnării politice a Romînilor în deosebitele secole", „Istoria critică a Romînilor" de B. P. Hașdeu, „Studiul istoriei la Romîni", „Cercetări asupra stării țăranilor în veacurile trecute", „Sufragiul universal", „Portrete și tipuri parlamentare", „Disprețuirea proprietății urbane", „Chestiuni politice", „Amintiri de la Junimea din Iași".

Poziția lui Gheorghe Panu față de unele probleme social-economice existente în Romînia a fost expusă în mai multe lucrări ale sale, amintite mai sus, dintre care remarcăm lucrarea [10].

Se știe că în agricultura Romîniei, datorită înfrîngerii revoluției burghezo-democratice de la 1848 și a coalizării burgheziei cu moșierimea în așa-numita „monstruoasă coaliție", capitalismul s-a dezvoltat pe calea reformelor. Legiuirile agrare din 1853—1854 în Transilvania și din 1864 în Principatele Unite n-au înlăturat relațiile feudale, ci au făcut ca puternicele rămășițe feudale — marea proprietate moșierească, dijma, claca, plocoanele etc., să se împletească cu formele exploatării capitaliste. Așa cum a subliniat Lenin, referindu-se la îmbinarea sistemului de gospodărie bazat pe clacă cu sistemul capitalist, în țările unde relațiile agrare capitaliste se dezvoltă pe calea reformelor, acest sistem economic este „un sistem care știe să îmbine trăsături atît ale sistemului bazat pe clacă, cît și ale sistemului capitalist" [1].

Dezvoltarea relațiilor de producție capitaliste în agricultura Romîniei pe calea reformelor, reflectă înțelegerea dintre burghezie și moșierime: „La baza acestei înțelegeri — arată tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej — stătea menținerea marii proprietăți moșierești asupra pămîntului, ceea ce a determinat păstrarea unor puternice rămășițe feudale în economia noastră și înapoierea economică și socială a țării. Acest caracter specific al evoluției Romîniei a adus suferințe înzecite clasei muncitoare și țărănimii muncitoare" [6].

Unele aspecte cu privire la situația grea a maselor țărănimii muncitoare sînt oglindite și în lucrările lui Gheorghe Panu.

Astfel, în Introducerea scrisă pentru lucrarea sa [10], Gheorghe Panu remarcă în mod just faptul că țăranii — în toate țările din Europa veacului XIX — erau supuși unei adînci exploatări: „Pe moșiile pe care stau — scria Gh. Panu — ei (adică țăranii muncitori, n.n.) au o mulțime de obligații. Mai întîi ei dau dijmă și fac clacă; adică nu se bucură de întregul produs al muncii lor și nu muncesc numai pentru ogorul lor... Apoi ei sînt supuși la tot felul de redevențe și de corvezi" [10, vol. I, p. 1]. Relatînd situația grea, de adîncă exploatare și mizerie în care se găsea țărănimea muncitoare din Romînia burghezo-moșierească, Gh. Panu scria că: „țăranii sînt îngreuiați cu clacă și cu dijmă" [10, vol. I, partea a II-a, p. 404], că: „țăranului i se mai înrăutățește soarta în mod general, fără ca ve-

chile abuzuri, obiceiurile și orînduielile dăunătoare să fie suprimate" [10, vol. I, partea a II-a, p. 405]; totodată el sublinia faptul că impozitele constituie „o apăsare pentru cei săraci" [10, vol. I, partea a II-a, p. 409].

Îmbinarea exploatării capitaliste cu rămășițele formelor de exploatare feudală, făcea ca exploatarea țărănimii să cunoască un grad destul de ridicat. După unele cercetări, gradul de exploatare la care erau supuși țăranii care luau pămînt în arendă, la sfîrșitul veacului al XIX-lea, se ridica pînă la 400% [15]. Referindu-se la faptul că țăranii din Moldova erau exploatați din ce în ce mai crunt, comparativ cu perioadele precedente, Gh. Panu scria că „țăranii erau loviți în propria lor existență, căci li se punea de proprietari în discuție întinderea pămînturilor de hrană și li se mărginea acela de fînețe sau imașuri" [10, vol. I, partea a II-a, p. 449].

În legătură cu mobilul care determina pe marii proprietari funciari să mărească gradul de exploatare, Gh. Panu sesizează în mod just că acesta îl constituia creșterea volumului comerțului exterior, în care ponderea cea mai mare o deținea cerealele. Intrarea tot mai puternică a Rominiei pe făgașul capitalismului a favorizat o continuă creștere a comerțului exterior. Așa cum rezultă din datele cuprinse în *Enciclopedia Rominiei*, din 1863 și pînă în 1896 comerțul exterior al Rominiei a crescut cu 242,9%, iar din totalul exportului, 75...80% îl constituia exportul de cereale.

Referindu-se la modul în care proprietarii funciari „motivau" chipurile necesitatea sporirii gradului de exploatare a țărănimii, Gh. Panu scria: „Ei (proprietarii funciari, n.n.) invocau ca argument necesitatea de a produce multe grîne pentru export" [10, vol. I, partea a II-a, p. 456]; totodată el a luat și o poziția critică față de situația relatată. „Apoi de cînd — se întreba Gh. Panu — țăranii trebuiau ca să fie supuși la o muncă de robi, pentru a produce proprietarilor recolte de exportare" [10, vol. I, partea a II-a, p. 456].

Ca urmare a acțiunii legii valorii în condițiile proprietății private asupra mijloacelor de producție, acțiune care după reforma agrară din 1864 s-a desfășurat în cadrul unei producții de mărfuri agricole crescînde, procesul de diferențiere a țărănimii s-a accentuat. Astfel, din datele calculate pentru anul 1896 [16] referitoare la țărănimea contribuabilă cu proprietăți pînă la 10 ha, rezultă că 45,97% din totalul contribuabililor aveau pînă la 3 ha, 34,88% între 3...5 ha și numai 19,15% dețineau între 5...10 ha.

Stratificarea țărănimii rezultă cu și mai mare claritate dacă, în funcție de suprafața de pămînt deținută, luăm în considerare recolta și minimul necesar, chiar după datele economiștilor burghezi, pentru nutrimentul uscat (nutriment uscat = minimum de existența alimentelor) al unei familii țărănești. Spre exemplu, în anul 1896 [10, pp. LIV—LVI], 291 771 de gospodării, cu o suprafață de pînă la 2 ha fiecare, obțineau o producție care nici măcar nu acoperea minimul de nutriment uscat de care aveau nevoie cele 1 312 969 persoane cuprinse în ele.

Referindu-se la procesul de ruinare la care erau supuși țăranii muncitori în condițiile veacului al XIX-lea, Gh. Panu scria că: „ei (țăranii, n.n.) nu sînt proprietari sau dacă o parte au fost — cum acest lucru e dovedit — ei își pierduseră proprietățile și cei care le mai păstraseră, le pierd cu timpul" [10, vol. I, p. 7].

În scrierile sale Gh. Panu încearcă — fără să reușească — să definească conținutul categoriilor economice clacă și dijmă; totodată el se referă și la perioadele istorice în care s-au practicat aceste forme de exploatare a omului de către om.

Fără să prelucreze critic prevederile unor documente din veacul al XVIII-lea și al XIX-lea cu privire la clacă și dijmă, Gh. Panu considera că: „claca este obligația pe care țăranul o contractează către proprietar prin faptul șederii pe moșie, cu casa, cu grădina, cu lemnele de foc și de construcție necesare; iar dijma reprezintă renta pămîntului cultivabil și cea a locului de fînează" [10, vol. I, p. 3].

Desigur că Gh. Panu nu a înțeles adevărata esență a acestor forme de exploatare feudală. El nu a înțeles că renta în muncă a îmbrăcat forma clăcii sau a boierescului, în cadrul căreia țăranul iobag era obligat să presteze supramuncă pentru feudal. De asemenea, Gh. Panu nu a văzut în mod just procesul de dezvoltare a rentei funciare feudale. El ignora faptul că dijma reprezenta forma în care se realiza renta funciară feudală în produse, conform căreia pentru pămîntul primit în folosință, iobagul era obligat să plătească feudalului în mod regulat, o anumită cantitate de produse. Panu nu a putut aprecia că atît claca cît și dijma sînt forme

pe care le-a îmbrăcat, în dezvoltarea sa, renta funciară feudală, pentru a promova interesele de clasă ale feudalilor.

Așa cum se știe, formele exploatării feudale se bazau pe o constrîngere extraeconomică. „Dacă moșierul n-ar avea putere directă asupra persoanei țăranului — arăta Lenin— el n-ar putea obliga să muncească pentru el, pe un om înzestrat cu pămînt și care își duce gospodăria proprie. Prin urmare, este necesară o constrîngere extraeconomică" [2].

În legătură cu acest aspect al formelor de exploatare feudală, Gh. Panu face o relatare justă și anume că feudalii au recurs la violență pentru a impune țăranilor obligația de a presta claca și dijma. Astfel, referindu-se la mai multe documente ale vremii, Gh. Panu remarca: „Afară de violența proprietarilor, a mai fost și violența legală, ca să zic așa. Boierii ca clasă stăpînitoare, aveau două mijloace de a spori zilele de clacă: ori silind pe țăranii de pe moșiile lor, ori obținînd de la Domni consimțămîntul ca să sporească prin așezăminte, acel număr de zile" [10, vol. I, p. XL].

Cu privire la perioadele istorice în care formele de exploatare feudală s-au practicat la noi, Gh. Panu considera — pe baza documentelor pe care le-a consultat el — că țăranii: „făceau clacă în veacul al XV-lea și nu este nici un motiv să nu admitem, că o făceau și în veacul al XIV-lea și al XIII-lea de vreme ce claca făcea parte din organizația social-economică din întreaga Europă" [10, vol. I, p. XVI].

În legătură cu aceasta considerăm că Gh. Panu face — în general — o apreciere justă. Se știe că o dată cu eliberarea Daciei de sub stăpînirea statului roman, germenii relațiilor de producție feudale au apărut și pe teritoriul țării noastre. „Societatea omenească de pe teritoriul țării noastre a pășit într-o nouă perioadă de dezvoltare istorică, perioada de trecere la feudalism care durează de la sfîrșitul secolului III pînă în secolul X e.n." [8]. O serie de documente vechi atestă existența feudalismului în țara noastră. Astfel, Diploma Ioaniților (1247) certifică existența unei boierimi (majores terrae) și a unei țărănimi iobage.

Gheorghe Panu a luat o poziție critică față de insuficiențele legii rurale adoptate de majoritatea proprietarilor din Camera Romînă în anul 1862. Principalul aspect al acestei legi pe care l-a criticat Panu, era acela care sublinia faptul că țăranii, sub numele de embaticari (embatic, reprezenta în feudalism forma de arendare a unei proprietăți pe timp lung, la expirarea căruia arendașul cîștiga dreptul de proprietate asupra caselor, grădinilor și viilor [17]) continuau să fie dependenți de proprietari.

În legătură cu pămînturile arabile și cele de fînețe, pe care țăranii le lucraseră pînă acum în dijmă, articolul 4 al legii rurale din 1862 prevedea următoarele: „De acum înainte locuitorii cultivatori se vor înțelege de-a dreptul cu proprietarul respectiv pentru toate locurile de hrană, de fînețe și de pășune ce vor avea de trebuință în formă obișnuită pentru tocmeli". Această situație a țăranilor, deposedați de pămînturile pe care le munceau de veacuri și obligați de situația de fapt să accepte condițiile în care ei vor putea lucra pămînturile, condiții pe care le puneau proprietarii de pămînt, era apreciată de Gh. Panu ca: „O nedreptate monstruoasă care revoltă opinia publică luminată" [10, vol. I, p. XCVII].

Desigur că această lege — votată de Camera Romînă în anul 1862 și parcă în mod cinic intitulată de „îmbunătățire a soartei țăranilor" — și care, așa cum apreciază în mod just și Gh. Panu „punea pe țărani într-o mai mare dependență decît fuseseră ei pînă atunci, și sub proclamația de tocmeli făcute de bună voie, își deschideau (proprietarii de pămînt, n.n.) un izvor nesecat de abuzuri și de asupriri" [10, vol. I, p. XCIX], nu a fost sancționată de Domnitorul Al. I. Cuza. Remarcăm că nici legea rurală din august 1864 nu aducea îmbunătățiri esențiale în viața țărănimii muncitoare. Așa cum se știe, în urma reformei agrare din 1864, s-a micșorat suprafața de teren pe care țăranii o aveau în folosință, pămîntul împărțit era din punct de vedere al fertilității foarte slab, iar țăranii împroprietăriți au fost obligați să plătească „despăgubiri" care erau de cîteva ori mai mari decît prețul curent al pămîntului.

În legătură cu legea rurală din 1864, Gh. Panu face aprecierea că „nu dădea nici ea satisfacție deplină, așa cum ar fi trebuit, nevoilor țăranilor, de vreme ce nu îmbrățișa viitorul în toată întregimea și nu admitea pentru răscumpărare o bază dreaptă" [10, vol. I, p. C].

Referitor la așa-zisa „răscumpărare" pe o bază dreaptă, Gh. Panu are o poziție neconsecventă. Spre exemplu, el considera că pămîntul nu trebuie răscum-

părat pentru că: „Aceste pămînturi fuseseră de veacuri date în deplină posesiune" [10, vol. I, p. C]. În schimb, după părerea lui Panu, trebuiau răscumpărate dijma și o parte din claca agricolă.

Ca urmare a pătrunderii relațiilor de producție capitaliste în agricultură, relații care se împleteau cu puternice rămășițe feudale, se intensifică procesul exproprierii și proletarizării țărănimii, procesul de pauperizare a maselor țărănimii muncitoare; se adîncește opoziția dintre oraș și sat în capitalism. Aceasta se manifestă pe plan social prin creșterea luptei de clasă la sate. Răscoalele țărănești din 1888 și cele din 1907 au scos în evidență imensele rezerve de energie revoluționară ale țărănimii muncitoare din țara noastră.

Subliniind rolul răscoalei țăranilor care s-a desfășurat în Romînia în anul 1907, V. I. Lenin a apreciat că aceasta „a jucat același rol în ceea ce privește îmbunătățirea situației lor, ca și revoluția din 1905—1907 în Rusia" [3].

Referindu-se la amploarea și la urmările răscoalelor țărănești din 1907, tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej arăta [7] că: „Una din cele mai glorioase pagini ale istoriei poporului nostru au fost răscoalele țărănești din 1907. Ele au avut un caracter deosebit de ascuțit și au cuprins întreaga țară, zguduind temeliile orînduirii burghezo-moșierești".

În scrierile sale, Gh. Panu reliefează faptul că mai ales către sfîrșitul veacului al XIX-lea și începutul veacului XX, ca urmare a intensificării gradului de exploatare, crește spiritul de agitație, de revoltă, a maselor țărănimii. El remarcă existența posibilităților reale și legitime de revoltă ale țărănimii.

El remarcă faptul că nedreptatea și apăsarea suportată de masele țărănimii erau „consecințele sistemului economic, al întocmirii sociale" [10, vol. I, p. 413]. Subliniem faptul că Gh. Panu a avut o poziție progresistă, științifică în legătură cu aprecierea cauzelor care generau situația de mizerie a maselor muncitoare în Romînia burghezo-moșierească, și anume el arăta că situația dată decurgea din natura relațiilor de producție capitaliste. Așa cum remarcă Panu: „În Moldova agitația (țăranilor, n.n.) ia un caracter și mai pronunțat" [10, vol. I, p. 414], că această agitație la sate „nu are un caracter trecător" [10, vol. I, p. 415], și că „țăranii încep prin urmare a avea conștiință de situația lor și arată în mod destul de zgomotos că ei (țăranii, n.n.) văd că a sosit timpul ca o reformă radicală să se facă ...cel puțin în raporturile dintre ei (țăranii, n.n.) și aceia (proprietari, n.n.) [10, vol. I, p. 417).

Demascînd samavolniciile guvernanților față de mișcările țărănești și explicînd caracterul legitim al răscoalelor țăranilor, Gh. Panu, în ziarul „Lupta" nr. 511 [11], sub titlul *Răscoalele țărănimei* scria: „... de cînd haiducii nu-și mai pot avea locul sub soare, țărănimea muritoare de foame, robită, a zăcut într-un fel de amorțeală. Trebuie însă să se deștepte. Vine vremea cînd omul cel mai îndurător, cînd firea cea mai blîndă, voiește să scuture jugul robiei. Și vremea a venit.

De la Urziceni, fiorul răscoalei a trecut la Buzău, la Prahova, la Ilfov, pînă la Olt... și va trece străbătînd văi și dealuri, purtat de o putere mînătoare, pînă ce în sfîrșit boierimea trufașă va căuta să dea muncitorului ce este al muncitorului.

Horopsită, strînsă în lanțurile grele ale robiei, țărănimea va fi totdeauna gata să se răscoale și să ceară sau să ia dreptatea. Cînd țăranul vede lanul muncit de dînsul cum hrănește numai pe trîntori, are dreptul să se răzvrătească, să ceară ce este al lui. Dreptul la răscoală este dreptul la viață în așa împrejurări" [12]. Așa apreciază Panu caracterul necesar al răscoalelor țăranilor, așa reliefa el posibilitățile revoluționare ale țărănimii. De aceea Th. Rosetti — primul ministru de atunci — l-a învinuit pe Gh. Panu în însăși incinta Camerei că prin scrierile sale în ziarul „Lupta" îndeamnă pe țărani la răscoală („Lupta", nr. 513)

Demascînd poziția represivă a guvernanților de atunci ai Romîniei, Gh. Panu, prin scrierile sale în ziarul „Lupta", cum ar fi: *Torturile sătenilor* în „Lupta" nr. 523, *Teroare la sate* în „Lupta" nr. 524, *Groaza la țară* în „Lupta" nr. 525 etc., sublinia ideia că „în loc de reformă, noul guvern ne dă gloanțe și dorobanți" [12].

* * *

Gh. Panu a văzut în mod just unele racile ale societății burgheze și necesitatea îmbunătățirii condițiilor de viață și de muncă ale muncitorilor și țăranilor, a asigurării bătrîneței, a necesității limitării influenței capitalismului în producția industrială. Dar limitele gîndirii sale de clasă nu i-au permis să vadă adevărata

cale pentru înlăturarea nedreptăților sociale — înlocuirea societății capitaliste cu societatea socialistă. Ca remediu pentru înlăturarea acestor racile, Panu vedea introducerea votului universal. După el, introducerea votului universal ocupa primul loc în rîndul reformelor cu caracter politic, întrucît numai pe această cale masele muncitoare puteau să obțină unele drepturi, cum ar fi: darea de pămînt țăranilor, impozit progresiv, limitarea influenței marii proprietăți, reglementarea raporturilor dintre muncitori și proprietari etc.

De asemenea, el vedea în votul universal condiția pentru răspîndirea ideilor democratice și emanciparea economică a maselor, pentru crearea unor partide cu o bază largă populară pentru limitarea puterii regale. De aceea, Panu vedea lupta pentru votul universal ca o luptă de clasă, ca dreptul oricărui cetățean de a-și spune cuvîntul în stabilirea impozitelor, legi economice, justiție, administrație, reglementarea raporturilor sociale. „Pentru reformele economice sufragiul universal este condiția *sine qua non*... fără el propaganda noastră va fi tot d'auna de idei, nici odată de fapt, de practică" [13, p. VIII].

Așa cum se știe, clasicii marxism-leninismului au arătat și istoria dezvoltării societății omenești a confirmat că niciodată clasele conducătoare exploatatoare nu acordă drepturi oamenilor muncii, întrucît acest fapt ar însemna limitarea forței și rolului lor. Ele acordă unele drepturi numai sub presiunea maselor și numai în măsura în care este strict necesar pentru a-și salva și prelungi existența.

Departe de a fi un marxist, Gh. Panu își dă însă seama de faptul că această stare de lucruri domnea și în Romînia burghezo-moșierească și o demască. Căutînd să justifice necesitatea introducerii votului universal ca mijloc prin care masele populare pot să-și spună cuvîntul, el arăta că în condițiile parlamentelor și colegiilor restrînse nu se vor face concesii maselor populare decît atunci cînd va fi absolut necesar, și numai atît „...cît să poată spune și striga că au făcut ceva pentru clasele laborioase, și a doua zi chiar. ...se vor grăbi să ia cu mîna stîngă ceea ce au dat cu mîna dreaptă" [13, p. VII]. În acest sens, Panu dă ca exemplu legea rurală din 1864 care a desființat claca, dar chiar a doua zi s-au stabilit muncile agricole pe care trebuiau să le îndeplinească țăranii, munci care erau mai mari decît claca însăși.

Știut este că în constituția statelor burgheze, drepturile prevăzute pentru popor sînt pur formale. Astfel, constituția Romîniei burghezo-moșierești recunoștea dreptul poporului de a participa la treburile statului. Dar acest drept era însoțit de atîtea rezerve, încît practic era redus la zero. Relevînd acest lucru, Gh. Panu arăta că „faptul concret de popor, a fost pus și trecut prin tot felul de ambilicuri legale, noțiunea clară de națiune a fost sofisticată, îmbucătățită și redusă astfel încît cine se uită la popor și la națiune în carne și oase și privește apoi ce au făcut diriguitorii din ele, se sperie de atîta rea credință, de atîta cinism" [13, p. 9].

Gh. Panu merge și mai departe și arată că toate acestea au ca scop să înlăture de la vot și din conducerea treburilor statului milioanele de oameni ai muncii care „...țin cu spetele lor întreaga economie a țării" [13, p. 10], că toate acestea constituie o formă a luptei de clasă „...din partea exploatatorilor în contra exploataților" [13, p. 11]. Dreptul de vot restrîns este invocat și apărat de interesele claselor exploatatoare.

Subliniem poziția realistă a lui Gh. Panu cu privire la insuficiențele sistemului electoral al statelor capitaliste. Astfel, apreciind participarea maselor la treburile statului prin dreptul de vot universal, el sublinia faptul că deși în nici o țară nu a avut efectul scontat — acordarea de drepturi în numeroase chestiuni maselor populare — și că el nu va însemna un miracol pentru mase, întrucît adevărata conducere o vor avea tot clasele avute, totuși votul universal dă rezultate bune. Acest lucru se explică prin faptul că, după părerea sa, clasele conducătoare „...vor trebui să se inspire din nevoile maselor populare", că masele populare „...pot fi trezite la viața politică folositoare lor" [13, p. 80] și cu cît ele vor participa la drepturi politice, cu atît vor deveni mai competente în conducerea treburilor statului.

Gh. Panu arată că la viața socială trebuie să participe fiecare membru al societății și că trebuie luate în considerație interesele celui mai din urmă cetățean. Aceasta întrucît, așa cum subliniază el, existența țării rezidă tocmai în cei săraci și este normal ca ei să-și spună cuvîntul atunci cînd se votează legi care-i privesc tocmai pe ei (cum ar fi: legile privitoare la condiții de angajare, protecția industriei etc.). Interesele maselor — după părerea sa — sînt „socialmente și poli-

ticește mai mari" decît ale marilor proprietari și că cei mulți și săraci au dreptul să aibă preponderență din punct de vedere economic.

Burghezia și moșierimea română invoca drept motiv pentru îndepărtarea maselor de la conducerea treburilor statului, lipsa de cultură și de pregătire a acestora. Subliniind că este împotriva acestui argument, sub care se ascund tot interese de clasă, Panu arăta că masele populare rămîn nepregătite atîta vreme cît sînt îndepărtate de la viața socială.

Interesele de clasă ale exploatatorilor cereau tocmai menținerea maselor muncitoare în stare de ignoranță, pentru a ușura realizarea unui grad de exploatare tot mai înalt. Creșterea gradului de pregătire a maselor ar fi favorizat și ridicarea maselor la nivelul înțelegerii cauzelor care generează exploatarea, la lupta împotriva exploatării.

Progresiste sînt — pentru acel timp — și concepțiile lui Panu despre patriotism. Combătînd părerea care circula în vremea sa, precum că cei bogați își iubesc mai mult țara decît cei săraci, Panu sublinia că „această glumă proastă... a ieșit din modă" [13, p. 49]. El arată că ceea ce-i leagă pe bogați de țară este averea, însă ei sînt cei mai cosmopoliți.

În concepțiile ca și în scrierile lui Gh. Panu, există însă și idei reacționare, inconsecvențe în aprecierea unor aspecte ale situației social-economice din Romînia burghezo-moșierească și mai ales în soluțiile pe care le propune în vederea înlăturării racilelor societății burgheze.

Astfel, el nu se referă nicăieri în scrierile sale la necesitatea înlăturării marii proprietăți private, deși reliefează consecințele negative care decurg din existența acesteia asupra maselor muncitoare. Singura soluție pe care-o propune este ingrădirea influenței marii proprietăți pe cale legislativă.

De asemenea, deși remarcă în mod just necesitatea acordării unor drepturi economice și politice muncitorilor, el reducea această măsură numai la muncitorii romîni, fără să înțeleagă comunitatea intereselor de clasă ale muncitorilor, indiferent de naționalitate.

Gh. Panu nu a reușit să înțeleagă esența de clasă a puterii regale. El a demascat manevrele politicienilor burghezi și rolul monarhiei de principal exponent al claselor exploatatoare, fără să ajungă însă la concluzia înlăturării regelui și a sistemului parlamentar burghez. Cu toate aceste limite, Gh. Panu se înscrie însă printre gînditorii progresiști burghezi din țara noastră, care a reliefat în scrierile sale aspecte cu privire la situația grea a maselor muncitoare din Romînia burghezo-moșierească.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de economie politică

BIBLIOGRAFIE

1. Lenin V. I., *Opere.* Vol. **3,** Ed. P.M.R., Buc., 1951, p. 172.
2. — *Opere.* Vol. **3,** ESPLP, Buc., 1955, pp. 168—169.
3. — *Despre Romînia.* Ed. polit., Buc., 1960, p. 31.
4. * * * *Documente din istoria P.C.R., 1917—1922,* ESPLP, Buc., 1956, p. 106.
5. Gheorghiu-Dej Gh., *Raport de activitate al C.C. al P.M.R. la Congresul al II-lea al P.M.R.* ESPLP, Buc., 1955, p. 152.
6. — *Articole și Cuvîntări,* ESPLP, Buc., 1955, Ed. IV, p. 362.
7. — *40 de ani de luptă a partidului.* Ed. polit., Buc., 1961, p. 5.
8. * * * *Istoria Romîniei,* Vol. **I,** Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1960, p. 577.
9. Panu Gh., *Amintiri de la „Junimea" din Iași.* Vol. **I,** Buc., Ed. Adevărul, 1908.
10. — *Cercetări asupra stării țăranilor în veacurile trecute.* Vol. **I,** Buc., 1910, pp. 1, 3, 7, 404, 405, 409, 413, 414, 415, 417, 449, 456, XL, XLI, XCVII, XCIX, C.
11. — Lupta, nr. 511; ibid., nr. 513.
12. * * * *Gheorghe Panu și actualitatea.* Tip. Lucr. Asoc., Iași, 1888, pp. 19—21.
13. Panu Gh., *Sufragiu universal.* Buc., 1893, pp. VII, VIII, 9, 10, 11, 49, 80.
14. Bacalbașa C., *București de altă dată.* Vol. **II,** Ed. a II-a, 1936, p. 253.
15. Hurezeanu D., Studii, 1955, 4, p. 52.
16. Creangă G. D., *Proprietatea rurală în Romînia.* Buc., 1907, Tabela VI recapitulativă.
17. * * * *Dicționarul limbii romîne.* Ed. Acad. R.P.R., Buc., p. 209.

ОБ ЭКОНОМИЧЕСКОМ МЫШЛЕНИИ ГЕОРГЕ ПАНУ

(Резюме)

Основываясь на марксистко-ленинском учении излагаются прогрессивные идеи в опубликованных трудах Георге Пану по экономической и общественно-политической жизни Румынии конца XIX и начала XX вв. Подчеркивается непоследовательность в анализе отдельных явлений, выявляя существование некоторых представлений реакционного характера.

SUR LA PENSÉE ÉCONOMIQUE DE CHEORGHE PANU

(Résumé)

On présente les idées progresistes de l'oeuvre de Gheorghe Panu se rapportant à la situation économique et sociale-politique de la fin du dix-neuvième et du commencement du vingtième siècle. En même temps, on met en évidence l'inconséquence de Gh. Panu dans l'analyse de certains phénomènes ainsi que l'existence de certaines idées à caractère réactionnaire.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VIII (XII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 338.07

PROCESUL FORMĂRII CONTABILITĂŢII DUBLE

DE

D. VOINA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Ştiinţa evenimentelor ce s-au desfăşurat în cursul vremii, ne pune în faţă multe fapte stranii.

Lumea Nouă s-a descoperit, căutîndu-se răsăritul în apus. N-a căutat-o nimeni înadins, ci a fost găsită pentru că o idee stăruia în credinţa că se poate ajunge în India pe drumul mării. Dacă s-ar fi navigat mai mult spre nord-vest şi nu în direcţia sud-vest, atunci spaniolii ar fi colonizat partea nordică din această Lume Nouă, descoperită de jocul capricios al întîmplării.

Se spune că simpla cădere a unui măr din pom la pămînt ar fi răscolit reflexii asupra naturii forţei care precipită corpurile spre centrul pămîntului şi că profunzimea acestor reflexii ar fi atins întrebarea de ce această putere de atracţie nu s-ar întinde pînă la lună şi ce forţă o reţine în orbita ei în jurul pămîntului, întrebare ce s-a întins pînă la planetele sistemului nostru solar. Dacă are adevăr în sine legenda mărului lui Newton, ea este o dovadă în plus, pe lîngă altele, că rezultate ştiinţifice importante sînt datorate uneori unor cauze cu totul neînsemnate.

Alchimiştii căutară o substanţă care să transforme metale în aur. Secole de-a rîndul au topit, au fiert şi au amestecat fără să descopere ceea ce căutau. Nu au putut afla piatra filozofală care să facă aur din plumb, dar în schimb din experienţele întreprinse au ieşit la iveală lucruri mai preţioase decît metalul galben. Aceste experienţe au constituit motorul chimiei moderne. Cercetările privind proprietăţile corpurilor simple, acţiunea lor moleculară reciprocă şi combinaţiile rezultînd din această acţiune, au ca punct de plecare laboratorul misterios al alchimiei. Încercarea de a se transforma un metal în alt metal era o eroare.

Progresul ştiinţei are un puternic stimulent în năzuinţa omului de a inventa sau descoperi lucruri utile vieţii, care să-i creeze un mediu material, intelectual sau moral, tot mai ridicat. Dar, progresul ştiinţei n-a fost stimulat exclusiv de o năzuinţă conştientă anume îndreptată spre cuceriri noi folositoare vieţii, ci el a fost uneori jocul capricios al întîmplării sau, la cunoaşterea anumitor lucruri a împintenat ştiinţa, uneori, o eroare. Şi ar mai fi de adăugat că a mai împintenat ştiinţa, uneori, tendinţa de cîştig. Acesta e şi cazul aşa-zisei „scrittura doppia" [1].

Era destul de bine cunoscut şi în cea de a doua jumătate a evului mediu şi mai ales în ultimul sfert că acolo unde domneşte confuzie şi dezordine în socoteli,

---

[1]) Termenii contabilitate dublă, „scrittura doppia", dopica şi înregistrare dublă care apar în text sînt sinonimi.

lucrurile nu merg bine, şi de aceea s-a simţit nevoia unui instrument de calcul în măsură a pune în lumină cît mai clară mersul operaţiunilor desfăşurate în sfera comerţului. Solicitase insistent acest instrument capitalul comercial în dezvoltare.

„Scrittura doppia" nu a apărut dintr-o dată cu o structură completă. Ea a străbătut un drum lung şi extrem de întortochiat pînă ce a putut ajunge la ansamblul de principii coordonate în corpul bine definit al unui sistem contabil. A parcurs acest drum timp de vreo trei secole.

Apariţia ei era condiţionată de cunoaşterea cifrelor arabe şi de existenţa unui mediu prielnic care să-i facă posibilă dezvoltarea.

Cîteva amănunte în legătură cu cifrele arabe îşi au locul şi aici. Studiile comparative ale orientaliştilor au recunoscut în forma cifrelor arabe trăsăturile fundamentale ale literelor iniţiale din numeralele sanscrite corespunzătoare [1, p. 33]. Celor nouă semne li s-a dat o valoare absolută şi una de ordine. Laplace are faţă de ingeniozitatea celor care alcătuiră sistemul numeric următoarele cuvinte de admiraţie: „Ideea de a exprima toate cantităţile prin 9 semne, dîndu-li-se o valoare absolută şi de altă parte una de ordine, este atît de simplă, că tocmai pentru aceasta nu i se atribuie îndeajuns admiraţia pe care o merită. Dar tocmai simplitatea şi uşurinţa acestei metode ridică sistemul aritmetic al inzilor la rangul celor mai folositoare descoperiri. Cît de greu a fost să se descopere o astfel de metodă se poate vedea din faptul că ea a scăpat din vedere chiar celor două genii ale antichităţii, Archimedes şi Apollonius de Perga" [1, p. 19].

De la inzi, cifrele trecură la arabi. La răspîndirea în Europa a sistemului numeric indo-arab a contribuit învăţatul Gerbert (papa Sylvestru al II-lea de mai tîrziu, 999—1003), despre care se presupune că ar fi învăţat la Academia arabă din Cordova. El a împămîntenit în Italia cifrele arabe (*cifră* de la cuvîntul arab *sifr* = zero). Merite deosebite în opera de răspîndire în Europa a acestor cifre are şi Leonardo Pisano cu lucrarea sa din anul 1202, în care sînt tratate cele patru operaţiuni fundamentale cu numere întregi şi zecimale, precum şi diverse calcule aplicate la nevoile comerţului.

O dată cu adoptarea cifrelor arabe se îndeplinise una din cele două cerinţe care condiţionau apariţia dopicei. Cea de a doua cerinţă, aceea a existenţei unui mediu prielnic era îndeplinită, după anul 1202. Republicile italiene se găseau în plină prosperitate economică şi nevoile comerţului solicitau socoteli bine organizate.

Amalfi avea rol conducător în comerţul mondial. Moneta amalfitană circula pînă departe în Orient. În secolul XII îşi pierdu puterea maritimă. Flota pizană l-a prefăcut în ruine. La rîndul ei, Pisa a avut aceeaşi soartă. A nimicit-o rivala ei, Genova. Mijlocul secolului XIV declanşează o luptă pe viaţă şi pe moarte între Genova şi Veneţia. Războiul între ele a durat un sfert de veac, terminîndu-se cu istovirea ambilor beligeranţi, dar mai ales cu epuizarea Genovei. În timp ce oraşele-porturi italiene luptau între ele pentru supremaţia maritimă şi pentru monopolul comerţului mondial, oraşele din interior aveau preocupări de natură industrială. În anul 1338 numai în Florenţa lucrau aproape 200 ateliere de postav. Industria manufacturieră avea nevoie de braţe de muncă pe care nu le putea recruta decît din rîndurile iobagilor. Astfel, nevoile industriei în dezvoltare determinară eliberarea iobagilor. Florenţa devenise nu numai un important centru industrial, ci şi un centru influent al comerţului de bani.

Nu încape nici o îndoială că „scrittura doppia" a apărut în Genova sau în Veneţia. Care din aceste două oraşe a fost leagănul ei nu se ştie precis, dar e sigur că ea a apărut în tumultul realităţilor negustoreşti şi e foarte puţin probabil să fi fost fructul cugetării unei singure persoane care şi-ar fi propus anume, în mod conştient, să-i profileze structura. A crescut şi s-a dezvoltat în acelaşi mediu în care fusese chemată la viaţă de necesitatea ordinei în socoteli şi ar fi inutilă şi zadarnică încercarea de a se căuta în labirintul trecutului colaboratorii care au dat, fiecare cîte ceva, din propria cugetare şi experienţă, acestui sistem contabil de oglindire sistematică a circuitului valorilor în mişcare dintr-o întreprindere.

„Scrittura doppia" avea o vîrstă de cel puţin un veac şi jumătate cînd Benedetto Cotrugli din Raguza a scris la anul 1458 *Della mercatura e del mercante perfetto*, unde tratează şi dopica. Scrierea lui Cotrugli a rămas în scoarţele manuscrisului 115 ani şi numai la 1573 văzu lumina tiparului. Nu este exclus să se fi scris şi mai înainte lucrări care să atingă materia contabilităţii duble şi care poate că s-au pierdut sau stau undeva ferite de indiscreţia dornică a scormoni trecutul contabil.

Cercetarea felului în care se făceau înregistrările după răspîndirea cifrelor arabe poate începe numai cu anul 1211, căci numai din acest an ne-a rămas cel mai vechi fragment de contabilitate. H. Sieveking spune că acest fragment scris în limba italiană are o tehnică mult mai bine dezvoltată decît registrele comerciale germane întocmite cu mult în urmă [2].

Cînd apare contul (*ratio*), conținutul lui arată numai angajamente de plată și creanțe. Abia pe la sfîrșitul secolului XIII se ivesc afară de conturi de persoane și conturi pentru mărfuri, bani etc. Nu există urme scrise care să confirme existența dopicei în Florența pe la sfîrșitul secolului XIII. Cele mai vechi registre florentine cunoscute, care sînt ținute după principiile contabilității duble, acelea ale bancherului Averardo de Medicis, poartă data anului 1395. Cercetările lui H. Sieveking atestă că „scrittura doppia" apare mai întîi în registrele genoveze și este probabil că a fost introdusă în Genova la sfîrșitul secolului XIII sau la începutul secolului XIV [3, p. 43].

Din locul leagănului ei, care de bună seamă a fost Genova sau Veneția, „scrittura doppia" a pătruns și în alte regiuni ale Italiei, dar nu în scurtă vreme, ci printr-un proces de propagare de lungă durată.

Acest proces de propagare întîmpina piedici greu de trecut. Arhiva negustorului era un apanaj familiar cu destinație succesorală din tată în fiu. „Comoara secretului afacerilor" pentru ducerea înainte a comerțului în condiții prielnice și care să-l apere de rivalitatea concurenței, era ascunsă în lăzi ferecate. Apoi, dacă era la mijloc ajutorul vreunui contabil, intervenea alt impediment. Profesioniștii registrelor erau deprinși să acopere cu norul tăcerii cunoștințele pe care le aveau, fiindu-le teamă că divulgarea lor și inițierea altora în taina contabilității le-ar fi putut clătina locul de muncă sau știrbi prețuirea de care se bucurau.

Nu numai în vremea cînd apăruse dopica, ci și mai tîrziu, chiar după două secole, și încă și mai încolo, contabilii tot mai stăruiau în tăinuirea artei lor de a ști să se descurce cu ușurință în labirintul condicilor de socoteli.

Un document grăitor în această privință îl constituie lucrarea din anul 1549 a lui Wolfgang Schweicker senior, prima lucrare de contabilitate dublă tipărită în limba germană, unde, în cuvîntul de introducere, autorul spune: „Nu vreau să afirm că înaintea mea n-ar fi existat contabili buni, de aceștia sînt și astăzi, dar ei țin contabilitatea în secret și nu o dau la lumina zilei sau nu-și iau osteneala să o arate și altora..." [4].

Contabilitatea dublă trece frontiera Italiei mai întîi înspre provinciile de limbă germană. Primele orașe care o adoptă sînt Augsburg și Nürnberg, centrele de afluire a mărfurilor provenite din sud cu destinația spre nord. Documentele rămase din prima jumătate a secolului XIV, cînd dopica italiană era în floare, cuprind numai operațiuni de credit. Aceste operațiuni apar înregistrate într-o formă simplă, în așa fel că după lichidarea unei anumite tranzacții textul respectiv se ștergea, anulîndu-se prin linii. Înscrierile în registre sînt redactate fie în limba latină, fie în limba germană, și mai ales în limba germană după anul 1350. Confuzia înregistrărilor contabile în formă descriptivă este risipită de socoteli în formă de cont — evident, sub influența dopicei italiene — abia pe la începutul secolului XV.

Comerțul republicilor italiene se întinsese aproape în toate țările Europei. Legăturile cu Franța găsiră poartă de intrare ușor accesibilă în litoralul mediteranian. Primele orașe care luară contact cu dopica italiană au fost Marseille și Narbonne. Pînă la adoptarea ei, registrele comerciale franceze erau limitate la indicații privind raporturi de drept cu terțe persoane, fără a se înscrie operațiunile încheiate pe bani gata [5, cap. Esquisse historique].

Cum s-a văzut mai înainte, „scrittura doppia" a răsărit în mediul practicii comerciale din însemnări elementare, lipsite de ordine și confuze. Un studiu care își propune să descifreze procesul ei de formare trebuie neapărat să-și întindă cercetarea și asupra acestor însemnări contabile rudimentare și în măsura posibilă să se bazeze pe o documentare reală, căci altfel, rezumat numai la ipoteze, el ar fi lipsit de interes.

Cadrul îngust al tranzacțiilor efectuate pe bani gata nu avea în sine sursa generatoare a unei contabilități cu formă mai evoluată. Ceea ce a determinat un pas înainte pe calea progresului, a fost instituirea creditului. Faptele bazate pe încrederea creditorului și pe promisiunea solemnă a debitorului de a-și aduce la îndeplinire angajamentul luat, au constrîns contabilitatea să-și amplifice aparatul de calcul.

Înainte de instituirea creditului înregistrările aveau ca obiect mișcările de bani și mărfuri anume, încasări și plăți, precum și intrări și ieșiri de mărfuri pe specii, cantitate și valoare. După apariția creditului, în sfera acestor înregistrări au intrat în plus datoriile și creanțele. Necesitatea de a se oglindi raporturile juridice de drepturi și obligațiuni între persoanele participante la o tranzacție a dat naștere *contului* [2]). La început, părțile lui componente nu erau așezate față în față în linie orizontală, ci una după alta, deasupra debitul și dedesubt, creditul. Din această formă eșalonată a rezultat forma clasică a contului cu părți dispuse una lîngă alta, la stînga debitul („dare") și la dreapta creditul („avere"). Debitul indica ceea ce persoana al cărei nume era scris în fruntea contului a primit de la corespondentul său și creditul arăta ceea ce persoana respectivă a dat corespondentului. Cel care primea ceva era debitor și trebuia „să dea" și cel care da ceva era creditor și avea „să ia". Cuvintele întrebuințate pentru denumirea celor două părți ale contului „dare" (= debit) și „avere" (= credit), sînt expresiuni al căror înțeles vizează exclusiv persoane.

Numai după conturile de persoane au apărut cele menite a ține în evidență mișcări de mărfuri, bani și alte bunuri concrete. Sub puterea tradiției părțile componente ale noilor conturi, deși ele aveau alt conținut decît creanțe și datorii, au fost botezate cu aceleași vechi denumiri *dare* și *avere*. Puținele reguli valabile pentru conturile de persoane au prins rădăcini atît de adînci și au învăluit judecata cu atîta putere, încît ele au pus stăpînire nu numai pe conturile de bunuri materiale, ci s-au întins și asupra celor de cheltuieli în momentul în care aceste conturi se iviră în angrenajul contabilității. Maniera de a personifica conturile s-a întins pe toată linia, considerîndu-se că fiecare cont poate fi asimilat unei persoane, sau că reprezintă o persoană. Dacă o asemenea persoană nu exista în realitate și se ajungea la impas, ea trebuia să fie inventată prin artificii de imaginație. Raționamentul contabil în vederea înregistrării unui fapt, decurgînd din raporturi juridice, în debitul sau în creditul unui cont oarecare, s-a aplicat tuturor conturilor, indiferent de natura lor.

Cum s-a substituit contul în locul evidenței cantitative și valorice a mărfurilor sau în locul condicii cu banii încasați și plătiți? Răspunsul la această întrebare clarifică un moment important din procesul formării sistemului de conturi.

O minte iscusită a putut ușor sesiza faptul că pe urma unei vînzări pe credit se stabilește, între contul clientului cumpărător și registrul de mărfuri, o legătură strînsă. Și atunci, păstrîndu-se evidența cantitativă și valerică a mărfurilor, s-a creat un cont analitic de mărfuri, indicînd numai valoarea lor. Același raport a fost sesizat și între contul unui debitor și condica mișcărilor de bani, în locul căreia s-a substituit contul casa, dar menținîndu-se și mai departe această condică spre a se descrie în mod amănunțit cauza mișcării numerarului. În felul acesta apar rînd pe rînd și alte conturi.

Cercetările asupra contabilității medievale italiene au stabilit că ea se servise de trei registre principale: memorialul (memoriale), cartea-mare (quaderno) și jurnalul (giornale). Nu încape nici o îndoială că afară de aceste registre principale erau în întrebuințare și registre „particulare" (= auxiliare). Inițial, memorialul servise numai pentru a primi, în ordinea datelor, operațiuni de credit. Mai tîrziu se înregistrară în el și cele bazate pe imediata intervenție a banilor. Acest registru descriptiv alimenta cartea-mare care la început oglindea tot numai operațiuni de credit, dar nu în formă descriptivă, ci într-o prelucrare pe conturi individuale. Jurnalul a intrat în angrenajul registrelor după memorial și după cartea-mare. Ceea ce spusese călugărul Ludovico Flori din Palermo în anul 1633 și nume că jurnalul este sufletul cărții-mari, adăugînd că „totuși jurnalul nu este indispensabil, deoarece cartea-mare poate fi ținută și fără jurnal, dar că în legătură cu jurnalul este mai ușor de purtat", sesizase cu mult înainte gîndirea contabilă.

În jurnal se prelucra în formule contabile materialul descris amănunțit în memorial. În vederea găsirii contului debitor și a contului creditor care intrau în formula contabilă, procesul de analiză trebuia să pună mereu aceeași întrebare:

---

[2]) Etimologia cuvîntului *cont* este latină. De la *computare* = a calcula, au derivat substantivele, în l. italiană *computo (conto)* = cont, și în l. franceză cuvîntul *compt* = cont. Substantivul *calcul* își trage originea de la latinescul *calculus* (= pietricică), pentru că în vechime se socotea cu ajutorul unor pietre de dimensiuni mici.

cine primește și cine dă?, pentru ca după stabilirea corespondenței conturilor să fie făcut debitor contul care primește și creditor, contul care dă. Dacă un cont era găsit apt de încadrare în formulă, dar contul corespondent nu răspundea clar la întrebare pentru că nu putea fi asimilat unei persoane, caracterul definit al unui cont atrăgea în mod automat în joc contul corespondent, ca parte opusă. Regula generală de debitare-creditare cu substrat de personificări era o regulă buclucașă ce punea în încurcătură pe contabili cînd el avea să analizeze operațiuni ce nu erau proprii a li se aplica principiile acestei reguli.

Raționamentul în virtutea căruia contul care dă are să primească, fiind creditor, și contul care primește are să dea, fiind debitor, și-a subordonat în curs de mai multe veacuri toate încercările teoretice de a se explica mecanismul dublei înregistrări. Prima dovadă o face scrierea lui Luca Paciolo din anul 1494 în care, potrivit obiceiului vremii, se formulează reguli de contabilizare în spiritul personificării conturilor.

„Imaginează-ți că această prăvălie" — e vorba de o sucursală — „ar fi o persoană care devine debitorul tău pentru tot ceea ce îi dai sau îi faci. Dimpotrivă, pentru tot ce ți se înapoiază sau primești de la ea, o vei face creditoare, ca pe un debitor care-ți plătește treptat" [6, p. 124].

Faptul că Paciolo explică debitarea-creditarea cu ajutorul personificării unor conturi, nu înseamnă că el ar fi încercat să elaboreze o teorie personalistă. A personifica conturi la întîmplare e una și a construi o teorie e altceva.

La anul 1549, Schweicker merge pe aceeași linie.

„...La începutul fiecărui post se scrie „fuer" (= prin), ceea ce face să se recunoască debitorul; după acesta se fac două liniuțe verticale || și se scrie apoi „an" (= la), după care urmează creditorul. După înțelesul lor, cele două linii || despart pe debitor de creditorul care are să ia, și în jurnal un astfel de post arată două posturi în cartea-mare, unul la mîna stîngă, pentru debitor, celălalt la mîna dreaptă, pentru creditorul care are să ia..." [4, cap. IX].

„Baza contabilității constă în cele două cuvinte amintite mai înainte, „fuer" și „an". Un negustor se întîlnește zilnic cu patru cazuri deosebite: unul care dă, altul care primește, al treilea, aceea ce se dă sau se primește, al patrulea, cauza pentru ce..." [4, cap. XI].

Să revenim la conturi, urmărind mai departe procesul formării contabilității duble.

Confruntarea soldurilor existente în conturile deschise pentru clienți, furnizori, debitori și creditori, precum și în cele destinate bunurilor materiale, nu era în măsură a scoate în relief, la o anumită epocă, situația adevărată a întreprinderii, căci deasupra scriptelor se situa realitatea. Constatarea realității și cunoașterea existentului cu prilejul lucrărilor de sfîrșit de an, atrage operațiunea de inventariere și intervenția inventarului. Această operațiune, înlesnită de ajutorul conturilor de persoane și de valori, se efectuează în scopul stabilirii rezultatului obținut. În vederea aflării rezultatului se scade din totalul soldurilor provenite din debitul conturilor, totalul celor provenite din creditul conturilor și se compară restul cu inventarul precedent. Această metodă de calcul arăta întreprinzătorului un rezultat global, care nu-i oferea posibilitatea să cunoască ușor și amănunțit din ce anume operațiuni a provenit cîștigul și care din ele i-a adus pierdere. Impasul în care este împotmolită contabilitatea în fața acestei lacune o determină la o nouă amplificare a conturilor.

Nu este exclus să se fi pus întrebarea: de ce nu s-ar deschide și proprietarului un cont? Unui creditor sau debitor i se face socoteală. De ce nu s-ar face o socoteală aparte și patronului? Și el dă bani, mărfuri și alte valori cînd își începe comerțul și trebuie să știe ce a dat și ce are de primit. Și astfel i s-a deschis și lui un cont. Din documente vechi reiese că acest cont purta la început chiar numele patronului. Un șef contabil al casei de comerț a Fugger-ilor care ținea registrele sucursalei din Veneția, lucrează cu un cont deschis pe numele „Jacob Fugger". În registrele unui comerciant din Augsburg, cu numele David Ganger, de pe la sfîrșitul evului mediu, toate conturile sînt încheiate prin contul „David Ganger a parte".

Contul patronului primește la italieni, mai tîrziu, denumirea *Cavedale*. Paciolo explică înțelesul acestui cuvînt în felul următor: „Prin casa se înțelege a ta proprie sau punga ta și prin cavedale «tutto il tuo monte corpo di facoltà presente» (= întregul tău corp de avere prezentă)" [6, cap. XII]. La Schweicker apare același termen: „Fuer Cassa || An Cauedal oder Hauptgut" [4]. Cînd se intercalează în se-

ria conturilor contul *Cavedale*, el îndeplinește o funcțiune similară aceleia care, în altă etapă de dezvoltare a contabilității duble, revine contului bilanț de deschidere. Contul *Cavedale* (= capital) se creditează, la început de gestiune, pe baza inventarului, cu fiecare element în parte avînd caracter activ și se debitează cu categoriile de angajamente. Oglindirea *mijloacelor lucrative* și a *resurselor* într-o reprezentare compensativă era rezervată viitorului.

S-a imaginat că patronul sau contul care îl reprezintă dă unor agenți ai săi, respectiv conturilor care îi reprezintă, mărfuri, bani, clădiri etc. și pentru motivul că aceștia primesc valorile, ei sînt debitori, iar cei care au dat ceva patronului sînt creditori, „avînd să ia". Contul *Cavedale* devine centrul sistemului de conturi, oglindind capitalul comercial. „Scrittura doppia" își trecuse cu succes cea mai grea probă de examen. Începe să se apropie de etapele finale, etape de durată mult mai scurtă decît răstimpul scurs pînă la ele.

Cunoscîndu-se că rezultatele pozitive influențează capitalul în sensul că îi sporesc volumul, iar rezultatele negative exercită asupra lui o influență inversă, reducîndu-i volumul, se adoptă procedeul de a se înregistra beneficiile și pierderile de-a dreptul în contul *Cavedale*, prin debitul conturilor concurente la realizarea de beneficii și prin creditul celor care au suferit pierdere. La început n-au existat conturi care să fie subordonate acestui cont central și în care să figureze rezultate parțiale. În altă etapă, afluirea rezultatelor se canalizează spre un cont anume destinat a le evidenția, spre un cont sintetic. E necesar să fie subliniat că nu este vorba de un cont colector, ci de un cont sintetic de rezultate. La un cont colector de rezultate s-a făcut apel numai cînd era dată preexistența unor conturi analitice de beneficii și pierderi. Contul colector centralizează solduri din conturi analitice de rezultate la închiderea exercițiului care expiră, pe cînd în contul sintetic rezultatele apar direct, în mod nemijlocit. Se stabilește o corelație între contul sintetic de rezultate și contul capital.

Este foarte probabil că dopica a cunoscut conturi analitice de rezultate încă cu mult înainte de anul 1494. Beneficiile și pierderile se centralizează în contul *Prò e Danno*; diferența între totalul debitului și totalul creditului dă rezultatul final. Soldul se duce mai departe, debitîndu-se contul *Prò e Danno* prin creditul contului *Cavedale* pentru cîștigul obținut și creditîndu-se primul prin debitul secundului cont pentru paguba suferită.

N-a scăpat din vedere nici ideea de a se face deosebire și de a se separa rezultatele provenite din operațiuni curente de cele ivite din operațiuni întîmplătoare. Se separă rezultatele accidentale de cele organice într-un cont de *Noroc și Nenoroc*, cont care servește pentru oglindirea pagubelor și a cîștigurilor din operațiuni de hazard, fiind subordonat contului colector de rezultate.

Bilancio (= balanța de verificare) verifică dacă există egalitate între debitul și creditul tuturor conturilor.

Se sesizează necesitatea ca datele balanței de verificare să fie confruntate cu inventarul. Balanța de verificare indică situația conturilor din registre, arătînd pentru fiecare element în parte cît ar trebui să existe în realitate la un moment dat. Ceea ce există într-adevăr constată inventarierea. Conținutul conturilor urma să fie pus în acord cu datele inventarului, acordul între situația contabilă și inventar făcîndu-se prin lucrări de nivelare. Aceste lucrări sînt evidente la Valentin Mennher (1563). Minusul de casă provenit din monete false și din pierderi cauzate de fluctuația valorii banilor este înregistrat ca pierdere prin creditul contului casa. Sînt trecute ca pierdere și diferențele de inventar în minus constatate la mărfuri și provenite din greșeli de cîntar sau din cauza influențelor atmosferice.

În cursul procesului de formare a contabilității duble structura inițială în formă descriptivă a inventarului cu explicații lungi și greoaie se condensează și se ajunge la o separare exactă a părților componente.

Apare la sfîrșit de exercițiu un cont, căruia nu i se spune pe nume, prezentînd pe partea stîngă bunuri concrete și debitori, iar la dreapta „capitalul" și creditorii. Era în realitate contul bilanț.

Scrierea călugărului Angelo Pietra [7] din anul 1586 ne pune în fața unui nou element în construcția dopicei, bilanțul de intrare (deschidere). De unde mai înainte părțile componente de activ se înregistrau, la început de exercițiu, în debitul conturilor aferente prin creditul contului capital, iar acesta la rîndul lui se debita prin creditul conturilor de angajamente, în urma adoptării bilanțului de

deschidere, *Cavedalul*, deghizat în „Monastero nostro", primește un alt conținut și altă funcțiune.

Introducerea conturilor de închidere și deschidere, stabilirea legăturii între conturile bilanț și capital, precum și încadrarea acestor conturi ca mijloace de calcul cu funcțiuni bine determinate, dau contabilității duble, la sfîrșitul secolului XVI, o structură completă, structură a cărei perfecționare urma să fie obiectul preocupărilor de mai tîrziu.

* * *

Procesul formării contabilității duble durează aproape trei secole. S-a dat ansamblului de calcule privind oglindirea mișcărilor de valori calificativul „înregistrare dublă", luîndu-se în considerare formalismul dopic. Din întîmplare, acest calificativ satisface și punctul de vedere științific ce interpretează înlănțuirea înregistrărilor în sensul că dublă se numește contabilitatea nu pentru că orice operațiune se înregistrează de două ori, în două conturi deosebite, o dată în debitul unui cont și o dată în creditul altuia, ci pentru motivul că în contabilitate apar două catene de calcul ce se desfășoară paralel și sincron, una asupra *mijloacelor lucrative* și alta asupra *resurselor*. Simultan cu egalitatea $A = P$ care ilustrează esențialul contabilității duble, se menține un echilibru permanent între debitul și creditul conturilor, adică egalitatea $D = C$, care oglindește numai latura formală a înregistrărilor.

Procesul formării contabilității duble nu poate fi privit ca o apariție ce s-ar fi ivit în mod independent de realitățile vremii. El găsește sprijin, ce e drept, în suplețea volubilă a cifrelor arabe, dar suportul lui dinamic rezidă în condițiile economice și sociale ale vremii în funcție de care s-a produs desfășurarea lui treptată. Sub unghiul de vedere al fenomenelor economice, descompunerea feudalismului se face simțită prin intensificarea schimbului de mărfuri și acumularea banilor. În avalanșa circulației mărfurilor, banul, atotstăpînitorul ban, ca să nu dispară, cere să fie socotit cu mijloace în măsură a-i conserva ființa și a-l face să se înmulțească. Țelurile banului găsesc în contabilitate un colaborator de mare folos. Formele ei de calcul sînt constrînse a-și adapta resorturile pentru o cît mai adîncă pătrundere a tranzacțiilor și pentru o cît mai clară oglindire a rezultatelor obținute.

În fața imperativului acestor realități, înregistrările simple și nesistematice se transformă în contabilitate dublă. Această creație ingenioasă descoperă cheia contabilă în maniera personificării conturilor. Se imaginează că fiecare cont reprezintă o persoană sau poate fi asimilat unei persoane. Se formulează judecăți și principii, unele adevărate, altele false, izvorînd din artificii de imaginație, toate pentru a concura la integrarea conturilor într-un aranjament unitar.

Sistemul de conturi fiind creat, s-a mers înainte cu el fără să se încerce a i se consolida baza prin cunoștințe legate într-un ansamblu capabil a da explicație completă mecanismului înregistrărilor. Cu o contribuție fecundă a practicii comerciale se crease un instrument contabil care nu era bine înțeles. În căutarea unei explicații complete a mecanismului acestui instrument, care să fundamenteze funcționarea conturilor în contabilitatea dublă, se formulară mai tîrziu diverse teorii.

Contabilitatea dublă asigură înregistrarea analitică a mișcărilor de valori în cursul unei anumite perioade de calcul, precum și gruparea acestora pe categorii. Ea este bazată pe un sistem de conturi cu rădăcina prinsă în bilanț și care are ca punct final, după desfășurarea procesului de calcule asupra circuitului valorilor în mișcare, tot bilanțul, sinteza generală a situației conturilor.

Brașov

BIBLIOGRAFIE

1. W ö p k e. Journ asiat., 1863, **I, 73,** (citat după V i l l i c u s F., *Zur Geschichte der Rechenkunst*. Wien, 1883, S. 33).
2. S i e v e k i n g H., *Aus venetianischen Handlungsbüchern*. Studiu publicat în *Schmollers Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft*, 1901.
3. P e n n d o r f B., *Die Geschichte der Buchhaltung in Deutschland* Leipzig, 1913.
4. S c h w e i c k e r W. senior, *Zwifach Buchhalten sampt seine Giornal (des selben Beschlus) auch Rechnung zuthun*. Nuernberg, 1549.

5. Ormières P., *Les livres de commerce*, 1904.
6. Paciolo L., *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita*, Venezzia, 1494, (citat după Hugli F., *Buchhaltungsstudien*. Bern, 1900, S. 124).
7. Pietra A., *Indirizzo degli Economi, o sia ordinatissima Instruzione da regolatamente formar qualunque scrittura in Libro doppio*, Mantova, 1586, (citat după Hügli F., *Buchhaltungsstudien*. Bern, 1900, S. 106).

ПРОЦЕСС ОБРАЗОВАНИЯ ДВОЙНОЙ БУХГАЛТЕРИИ

(Резюме)

Излагается история образования двойной бухгалтерии.

LE PROCESSUS DE LA FORMATION DE LA COMPTABILITÉ DOUBLE

(Résumé)

On expose l'historique de la formation de la comptabilité double.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z. 338.062.225

STUDIU ASUPRA NORMĂRII CONSUMULUI DE MATERII PRIME ÎN ÎNTREPRINDERILE INTEGRATE DE BUMBAC

DE

I. HĂLĂLĂU, T. NEAGU și AUREL CUCIUREANU

Comunicare prezentată în sesiunea științifică jubiliară a Institutului politehnic din Iași, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Reducerea prețului de cost reprezintă una din condițiile importante pentru ridicarea permanentă a nivelului de trai material și cultural al celor ce muncesc și totodată constituie premisa materială hotărîtoare pentru înfăptuirea politicii de scădere a prețurilor în economia națională. Scăderea prețurilor se justifică și devine statornică numai în cazul în care se bazează pe reducerea substanțială a cheltuielilor de producție. Scăderea prețurilor, fără a se baza pe reducerea cheltuielilor de producție, ar duce la micșorarea acumulărilor socialiste, la încetinirea ritmului reproducției socialiste lărgite și, ca urmare, la imposibilitatea asigurării creșterii bunei stări a poporului.

Statul socialist stabilește în mod planificat nivelul cheltuielilor de producție, conduce direct și îndrumează activitatea întreprinderilor spre micșorarea permanentă a cheltuielilor de muncă vie și materializată în fabricarea produselor.

Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. prevăd pentru perioada 1960...1965, o reducere a prețului de cost cu 15...16% în industria republicană. Referindu-se la necesitatea realizării unui volum important de economii, în Directive se arată că pentru îndeplinirea acestei sarcini este necesar să se ducă lupta pentru valorificarea cît mai deplină a tuturor rezervelor existente în economie, pentru reducerea consumurilor specifice de materii prime, materiale etc. În acest fel — arată tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej — cel puțin 50...60% din reducerea totală a prețului de cost se va realiza pe calea micșorării cheltuielilor materiale de producție pe unitatea de produs.

Micșorarea cheltuielilor materiale de producție pe unitatea de produs se obține, în principal, prin introducerea și îmbunătățirea permanentă a normelor tehnice de consum, fundamentate științific.

Pentru ca normele tehnice de consum de materii prime, materiale etc. să constituie principala pîrghie de micșorare a cheltuielilor (materiale) de producție, trebuie să fie elaborate pe baza realizărilor muncitorilor fruntași care și-au însușit tehnica nouă, tehnologia și organizarea înaintată a producției, cu alte cuvinte să fie norme tehnice de consum medii progresive.

O altă trăsătură importantă a acestor norme o constituie faptul că ele nu sînt invariabile, determinate o dată pentru totdeauna, că suferă modificări o dată cu dezvoltarea și perfecționarea tehnicii, organizării producției și ridicării calificării cadrelor.

O rezervă importantă pentru sporirea producției, pentru reducerea cheltuielilor de producție pe unitatea de produs o constituie stabilirea unor norme noi, înaintate, care să fie reexaminate și revizuite la timp.

Practica construcției socialiste a scos și scoate în evidență rolul normării consumurilor de materiale în planificarea aprovizionării tehnico-materiale, în planificarea cheltuielilor de producție și a reducerii prețului de cost și în planificarea financiară. Ele contribuie la justa organizare a gospodăririi socialiste în întreprindere.

Ce se înțelege prin consum specific? Prin consum specific se înțelege cantitatea de materie primă, materiale, combustibil sau energie, consumată pentru executarea unei unități de produs finit, sau a unei unități de prestație.

Consumul specific dat ca sarcină pentru etapa de plan, reprezintă *norma de consum*. Cu alte cuvinte, norma de consum este cantitatea maximă de materie primă etc., prevăzută a se consuma pentru executarea unei unități de produs conform unui anumit proces tehnologic și în condiții tehnico-organizatorice determinate.

În multe lucrări din literatura economică se tratează, sub diferite aspecte, problema normelor de consum, foarte puține însă se ocupă de problema modului de determinare a normelor de consum și a consumului specific în industria textilă și mai ales în întreprinderile integrate de bumbac. Pentru acest considerent ne-am propus să prezentăm unele aspecte ale normării consumului de materii prime în întreprinderile integrate de bumbac, folosind experiența întreprinderilor: „Țesătura"-Iași, „Uzinele textile de bumbac"-Galați și „Uzinele textile Moldova"-Botoșani.

2. Calculul normelor de consum de materii prime în filaturile de bumbac

Calculul normelor de consum de materii prime constă în stabilirea, în determinarea, cantității de materie primă necesară pentru fabricarea unei unități de produs, luînd în considerare condițiile reale și experiența fruntașilor în producție.

Consumul total de materie primă pe unitatea de produs este format din: a) partea din materia primă ce formează structura produsului finit și b) cantitatea de materie primă transformată în deșeu.

În calcularea normelor de consum de materie primă se folosesc mai multe metode; metoda recomandată a se aplica este cea analitică de calcul. Metoda analitică de calcul a normelor de consum de materie primă presupune: a) determinarea greutății neto condiționată de bumbac puf necesară producției de fire; b) determinarea pe faze de fabricație a cantității de pierderi (deșeuri și altele) și a producției obținute; c) determinarea cantităților de bumbac (sau alte fibre din amestec) necesare pentru obținerea cantității de fir planificată.

a) *Determinarea greutății neto condiționată de bumbac* se face pornind de la greutatea efectivă a fibrelor de bumbac, și cunoscînd: greutatea ambalajului, procentul de impurități și procentul de umiditate:

$$G_e = G_n - G_p$$

în care: G_e — greutatea efectivă a fibrelor de bumbac (kg), G_n — greutatea netă a baloților de bumbac (kg), G_p — greutatea probelor luate pentru analizele de laborator (kg), $G_n = G_b - G_a$, G_b — greutatea brută a baloților (kg), G_a — greutatea ambalajului (kg);

$$G_{c_1} = G_e[1 - (I_e - I_n)/100],$$

în care: G_{c1} — greutatea neto condiționată ținînd seama numai de impurități, I_e — procentul efectiv de impurități al sortului de bumbac, I_n — procentul normal de impurități;

$$G_c = G_{c_1}[(100 + U_n)/(100 + U_e)],$$

în care: G_c — greutatea neto condiționată ținînd seama atît de impurități, cît și de gradul de umiditate (kg), U_n — procentul de umiditate normală, U_e — procentul de umiditate efectiv rezultat din probele de laborator.

Pentru determinarea concretă a greutății neto condiționată în una din întreprinderile studiate s-a procedat astfel. Din lotul de bumbac sovietic IN sosit în întreprindere s-au luat 2 baloți în greutate brută $G_b = 397$ kg. Greutatea ambalajului a fost $G_a = 9$ kg. Greutatea probelor de laborator a fost $G_p = 1$ kg.

În urma analizelor de laborator efectuate în întreprindere s-a constatat că procentul de impurități a fost $I_e = 3{,}33\%$, iar umiditatea efectivă $U_e = 7{,}8\%$ (se cunoaște că procentul de impurități normal este $I_n = 2{,}1\%$, iar umiditatea normală este $U_e = 8\%$). Se obține:

$$G_n = 397 - 9 = 388 \text{ kg}, \; G_e = 388 - 1 = 387 \text{ kg},$$

$$G_{c_1} = 387[1 - (3{,}33 - 2{,}10)/100)] = 382{,}24 \text{ kg},$$

$$G_c = 382{,}24[(100 + 8)/(100 + 7{,}8)] = 382{,}95 \text{ kg}.$$

b) *Determinarea pe faze de fabricație a cantității de pierderi* (deșeuri și altele) se efectuează după cum urmează:

Greutatea neto condiționată de bumbac se dă în fabricație pentru prelucrare. După terminarea prelucrării se cîntărește cantitatea de fire obținută și separat cantitățile de deșeuri rezultate pe faza de fabricație și categorii de deșeuri, determinîndu-se astfel producția obținută și pierderile totale de materie primă.

Cantitățile de pierderi pe fază de fabricație, rezultate în urma prelucrării sortului de bumbac, pentru care se determină norma de consum sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Pierderi în secția bataj

Nr. crt.	Categorii de deșeuri și locul lor de formare	Cantitatea de deșeuri kg	% față de G_c
1	Desfăcător baloturi	0,421	0,109
2	Lup Krygthon	0,787	0,206
3	Destrămător preliminar	4,596	1,200
4	Destrămător fin	1,340	0,350
5	Bătător final	0,804	0,209
6	Măturătură de la destrămător preliminar	0,191	0,050
7	Canal pivniță	1,877	0,491
	Total deșeuri	10,016	2,615

Rezultă că ținînd seama și de umiditatea efectivă din secția bataj, care este de 7,74%, producția obținută va fi:

a) Suluri rezultate	359,971 kg
b) Bumbac căzut lîngă mașini	0,813 kg
c) Bumbac pentru probe umiditate	0,407 kg
Total	361,191 kg

361,191 × (108 / 107,74) = 372,934 kg reprezintă producţia secţiei bataj, luînd în considerare pierderile şi făcînd corecţia datorită diferenţei de umiditate a materiei prime.

Din cantitatea de 10,016 kg deşeuri rezultate la bataj se recuperează prin reprelucrare în cadrul aceleeaşi secţii cantitatea de 1,220 kg pătură. Producţia totală a secţiei bataj este deci de 372,934 + 1,220 = 374,154 kg pătură.

În secţia carde (v. tabelul 2):

Tabelul 2

Pierderi în secţia carde

Nr. crt.	Categorii de deşeuri şi locul lor de formare	Cantitatea de deşeuri kg	% faţă de G_c
1	Capele	9,996	2,61
2	Deburaj	4,366	1,14
3	Brisseur	2,911	0,76
4	Tambur doffer	0,306	0,08
5	Măturătură	0,191	0,05
6	Scamă de la vergea	0,230	0,06
7	Pierderi prin curăţire	0,076	0,02
	Total deşeuri	10,076	4,72

Producţia secţiei carde este:

a) Bandă rezultată . . . . . 329,200 kg
b) Retuıuri bandă . . . . . 7,500 kg
c) Probe umiditate . . . . . 0,404 kg

Total 337,104 kg

Umiditatea efectivă a benzii de bumbac fiind de 4,3% rezultă că producţia secţiei carde este:

337,104 × (108/104.3) = 349.037 kg bandă.

Cantitatea de 1,220 kg pătură recuperată din deşeurile din secţia bataj, împreună cu cantitatea de 3,500 kg retururi bandă din secţia carde, se prelucrează din nou în secţia carde. Din această cantitate de 4.720 kg pătură se mai obţin deşeuri în secţia carde de 0,236 kg. Cantitatea totală de bandă obţinută în secţia carde este deci:

349,037 + (4,72 — 0,236) × (108/104,3) = 353,680 kg bandă.

Diferenţa dintre cantitatea de bumbac dată în fabricaţie şi cantitatea de bandă obţinută plus deşeurile înregistrate în cele două secţii reprezintă pierderile invizibile:

382,95 — (353,680 + 10,016 + 18,076 + 0,236) = 0,942 kg bandă, adică 0,243%.

Cantitatea totală de deşeuri şi pierderi este de:

10,016 + 18,076 + 0,236 + 0,942 = 29,270 kg.

Norma de consum se determină raportînd cantitatea de bumbac puf dată în fabricație la producția obținută:

$$N_c = 382{,}950 / 353{,}680 = 1{,}082 \text{ kg bumbac puf / kg bandă.}$$

Norma de consum se poate calcula și în funcție de cantitatea de deșeuri obținută pe fazele de fabricație, anume:

$$29{,}270 \times 100/382{,}95 = 7{,}6\% \text{ ; randament: } 100\% - 7{,}6\% = 92{,}4\% \text{ ;}$$
$$N_c = 100/92{,}05 = 1{,}082 \text{ kg bumbac puf/kg bandă.}$$

În cadrul celorlalte secții, pînă la ringuri nu se mai înregistrează deșeuri decît sub formă de fir și pierderi invizibile. În exemplul de față cantitatea acestor deșeuri este de 2.5 kg, adică 0,65% din cantitatea dată în fabricație. Ținînd seama de toate pierderile care au avut loc sub formă de deșeuri în cursul întregului proces tehnologic, norma de consum pentru producția de fire este:

$$2{,}615\% + 4.72\% + 0.65\% = 7{,}985\% \text{ randament: } 100 - 7.985 = 92{,}015\%.$$
$$N_c = 100 / 92{,}015 = 1{,}086 \text{ kg bumbac puf / kg fir.}$$

c) *Norma de consum* calculată în acest mod poate fi folosită ca atare numai în cazurile cînd întreprinderile produc fire dintr-un singur sort de bumbac. Practic însă, întreprinderile produc fire nu numai dintr-un singur sort de bumbac, ci din amestecuri de mai multe sorturi de fibre. În aceste cazuri norma de consum, calculată pentru fiecare sort de bumbac în parte, nu mai poate fi comparată cu consumurile specifice realizate calculate pe întregul amestec. Pentru aceasta se calculează o normă medie de consum dată de formula:

$$N_{mc} = \sum (P_i N_{ci}) \sum P_i ,$$

în care: N_{mc} — norma medie de consum, P_i — producția pe fiecare sort din amestec, N_{ci} — norma de consum a fiecărui sort.

Comparînd norma medie de consum, calculată în acest mod, cu consumurile specifice realizate se obțin economiile sau depășirile față de norma de consum la materii prime.

Calculul consumului specific în filatură

Pentru a putea determina consumul specific de materii prime în filatură este necesar să se cunoască cantitatea de materii prime consumată și producția de fire obținută.

Cantitatea de materie primă consumată se stabilește pe baza soldului de materii prime aflată în producția neterminată la începutul perioadei, a intrărilor de materii prime în producție în cursul perioadei și a soldului final de materii prime aflate în producția neterminată:

Consum de materii prime = Sold inițial + Intrări de materii prime — Soldul final.

Intrările de materii prime în producție sînt cunoscute din datele evidenței contabile. Problema care rămîne de rezolvat o constituie stabilirea cantitativă a materiilor prime încorporate în producția neterminată la începutul și sfîrșitul perioadei. Această problemă se rezolvă prin inventarierea producției neterminate.

Inventarierea producției neterminate prezintă totuși unele greutăți legate de faptul că materiile prime la un moment dat se află în diferite stadii de prelucrare. Ele se pot afla pe mașini în curs de prelucrare, ca stoc pentru asigurarea procesului neîntrerupt de producție, ca rezervă la mașini și în magazii intermediare.

Stabilirea cît mai exactă și mai rapidă a producției neterminate are un mare efect asupra determinării consumurilor specifice realizate.

Inventarierea se face pe faze de fabricație, stabilind cantitatea de producție neterminată existentă pe fiecare fază de fabricație.

Cantitățile inventariate se transformă în bumbac puf cu ajutorul unor coeficienți de transformare. Aceștia se determină pentru fiecare fază de fabricație, luînd în considerare gradul de prelucrare al materiilor prime și pierderile rezultate sub formă de deșeuri.

În practică, unele întreprinderi calculează acești coeficienți luînd în considerare cantitatea de deșeuri rezultată într-o anumită fază în raport cu faza anterioară. De exemplu, coeficientul de transformare a producției neterminate al secției carde se determină ca raport între cantitatea de pătură obținută la bataj și cantitatea de bandă obținută la carde. Coeficientul de transformare al secției laminare se determină raportînd cantitatea de bandă de la carde la cantitatea de bandă obținută de la laminare ș.a.m.d.

Cu ajutorul acestor coeficienți, transformarea producției neterminate inventariate, pe faze, în bumbac puf, se face pornind de la ultima fază a procesului tehnologic, înmulțind producția neterminată a acesteia cu coeficientul de transformare. Procedînd astfel cu fiecare fază, invers succesiunii procesului tehnologic, se obține producția neterminată a tuturor fazelor, exprimată în bumbac puf.

Apreciem că acest mod de transformare al producției neterminate a fiecărei faze în bumbac puf, utilizat în practică, este complicat și necesită un volum mare de calcul.

Determinarea coeficienților fiecărei faze, în funcție de prima fază și nu de faza precedentă fiecăreia, simplifică calculul și permite transformarea cantității inventariate pe fiecare fază, direct în bumbac puf. Modul de calcul al coeficienților de transformare a producției neterminate inventariate pe fiecare fază în bumbac puf sau celofibră este redat în tabelul 3.

Tabelul 3

Calculul coeficienților de transformare

Secțiile		Bumbac	Celofibră
Bataj:			
	bumbac puf (celofibră)	1,0000	1,0000
	retururi	1,0816	1,0319
	suluri	1,0362	1,0117
Carde:			
	suluri	1,0362	1,0117
	căni (benzi)	1,0762	1,0288

Coeficientul de 1,0362 pentru bumbac din secția bataj de exemplu, se determină cunoscînd procentajul de deșeuri pentru secția respectivă de 3,5% și făcînd următorul raționament:

La 3,5% deșeuri corespunde 96,5% randament semifabricat; la 96,5 kg semifabricat corespunde 100 kg bumbac puf, pentru 100 kg semifabricat X corespunde

$$X = 10\,000 / 96{,}5 = 103{,}62 \text{ kg bumbac puf / 100 kg semifabricat.}$$

Pentru 1 kg semifabricat din secția bataj coeficientul de transformare va fi de 1,0362. La fel se determină coeficienții pentru celelalte secții.

Cunoscînd cantitățile de producție neterminată pe faza de fabricație și coeficienții determinați în modul arătat mai sus, se calculează cantitățile de bumbac puf (celofibră), corespunzătoare producției neterminate în cadrul secției respective. Prezentăm acest calcul numai pentru două secții: bataj și carde (v. tabelul 4).

Situația recapitulativă a cantităților inventariate și recalculate pe faze de fabricație este redată în tabelul 5.

În acest mod, s-a determinat cantitatea de materie primă încorporată în producția neterminată de la sfîrșitul perioadei.

Producția neterminată de la începutul perioadei nu reprezintă altceva decît producția neterminată de la sfîrșitul perioadei anterioare, calculată în același mod.

În total, producția neterminată de la începutul perioadei se prezintă astfel: bumbac puf — 13 823 kg, celofibră — 10 000 kg, total — 32 823 kg.

Din datele evidenței contabile se extrage cantitatea de materie primă dată în fabricație și producția de fire obținută:

Tabelul 4

Cantitatea de bumbac puf corespunzătoare producției neterminate

Fazele de fabricație	Cantitatea găsită la inventar	Coeficient de transformare	Bumbac puf coresp. kg
Bataj:			
bumbac puf	803	1,0000	803
retururi	230	1,0816	249
suluri	2 058	1,0362	2 132
celofibră retur	30	1,0319	31
retururi magazie	922	1,0313	951
Total bataj	4 043	—	4 146
Carde:			
bumbac suluri	1 370	1,0362	1 428
căni (benzi)	828	1,0762	882
Total carde	2 198	—	2 310

Tabelul 5

Situația recapitulativă a cantităților inventariate

Fazele de producție	Bumbac puf	Celofibră	Total
Bataj	3 184	982	4 166
Carde	2 310	—	2 310
Laminoare	2 958	—	2 958
Flyere	2 150	—	2 150
Mașini cu inele	2 362	858	6 220
Total	15 964	1 840	17 804
Finisaj	9 854	157	10 011
Total	25 818	1 997	27 815

a) Materie primă intrată în fabricaţie:
bumbac puf — 204 852 kg, celofibră — 137 624 kg, total — 324 476 kg.
b) Producţia de fire obţinută:
bumbac — 173 250 kg, celofibră — 139 843 kg, total — 313 093 kg.

Pe baza acestor date se calculează consumul specific realizat (v. tabelul 6).

Consum specific realizat:

a) la bumbac — C_{sr} = 192 649/173 250 = 1,1114 kg bumbac puf/kg fire,
b) la celofibră — C_{sr} = 145 627/139 843 = 1,04 kg celofibră/kg fire,
c) pe amestec — C_{sr} = 338 276/313 093 = 1,0824 kg amestec/kg fire.

Tabelul 6

Consumul specific

	Elemente	Bumbac	Celofibră	Total
1	Producţia neterminată la început	13 823	10 000	23 823
2	Materie primă intrată	204 852	137 624	342 476
	Total	218 675	147 624	366 299
3	Producţia neterminată la sfîrşit	25 818	1 997	27 815
	Total	192 857	145 627	338 484
4	Probe laborator	208	—	208
5	Materie primă consumată	192 649	145 627	338 276
6	Materie primă normată	195 234	144 739	339 973
7	Economii (+); depăşiri (—)	+ 2 585	— 888	+ 1 697

3. Calculul normei de consum în ţesătorie

Calculul normei de consum în ţesătorie trebuie să pornească de la calculul tehnic al ţesăturii, care cuprinde toţi indicii ce pot caracteriza ţesătura respectivă. În urma acestui calcul se determină pierderile tehnologice pe fazele de fabricaţie, pentru fiecare Nm de fir şi nu pe grupe de fire cum se procedează actualmente în practica întreprinderilor, deoarece s-a constatat că se tinde a se lua pentru un grup de fire procentul de pierderi care se apropie mai mult de firele ce se prelucrează mai greu pe maşini. Întreprinderea îşi creează în acest fel rezerve pentru a obţine consumuri specifice bune cît mai comod.

Stabilirea cantităţii de deşeuri (D) în procente se face prin raportarea lungimii produsului care intră în deşeu (l) la lungimea totală a produsului de pe formatul respectiv, (L):

$$D = 100\ l/L.$$

Pierderile de lungime a produsului, cauzate de deşeuri, se stabilesc pe baza experienţei în muncă a fruntaşilor şi pe baza condiţiilor tehnico-organizatorice date.

Este necesar de asemenea ca toate întreprinderile să întocmească pentru fiecare produs cîte o fişă de calcul a normei de consum, întrucît s-a observat că unele întreprinderi se limitează doar la determinarea pierderilor pe fazele de fabricaţie, fără a întocmi aceste fişe pe produs iar altele întocmesc aceste fişe fără a trece însă caracteristicile tehnice ale ţesăturii etc. Modul de întocmire al fişelor de calcul a normei de consum în ţesătorie şi conţinutul lor se recomandă a fi identic pentru toate întreprinderile. În acest sens prezentăm în tabelul 7 o fişă

Tabelul 7

Fişa de calcul a normei de consum.
Articolul: Ştefana g/m² crud 127,1.
Ţesătorie

Norma netă de consum 1 000			
Urzeală Nm 40/1 67,1 g/m²		Bătătură Nm 40/1 60 g/m²	
Fazele	Pierderi %	Fazele	Pierderi %
Bobinat	0,65	Depanat	—
Urzit	0,15	Bobinat	0,30
Încleiat	0,65	Canetat	0,30
Nevedit	0,10	Ţesut	2,40
Ţesut	0,65		
Total pierderi urzeală	2,20	Total pierderi bătătură	3,00
Norma de consum (g/m²)	68,60	Norma de consum (g/m²)	61,80
Norma de consum tehnologică 1,0520			

de calcul a normei de consum, model din care reiese atît caracteristicile tehnice ale ţesăturii cît şi pierderile pe fazele de fabricaţie.

Calculul normei de consum de urzeală (g/m²) ţinînd seama de pierdere s-a făcut astfel:

$$N_{cu} = G_t P_u \%/100 = 67{,}1 \cdot 2{,}20/100 = 68{,}5 \text{ g/m}^2.$$

La fel s-a procedat şi pentru determinarea normei de consum de bătătură.

Pentru stabilirea economiilor sau depăşirilor la consumurile specifice se determină, ca şi în filatură, norma medie de consum.

Consumul specific realizat se calculează raportînd consumul total de fire la producţia realizată în mii m² şi t ţesături.

Din datele evidenţei contabile rezultă intrările de fire precum şi producţia realizată.

Consumul total de fire se stabileşte ţinînd seama de producţia neterminată la începutul şi sfîrşitul perioadei, pe faze de fabricaţie.

Prezentăm în tabelul 8, pe baza unui exemplu, modul de calcul al normei medii de consum şi al consumului specific realizat în ţesătorie, stabilind totodată şi economia obţinută pe seama reducerii consumurilor specifice.

Tabelul 8

Consumul specific

Articole produse	Lăţimea cm	Crud conf. STAS g/m²	Producţia realizată P		Pierderi planificate P_{pl} %	Crud + pierderi m_{pl} g/m²	Total consum fire planificate Q_{pl} t	Pierderi efective P_e %	Crud + pierderi efective m_e g/m²	Total consum fire efectiv Q_e t
			mii m²	conf. STAS t						
PT	130	252,2	244,1	61,59	2,08	257,54	62,877	1,959	257,2	62,786
Zefir	80	131,2	102,2	13,69	1,75	133,54	13,921	1,614	133,3	13,900
Total	—	217,3	346,3	75,28	2,01	221,70	76,798	1,860	221,3	76,686

$N_{mc} = \sum Q_{pl} / \sum P$ [t] = 76,798/75,280 = 1,02 t fire/t ţesături,

$N_{mc} = \sum Q_{pl} / \sum P$ [m²] = 76,798/346,3 = 0,2217 t fire/mii m²,

N_{mc} — norma medie de consum, C_{sr} — consum specific realizat.

$C_{sr} = \sum Q_{ef} / \sum P$ [t] = 76,686/75,280 = 1,018 t fire/t ţesături,

$C_{sr} = \sum Q_{ef} / \sum P$ [m²] = 76,686/346,3 = 0,221 t fire/mii m².

Economii:

$N_{mc} - C_{sr} = 1{,}020 - 1{,}018 = 0{,}002$ t fire/t ţesături,

$N_{mc} - C_{sr} = 0{,}2217 - 0{,}2214 = 0{,}0003$ t fire/mii m².

Consumul efectiv de fire (Q_{ef}) s-a determinat astfel:

Producţia neterminată la începutul perioadei	650 kg
Intrări de fire în fabricaţie	77 000 kg
Total . . .	77 650 kg
Producţia neterminată la sfîrşitul perioadei	964 kg
Total	76 686 kg

Pentru a verifica măsura în care întreprinderile respectă gramajul produselor fabricate se stabileşte următoarea corelaţie: deşeurile efective produse conform evidenţei din secţii trebuie să fie egale cu diferenţa dintre consumul total de fire şi producţia realizată, într-o anumită perioadă.

4. Evidenţa consumului de materii prime şi a deşeurilor

Evidenţa bine organizată reprezintă o condiţie indispensabilă în lupta pentru consumul raţional al materiilor prime şi a materialelor, cu atît mai mult cu cît în întreprinderile textile greutatea specifică a consumului de materii prime în preţul de cost al producţiei este foarte mare.

Evidenţa trebuie să reflecte: a) mişcarea materiilor prime în depozitele întreprinderii; b) mişcarea semifabricatelor şi a producţiei neterminate; c) ieşirea deşeurilor din producţie şi prelucrarea lor ulterioară.

Din constatările făcute la întreprinderile analizate se desprind o serie de probleme pe linia organizării evidenţei materiilor prime şi în deosebi a deşeurilor.

Evidenţa trebuie să fie operativă; numai astfel este posibilă rezolvarea justă de către conducerea întreprinderii a problemei consumului optim al resurselor existente de materii prime. Ea trebuie organizată astfel încît să se poată determina cu precizie consumurile de materii prime pentru fiecare produs în parte.

Evidenţa deşeurilor nu trebuie făcută global. În afară de deşeurile sub formă de măturătură, care de obicei sînt evidenţiate şi recepţionate pe întreaga secţie, restul deşeurilor trebuie sortate pe categorii, evidenţa şi recepţia lor făcîndu-se pe fiecare secţie şi loc de muncă în parte. O astfel de evidenţă permite să se controleze respectarea normelor de deşeuri pe locurile de muncă, să se scoată în evidenţă sectoarele fruntaşe şi cele rămase în urmă şi să se ia măsuri pentru înlăturarea cauzelor ce au determinat depăşirea normelor existente. Evidenţa deşeurilor pe categorii şi locuri de muncă măreşte răspunderea muncitorilor pentru folosirea judicioasă a materiei prime şi face posibilă recuperarea într-o proporţie cît mai mare a deşeurilor.

Din cercetările făcute la întreprinderile integrate de bumbac menționate s-a putut constata că acest aspect nu se respectă decît parțial. Sînt întreprinderi unde în secția de carde se recepționează la un loc deșeurile de văl cu bumbacul puf adunat de pe lîngă mașină. Or, între aceste categorii de deșeuri există o diferență mare atît în ceea ce privește prelucrarea cît și calitatea lor.

În secția încleiat cantitățile de deșeuri variază mult chiar de la un sul preliminar la altul (or în această secție de obicei nu se ține evidența deșeurilor nici măcar global — deșeurile fiind folosite în alte secții fără a fi înregistrate); de aceea, se impune evidențierea deșeurilor pe fiecare mașină în parte creindu-se astfel posibilitatea unei analize mai amănunțite a cauzelor care le-au produs. Acestea sînt doar cîteva exemple furnizate pe această linie.

Evidențierea pe categorii a deșeurilor permite ca deșeurile recuperabile, care reintră în procesul de fabricație la filaturile de bumbac, să fie sortate după lungimea de fibră din care provin pentru a se încadra în rețetele de amestec corespunzătoare.

Urmărirea deșeurilor pe categorii și evidențierea lor în registre speciale de deșeuri este posibilă numai prin introducerea unor săculețe de deșeuri la fiecare loc de muncă și prin stabilirea unor persoane din cadrul secțiilor care să răspundă suplimentar de această problemă.

Paralel cu evidența deșeurilor, în scopul urmăririi cît mai exacte a materiei prime și semifabricatelor consumate și a produselor rezultate, se recomandă cîntărirea materialului de la o fază de fabricație la alta. Aceasta se impune cu atît mai mult cu cît în cadrul întreprinderii, pe linia evidenței mai există încă și alte probleme nerezolvate. Astfel, nici pînă în prezent nu s-a reușit să se găsească posibilitatea de ținere a evidenței alungirii materialului pe mașini sau a umidității lui. Considerăm că fișa de calcul a normei de consum, propusă în această lucrare, ar putea fi aplicată cu mare eficacitate în ținerea evidenței deșeurilor pe faze de fabricație în întreprinderile integrate de bumbac.

Dată fiind ponderea ridicată a materiilor prime în structura prețului de cost al produselor din industria textilă, micșorarea cheltuielilor materiale de producție se obține în principal prin introducerea și îmbunătățirea normelor tehnice de consum. Găsirea celor mai adecvate metode de calcul a normelor de consum de materii prime, care să țină seama de particularitățile de ramură ale întreprinderilor, reprezintă probleme ce se impun cercetării economice.

În lucrarea de față, am încercat să dăm o rezolvare acestei importante probleme.

Institutul politehnic, Iași
Catedra de economie de ramură

ИССЛЕДОВАНИЕ НОРМИРОВАНИЯ РАСХОДА СЫРЯ В ХЛОПКОБУМАЖНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

(Резюме)

Применяя опыт текстильных предприятий Молдовы, авторы предлагают способ вычисления норм потребления, а также удельного потребления в хлопчатобумажной промышленности (прядения и ткачества), и, в связи с этим, вводят некоторые критические замечания, а также предложения для улучшения этого вычисления.

Авторы исследуют затем отдельные аспекты учета потреблений сырья и отходов, предлагая и способы его улучшения.

ÉTUDE DES NORMES DE CONSOMMATION DES MATIÈRES PREMIÈRES DANS LES ENTREPRISES DE COTTON

(Résumé)

En utilisant l'expérience de certaines entreprises textiles de la Moldavie les Auteurs présentent la manière de calcul des normes de consommation et des normes de consommation spécifique dans l'industrie de cotton (filature et tissage). Après un aperçu critique on présente des propositions afin qu'on améliore ce calcul.

On étudie quelques aspects de l'évidence des consommations des matières premières et des déchets tout en présentant des solutions amélioratives.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

C. Z 66 ; 338.062.01

CALCULUL INDICATORILOR DE UTILIZARE INTENSIVĂ LA UNELE TIPURI DE APARATE FOLOSITE ÎN INDUSTRIA CHIMICĂ

DE

EUGEN POPA şi VALERIU RĂUŢU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Indicatorul de utilizare intensivă a utilajelor se calculează, după cum se ştie, cu ajutorul relaţiei :

$$J_{ui} = P/(MT), \tag{1}$$

unde : P — producţia realizată în timpul T, T — timpul (în zile, ore etc.), M — dimensiunea caracteristică a utilajului în ceea ce priveşte capacitatea sa de producţie.

Această relaţie generală, este simplă şi comodă, atît în calculul indicatorului de utilizare intensivă a utilajului cît şi a capacităţii de producţie.

Ea însă nu permite, atunci cînd se analizează modul de folosire a utilajului în vederea intensificării acestei folosiri, să se stabilească cu uşurinţă posibilităţile şi factorii de creştere a capacităţii de producţie a utilajului.

Documentele Congresului al III-lea al P.M.R. subliniază faptul că o mare importanţă pentru sporirea productivităţii muncii o are, printre altele, şi îmbunătăţirea indicatorilor de folosire a utilajului. În adevăr, ritmul de creştere al producţiei trebuie să fie asigurat nu numai prin construirea de întreprinderi noi, ci mai ales prin utilizarea mai bună a maşinilor şi instalaţiilor din întreprinderile existente.

Bazaţi pe necesitatea folosirii optime a utilajelor din întreprinderile chimice, ne-am pus problema stabilirii unor relaţii de calcul a indicatorilor de utilizare intensivă a utilajului, relaţii în care să apară, pe cît posibil, cei mai importanţi parametri tehnici şi tehnologici care contribuie la îmbunătăţirea acestor indicatori.

Am stabilit indicatori de utilizare intensivă pentru următoarele aparate : a) vas de reacţie cu funcţionare discontinuă, b) vas de reacţie cu funcţionare continuă, (autoclavă de polimerizare P.V.C.), c) reactor în serpentină (pentru polimerizarea etilenei), d) reactor tubular, e) reactor tubular cu catalizator în ţevi pentru obţinerea clorurei de vinil.

2. În [1] se dă o relaţie de calcul a cantităţii de celuloză produsă pe m³ de fierbător, de forma :

$$C = \alpha\gamma b/88 \tag{2}$$

şi relaţia de calcul a producţiei zilnice de celuloză a unui fierbător :

(3) $$C_h = 24\,CV/b_1\,,$$

unde: C — cantitatea de celuloză 88% produsă pe m^3 de fierbător (kg), α — cantitatea de lemn (m^3/m^3 fierbător), γ — greutatea specifică a lemnului uscat (kg/m^3), b — randamentul în celuloză (%), 88 — coeficientul de trecere de la celuloza absolută uscată la celuloza 88%. C_h — cantitatea de celuloză pe 24 ore (kg), V — volumul fierbătorului (m^3), b_1 — ciclul (turnusul) fierbătorului (ore).

De la relaţiile (2), (3) se poate trece la o relaţie de calcul a indicatorului de utilizare intensivă a fierbătorului, în mod următor:

(4) $$I_{ui} = C_h/V = 24\,C/b_1 = 24\,\alpha\gamma b/(88\,b_1)\,.$$

Aşadar este posibil a calcula cu ajutorul unor parametri tehnici şi tehnologici indicatorii de utilizare intensivă a unui fierbător, fără a mai folosi relaţia generală de calcul (1), care nu permite să se acţioneze direct asupra factorilor de creştere a acestui indicator, pe care însă îi avem la îndemînă în relaţia (4), de mai sus.

Raţionînd în acelaşi mod, am stabilit relaţii pentru indicatorii de utilizare intensivă a aparatelor menţionate mai sus.

3. Pentru stabilirea relaţiei de calcul a indicatorului de utilizare intensivă a vasului de reacţie cu funcţionare discontinuă, este necesar să se ţină seama de următoarele aspecte: a)cantitatea de materii prime, apă etc., care se introduce în reactor este egală cu $\sum G_i$, unde G_i reprezintă greutatea componentului i al amestecului de materiale din aparat, b) volumul util al aparatului — V, c) gradul de conversie a materiei rpime la produs finit — η, d) procentul teoretic de produs finit.

Ţinînd seama de factorii de mai sus, se deduce cantitatea de produs care se din amestecul de reacţie — a.
obţine în mod practic într-un ciclu de fabricaţie, anume $\eta a \sum G_i$.

Avînd cantitatea de produs ce se obţine într-un ciclu, pentru a calcula indicatorul de utilizare intensivă se va raporta această cantitate la volumul util al aparatului şi la durata ciclului de fabricaţie (T) obţinînd:

(5) $$I_{ui} = \eta a \sum G_i/(TV)\,,$$

sau ştiind că $\sum G_i/V = \gamma_a$ — greutatea specifică a amestecului de reacţie, relaţia (5) va avea forma:

(5′) $$I_{ui} = \eta a \gamma_a/T\,.$$

4. Pentru vase de reacţie cu funcţionare continuă se poate stabili indicatorul de utilizare intensivă considerînd: a) debitul volumetric la evacuarea amestecului de reacţie din aparat — $(\pi d^2/4)v_e$, b) debitul gravimetric la evacuarea amestecului de reacţie din aparat — $(\pi d^2/4)v_e\gamma_e$, c) producţia pe unitate de timp — $\eta a(\pi d^2/4)v_e\gamma_e$, d) volumul util al aparatului — $(\pi D^2/4)H$.

Deci:

(6) $$I_{ui} = k\eta a(v_e\gamma_e/H)(d/D)^2.$$

În aceste relaţii am adoptat următoarele notaţii: K — factorul de transformare între timpul la care se raportă indicatorul de utilizare intensivă şi timpul la care se raportă viteza, η — gradul de conversie a materiei prime la produs finit, a — procentul teoretic al produsului finit în amestecul de lemn, V_e — viteza volumetrică cu care iese din aparat amestecul rezultat din reacţie, H — înălţimea utilă a aparatului, d — diametrul orificiului de evacuare a amestecului de reacţie, D — diametrul echivalent al aparatului.

5. Raţionînd în acelaşi mod se deduce relaţia de calcul pentru reactorul în serpentină cu funcţionare continuă.

În acest caz se folosesc aceleaşi mărimi, anume: a) debitul volumetric de evacuare a amestecului de reacţie din aparat — $(\pi d^2/4)v_e$, b) debitul gravimetric la

evacuarea amestecului de reacție din aparat — $(\pi d^2/4)v_e\gamma_e$, c) producția pe unitate de timp — $\eta a(\pi d^2/4)v_e\gamma_e$, d) volumul util al aparatului — $(\pi d^2/4)L$.

Se obține:

$$I_{ui} = k\eta a v_e \gamma_e / L. \tag{7}$$

În această relație, L — lungimea activă a serpentinei reactorului.

6. Aceeași formă are și relația indicatorului de utilizare intensivă pentru reactorul tubular, adică:

$$I_{ui} = k\eta a v_e \gamma_e / H, \tag{8}$$

unde: H — înălțimea activă a țevilor reactorului, ceilalți factori avînd aceleași semnificații ca mai sus.

În cazul cînd reactorul tubular conține în țevi catalizator, relația devine:

$$I_{ui} = k\eta a v_e \gamma_e / (H\gamma_c c), \tag{9}$$

cu γ_c — greutatea specifică a catalizatorului și suportului respectiv, c — fracția din greutatea catalizatorului și suportului care reprezintă catalizatorul.

Concluzii

a) Cele cinci relații stabilite pentru calculul indicatorilor de utilizare intensivă a mai multor aparate permit punerea în evidență a parametrilor tehnici și tehnologici.

b) Acționînd asupra acestor parametri se pot îmbunătăți mai ușor indicatorii de utilizare intensivă a utilajelor, deci se asigură posibilitatea creșterii capacității de producție.

c) Relațiile de calcul sînt simple și la îndemîna atît a economiștilor, cît și a inginerilor din întreprinderi, ele putînd fi aplicate și la utilaje de același tip care funcționează la fel.

d) Mărimile care intervin în fiecare relație, fie că se cunosc dinainte, fie că se pot stabili destul de ușor.

Catedra de organizare și planificare
Institutul politehnic, Iași,

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Manualul inginerului chimist.* Vol. **VI,** Ed. Tehn., Buc., p. 976.

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИНТЕНСИВНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ У НЕКОТОРЫХ ТИПОВ АППАРАТОВ УПОТРЕБЛЯЕМЫХ В ХИМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

(Резюме)

Устанавливаются расчетные отношения показателей интенсивного использования для некоторых серий химических аппаратов.

В этих отношениях появляются наиболее важные технические и технологические параметры.

Воздействием на эти параметры обеспечивается возможность роста производственной мощности.

Выведенные отношения просты, их применение может быть расширено и на оборудования обладающими одинаковыми действиями, а величины входящие в каждое отношение являются известными, или же могут быть легко установляемы.

CALCUL DES INDICATEURS D'UTILISATION INTENSIVE RELATIFS À CERTAINS TYPES D'APPAREILS DESTINÉS À L'INDUSTRIE CHIMIQUE

(Résumé)

Les Auteurs établissent dans ce travail nombre de relations concernant le calcul des indicateurs d'utilisation intensive d'une certaine série d'appareils utilisés dans l'industrie chimique. Les relations établies contiennent les plus importants paramètres techniques et technologiques. Il en résulte la possibilité de faire augmenter la capacité de production à la suite de la modification de tels paramètres.

On souligne, enfin, que les relations établies sont assez simples. Une extension adéquate de leur application à d'autres dispositifs à fonctionnement semblable résulte possible. Les paramètres qui y interviennent sont connus ou bien peuvent être déterminés sans difficulté.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul IX (XIII), Fasc. 3–4, 1963

RECENZII РЕЦЕНЗИИ
BOOK REVIEWS COMPTES RENDUS
BUCHBESPRECNUNGEN RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. TRICOMI F. G., *Lezioni di Analisi Matematica.* Parte prima, Ottava edizione, XII + 381 pp.; Parte seconda, Ottava edizione, X + 360 pp., CEDAM, Padova, 1962.

Volumele recenzate constituie reproducerea fotostatică a volumelor de Analiză matematică, datorite prof. dr. Francesco Tricomi, apărute în ediţia a 7-a în 1956 şi caracterizate prin următoarele modificări faţă de ediţiile precedente, calificate drept *clasice* pentru conţinutul lor închegat din punct de vedere didactic şi metodologic. Astfel, de ex., autorul a renunţat la „geometrizarea" teoriei numerelor reale, privindu-le ca un *corp.* Teoria sistemelor de ecuaţii de gradul întîi este sensibil simplificată, bazîndu-se pe teorema de dependenţă şi independenţă liniară a liniilor unei matrice de o anume caracteristică *p.* Teorema de acoperire a lui Borel înlesneşte expunerea de nivel a teoriei mulţimilor, definiţia produsului numerelor complexe, definiţia simbolurilor O şi *o* în sensul lui Erdélyi ş.a. ş.a. constituie exemple de numeroase alte îmbunătăţiri aduse „Lecţiunilor" în această a opta ediţie. Menţionăm că autorul a rămas deliberat în cadrul integralei clasice în sens Riemann. Volumele nu conţin exerciţii şi probleme, întrucît folosirea lor de către studenţi este programată în paralel cu volumele *Complementi ed Esercizi* (Padova, CEDAM, P^te I, 6^a Ediz., 1961; P^te II, 3_a Ediz., 1960).

*

Il rif. indica cui sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti questi volumi di *Lezioni di Analisi Matematica,* che ne constituiscono la riproduzione fotostatica delle „Lezioni" dell'Illustre Prof. Francesco Tricomi, publicate in settima edizione nel 1956 e caratterizzate dalle non poche nè superficiali varianti apportate in quella edizione alla Sua oramai classica opera didattica e metodologica.

L. Mateescu

2. *** *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 15—22 August 1962.* Institut Mittag-Leffler, Djursholm, Sweden, Almqvist & Wiksells, Uppsala, Stockholm, 1963, L + 597 pp.

Ref. a publicat recent în „Studii şi cercetări de mecanică aplicată" o notă relativă la tematica lucrărilor cu caracter de matematici aplicate, prezentate în cadrul congresului internaţional al matematicienilor, ţinut la Stockholm în 1962.

Volumul recenzat conține date oficiale relative la desfășurarea congresului menționat, precum și textele rapoartelor prezentate la congres de către un număr de specialiști invitați de către comitetul de organizare. Scurtele comunicări făcute de către participanți nu au fost incluse în volum, însă numele participanților precum și titlurile comunicărilor se găsesc împreună cu rezumatele lor într-un volum, apărut în prealabil, intitulat *Abstracts of Short Communications*. Apariția la timp, în condiții excelente, a acestui volum de referate de bază prezentate la Congres, va contribui din plin la un nou progres al științelor matematice, aflate astăzi într-o înflorire, ce poate fi comparată cu cele mai înfloritoare perioade de dezvoltare ale acestei științe multimilenare.

*

Il Rif. indica cui sopra, in lingua romena, alcuni dettagli concernenti questo eccellente volume dedicato in principale ai rapporti di specialità presentati al Congresso Internazionale dei Matematici di Stoccolma, in seguito dell'invito dalla parte del Comitato organizzatorico. Se deve mentovare che un resoconto assai dettagliato concernente la tematica del suddetto congresso è stato pubblicato dal Rif. nella rivista „Studii și cercetări de mecanică aplicată". *D. Mangeron*

3. * * * *Трдуы Международного Симпозиума по нелинейным колебаниям.* **T. I,** *Аналитические методы теории нелинейных колебаний.* **516 стр. T. II,** *Качественные методы теории нелинейных колебаний.* **542 стр. T. III,** *Приложения методов теории нелинейных колебаний к задачам физики и техники.* **515 стр. Международный союз по теоретической и прикладной механике, ISNV, 1961, Изд. АН УССР, Киев, 1963.**

Ref., participînd activ cu una din lucrările sale consacrate elaborării unei noi metode de studiu a proceselor neliniare, numită metoda ecuațiilor integrale, la simpozionul internațional asupra oscilațiilor neliniare (Kiev, 12—18 septembrie 1961) de sub egida Uniunii Internaționale de Mecanică teoretică și aplicată (IUTAM), a consacrat un articol înserat în „Studii și cercetări de mecanică aplicată", (1962, **XIII**, *1*, pp. 241—246) problematicii simpozionului menționat. Volumele din titlu, apărute în condiții excelente în editura Academiei de științe a R.S.S. Ucraina, grupează într-însele comunicările prezentate la acel simpozion, după cum urmează: vol. I. *Metode analitice în teoria oscilațiilor neliniare*; vol. II *Metode calitative în teoria oscilațiilor neliniare* și vol. III. *Aplicații ale metodelor de teoria oscilațiilor neliniare la probleme de fizică și tehnică*. Volumul întîi mai cuprinde și referatele prezentate la ședința plenară de deschidere de către Iu. A. Mitropolski *(Direcțiile fundamentale în teoria oscilațiilor neliniare și dezvoltarea lor)* și S. Lefschetz *(Asupra reglării automate indirecte)*. Volumul al doilea cuprinde comunicările și discuțiile relative la studiul sistemelor oscilatoare neliniare, la studiul mișcărilor periodice și aproape periodice, la probleme de oscilație și de mărginire a soluțiilor, la studiul stabilității regimurilor oscilatorii. Aici sînt înserate și lucrările referitoare la studiul sistemelor oscilante cu argument întîrziat. Volumul al treilea cuprinde comunicările și discuțiile relative la studiul sistemelor neliniare de reglare automată, studii referitoare la probleme de teoria neliniară a oscilațiilor în fizică și tehnică, precum și studii consacrate elaborării ulterioare și generalizării metodelor asimptotice de mecanică neliniară, cu privire specială asupra studiului unor noi clase importante de probleme de teoria oscilațiilor neliniare, fără vreo legătură nemijlocită cu probleme de tehnică sau aplicații.

În imposibilitate de a intra aici în detalii asupra problemelor dezbătute la Simpozion și înserate în volumele recenzate (a se vedea pentru latura critică recenzii individuale apărute în revistele internaționale de bibliografie matematică și mecanică: „Mathematical Reviews", „Реферативный Журнал Механика" „Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete") subliniem importanța științifică a editării lucrărilor acestui simpozion internațional de oscilații neliniare.

*

Le réf., tout en soulignant le fait qu'il a consacré dans les pages de la revue „Studii și cercetări de mecanică aplicată (1962, **XIII**, *1*, pp. 241—246) un article relatif au développement du Symposium international des oscillations non linéaires, promu par l'Union Internationale de Mécanique pure et appliquée (IUTAM) sous l'égide de l'Académie des Sciences de la R.S.S. Ucrainienne (Kiev, le 12—18 septembre 1961), donne ci-dessus quelques détails concernant les trois volumes du Symposium, à savoir : vol. I *Méthodes analytiques dans la théorie des oscillations non linéaires* ; vol. II *Méthodes calitatives dans la théorie des oscillations non linéaires* et vol. III *Applications des méthodes de la théorie des oscillations non linéaires aux problèmes de physique et technique*. La parution des travaux de ce Symposium constitue un événement scientifique remarquable qui contribuera sans aucun doute à un essor encore plus éclatant de la mécanique des vibrations non linéaires.

D. Mangeron

4. BELLMAN R., DREYFUS S., *Applied Dynamic Programming*. A Rand Corporation Research Study, Princeton University Press, Princeton, N. Y., 1962, XXII + 363 pp.

Primul dintre autori, unul dintre cei mai de seamă matematicieni americani, cu o producție științifică și de sinteză științifică aproape inegalabilă, a publicat recent mai multe volume, traduse în diferite limbi și recenzate în parte și în paginile acestui „Buletin", consacrate *programării dinamice* și *proceselor adaptive de control*. Volumul recenzat este primul dintr-o serie de volume în curs de apariție, consacrat *aplicațiilor teoriei programării dinamice* la rezolvarea numerică a problemelor de optimizare, ce s-au ivit în legătură cu lansări de sateliți și de călătorii cosmice, în determinări de traiectorii, în teoria servomecanismelor, în probleme de distribuție a resurselor, determinări de prețuri etc. Textul cărții, subdivizat în 12 capitole și 5 apendice, va fi de un real folos tuturor celor care aprofundează la nivelul actual probleme de aerodinamică, diferite ramuri moderne ale ingineriei, specialiștilor în analiză numerică și în calcul cu mașini matematice (electronice), economiștilor ș.a.

Ref., avînd ocazia să extindă ecuațiile lui Bellman de programare dinamică la o nouă clasă de probleme de contur cu derivate totale (J. of Math. Anal. a. Appl., 1964, **8**, pp. 55 și urm.), constată cu satisfacție adîncirea neîncetată a metodelor de programare dinamică, abordate astăzi de numeroși specialiști de peglob, dintre cei mai reprezentativi.

*

By underlying a very large contribution in the field both of research work and of scientific up to day synthesis of obtained results due to prof. Richard E. Bellman and his pupils and collaborators, partially reviewed in this „Bulletin" and utilized by the Rev. in his recent research work concerned with the Bellman Equations of Dynamic Programming (J. of Math. Anal. a. Appl., 1964. **8**, p. 55), the Rev. gives over in Roumanian language some details concerning this volume. This is the first book to present a detailed account of the application of the theory of dynamic programming to the numerical solution of optimization problems arising in connection with satellites and space travel, the determination of trajectories, feedback control and servo-mechanism theory, inventory and sheduling processes, allocation of resources, determination of prices, and so on. Dynamic programming is employed to provide a functional equation whose computational solution is obtained with the aid of digital computer. Flow diagrams are provided, and tables of solution are given for different values of critical parameters. The book is of high interest for engineers, numerical analysts, and computer specialists.

D. Mangeron

5. IZAWA KEISUKE, *Introduction to Automatic Control*. Tokyo Institute of Technology, revised new edition, 1962, 4½ × 6¼, 332 pp., The OHM/SHA. Ltd., Publisher of Periodicals & Books, Tokyo, (jap.).

În volumul recenzat se expun fundamentele teoriei controlului automat, de deosebit folos pentru toți acei care se ocupă îndeaproape de servomecanisme, controlul proceselor de producție, reglare automată etc. Ref. dă mai jos, în limba engleză, unele detalii relative la acest atrăgător volum, atît ca formă, cît și ca conținut.

*

This book intends to give the basic concepts and the theory of automatic control as a whole, serving as a common guide book for those who want to study various fields of automatic control engineering such as servomechanisms, process control, the automatic regulation. Frequency response method is carefully and almost completely explained with examples. It is interesting to apply the view of the automatic control theory described in this book to an engineering and another field other that of automatic control engineering.

In Appendix II many reference books are listed with the markes which enables the readers to select the books properly.

Contents. Fundamental Concepts of Automatic Control. Introduction (Fundamentals of Automatic Linear Control Theory). Determination of Stability. Controllability. Controlling Quality. Synthesis Problems. Discontinuous Control. Addition, Appendix I. Vocabularies of Automatic Control. Appendix II. References.

A. Triandaf

6. IZAWA KEISUKE, HISAMURA TOMIJI, *Exercises in Automatic Control Calculation*. 1962, 4½ × 6¾, 200 pp. First ed., Tokyo Institute of Technology. The OHM/SHA, Ltd., Publisher of Periodicals & Books, Tokyo. (jap.).

Principiile și tehnica controlului automat expuse în volumul primului dintre autori, profesor la Institutul politehnic din Tokyo și la Universitatea Waseda, *Introducere în controlul automat*, recenzat mai sus, sînt folosite în acest atrăgător volum, pentru studiul concret al diferitelor aplicații practice de nivel. Ref. indică mai jos, în limba engleză, unele detalii privitoare la această *Culegere de probleme în controlul automat*.

*

Compiled chiefly by Dr. Keisuke Izawa, the author of *Introduction to Automatic Control* (The OHM-Sha Ltd.). The principles and techniques precisely explained in the above mentioned book are used to the fullest extent, and enough detail is carefully presented. The basis problems as well as difficult problems of great variety in automatic control are inspected rather closely with answers and many other drill problems.

Together with the usual tables such as units, decibel, radian and Laplace transform, the useful tables of frequency response of second order transfer elements, and of describing functions of typical non-linear elements are included.

Contents. Units. Tables. Fundamentals of Linear Automatic Control Theory. Determination of Stability. Controllability. Merits of Control. Synthesis Problems. Discontinuous Control.

A. Triandaf

7. BATCHELOR J. H., *Operations Research*. Second Edition, An annotated Bibiography, volume **1**, 1959, 865 pp.; volume **2**, 1962, 628 pp., Saint Louis University Press, Missouri.

Bibliografia adnotată relativă la programare a apărut pentru prima oară încheagată într-un volum sub egida lui Case Institute of Technology, Cleveland, Ohio, 1952. Primul din volumele menționate în titlu conține bibliografia adnotată în domeniu, apărută în diferite reviste sau monografii de specialitate pînă la finele anului

1957. Bibliografia adnotată conține, în orice caz, datele necesare relative la toate articolele înserate pînă la perioada indicată în revistele: „The Operational Research Quarterly", „The Operations Research", „The Journal of the Operations Research Society of America", „The Naval Research Logistics Quarterly", „The Management Science", „The Management's Operations Research Digest", „Bollettino del Centro per la Ricerca Operativa", „Revue de la Recherche Operationnelle", „Unternehmensforschung", „Journal of the Operations Research Society of Japan", „Keiei Kagaku", „ORA News Letter", precum și volumele conferințelor, colocviilor sau congreselor destinate tematicii respective. Referatele, aranjate în ordinea alfabetică a numelor autorilor, indică succint vederile și ordinea de idei expusă în articol.

Al doilea volum din aceeași serie conține bibliografia adnotată în acest domeniu, referitoare la ansamblul articolelor apărute în cursul anilor 1958 și 1959. Pentru ușurarea consultării volumelor elaborate, autorul le-a prevăzut cu diferiți indici, așa încît cititorului i se oferă trei căi pentru a repera un articol și anume, ajunge să se cunoască fie titlul articolului, fie numele unuia dintre coautorii articolului, fie cîteva cuvinte de bază din titlu.

Dată fiind dezvoltarea vertiginoasă a cercetărilor în domeniul programării, opera prof. James H. Batchelor, executată sub egida Universității din Saint Louis, este deosebit de utilă.

*

The Rev. underlines over in Roumanian language, the great unsefulness of the work accomplished by Prof. James H. Batchelor, cristallized in two up to day volumes concerned an annotated bibliography on Operations Research. *D. Mangeron.*

8. МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А., *Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний.* Изд. Наука, М., 431 стр.

Prezentul volum, prefațat de acad. N. N. Bogoliubov, constituind o continuare naturală a volumului *Metode asimptotice în teoria oscilațiilor neliniare* datorit lui N. N. Bogoliubov și Iu. A. Mitropolski, tradus recent în limba germană în editura Akademiei-Verlag, este consacrat metodelor de aproximare asimptotică de rezolvare a problemelor de teoria proceselor oscilatorii nestaționare. Volumul, subdivizat în opt capitole, tratează cu rigoarea cuvenită, pe baza unei vaste literaturi recente (bibliografie — 175 titluri, dintre care 31 aparțin autorului), într-o redactare monografică întreprinsă pentru prima oară în literatura universală, următoarele probleme: I. Exemple de ecuații diferențiale ce se întîlnesc în studiul sistemelor oscilante neliniare, cu parametri cu variație lentă (pp. 11—37); II. Oscilații „proprii" în sisteme neliniare, cu parametri cu variație lentă (pp. 38—75); III. Influența forțelor „periodice" asupra sistemelor oscilante, cu parametri cu variație lentă (pp. 76—179); IV. Oscilații cu o singură frecvență în sisteme neliniare cu mai multe grade de libertate și cu parametri cu variație lentă (pp. 180—239); V. Sisteme oscilante neliniare cu termeni giroscopici (pp. 240—313); VI. Oscilații cu o singură frecvență în sisteme cu parametri distribuiți (pp. 314—353); VII. Metode de construcție a soluțiilor asimptotice pentru sisteme de ecuații diferențiale care conțin parametri cu variație lentă (pp. 354—379); VIII. Fundamentări matematice ale metodei asimptotice.

Ref. subliniază în mod deosebit cercetările autorului reproduse în această monografie, relative la studiul trecerii prin rezonanță a sistemelor neliniare cu unul sau mai multe grade de libertate. Metodele elaborate în volum sînt aplicabile în studiul unei clase largi de procese oscilatorii nestaționare din cadrul sistemelor neliniare. În afară de studiul rezonanței, aceste metode permit cercetarea proceselor tranzitorii în sisteme giroscopice, în dispozitive de accelerare, în sisteme de reglare automată și în multe alte probleme de seamă de fizică și tehnică.

Apariția acestui volum, ce nu va întîrzia să fie tradus și în alte limbi, așa cum s-a întîmplat cu volumul autorului redactat în colaborare cu N. N. Bogoliubov și citat mai sus, sau cu volumul autorului *Procese nestaționare în sisteme oscilante neliniare*, publicat în 1955, recenzat la timpul său în paginile acestui „Buletin" și tradus în limbile engleză, chineză și japoneză, va da un imbold puternic studiilor teoretice și practice legate de mecanica neliniară. Fără îndoială că și acest volum nu va întîrzia să fie tradus în alte limbi.

*

Questo nuovo volume dovuto al prof. Iu. A. Mitropolski è consacrato allo studio dei problemi della teoria asintotica delle oscilazioni non lineari. Il rif., pur sottolineando la portata vasta dei metodi ivi osposti nella risoluzione dei vari problemi di passaggio per la risonanza, dei problemi non stazionari spettanti ai sistemi giroscopici, dei problemi di automazione ed altri ancora, additta cui sopra in lingua romena al contenuto del volume stesso e ne propone la traduzione anche di questo nuovo volume dell'A. in altre lingue, cosi come era stato già accaduto nel riguardo dei volumi precedenti, e cioè del volume *Processi non stazionari nei sistemi oscillatori non lineari,* pubblicato nel 1955 e tradotto poscià in inglese, cinese e giapponese e del volume *Metodi asintotici nella teoria delle oscillazioni non lineari,* scritto in collaborazione con N. N. Bogoliubov nel 1958 e tradotto recentissimamente in lingua tedesca. *D. Mangeron*

9. *** *Symbolic Languages in Data Processing. Proceedings of the Symposium organized and edited by the International Computation Centre.* Roma, March 26—31, 1962, Gordon and Breach, Science Publishers, N. Y., 1963, XII + 849 pp.

Volumul recenzat conține lucrările prezentate în cadrul conferinței internaționale, organizată de Centrul Internațional de Calcul (Roma, 26—31 martie 1962), consacrate dezvoltării teoriei generale a limbilor artificiale (matematice) folosite în programare și în calculul cu mașini matematice (electronice). ALGOL 60 [1]) constituie una din temele principale ale comunicărilor dezbătute la conferință. În imposibilitatea de a intra aici în detalii relative la conținutul acestui bogat volum, menționăm subiectele principale dezbătute într-însul: Teoria limbilor artificiale: Structura sintactică și metalimbajele; Probleme de programare și manipulări de simboluri ale limbilor artificiale; Construcția programărilor pentru limbi artificiale structurate, cu sintaxă bine dezvoltată; Programarea problemelor cu ajutorul limbilor artificiale orientate: ALGOL ș.a.; Programarea în limbi artificiale a problemelor comerciale; Elaborarea limbilor artificiale speciale; Probleme referitoare la sisteme de programare.

Ref., subliniind îndeosebi interesul tematicii dezbătute în cadrul unui număr de șase simpozioane promovate în timpul conferinței, axate, de ex., pe următoarele teme: Limbi artificiale metasintactice și metasemantice; Sînt necesare extensii ale limbii ALGOL 60? Este posibilă unificarea ALGOL-COBOL, ALGOL-FORTRAN? Problema unei singure sau a mai multor limbi artificiale, ș.a.ș.a., atrage atenția asupra faptului că cea mai nouă problematică în acest domeniu este permanent dezbătută în paginile „Buletinului Institutului politehnic din Iași".

Acest volum reprezentînd ansamblul de eforturi de seamă cu totul recente în domeniul teoriei și practicii limbilor artificiale, de importanță științifică și practică din ce în ce mai mare, este de un real folos pentru un larg număr de specialiști din lumea întreagă.

*

This volume is dedicated to the fifty lectures presented at the International Conference concerned with the development of a general theory of symbolic languages, and with the current and future roles of symbolic languages in the computer art, organized by the International Computation Centre, Rome (March 26—31, 1962).

The Rev. gives over in Roumanian language, some details concerning the general subject areas of the lectures and the topics of the six panel discussion.

This volume, representing the important recent efforts in the field related to symbolic languages, its designs and applications in data processing, meets the need of a large number of specialists throughout the world. *D. Mangeron*

---

[1]) A se vedea în această ordine de idei două articole succesive înserate în acest „Buletin", elaborate de J. Legras, director al Centrului de calcul automatic din Nancy.

10. *** *DATA PROCESSING YEARBOOK 1963—1964.* American Data Processing. Inc., Detroit, Mich., 306 pp.

Volumul recenzat, al treizecilea dintr-o serie inaugurată sub titlul *The Punched Card Annual* este consacrat unui număr de probleme actuale de o deosebită importanță, referitoare la cărți perforate și la sisteme electronice de calcul. În imposibilitate de a ne opri aici în detaliu asupra variatelor articole de specialitate, clasate în trei categorii: aparataj, tehnică și tactică, ref. subliniază problematica articolului consacrat mașinilor de instruit și învățămîntului programat, elaborat de Leonard C. Silvern (pp. 83—98), deosebit de actual astăzi, dacă se ține seama de ritmul de acumulare de noi cunoștințe științifice și tehnice (10% pe an). Din totalitatea celorlalte articole înserate în volum menționăm: *Echipamentul actual de intrare și ieșire pentru mașini electronice* (N. Statland, John R. Hillegass, pp. 39—46); *Progrese realizate în proiectarea mașinilor electronice* (J. N. Marshall, pp. 57—64); *Noua tehnică a microfilmării* (Donald W. McArthur, pp. 105—110). Începînd cu p. 229, volumul conține diferite adrese de institute de învățămînt superior din S.U.A., cu indicația numărului și a mărcilor mașinilor electronice de calcul pe care acestea le posedă, precum și numele directorilor și unele programe de lucru ale laboratoarelor de mașini electronice din cadrul acelor institute.

*

Rev. gives over in Roumanian language some details concerning this Thirteenth volume of the *Data Processing Yearbook, 1963—1964*, one of the most important publications in this field. *Vl. Sciurevici*

11. LÓPEZ L. E., ESCALANTE F. J., *El Planeta Marte*. Imprenta Aldina, Mexico, D. F., 1963 XX + 655 pp.

În cadrul recentei Adunări (a VII-a) generale a Comitetului pentru Cercetările Spațiale (COSPAR) și al celui de al cincilea Simpozion internațional al științelor spațiale (Florența, 8—20 mai 1963) s-au expus o serie de rezultate privind o seamă de descoperiri epocale recente, referitoare de ex. la stelele neutronice, la vîntul solar, la brîurile radioactive și atmosfera marțiană. Astfel, de pildă, cu ocazia opoziției planetei Marte din 1962—1963, la telescopul de 2,5 m de la Mount Wilson s-a pus în evidență existența vaporilor de apă în atmosfera marțiană și s-a determinat concentrația bioxidului de carbon, precum și o limită superioară a oxigenului și a presiunii atmosferice la suprafață, cea mai probabilă compoziție a atmosferei marțiene astăzi admisă fiind de 25% bioxid de carbon și 75% azot.

Volumul recenzat, editat în condiții excelente (hîrtie cretată, numeroase fotografii, planigloburi, hărți, diagrame, grafice etc. impecabile), este consacrat areografiei, areologiei, bioareografiei și climatologiei planetei Marte, discutîndu-se în detaliu problema vieții la suprafața acestei planete vecine nouă. Rezultatele cuprinse în volum se referă, pe lîngă o bogată și documentată prezentare istorică a problemei, la un vast ansamblu de date provenite din observații proprii ale autorilor, efectuate timp de 50 de ani (1907—1956) în deosebi în cadrul Observatorului Astronomic URANIA dela Chignahaupan, Pue., Mexico.

Numeroase detalii prețioase cuprinse într-însul, dintre care multe sînt inedite, pot constitui, între altele, un bogat material în munca de popularizare a cunoștințelor astronomice, promovate cu atîta competență de colectivele observatoarelor astronomice din țara noastră.

*

Durante los recentes trabajos del GOSPAR y dela conferencia internacional consagrada a los estudios cosmicos (Florencia, 8—20 Mayo 1963) se han adquirido conocimientos verdaderamente transcendentales por medio de la espectroscopia, la astrofisica y la radioastromia in relacion con las estrellas neutronicas, el viento solar, la atmosfera del pianeta Marte y otros ancoras.

Entre los mundos que más nos intrigans, invitándonos e estrudiarlos más y más, está el planeta Marte, que por su semejanza en ciertos aspectos con la Tierra, nos atrae particularmente.

Esta obra, esplendidamente edita, trata de dar a conoscer cunato fue posible observar por los autores en su enigmática superficie llena de interesantes contrastes, cambios y efectos regidos por sus estremosos climas y vegetación apenas perceptible, adonde la vida, es probable, se desarrolle en condiciones precarias.

El estudio, la discusión y la interpretación de las resultados obtenidos durante 50 anos de observación continua, constituyen la médula del presente libro, subdividido in una muy preciosa introducción historica seguida da Areografia, Areologia, Bioareografia y Climatologia del planeta Marte. *D. Mangeron*

12. JANCEL R., KAHAN TH., *Électrodynamique des plasmas fondée sur la Mécanique statistique*, Tome **I.** *Processus physiques et méthodes mathématiques*. Dunod, Paris, 1963, XIX + 622 pp.

Autorii, cunoscuți pentru o serie întreagă de lucrări monografice și didactice, dintre care cele mai recente sînt: *Les fondements de la Mécanique statistique classique et quantique* (de R. Jancel, Gauthier-Villars, Paris, 1963) și *Théorie des guides d'ondes et des cavités* (de Th. Kahan și E. Argence, Dunod, Paris, 1963), expun în acest volum metodele teoretice cunoscute astăzi, relative la studiul mediilor ionizate, care sînt sediul diferitelor fenomene foarte complicate din domeniile astrofizicii, electronicii, fuziunii termonucleare controlate etc. Principiile fizicii statistice joacă aici un rol fundamental. De importanță deosebită apar aici, în particular, metodele teoriei cinetice a gazelor, bazate pe ecuația integro-diferențială a lui Boltzmann. Ref. subliniază trăsătura caracteristică a acestui volum, ce constă în stabilirea și explicarea, pe baza unui număr restrîns de metode de rezolvare a ecuației (sau a sistemelor de ecuații ale) lui Boltzmann, unui mare număr de metode de aproximație și de rezultate recente obținute în diferite publicații de specialitate. În imposibilitate de a ne opri aici în detaliu asupra conținutului acestui volum, ce reprezintă subiectul unuia din cursurile profesate la Sorbona în cadrul celui de al treilea ciclu, vom reproduce mai jos titlurile celor opt capitole incluse în carte și anume: 1. Proprietăți generale ale plasmelor și procese elementare (pp. 1—70); 2. Principiile mecanicii statistice (pp. 71—138); 3. Dinamica clasică a coliziunilor binare (pp. 139—168); 4. Mișcarea particulelor încărcate în cîmpuri electrice și magnetice. Mișcarea aleatorie a purtătorilor de sarcină (pp. 169—241); 5. Ecuația integro-diferențială a lui Boltzmann. Proprietăți fundamentale. Ecuațiile de transport ale lui Maxwell (pp. 242—268); 6. Relații macroscopice. Ecuațiile de dinamică și de hidrodinamica plasmelor (pp. 269—325); 7. Teorema *H*. Proprietățile stării maxweliene a plasmelor. Parcurs liber mediu. Aplicație la fenomene de transport (pp. 326—384); 8. Metode generale de rezolvare aproximativă a ecuației integro-diferențiale a lui Boltzmann. Anunțînd că aparatul matematic mai specializat, de ex. ecuația lui Einstein-Fokker-Plank, metoda lui Bogoliubov, metoda grafelor ș.a., necesar pentru descrierea mai adecvată a interacțiunilor colective de tip coulombian, va fi inclus în volumul al doilea, prezentul volum, prevăzut cu diferite indice, apendice și bibliografie pe capitole, de execuție ireproșabilă, va fi deosebit de util unui cerc larg de specialiști.

*

Le réf., indique ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant cet excellent volume, d'intérêt incontestable pour les physiciens et les praticiens tels que les ingénieurs des télécommunications, les spécialistes de la recherche spatiale, les électroniciens et d'autres encore. *Gh. Vasiliu*

13. *** *Mecanica teoretică*. Ediția a doua, sub redacția: Victor Vîlcovici, Șt. Bălan, Radu Voinea și colaborarea: Ov. Dragnea, Al. Stoenescu, Rudolf Woinaroski, Panait Mazilu, Simona Popp, Ernest Beiu-Paladi, Ed. Tehn., Buc., 1963, 1007 pp.

Noua ediție a Mecanicii teoretice prezintă, față de prima ediție, la care au mai contribuit E. Toth, D. Mangeron, A. Ripianu și I. Ivanov, unele modificări și completări. În cap. I, calculul vectorial a fost separat de noțiunile de calcul tensorial și s-au adăugat noțiuni referitoare la potențial. Calculul tensorial a fost tratat în anexa I (pp. 947—981) a lucrării. Capitolul „Dimensiuni, unități, omogenitate, similitudine" s-a revizuit. În partea a doua („Statica") s-au aprofundat

mai mult noţiunile referitoare la legături, axe şi solidul rigid, adăugîndu-se cîteva aplicaţii noi. În partea a treia („Dinamica") s-a insistat asupra mecanicii corpului cu masă variabilă, cu aplicaţii directe referitoare la mişcarea rachetei şi sateliţilor artificiali ai pămîntului. Lucrarea cuprinde ca principale părţi: Generalităţi; Calculul vectorial; Statica; Cinematica; Dinamica; Mecanica analitică; Noţiuni de dinamica maşinilor; Experienţe mecanice,, tabele de centre de greutate şi momente de inerţie (anexa II), bibliografie (57 titluri, dintre care 15 datorite autorilor romîni), index autori şi index alfabetic.

Această nouă ediţie, ca şi prima, are drept scop să pună la dispoziţia cadrelor didactice şi a studenţilor, precum şi a cercetătorilor ştiinţifici de specialitate, o lucrare completă la nivelul ştiinţei şi tehnicii actuale. Ref., subliniind reuşita punerii de acord a teoriei generale expuse în volum, cu noile cuceriri din mecanică, au folosit adesea cu succes vădit diferite capitole din volum drept material de bază pentru diferite simpozioane organizate cu studenţii anilor I şi II ai Institutului politehnic, Iaşi.

Coordonarea ştiinţifică a volumului, apărut într-o prezentare excelentă atît în ceea ce priveşte forma exterioară cît şi aspectul tehnoredacţional, este datorită tov. acad. Şt. B ă l a n, iar coordonarea tehnică tov. prof. Ov. D r a g n e a.

*

Rev. give over in Roumanian language, some details concerning this excellent up to date volume on theoretical Mechanics, largelly and successfully utilized during various, instructional methodical and pedagogical process developed in the Polytechnic Institute of Jassy. *Catedra de Mecanică*

14. STOENESCU AL., SILAŞ GH., *Mecanica teoretică*, Ed. a III-a, Ed. de Stat did. şi ped., Buc., 1963, 590 pp.

În această nouă ediţie, cursul de Mecanică teoretică, elaborat cu deosebită competenţă şi simţ pedagogic către tov. prof. Al. S t o e n e s c u şi Gh. S i l a ş, apare cu unele adăugiri, anume un scurt istoric, cîteva calcule referitoare la traiectoriile în cosmos, o anexă intitulată „Dinamica zborului de la Pămînt pînă la Lună" ş.a., cu diferite completări şi înnoiri ale definiţiilor, noţiunilor de bază, ale enunţării principiilor ş.a., precum şi cu o nouă expunere a staticii şi a cinematicii rigidului. Din bibliografia folosită (26 titluri), 17 aparţin autorilor romîni.

Ref., salutînd cu căldură această nouă ediţie revăzută şi adăugită a volumului de Mecanică teoretică, folosit cu succes în munca metodică-didactică la Institutul politehnic, Iaşi, recomandă folosirea pe scară largă a cărţii de către tineretul nostru studios şi subliniază reuşita autorilor de a fi scos în evidenţă elementele de legătură prin care se poate face trecerea de la mecanica clasică la mecanicile noi şi la fizica modernă.

*

Реф. подчеркивают выше, на румынском языке, некоторые особенности тома по теоретической механике профессоров Ал. С т о е н е с к у и Г. С и л а ш а, вышедшего в переработанном и дополненном третьем издании, добавляя, что эта книга в течение нескольких лет ими используется с успехом в методикодидактическом процессе проводимом в Ясском политехническом институте. Некоторые дополнения взятые из периодической литературы наших дней, как напр., динамика полета с Земли на Луну, а так же уточнение связи между теоретической классической механикой и новыми современными механиками и теоретической физикой увеличивают, наряду с хорошим оформлением, ценность книги. *Catedra de mecanică*

15. SARIAN M., *Mecanica şi Rezistenţa materialelor*. Ed. a II-a, Vol. **I**, *Mecanica*. Ed. de stat did. si ped., Buc., 1962, 420 pp.

În ediţia a doua a volumului de mecanică, elaborat cu competenţă şi simţ pedagogic remarcabil de tov. prof. M. S a r i a n şi folosit cu succes în practica metodico-didactică la Institutul politehnic, Iaşi, s-au făcut unele completări şi s-au

corectat greşelile de tipar. O bibliografie îndeajuns de vastă (38 titluri, dintre care 12 datorite autorilor romîni), un index de autori şi un index alfabetic se adaugă la conţinutul propriu-zis şi la forma exterioară îngrijită a volumului recenzat.

Subdivizat în cincisprezece capitole şi anume: I. Noţiuni-Principii; II. Algebra vectorilor liberi; III. Metoda vectorială în analiza şi în geometria diferenţială; IV. Teoria vectorilor alunecători; V. Centre de greutate. Centre de masă; VI. Introducere la Statică. VII. Statica solidului; VIII. Statica sistemelor de solide rigide; IX. Introducere la Cinematică şi Dinamică; X. Dinamica punctului material; XI. Cinematica solidului rigid; XII. Mişcarea relativă; XIII. Dinamica sistemelor materiale; XIV. Dinamica solidului rigid; XV. Probleme speciale (dispozitive mecanice simple şi ciocniri şi percuţii), volumul recenzat va vedea fără îndoială şi lumina tiparului în ediţia a treia, cu care prilej va putea fi uşor majorat, introducîndu-se într-însul unele probleme de aplicaţie a mecanicii teoretice la chimie.

*

Les référents donnent ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails, concernant le premier volume, paru en seconde édition, du cours professé par M. le prof. M. Sarian, consacré à la Mécanique et la Résistance des Matériaux, expérimenté avec succès dans différents Instituts Polytechniques de la République Populaire Roumaine. *E. Croitoru-Giurcă, S. Deleanu*

16. ATANASIU M., *Mecanica tehnică. Statica.* Ed. Tehn., Buc., 1963, 228 pp.

Volumul recenzat se adresează, prin conţinutul său, cititorului familiarizat cu noţiunile fundamentale ale mecanicii clasice; de aceea, prezentarea materialului care formează tematica lucrării nu urmează în general linia metodică a unui curs de mecanică teoretică. Lucrarea se compune din două părţi. Prima parte conţine un scurt istoric al dezvoltării staticii şi o introducere matematică care constituie pregătirea necesară pentru efectuarea calculelor legate de geometria maselor. În partea a doua, care tratează statica sistemelor materiale, sînt incluse: statica punctului material, statica solidului rigid, statica sistemelor de corpuri rigide şi statica mediilor continue rigide şi perfect flexibile. Problemele tratate curent sînt prezentate sub o formă ceva mai succintă; sînt prezentate mai dezvoltat acele probleme de mecanică care interesează disciplinele din domeniul de activitate al inginerului mecanic: rezistenţa materialelor, organe de maşini şi teoria mecanismelor. Ref., salutînd cu căldură apariţia unor serii de volume de specialitate, avînd un caracter oarecum intermediar între cursuri sau manuale şi monografii, remarcă în volumul recenzat prezenţa numeroaselor exerciţii şi probleme preluate din materialul bibliografic citat (61 titluri, dintre care 45 de lucrări datorite autorilor romîni). Se aşteaptă cu interes, avîndu-se în vedere bogata literatură periodică românească în domeniul teoriei mecanismelor şi maşinilor, următorul volum consacrat cinematicii şi dinamicii.

*

Le réf. indique ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant ce volume, dont la nouveauté consiste dans l'encadrement de celui-ci dans une série intermédiaire située entre celle des manuels et celle des monographies. L'Auteur a reussi d'y introduire nombre de problèmes prélevés des articles parus dans la littérature périodique et consacrés surtout aux problèmes de la résistance des matériaux et de la théorie des mécanismes (61 titres, dont 45 dus aux auteurs roumains). *S. Deleanu, E. Croitoru-Giurcă*

17. GERMAIN P., *Mécanique des milieux continus.* Masson & Cie, Éditeurs, Paris, 1962, X + 412 pp.

Volumul recenzat, datorit prof. dr. P. Germain de la facultatea de ştiinţe din Paris, constituie o introducere în studiul mecanicii clasice a mediilor continue. Subdivizat în 17 capitole şi anume: I. Recapitulare a noţiunilor fundamentale de mecanică generală; II. Tensorul solicitărilor; III. Ecuaţiile generale ale mecanicii

mediilor continue; IV. Tensorul vitezelor de deformație; V. Introducere la diferite teorii relative la mecanica mediilor continue; VI. Ecuațiile generale și problemele generale ale elasticității; VII. Problemele clasice ale elastostaticii; VIII. Teoremele energiei și aplicațiile lor; IX. Medii curbilinii elastice; X. Unde în medii elastice; XI. Ecuațiile generale și teoremele generale de mecanica fluidelor; XII. Scurgeri plane și irotaționale și staționare ale unui fluid perfect, incompresibil; XIII. Scurgeri irotaționale ale unui fluid perfect; XIV. Scurgeri liniarizate ale fluidelor perfecte; XV. Scurgeri ale fluidelor incompresibile și vîscoase; XVI. Complemente de matematică; XVII. Ecuațiile mecanicii mediilor continue în coordonate curbilinii ortogonale, volumul răspunde prescripțiilor programei actuale pentru obținerea certificatului de studii superioare de mecanica mediilor continue la facultatea de științe din Paris. Conținutul volumului, bine închegat din punct de vedere al cunoștințelor actuale în acest domeniu, reclamă cunoștințe matematice obișnuite, întrucît tratarea în coordonate carteziene ortogonale nu necesită considerarea tensorilor contravarianți și covarianți. Matematicianul de mîine va găsi în volumul recenzat un bun prilej de concretizare a problemelor la limită pentru ecuații cu derivate parțiale, va vedea cum se introduc în mod natural noțiunile de soluție elementară și de funcție Green, va constata importanța teoremelor energiei și a calculului variațiilor, se va iniția în metodele practice ale funcțiilor proprii și în metodele asimptotice ș.a. Astăzi, cînd se revede ansamblul programelor analitice în vederea racordării lor la cel mai înalt nivel al științei și tehnicii mondiale, cercetarea atentă de către specialiști și a acestui volum, prezentat în condiții tehnice bune de către editura Masson, se recomandă de la sine.

*

Dans de nombreux pays, un effort considérable est entrepris pour augmenter le nombre des spécialistes, savants et ingénieurs, possédant une solide formation dans l'une des disciplines de la mécanique des milieux continus. Cet ouvrage représente une version quelque peu amplifiée du cours professé à la Faculté des Sciences de Paris depuis la création du certificat d'études supérieures de mécanique des milieux continus. Le réf. donne ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant cet excellent volume. *D. Mangeron*

18. NĂDĂȘAN ȘT., HOROVITZ B., BERNATH AL., SAFTA V., *Oboseala metalelor*. Ed. Tehn., Buc., 1962, 224 pp.

Lucrarea prezintă o vedere generală asupra fenomenelor de oboseală a metalelor, cu explicațiile științifice existente asupra acestui fenomen, tehnica de încercare la oboseală, calculul de rezistență ținînd seama de oboseala materialelor și contribuțiile romînești și în special ale autorilor în acest domeniu. Astfel, după o scurtă prezentare a tipurilor de solicitări care ar putea produce fenomenul de oboseală și aspectul ruperilor rezultate, se prezintă diferitele teorii existente pentru aplicarea acestui fenomen. Remarcăm printre acestea teoriile moderne de dislocație și cele statistice. Pe baza acestor teorii se prezintă metodele directe și indirecte de determinare experimentală a rezistenței la oboseală. Ca metode directe se prezintă metoda clasică a lui W ö h l e r, metoda sarcinilor progresive a lui P r o t și metoda I v a n o v a. Dintre metodele indirecte se prezintă cele bazate pe studiul săgeții, a coeficientului de dilatare liniară, precum și cele bazate pe relațiile care există între rezistența la oboseală și alte caracteristici mecanice (rezistența la rupere statică, duritate etc.).

În capitolul următor se prezintă influența diferiților factori asupra rezistenței la oboseală. Gruparea acestor factori se face în trei categorii. În prima categorie se includ factorii constructivi, respectiv forma piesei și modul de asamblare, precum și mărimea piesei. Factorii tehnologici constituie a doua categorie de factori ce influențează rezistența la oboseală și sînt grupați în cei care depind de material (compoziție chimică, factori metalurgici, incluziuni, macro- și microstructura etc.) și cei care depind de calitatea suprafeței (prelucrări mecanice, termice și termochimice și acoperirile electrolitice), precum și în alți factori de mai mică importanță.

O ultimă categorie de asemenea factori le constituie condițiile de exploatare. Aici sînt cuprinse: tipul solicitării, gradul de asimetrie al ciclului, suprasolicitările

și subsolicitările de scurtă durată, șocurile, frecvența solicitării, temperatura de lucru și activitatea chimică a mediului. Influența acestor factori este analizată atît calitativ, arătîndu-se sensul de variație al rezistenței la oboseală, cît și cantitativ sub formă de diagrame și tabele de calcul.

Un paragraf special este destinat măsurilor care se pot lua pentru obținerea unei rezistențe la oboseală cît mai ridicate, în vederea realizării unor soluții constructive economice.

În capitolul al treilea se prezintă calculul de rezistență la solicitări variabile. Se expun aici metodele de calcul existente pentru ciclul simetric, pentru ciclul asimetric și pentru starea de solicitare biaxială. Este arătat de asemenea aici, calculul la o durabilitate limitată, precum și cel pentru o încărcare nestaționară. Exemple de calcul ilustrează modul concret de aplicare al acestor metode.

Tehnica încercărilor la oboseală este prezentată în capitolul următor. După descrierea principială a diferitelor tipuri de mărimi de încercare la oboseală, se prezintă principalele forme de epruvete de încercat, precum și modul de confecționare al acestora. Metodologiei de încercare efectivă îi este dedicat de asemenea un paragraf.

Un accent deosebit este pus pe prelucrarea științifică a datelor încercării, care datorită dispersiei relativ mari a rezultatelor, necesită acest lucru.

În ultimul capitol al lucrării se prezintă rezultatele încercărilor la oboseală a oțelurilor carbon de calitate fabricate în R.P.R., încercări efectuate la Baza din Timișoara a Academiei R.P.R. Sînt redate aici rezultatele obținute la încercările la oboseală prin încovoiere rotativă, efectuate pe cinci calități de oțel carbon: OLC 35, OLC 45, OLC 60 (conf. STAS 880-60), OLC 43 AT și OLC 47 AT (conf. STAS 5 725-57), atît în stare normalizată, cît și în stare îmbunătățită.

Oțelul utilizat pentru confecționarea epruvetelor a fost ales din producția curentă a Combinatului siderurgic, Hunedoara și a Combinatului metalurgic, Reșița.

Rezultatele obținute și prezentate în lucrare constituie una din contribuțiile importante ale autorilor în acest domeniu.

În rezumat lucrarea prezentată constituie o monografie importantă în domeniul studiului oboselii materialelor, autorii aducînd o prețioasă contribuție atît în forma de expunere cît și în rezultatele practice obținute.

Numeroasele tabele și diagrame prezentate, precum și rezultatele obținute privind caracteristicile principalelor oțeluri indigene sub aspectul rezistenței la oboseală fac ca lucrarea să constituie un prețios ajutor inginerilor proiectanți. Lucrarea constituie de asemenea un important îndreptar pentru cei care doresc să cunoască și să aprofundeze acest domeniu.

*

Le réf. expose ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant le présent ouvrage, consacré au problème de la fatigue des métaux, publié par l'Editura Tehnică et élaboré par Șt. Nădășan, B. Horovitz Al. Bernath, V. Safta.

A. Petre

19. CONSTANTINESCU V. N., *Lubrificația cu gaze*, Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1963, 683 pp.

Lucrarea își propune să prezinte principalele probleme teoretice și de interes aplicativ legate de lubrificația cu gaze. Lubrificația cu gaze constituie din punct de vedere teoretic un capitol al mecanicii fluidelor vîscoase compresibile, fiind totodată o parte integrantă a lubrificației hidrodinamice.

Lagărele care utilizează în calitate de lubrifiant aerul sau un alt gaz reprezintă o soluție tehnică modernă cu avantaje remarcabile în comparație cu lagărele obișnuite sau cu rulmenți. Considerentele de mai sus au făcut ca, ținînd seama de toate dificultățile tehnice de realizare și cu toată capacitatea redusă de încărcare, lagărele lubrificate cu gaze să fie astăzi utilizate cu succes în numeroase mașini și aparate: motoare electrice, supercentrifuge, mașini unelte, mașini textile, instalații pentru lichefierea gazelor, turbine și turbocompresoare, aparate și instalații pentru industria nucleară, aparate de înaltă precizie, sisteme de ghidare a rachetelor etc.

Una dintre primele lucrări cu acest subiect, volumul *Lubrificația cu gaze*, se bazează pe cercetările efectuate, începînd din anul 1954, în cadrul Institutului de mecanică aplicată „Traian Vuia" al Academiei R.P.R., și pe lucrările existente în literatura de specialitate, înscriindu-se totodată ca o continuare a lucrărilor românești publicate (Tipei N., *Hidroaerodinamica lubrificației*. Ed. Acad. R.P.R., 1957, Ed. Stanford, 1962. Tipei N., Constantinescu V. N., Nica Al., Bițâ O., *Lagăre cu alunecare*. Ed. Acad., R.P.R., 1961).

După un capitol introductiv în care se prezintă ecuațiile lubrificației cu gaze, în capitolele II și III se studiază mișcarea în stratul de lubrifiant al lagărelor alimentate cu presiune exterioară (lubrificația hidrostatică). Restul lucrării se concentrează în special asupra lagărelor nealimentate sub presiune, funcționînd în regim hidrodinamic. Astfel, în capitolul IV se examinează lubrificația cu gaze la viteze reduse, pentru care lubrifiantul poate fi considerat într-o primă aproximație ca incompresibil. În capitolele V și VI se abordează problema simplificată (bidimensională) a lagărelor de alungire infinită, iar în capitolul VII se studiază funcționarea lagărelor reale, de dimensiuni finite. În sfîrșit, în capitolul VIII se examinează regimurile dinamice și stabilitatea în funcționare a lagărelor lubrificate cu gaze.

În ansamblu, lucrarea prezintă, sub o formă unitară și logică, principalele rezultate obținute pînă în prezent în domeniul lubrificației cu gaze, accentuîndu-se problemele încă nerezolvate sau insuficient studiate.

Lucrarea caută să intereseze în egală măsură atît specialiștii în problemele de mecanica fluidelor și lubrificație, cît și inginerii din institutele de proiectări și industrie. În acest scop, problemele legate de calculul, proiectarea și construcția lagărelor cu aer au fost grupate la finele capitolelor III și VII în paragrafe speciale, astfel încît să poată fi urmărite separat de restul lucrării.

*

Ref. gibt oben, in rumänischer Sprache, einige Einzelheiten die das bekannte Werk *Gaslubrifiication* von V. N. Constantinescu betreffen. *C. Ciobanu*

20. PATRAULEA N. N., *Studii de aerodinamica hipersustentației. (Zborul cu decolare și aterizare scurtă sau la verticală)*. Ed. Acad. R.P.R., 1962, 625 pp.

Problema hipersustentației prezintă o importanță deosebită în aplicațiile practice ale aerodinamicii și a dat naștere încă de multă vreme la numeroase studii teoretice și experimentale. În ultimul timp, pe lîngă aspectele acestei probleme pe care le-am putea numi clasice, au apărut altele, legate de necesitatea de a se realiza avioane cu decolare și aterizare foarte scurtă sau verticală. Acestor aspecte moderne N. N. Patraulea le-a consacrat mai mulți ani de cercetări, rezultatele fiind cuprinse în volumul de care ne ocupăm. Pentru a oferi o imagine cît mai completă asupra subiectului tratat, autorul a utilizat, acolo unde a fost cazul, lucrările altor cercetători, care s-au ocupat de această problemă.

Primul capitol, cu caracter introductiv, conține o serie de considerații generale, în legătură cu utilitatea aparatelor de zbor cu decolare și aterizare scurtă sau verticală, precum și o clasificare a acestor aparate și a dispozitivelor de hipersustentație a aripii de avion.

O serie de generalități matematice asupra mișcărilor fluide și în special în legătură cu teoria mișcărilor cu dîră, dezvoltată de autor, sînt cuprinse în capitolul al doilea. Tot aci sînt expuse teoria și aplicațiile metodei analogiilor electrice la determinarea mișcărilor fluide.

Intrarea propriu-zisă în materie se face în capitolul al treilea, consacrat dispozitivelor potențiale de hipersustentație. Sub această denumire, autorul înțelege acele dispozitive care au ca obiectiv realizarea unei mișcări în jurul profilului de aripă foarte apropiată de mișcarea potențială. O primă categorie o formează dispozitivele de recirculație, în care se încadrează voletul de curbură, bordul de atac deformabil, producerea unei turbulențe mărite, suflajul stratului limită prin metode pasive (fante și voleți de curbură cu fante) sau active, aspirația stratului limită precum și diversele tipuri de frontiere mobile în sensul curentului.

O a doua categorie de astfel de dispozitive cuprinde pe acelea de supercirculație, numite astfel deoarece circulația în jurul profilului poate fi mai mare decît

aceea care corespunde mişcării irotaţionale. În cadrul capitolului se tratează supercirculaţia prin efect de sursă negativă precum şi dispozitivele potenţiale de supercirculaţie pentru aripile toroidale. În ambele cazuri se utilizează şi analogia reoelectrică.

Următorul capitol conţine teoria dispozitivelor de supercirculaţie bazate pe generarea dîrelor, prin care se crează forţe ce acţionează asupra fluidului din vecinătatea profilului de aripă. Se prezintă pe scurt consideraţii asupra voleţilor de intrados sau extrados opaci şi mai în amănunt teoria voleţilor permeabili. Capitolul se încheie cu tratarea aceleiaşi probleme pentru aripile inelare. Atît pentru profile cît şi pentru aripile inelare se face uz şi de analogia reoelectrică.

Capitolul al cincilea este dedicat problemei obţinerii supercirculaţiei prin interacţiunea dintre aripă şi jeturile fluide, care a făcut obiectul unor cercetări teoretice şi experimentale deosebit de ample ale autorului. Se tratează mai întîi problema profilului de aripă cu volet fluid *(jet-flap)*, apoi aceea a aripilor de anvergură finită şi a aripilor inelare prevăzute cu astfel de jeturi.

Un alt aspect este tratat în capitolul următor, care se ocupă de producerea forţelor aerodinamice axiale, prin organe tractive sau de frînare. Remarcăm îndeosebi tratarea problemei măririi coeficientului de calitate a elicelor prin intubare sau prin utilizarea elicelor în tandem antagoniste, precum şi expunerea referitoare la organele de frînare permeabile şi cu pînză de jet.

În capitolul al şaptelea este expusă teoria elaborată de autor şi colaboratorii săi pentru vehiculele bazate pe influenţa aerodinamică a solului (vehicule cu pernă de aer), care a condus la realizarea practică a unui astfel de vehicul.

În sfîrşit, în ultimul capitol se tratează problema obţinerii hipersustentaţiei prin superviteză efectivă, adică prin realizarea în dreptul sistemului portant a unei viteze mai mari decît aceea de deplasare a aparatului. Sînt studiate mai multe posibilităţi de realizare, fie cu aripi toroidale, sau de alte forme, fie prin suflajul aripii.

Ceea ce se remarcă îndeosebi în acest volum, este conţinutul foarte bogat şi tratarea matematică riguroasă a problemelor, fără a se neglija însă aspectele fizice care sînt minuţios analizate. Reuşind să îmbine în mod fericit aspectele teoretice cu cele aplicative şi prezentînd un mare număr de idei originale, care pot conduce la realizarea practică a diverselor dispozitive de hipersustentaţie, autorul a reuşit să dea o imagine completă a ansamblului de probleme tratat. Deşi făcută la un nivel înalt, expunerea este clară şi poate fi urmărită cu destulă uşurinţă.

Această carte, unică în genul ei în literatura de specialitate, prezintă în primul rînd un interes cu totul deosebit pentru cei ce se ocupă de astfel de probleme. Dată fiind însă actualitatea problemelor tratate, precum şi ca urmare a faptului că metodele matematice utilizate au un caracter mai general, putînd da naştere şi la alte aplicaţii, lucrarea lui N. N. Patraulea se adresează unor cercuri mai largi de cercetători şi specialişti.

*

Реф. излагает выше, на румынском языке, некоторые детали обширного труда Н. Н. Патруля, посвященного аэродинамическим исследованиям гиперсустентации.

T. Oroveanu.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848